宁波大学 10 年攻读硕士学位研究生

入学考试试题(答案必须写在答题纸上)

考试科目：数学分析 (A卷) 考码：610 专业名称：基础数学、应用数学

一. 填空题（每题5分，共15分）

1. 设 $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2-x+1}+ax+b)=0$，则 $a=$______, $b=$______。

2.极限

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+2^2}}+\cdots\frac{1}{\sqrt{n^2+i^2}}+\cdots\frac{1}{\sqrt{n^2+n^2}}\right)=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。$$

3. 曲面 $z=2x^2+4y^2$ 在点 $(2,1,12)$ 的切平面方程为______________。

二. 单项选择题（每题5分，共15分）

1. 已知 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^2 x}{a-e^{-x^2}}(\cos x+b)=8$, 则（　　）。

（A）$a=3,b=1$；（B）$a=2,b=1$；（C）$a=1,b=7$；（D）$a=0,b=5$。

2. 若 $f(x)$ 在 x_0 处取得极大值，则必有（　　）。

（A）$f'(x_0)=0$；　(B) $f'(x_0)=0, f''(x_0)>0$；

(C) $f'(x_0)=0, f''(x_0)<0$；　(D) $f'(x_0)=0$ 或者 $f'(x_0)$ 不存在。

3. 已知级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n^p}$ 与广义积分 $\int_0^{+\infty} e^{(p-5)x}dx$ 均收敛，则 p 的取值范围是（　　）。

(A) $p>2$;　(B) $p<2$;　(C) $p>0$;　(D) $0<p<5$。

宁波大学 10 年攻读硕士学位研究生

入 学 考 试 试 题(答案必须写在答题纸上)

考试科目：数学分析 (A 卷) 考码：610 专业名称：基础数学、应用数学

三. 计算题（一）（每题 9 分，共 27 分）

1. 求 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\arctan x}{x}\right)^{\frac{1}{2(1-\cos x)}}$。

2. 已知 $z=f(2x^2+y^2,y\sin x)$，且 f 具有连续的二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

3. 计算反常积分 $I=\int_0^{+\infty}\dfrac{dx}{(1+x^2)(1+x^\alpha)}$（提示：用倒数代换）。

四. 计算题（二）（每题 11 分，共 33 分）

1、 求出由抛物线 $y^2=px$，$y^2=qx\ (0<p<q)$ 以及曲线 $xy=a$，$xy=b\ (0<a<b)$ 所围成的面积。

2、 计算 $I=\int_L(e^x\sin y-3y)dx+(e^x\cos y-5)dy$，其中 L 为圆 $x^2+y^2=a^2(a>0)$ 的上半圆周，方向为 $A(a,0)$ 到 $B(-a,0)$。

3、计算 $I=\iint\limits_{\Sigma}(x^3+3)dydz+(y^3+2)dzdx+(3z+1)dxdy$，其中 $\Sigma: z=x^2+y^2, 0\le z\le h^2$，方向取下侧。

五. 讨论题（共 12 分）

1. 讨论幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n^p}$（$p$ 为任一实数）的敛散性，包括绝对收敛和条件收敛。

宁波大学 2010 年攻读硕士学位研究生

入 学 考 试 试 题(答案必须写在答题纸上)

考试科目: 数学分析 (A 卷) 考码: 610 专业名称: 基础数学、应用数学

六. 证明题（每题 **12** 分，共 **48** 分）

1. 已知 $x_1=\sqrt{6}, x_{n+1}=\sqrt{6+x_n}, n=1,2,3,\cdots$，即 $x_n=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{\cdots+\sqrt{6}}}}}$，（$n$ 个根号），证明：数列 $\{x_n\}$ 收敛，并求该数列的极限。

2. 设 $x\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，证明 $\dfrac{\cos x}{1+\sin x}<\dfrac{\ln(1+\sin x)}{x}$。

3. 证明：$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{n+x^4}$ 关于 x 在 $(-\infty+\infty)$ 上一致收敛。

4. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上二阶可导，证明存在 $\xi\in(a,b)$，使得

$$f(a)+f(b)-2f\left(\frac{a+b}{2}\right)=\left(\frac{b-a}{2}\right)^2 f''(\xi)。$$