课后答案网 您最真诚的朋友

第四章　轴心受力

【题4.1】 某现浇钢筋混凝土轴心受压柱，截面尺寸为 $b\times h$=400mm×400mm，计算高度 l_0= 4.2m，承受永久荷载产生的轴向压力标准值 N_{Gk} =1600kN，可变荷载产生的轴向压力标准值 N_{Qk} = 1000kN。采用C35 混凝土， HRB335级钢筋。结构重要性系数为1.0。求截面配筋。

解：　查附表

$$f_c = 16.7\text{MPa}, \quad f'_y = 300\text{MPa}$$

$$\frac{l_0}{b} = \frac{4200}{400} = 10.5 \qquad \text{查表4-1得 } \varphi = 0.958$$

$$N_1 = 1.2\times N_{Gk} + 1.4\times N_{Qk} = 1.2\times 1600 + 1.4\times 1000 = 3320\text{kN}$$

$$N_2 = 1.35\times N_{Gk} + 1.4\times 0.7\times N_{Qk} = 3140\text{kN}$$

$$N = \max(N_1, N_2) = 3320\text{kN}$$

$$A'_s = \frac{\frac{\gamma_0 N}{0.9\varphi} - f_c A}{f'_y} = \frac{\frac{1.0\times 3320\times 10^3}{0.9\times 0.958} - 16.7\times 400\times 400}{300} = 3929\text{mm}^2$$

纵筋选用8ϕ25（As=3927mm²）；箍筋采用ϕ6@250。

总配筋　$\rho' = \dfrac{A'_s}{A} = \dfrac{3927}{400^2} = 2.45\%$　　$\rho' > \rho'_{\min} = 0.6\%$

$\rho' < 3\% < \rho'_{\max} = 5\%$

单侧配筋　$\rho' = \dfrac{A'_s}{A} = \dfrac{1473}{400^2} = 0.9\%$　　$\rho' > \rho'_{\min} = 0.2\%$

【题4.2】已知圆形截面轴心受压柱，直径d=500mm，柱计算长度l_0=3.5m。采用C30混凝土，沿周围均匀布置6根直径20mm的HRB400**纵向钢筋**，**箍筋采用**HRB335，**直径为10mm**，其形状为螺旋形，间距为***s*=50mm**。纵筋至截面边缘的混凝土保护层厚度为c=30mm。求：柱能承受的最大轴力设计值。

解：构件截面面积 $A=\dfrac{3.14\times500^2}{4}=196350\ \text{mm}^2$

构件计算长度 $\dfrac{l_0}{d}=\dfrac{3500}{500}=7$ 取 $\varphi=1$

因 $s=50\ \text{mm}<80\ \text{mm}$

混凝土保护层厚度 $c=30$mm，箍筋直径d=10mm

则 $d_{cor}=d-2c-2d'=500-2\times30-2\times10=420\ \text{mm}$

$$A_{ss1}=\frac{3.14\times10^2}{4}=78.5\,\text{mm}^2 \qquad A_{ss0}=\frac{3.14\times420\times78.5}{50}=2072\,\text{mm}^2$$

$$\frac{A_{ss0}}{A'_s}=\frac{2072}{1884}=1.10>0.25$$ **按螺旋箍筋柱计算**

$$N_u=0.9(f_cA_{cor}+2\alpha f_yA_{ss0}+f'_yA'_s)$$

$$=0.9\times(14.3\times\frac{\pi\times420^2}{4}+2\times1\times360\times2072+360\times1884)\times10^{-3}$$

$$=3736.1\text{kN}$$

验算普通箍筋柱承载力

$$\rho'_{\min}=0.2\%<\rho'=\frac{A'_s}{A}=\frac{1884}{196350}=0.96\%<3\%<5\%=\rho'_{\max}$$

$$N_u=0.9\varphi\ (f_cA+f'_yA'_s)$$

$$=0.9\times1\times(14.3\times196350+360\times1884)\times10^{-3}=3137.4\text{kN}$$

$$\frac{N_u}{N}=\frac{3736.1}{3137.4}=1.19<1.5$$

结论：上述结果正确

第五章　正截面抗弯

【题5.1】已知某钢筋混凝土单筋矩形截面梁截面尺寸为b×h=250mm×450mm，安全等级为二级，环境类别为一类，混凝土强度等级为C40，配置HRB335 级纵向受拉钢筋4Φ16（A_S=804mm²），a_s = 35 mm。

【要求】：该梁所能承受的极限弯矩设计值M_u。

解：　查附表得：

f_c = 19.1MPa，f_t = 1.71MPa，f_y = 300MPa

h_0 = 450－35 = 415mm

$$x=\frac{f_yA_s}{\alpha_1 f_c b}=\frac{300\times804}{1.0\times19.1\times250}=50.5\text{mm}$$

$$\le \xi_b h_0 = 0.550\times415 = 228.3\text{mm}$$

$$M_u=\alpha_1 f_c b x(h_0-\frac{x}{2})=1.0\times19.1\times250\times50.5\times(415-\frac{50.5}{2})=94\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\rho_{\min}=\max\left\{0.2,45\frac{f_t}{f_y}\right\}\%=\max\left\{0.2,45\times\frac{1.71}{300}\right\}\%$$

$$=\max\{0.2,\ 0.26\}\%=0.26\%$$

$$<\rho=\frac{A_s}{bh_0}=\frac{804}{250\times415}=0.78\%$$

【题5.2】已知某钢筋混凝土单跨简支板，计算跨度为2.18m, 承受匀布荷载设计值$g+q=6.4\text{kN/m}^2$筋(包括自重),安全等级为二级，混凝土强度等级为C20，配置HPB235级纵向受拉钢筋,环境类别为一类。

要求:试确定现浇板的厚度及所需受拉钢筋面积并配筋。

解：(1)基本数据准备

假设板厚 $h=80\text{ mm}$　　$a_s=15+\frac{10}{2}=20\text{mm}$

$$h_0=h-a_s=80-20=60\text{ mm}$$

查规范

$$f_c=9.6\text{MPa},\quad f_t=1.1\text{MPa},\quad \alpha_1=1.0,\quad f_y=210\text{ MPa}$$

(2)荷载设计值计算

取1m 板宽作为计算单元，均布荷载设计值为

$$q=1.0\times6.4=6.4\text{ kN/m}$$

跨中最大弯矩设计值为

$$M=\frac{1}{8}ql_0^2=\frac{1}{8}\times6.4\times2.18^2=3.8\text{kN}\cdot\text{m}$$

(3)计算受拉钢筋面积As

$$\alpha_s=\frac{M}{\alpha_1 f_c b h_0^2}=\frac{3.8\times10^6}{1.0\times9.6\times1000\times60^2}=0.11$$

$$\xi=1-\sqrt{1-2\alpha_s}=0.117<\xi_b=0.614$$

$$A_s=\frac{\alpha_1\xi f_c b h_0}{f_y}=\frac{1.0\times0.117\times9.6\times1000\times60}{210}=321\text{mm}^2$$

选 ϕ8@150, $A_s=335\text{mm}^2$

$$\rho_{\min}=\max\left\{0.2,45\times\frac{1.1}{210}\right\}\%=0.24\%<\rho=\frac{A_s}{bh_0}=\frac{335}{1000\times60}=0.56\%$$

【题5.3】 已知某钢筋混凝土单筋矩形截面梁截面尺寸为b×h=250mm×500mm，安全等级为二级，环境类别为一类,混凝土强度等级为C20，配置HRB335 级纵向受拉钢筋，承受荷载弯矩设计值M=150kN-m 。计算受拉钢筋截面面积。

解： 假设纵筋布置成两排

$$a_s = 30+25+\frac{20}{2} = 65\,\text{mm} \qquad h_0 = h - a_s = 500-65 = 435\,\text{mm}$$

查附表

$$f_c = 9.6\,\text{MPa},\ f_t = 1.1\,\text{MPa},\ \alpha = 1.0,\ f_y = 300\,\text{MPa}$$

$$\alpha_s = \frac{M}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = \frac{150\times10^6}{1.0\times9.6\times250\times435^2} = 0.330$$

由式（5.17）求解ξ $\xi = 1-\sqrt{1-2\alpha_s} = 0.417$

$$A_s = \frac{\alpha_1 \xi f_c b h_0}{f_y} = \frac{1.0\times0.417\times9.6\times250\times435}{300} = 1451\,\text{mm}^2$$

选 $3\underline{\phi}20+2\underline{\phi}18,\ A_s = 942+509 = 1451\text{mm}^2$

验算适用条件：

查表5.3 $\xi_b = 0.614 > \xi = 0.417$ **非超筋**

由式5.13

$$\rho_{\min} = \max\left\{0.2,45\frac{f_t}{f_y}\right\}\% = \max\left\{0.2,45\times\frac{1.1}{210}\right\}\%$$

$$= \max\{0.2,\ 0.236\}\% = 0.236\%$$

$$< \rho = \frac{A_s}{bh} = \frac{1451}{250\times500} = 1.16$$ **非少筋**

***x*≥ ξ_b h_0时， M_u=?　　A_s<$\rho_{min}$$bh_0$时， A_s=?**

【题5.4】已知某钢筋混凝土简支梁,计算跨度5.7m，承受匀布荷载，其中:永久荷载标准值为10kN/m，不包括梁自重),可变荷载标准值为10kN/m,安全等级为二级，混凝土强度等级为C30，配置HRB335 级纵向受拉钢筋。
要求:确定梁的截面尺寸及纵向受拉钢筋的截面面积 (钢筋混凝土容重为25kN /m³)。

解：(1)初定梁的截面尺寸 $b\times h$

$$h=\frac{l_0}{12}=\frac{5700}{12}=475\text{ mm}\quad \text{取 } h=500\text{mm}$$

$$b=\frac{h}{2}=\frac{500}{2}=250\text{ mm}$$

$$a_s=25+\frac{20}{2}=35\text{mm}\qquad h_0=h-a_s=500-35=465\text{mm}$$

(2)基本数据准备

查规范

$$f_c=14.3\text{ MPa},\ f_t=1.43\text{MPa},\ \alpha_1=1.0,\ f_y=300\text{MPa}$$

(3)最大弯矩设计值 M

计算均布荷载设计值

$$q_1=1.2\times q_{Gk}+1.4\times q_{Qk}=1.2\times(10+0.25\times0.5\times25)+1.4\times10=29.75\text{ kN/m}$$

$$q_2=1.35\times q_{Gk}+1.4\times0.7\times q_{Qk}=27.52\text{ kN/ m}$$

$$q=\max(q_1,q_2)=29.75\text{kN/m}$$

$$M=\frac{1}{8}ql_0^2=\frac{1}{8}\times29.75\times5.7^2=120.82\text{ kN}\cdot\text{m}$$

(4)计算受拉钢筋面积 As

$$\alpha_s=\frac{M}{\alpha_1 f_c b h_0^2}=\frac{120.82\times10^6}{1.0\times14.3\times250\times465^2}=0.156$$

$$\xi=1-\sqrt{1-2\alpha_s}=0.171$$

$$A_s = \frac{\alpha_1 \xi f_c b h_0}{f_y} = \frac{1.0 \times 0.171 \times 14.3 \times 250 \times 465}{300} = 948\,\text{mm}^2$$

选 $3\underline{\phi}20, A_s = 942\text{mm}^2$

验算：

$$\xi_b = 0.55 > \xi = 0.171$$

$$\rho_{\min} = \max\left\{0.2, 45\frac{f_t}{f_y}\right\}\% = \max\left\{0.2, 45 \times \frac{1.43}{300}\right\}\%$$

$$= \max\{0.2,\ 0.215\}\% = 0.215\%$$

$$< \rho = \frac{A_s}{b h_0} = \frac{942}{250 \times 465} = 0.81\%$$

【题5.5】已知某钢筋混凝土双筋矩形截面梁，承受荷载弯矩设计值M=125kN·m，截面尺寸为$b \times h$=200mm×400mm，安全等级为二级，混凝土强度等级为C30，配置HRB335 级纵向受拉钢筋3Φ25(A_s=1473mm²)，配置HPB235 级纵向受压钢筋2Φ16(A_s'=402mm²)，a_s=38mm，a_s'=33mm 。

【要求】：该梁所能承受的极限弯矩设计值M_u并判断是否安全。

解：(1)基本数据准备

$$f_c = 14.3\text{MPa},\ f_t = 1.43\text{MPa},\ \alpha_1 = 1.0,$$
$$f_y = 300\text{MPa},\ f_y' = 210\text{MPa}$$

h_0= 400－38 = 362mm

(2)计算极限弯矩设计值M_u

由公式（5.21），有

$$x=\frac{f_yA_s-f'_yA'_s}{\alpha_1 f_c b}=\frac{300\times1473-210\times402}{1.0\times14.3\times200}=125\text{mm}$$

由公式（5.22），有

$$M_u=\alpha_1 f_c bx(h_0-\frac{x}{2})+f'_yA'_s(h_0-d'_s)$$

$$=1.0\times14.3\times200\times125\times(362-\frac{125}{2})+210\times402\times(362-33)$$

$$=135\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_u=135\ \text{kN}\cdot\text{m}>M=125\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

(3)验算适用条件：

$$\xi_b=0.550>\xi=\frac{x}{h_0}=\frac{218}{546}=0.399$$

$$x=150\text{mm}\geq 2a'_s=2\times33=66\text{mm}$$

【题5.6】已知某钢筋混凝土双筋矩形截面梁，承受荷载弯矩设计值M=420kN·m，混凝土截面尺寸为$b\times h$ = 300mm×600mm，环境类别为一类，安全等级为二级，混凝土强度等级为 C20，配置 HRB335 级纵向受压钢筋3Φ25(A'_s= 1473mm²，a'_s= 42.5mm）。

【要求】设计纵向受拉钢筋 A_s。

【解】 (1)基本数据准备

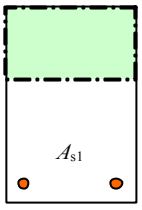
$$f_c = 9.6\,\text{MPa},\quad f_t = 1.1\text{MPa},\quad \alpha_1 = 1.0,$$
$$f_y = 300\text{MPa},\quad f'_y = 300\text{MPa}$$

估计受拉钢筋布置成两排

$$h_0 = 600 - 65 = 535\text{mm}$$

(2)纵向受拉钢筋面积 A_s

a. 计算A_{s2}和M_{u2}

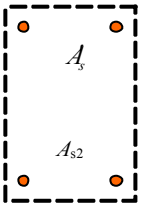


$$A_{s2} = \frac{f_y' A_s'}{f_y} = \frac{300\times 1473}{300} = 1473\,\text{mm}^2$$

$$M_{u2} = f_y A_{s2}(h_0 - a_s') = 300\times 1473\times(535-42.5) = 217.6\,\text{kNm}$$

b. 计算M_{u1}

$$M_{u1} = M - M_{u2} = 420 - 217.6 = 202.4\,\text{kNm}$$



c. 计算A_{s1}（单筋矩形截面梁）

$$\alpha_s = \frac{M_{u1}}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = \frac{202.4\times10^6}{9.6\times300\times535^2} = 0.246$$

$$\xi = 1-\sqrt{1-2\alpha_s} = 0.287$$

$$\gamma = 1-0.5\xi = 0.857$$

$$A_{s1} = \frac{M_{u1}}{f_y \gamma h_0} = \frac{202.4\times10^6}{300\times0.857\times535} = 1471\text{mm}^2$$

或 $$A_{s1} = \frac{\alpha_1 \xi f_c b h_0}{f_y} = \frac{1.0\times0.287\times9.6\times300\times535}{300} = 1474\text{mm}^2$$

d. 计算 A_s

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 1471 + 1473 = 2944\,\text{mm}^2$$

(3)验算适用条件

$$\xi = 0.287 < \xi_b = 0.550$$

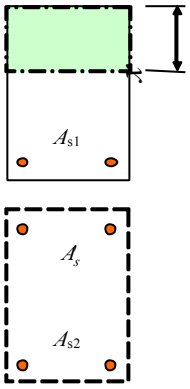
$$x = \xi h_0 = 0.287\times535 = 154\,\text{mm} > 2a_s' = 85\,\text{mm}$$

选 $6\underline{\phi}25$, $A_s = 2945\text{mm}^2$

【题5.7】已知条件除纵向受压钢筋外与5.6相同。

【要求】设计纵向受拉钢筋 A_s、纵向受压钢筋 A'_s。

【解】 (1)基本数据准备（同上例）



(2)计算A_s、A'_s。

查表（5.3） $\xi_b=0.550$

$$\alpha_{s,max}=\xi_b(1-0.5\xi_b)=0.399$$

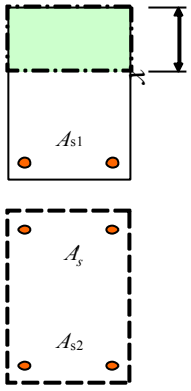
$$\gamma_{s,max}=1-0.5\xi_b=0.725$$

由公式（5.26），有

$$M_{u1}=\alpha_{s,max}\cdot\alpha_1 f_c b h_0^2$$

$$=0.399\times1.0\times9.6\times300\times535^2=329\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

由公式（5.33）



$$A_{s1}=\frac{M_{u1}}{\gamma_s h_0 f_y}=\frac{329\times10^6}{0.725\times535\times300}=2827\,\text{mm}^2$$

$$M_{u2}=M-M_{u1}=420-327=91\,\text{kNm}$$

由公式（5.34）

$$A_{s2}=\frac{M_{u2}}{f_y(h_0-a'_s)}=\frac{91\times10^6}{300\times(535-42.5)}=616\,\text{mm}^2$$

由公式（5.35）

$$A_s=\frac{f_y A_{s2}}{f'_y}=\frac{300\times616}{300}=616\,\text{mm}^2$$

$$A_s=A_{s1}+A_{s2}=2827+616=3443\,\text{mm}^2$$

比较

题5.6总用钢量

$$A_s + A_s' = 2944 + 1473 = 4417\,\text{mm}^2$$

题5.7总用钢量

$$A_s + A_s' = 3443 + 616 = 4059\,\text{mm}^2$$

结论

充分利用混凝土的抗压能力，可使**总用钢量**最省

【题5.8】已知某钢筋混凝土T形截面独立梁，承受荷载弯矩设计值M=220kN·m，截面尺寸为b_f'=500mm，b=250mm，h_f'=800mm，h=600mm，安全等级为二级，混凝土强度等级为C30，配置HRB335 级纵向受拉钢筋5Φ20（A_s=1571mm²），a_s=35mm。

【要求】：该梁所能承受的极限弯矩设计值M_u并判断是否安全。

解：(1)基本数据准备

$$f_c = 14.3\,\text{MPa},\ f_t = 1.43\text{MPa},\ \alpha_1 = 1.0, f_y = 300\,\text{MPa}$$

h_0= 600－35= 565mm

(2)判断所属截面类型

$$\alpha_1 f_c b_f' h_f' = 1.0\times14.3\times500\times80 = 572000\text{N}$$
$$> f_y A_s = 300\times1571 = 471300\text{N}$$

由式(5.37)知，属于**第一类T 形截面**

$$x=\frac{f_yA_s}{\alpha_1 f_c b'_f}=\frac{300\times1571}{1.0\times14.3\times500}=65.9\,\text{mm}$$

$$\le \xi_b h_0=0.550\times565=310.8\text{mm}$$

$$M_u=\alpha_1 f_c b'_f x(h_0-\frac{x}{2})=1.0\times14.3\times500\times65.9\times(565-\frac{65.9}{2})=250.7\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$>M=220\,\text{kN}\cdot\text{m}$$ **安全**

$$\rho_{\min}=\max\left\{0.2,45\frac{f_t}{f_y}\right\}\%=\max\left\{0.2,45\times\frac{1.43}{300}\right\}\%$$

$$=\max\{0.2,\ 0.215\}\%=0.215\%$$

$$<\rho=\frac{A_s}{bh_0}=\frac{1571}{250\times565}=1.11\%$$

【题5.9】已知某钢筋混凝土T形截面梁，承受荷载弯矩设计值M=500kN·m，截面尺寸为b'_f=600mm，b=250mm，h'_f=100mm，h=800mm，安全等级为二级，混凝土强度等级为C20，配置HRB335 级纵向受拉钢筋8Φ20（A_s=2513mm²），a_s=35mm。

【要求】：该梁所能承受的极限弯矩设计值M_u并判断是否安全。

解：(1)基本数据准备

$$f_c=9.6\,\text{MPa},\ f_t=1.1\text{MPa},\ \alpha_1=1.0,f_y=300\,\text{MPa}$$

h_0= 800－35 = 765mm

(2)判断所属截面类型

$$\alpha_1 f_c b_f' h_f'=1.0\times9.6\times600\times100=576000\text{N}$$

$$<f_yA_s=300\times2513=753900\text{N}$$

由式(5.37)知，属于**第二类T 形截面**

(3)计算极限弯矩设计值 M_u

由公式(5.45)，有

$$x=\frac{f_y A_s-\alpha_1 f_c(b'_f-b)h'_f}{\alpha_1 f_c b}$$

$$=\frac{300\times 2513-1.0\times 9.6\times(600-250)\times 100}{1.0\times 9.6\times 250}=174\text{mm}$$

由公式(5.44),有

$$M_u=\alpha_1 f_c bx(h_0-\frac{x}{2})+\alpha_1 f_c(b'_f-b)h'_f(h_0-\frac{h'_f}{2})$$

$$=1.0\times 9.6\times 250\times 174\times(765-\frac{174}{2})$$

$$+1.0\times 9.6\times(600-250)\times 100\times(765-\frac{100}{2})=523\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

(4)验算适用条件

（1）查表（5.3）

$$\xi_b=0.550>\xi=\frac{x}{h_0}=\frac{174}{765}=0.308$$

(2)由式(5.13),有

$$\rho_{\min}=\max\left\{0.2,45\frac{f_t}{f_y}\right\}\%=\max\left\{0.2,45\times\frac{1.1}{300}\right\}\%$$

$$=\max\{0.2，0.165\}\%=0.2\%$$

$$<\rho=\frac{A_s}{bh_0}=\frac{2513}{250\times 765}=1.3\%$$

$$M_u=523\,\text{kN}\cdot\text{m}>M=500\,\text{kN}\cdot\text{m}$$ **安全**

【题5.10】已知某钢筋混凝土T形截面梁，承受荷载弯矩设计值 M=600kN·m，截面尺寸为 b'_f=600mm， b=300mm， h'_f=120mm，h=700mm，安全等级为二级，混凝土强度等级为 C25，配置 HRB335 级纵向受拉钢筋。

【要求】：所需纵向受拉钢筋的截面面积 A_s 。

解：(1)基本数据准备

$f_c=11.9\,\text{MPa},\ f_t=1.27\,\text{MPa},\ \alpha_1=1.0, f_y=300\,\text{MPa}$

估计受拉钢筋布置成两排 h_0= 700—60 = 640mm

(2)判断所属截面类型

$$\alpha_1 f_c b'_f h'_f\left(h_0-\frac{h'_f}{2}\right)=1.0\times11.9\times600\times120\times(640-\frac{120}{2})$$

$$=497\,\text{kN}\cdot\text{m}<M=600\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

由式(5.39)知，属于**第二类T 形截面**

(3)计算受拉钢筋面积A_s

由公式(5.46),有

$$A_{s2}=\frac{\alpha_1 f_c(b'_f-b)h'_f}{f_y}=\frac{1.0\times11.9\times(600-300)\times120}{300}=1428\text{mm}^2$$

由公式(5.47),有

$$M_{u2}=f_y A_{s2}\left(h_0-\frac{h'_f}{2}\right)=300\times1428\times(640-\frac{120}{2})=248.47\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{u1}=M-M_{u2}=600-248.47=351.53\,\text{kNm}$$

由公式(5.32),有

$$\alpha_s=\frac{M}{\alpha_1 f_c b h_0^2}=\frac{351.53\times10^6}{1.0\times11.9\times300\times640^2}=0.24$$

$$\xi=1-\sqrt{1-2\alpha_s}=0.279\qquad \gamma_s=1-0.5\xi=0.86$$

由公式(5.33),有

$$A_{s1}=\frac{M_{u1}}{\gamma_s h_0 f_y}=\frac{351.53\times10^6}{0.86\times640\times300}=2129\text{mm}^2$$

$$A_s=A_{s1}+A_{s2}=2129+1428=3557\text{ mm}^2$$

(4)验算适用条件

(1)查表（5.3）　　$\xi_b=0.550>\xi=0.258$

(2)由式(5.13),有

$$\rho_{\min}=\max\left\{0.2,45\frac{f_t}{f_y}\right\}\%==\max\{0.2,\ 0.19\}\%=0.2\%$$

$$<\rho=\frac{A_s}{bh_0}=\frac{3557}{300\times640}=1.85\%$$

根据所需钢筋面积选配钢筋　$6\underline{\phi}25+2\underline{\phi}22(A_s=3705\text{mm}^2)$

第六章　斜截面抗剪

【题6. 1】已知某承受均布荷载的钢筋混凝土矩形截面简支梁截面尺寸为$b\times h$=250mm×600mm，　a_s=40mm, 采用混凝土强度等级为C20，箍筋采用HPB235级。剪力设计值为V= 150kN，环境类别为一类。采用ϕ6 双肢箍筋。

【要求】试设计箍筋间距s。

【解】　(1)基本数据准备

$$f_c=9.6\,\text{MPa},\ f_t=1.1\,\text{MPa},\ \beta_c=1.0,f_{yv}=210\text{MPa}$$

h_0= 600－40= 560mm

(2)验算截面限制条件

$$\frac{h_w}{b}=\frac{560}{200}=2.8<4$$　　属于一般梁

$$V=150\text{kN}\le0.25\beta_c f_c b h_0=0.25\times1.0\times9.6\times250\times560=336\text{kN}$$

(3)检查是否需按计算设置箍筋

$$V=150\text{kN}>0.7f_tbh_0=0.7\times1.1\times250\times560=107.8\text{kN}$$

需要按计算配置箍筋

(4)设计箍筋

选用双肢Φ6箍筋(直径满足表6.1要求)

$$A_{sv}=nA_{sv1}=2\times28.7=56.6\text{ mm}^2$$

$$s\le\frac{1.25h_0A_{sv}f_{yv}}{V-0.7f_tbh_0}=\frac{1.25\times560\times56.6\times210}{150\times10^3-107800}=197\text{ mm}$$

选 $s=180\text{mm}<s_{\max}=200\text{mm}$

$$\rho_{sv}=\frac{A_{sv}}{bs}=\frac{56.6}{250\times180}=0.1258\%>0.24\frac{f_t}{f_{yv}}=0.24\times\frac{1.1}{210}=0.1257\%$$

可以

【题6. 2】某T 形截面简支梁截面尺寸$b\times h=200\text{mm}\times500\text{mm}$（取$a_s=35$ mm），$b'_f=400$ mm，$h'_f=100$ mm；采用C25 混凝土，箍筋为HPB235 级钢筋；以承受集中荷载为主，支座边剪力设计值为$V=120$kN，剪跨比$\lambda=3$。环境类别为一类。

【要求】试设计箍筋。

【解】 (1)基本数据准备

$$f_c=11.9\text{MPa},\ f_t=1.27\text{MPa},\ \beta_c=1.0,\ f_{yv}=210\text{MPa}$$

$$h_0=600-40=560\text{mm}$$

(2)验算截面限制条件

$$\frac{h_w}{b}=\frac{500-100-35}{200}=1.825<4$$ 属于一般梁

$$V=120\text{kN}\le0.25\beta_cf_cbh_0=0.25\times1.0\times11.9\times200\times465=277\text{kN}$$

(3)检查是否需按计算设置箍筋

$$V=120\,\text{kN}>\frac{1.75}{\lambda+1}f_t bh_0=\frac{1.75}{4}\times1.27\times200\times465=51.7\,\text{kN}$$

需要按计算配置箍筋

(4)设计箍筋

选用双肢ϕ8箍筋(直径满足表6.1要求)

$$A_{sv}=nA_{sv1}=2\times50.3=100.6\,\text{mm}^2$$

$$s\le\frac{h_0A_{sv}f_{yv}}{V-\frac{1.75}{\lambda+1}f_tbh_0}=\frac{465\times100.6\times210}{120\times10^3-51700}=144\,\text{mm}$$

选 $s=140\,\text{mm}<s_{\max}=200\,\text{mm}$

$$\rho_{sv}=\frac{A_{sv}}{bs}=\frac{100.6}{200\times140}=0.36\%>0.24\frac{f_t}{f_{yv}}=0.24\times\frac{1.27}{210}=0.15\%$$

可以

【题6.3】已知：某均布荷载作用下的钢筋混凝土矩形截面简支梁，计算跨度l_0=6000mm，净跨l_n=5740 mm，截面尺寸$b\times h$=250mm× 550mm，采用C30混凝土，HRB335级纵向钢筋和HPB235 级箍筋。若梁的纵向受拉钢筋为 4ϕ22（a_s=36 mm）。

【要求】：当采用ϕ6@130双肢箍筋时，梁所能承受的荷载设计值p?

【解】 (1)基本数据准备

$$f_c=14.3\,\text{MPa},\quad f_t=1.43\,\text{MPa},\quad \beta_c=1.0,$$

$$f_y=300\,\text{MPa},\quad f_{yv}=210\,\text{MPa}$$

h_0= 550—36 = 514mm

$$A_s=1520\,\text{mm}^2$$

$$A_{sv}=nA_{sv1}=2\times28.3=56.6\,\text{mm}^2$$

(2)按正截面抗弯承载力计算所能承受的均布荷载设计值 p_1

$$x=\frac{f_yA_s}{\alpha_1 f_c b}=\frac{300\times1520}{1.0\times14.3\times250}=127.6\text{mm}$$

$$\le \xi_b h_0=0.55\times514=282.7\text{mm}$$

$$M_u=\alpha_1 f_c bx(h_0-\frac{x}{2})=1.0\times14.3\times250\times127.6\times(514-\frac{127.6}{2})=205.4\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$p_1=\frac{8M_u}{l_0^2}=\frac{8\times205.4}{6^2}=45.6\text{kN/m}$$

$$\rho_{\min}=\max\left\{0.2,45\frac{f_t}{f_y}\right\}\%=\max\left\{0.2,45\times\frac{1.43}{300}\right\}\%$$

$$=\max\{0.2，0.215\}\%=0.215\%$$

$$<\rho=\frac{A_s}{bh_0}=\frac{1520}{250\times514}=1.18\%$$

(3)按斜截面抗剪承载力计算所能承受的均布荷载设计值 p_2

$$V_u=V_{cs}=0.7f_tbh_0+1.25\frac{h_0}{s}A_{sv}f_{yv}$$

$$=0.7\times1.43\times250\times514+1.25\times\frac{514}{130}\times56.6\times210\approx187.4\text{kN}$$

$$V_u=187.4kN\le0.25\beta_c f_c bh_0=0.25\times1\times14.3\times250\times514=459.4\text{kN}$$

$$p_2=\frac{2V_u}{l_n}=\frac{2\times187.4}{5.74}=65.3\text{kN/m}$$

$$\rho_{sv}=\frac{A_{sv}}{bs}=\frac{56.6}{250\times130}=0.17\%\ge0.24\frac{f_t}{f_{yv}}=0.24\times\frac{1.43}{210}=0.16\%$$

(4)该梁能承受的均布荷载设计值 p

$$p=\min(p_1，p_2)=\min(45.6，65.3)=45.6\text{kN/m}$$

第七章　抗　扭

【题7.1】有一钢筋混凝土矩形截面构件，截面尺寸为 $b\times h=250\text{mm}\times400\text{mm}$；承受的**扭矩设计值为 $T=12.5\text{kN·m}$**；混凝土强度等级采用C25，纵向钢筋采用HRB335 钢筋，箍筋采用HPB235 钢筋。试计算所需要的受扭纵向钢筋和箍筋，并画出截面的配筋图。

解：(1)基本数据准备

$f_c=11.9\text{MPa},\ f_t=1.27\text{MPa},\ f_y=300\text{MPa},\ f_{yv}=210\text{MPa}$

钢筋保护层厚度

$c=25\text{mm},\quad h_{cor}=400-2\times25=350\text{mm}$

$b_{cor}=250-2\times25=200\text{mm}$

$A_{cor}=b_{cor}\times h_{cor}=200\times350=70000\text{mm}^2$

$U_{cor}=2(b_{cor}+h_{cor})=2\times(200+350)=1100\text{mm}$

(2)验算截面尺寸

$$W_t=\frac{b^2}{6}(3h-b)=\frac{250^2}{6}(3\times400-250)=9.9\times10^6\,\text{mm}^3$$

$$\frac{T}{W_t}=\frac{12.5\times10^6}{9.9\times10^6}=1.26\text{MPa}$$

$$\le0.2\beta_c f_c=0.2\times11.9=2.38\text{MPa}$$

$$>0.7f_t=0.7\times1.27=0.89\text{MPa}$$

需计算配筋

(3)受扭计算

受扭箍筋：设 $\zeta=1.2$

$$\frac{A_{st1}}{s}=\frac{T-0.35f_tW_t}{1.2\sqrt{\zeta}f_{yv}A_{cor}}=\frac{12.5\times10^6-0.35\times1.27\times9.9\times10^6}{1.2\times\sqrt{1.2}\times210\times70000}=0.42$$

选ϕ8箍筋　　$s\le\dfrac{50.3}{0.42}=119\,\text{mm}$　　**选**　$s=110\,\text{mm}$

验算 $\rho_{sv}=\dfrac{A_{sv}}{b\cdot s}=\dfrac{2\times 50.3}{250\times 110}=0.37\%\geq$

$\rho_{sv,\min}=\dfrac{A_{sv,\min}}{b\cdot s}=0.28\times\dfrac{f_t}{f_{yv}}=0.28\times\dfrac{1.27}{210}=0.17\%$

受扭纵筋

$$A_{stl}=\zeta\frac{A_{st1}}{s}\frac{f_{yv}}{f_y}u_{cor}=1.2\times 0.42\times\frac{210\times 1100}{300}=388\text{mm}^2$$

$$\rho_{tl}=\frac{A_{stl}}{b\cdot h}=\frac{388}{250\times 400}=0.39\%$$

$$\geq\rho_{tl,\min}=\frac{A_{tl,\min}}{b\cdot h}=0.6\sqrt{\frac{T}{Vb}}\frac{f_t}{f_y}=0.6\times\sqrt{2}\frac{1.27}{250}=0.43\%$$

选 $4\underline{\phi}12$ $A_s=452\text{mm}^2$

【题7.2】已知钢筋混凝土矩形构件截面尺寸为 $b\times h=$ 300mm×700mm；承受的**扭矩设计值为 $T=12.5$kN·m**；混凝土强度等级采用C30，纵筋采用HRB335 钢筋，箍筋采用HPB235 钢筋。均布荷载作用下的**剪力设计值 $V=245$kN**；假定纵向受力钢筋为两排，取 h_0 =640mm，混凝土的保护层厚度为 25mm；试计算截面配筋。

解：(1)基本数据准备

$f_c=14.3\,\text{MPa},\ f_t=1.43\text{MPa},\ f_y=300\text{MPa},\ f_{yv}=210\text{MPa}$

纵筋钢筋保护层厚度

c =25mm, h_{cor}= 700—2×25=650mm

b_{cor}= 300—2×25=250mm

$A_{cor}=b_{cor}\times h_{cor}=250\times 650=162500\text{mm}^2$

$U_{cor}=2(b_{cor}+h_{cor})=2\times(250+650)=1800\text{mm}$

(2)验算截面尺寸

$$W_t=\frac{b^2}{6}(3h-b)=\frac{300^2}{6}(3\times700-300)=27\times10^6\,\text{mm}^3$$

$$\frac{V}{bh_0}+\frac{T}{0.8W_t}=\frac{245\times10^3}{300\times665}+\frac{12.5\times10^6}{0.8\times27\times10^6}=1.81\text{MPa}$$

$$\le 0.2\beta_c f_c=0.2\times14.3=2.86\text{MPa}$$

$$>0.7f_t=0.7\times1.43=1.00\text{MPa}$$

需计算配筋

(3)确定剪扭构件计算方法

$$V=245\,\text{kN}>0.35f_tbh_0=0.35\times1.43\times300\times665=99.8\,\text{kN}$$

$$T=12.5\,\text{kN}\cdot\text{m}>0.175f_tW_t=0.175\times1.43\times27\times10^6=6.8\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

需考虑剪扭共同作用

(4)受剪计算

$$\beta_t=\frac{1.5}{1+0.5\dfrac{V}{T}\dfrac{W_t}{bh_0}}=\frac{1.5}{1+0.5\times\dfrac{245}{12.5}\times\dfrac{27\times10^6}{300\times665}}=0.64<1$$

计算受剪箍筋，设箍筋肢数 $n=2$

$$\frac{A_{sv1}}{s}=\frac{V-0.7(1.5-\beta_t)f_tbh_0}{1.5nf_{yv}h_0}=\frac{245\times10^3-0.7(1.5-0.64)\times1.43\times300\times665}{1.5\times2\times210\times665}=0.17$$

(5)受扭计算

受扭箍筋：设 $\zeta=1.2$

$$\frac{A_{st1}}{s}=\frac{T-0.35\beta_t f_tW_t}{1.2\sqrt{\zeta}\,f_{yv}A_{cor}}=\frac{12.5\times10^6-0.35\times0.64\times1.43\times27\times10^6}{1.2\times\sqrt{1.2}\times210\times162500}=0.09$$

受扭纵筋

$$A_{stl}=\zeta\frac{A_{st1}}{s}\frac{f_{yv}}{f_y}u_{cor}=1.2\times0.09\times\frac{210\times1800}{300}=136\text{mm}^2$$

$$\frac{T}{Vb}=\frac{12.5\times10^6}{245\times10^3\times300}=0.17<2$$

$$\rho_{tl}=\frac{A_{stl}}{b\cdot h}=\frac{136}{300\times700}=0.06\%$$

$$<\rho_{tl\min}=\frac{A_{tl,\min}}{b\cdot h}=0.6\sqrt{\frac{T}{Vb}}\frac{f_t}{f_y}=0.6\times\sqrt{0.17}\frac{1.43}{300}=0.11\%$$

取 $A_{stl}=\rho_{tl\min}bh=0.11\%\times300\times700=231\text{mm}^2$

选 $4\underline{\phi}10$ $A_s=314\text{mm}^2$

(6)配箍筋

$$\frac{A_{sv}}{s}=\frac{A_{st1}}{s_t}+\frac{A_{sv1}}{s_v}$$

选用双肢φ10箍筋 $A_{sv1}=78.5\text{mm}^2$

$$s=\frac{A_{sv}}{\frac{A_{st1}}{s}+\frac{A_{sv1}}{s}}=\frac{2\times50.3}{0.17+0.09}=387\text{mm},\quad \text{取}s=180\text{mm}$$

验算

$$\rho_{sv}=\frac{A_{sv}}{b\cdot s}=\frac{2\times50.3}{300\times180}=0.19\%\geq$$

$$\rho_{sv,\min}=\frac{A_{sv,\min}}{b\cdot s}=0.28\times\frac{f_t}{f_{yv}}=0.28\times\frac{1.43}{210}=0.19\%$$

【题7.3】已知某一均布荷载作用下的钢筋混凝土矩形构件的截面尺寸为$b\times h=250\text{mm}\times400\text{ mm}$；承受的**弯矩设计值为$M=52\text{kN}\cdot\text{m}$，扭矩设计值为$T=3.5\text{kN}\cdot\text{m}$，剪力设计值$V=35\text{kN}$**；混凝土强度等级采用C25，纵筋采用HRB335钢筋，箍筋采用HPB235钢筋；混凝土的保护层厚度为25mm；试计算截面配筋，并画出截面配筋图。

解：(1)基本数据准备

$f_c=11.9\,\text{MPa},\ f_t=1.27\,\text{MPa},\ f_y=300\text{MPa},\ f_{yv}=210\,\text{MPa}$

钢筋保护层厚度

$c=25\text{mm},\quad h_{cor}=400-2\times25=350\text{mm}$

$b_{cor}=250-2\times25=200\text{mm}$

$A_{cor}=b_{cor}\times h_{cor}=200\times350=70000\text{mm}^2$

$U_{cor}=2(b_{cor}+h_{cor})=2\times(200+350)=1100\text{mm}$

(2)验算截面尺寸

$$W_t=\frac{b^2}{6}(3h-b)=\frac{250^2}{6}(3\times400-250)=9.9\times10^6\,\text{mm}^3$$

$$\frac{V}{bh_0}+\frac{T}{0.8W_t}=\frac{35\times10^3}{250\times365}+\frac{3.5\times10^6}{0.8\times9.9\times10^6}=0.83\text{MPa}<0.7f_t=0.7\times1.43=1.00\text{MPa}$$

构造配筋

(3)确定剪扭构件计算方法

$$V=35\text{kN}<0.35f_tbh_0=0.35\times1.27\times250\times365=40.6\,\text{kN}$$

$$T=3.5\,\text{kN}\cdot\text{m}>0.175f_tW_t=0.175\times1.27\times9.9\times10^6=2.2\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

不考虑剪力作用

(4)受扭计算

受扭箍筋：设 $\zeta = 1.2$

$$\frac{A_{st1}}{s} = \frac{T - 0.35 f_t W_t}{1.2\sqrt{\zeta} f_{yv} A_{cor}} = \frac{3.5\times10^6 - 0.35\times1.27\times9.9\times10^6}{1.2\times\sqrt{1.2}\times210\times70000} < 0$$

$$\rho_{sv,\min} = \frac{A_{sv,\min}}{b\cdot s} = 0.28\times\frac{f_t}{f_{yv}} = 0.28\times\frac{1.27}{210} = 0.17\%$$

选Φ8箍筋

$$s = \frac{A_{sv}}{\rho_{sv,\min}\cdot b} = \frac{50.3}{0.17\%\times250} = 118\text{ mm} \qquad \text{取}s=100\text{mm}$$

受扭纵筋

$$A_{stl} = \zeta\frac{A_{st1}}{s}\frac{f_{yv}}{f_y}u_{cor} = 1.2\times\frac{50.3}{100}\times\frac{210\times1100}{300} = 465\text{ mm}^2$$

上、中部各配 $2\phi10$ $A_s = 157\text{mm}^2$

$$\frac{T}{Vb} = \frac{3.5\times10^6}{35\times10^3\times250} = 0.4 < 2$$

$$\rho_{tl} = \frac{A_{stl}}{b\cdot h} = \frac{465}{250\times400} = 0.47\%$$

$$\geq \rho_{t,\min} = \frac{A_{tl,\min}}{b\cdot h} = 0.6\sqrt{\frac{T}{Vb}}\frac{f_t}{f_y} = 0.6\times\sqrt{\frac{3.5}{35\times0.25}}\frac{1.27}{300} = 0.16\%$$

(4)受弯计算

$$\alpha_s = \frac{M}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = \frac{52\times10^6}{1.0\times11.9\times250\times365^2} = 0.131$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1-2\alpha_s} = 0.14$$

$$A_s = \frac{\alpha_1\xi f_c b h_0}{f_y} = \frac{1.0\times0.140\times11.9\times250\times365}{300} = 507\text{ mm}^2$$

下部 $A_s = 507 + \frac{465}{3} = 662\text{ mm}^2$

选 $3\phi18$ $A_s = 763\text{mm}^2$

第八章　偏心受力

【题8.1】已知矩形截面偏心受压构件，截面尺寸 400mm×600mm，承受轴向力设计值 N=1550kN，弯矩设计值 M=375.2kN·m；构件计算长度 l_0= 6.6m。采用C25混凝土，HRB335 级钢筋。
求：纵向钢筋截面面积。

解：（1）计算偏心距增大系数 η

$$l_0/h = 6600/600 = 11 > 5$$ **应考虑偏心矩增大系数 η 的影响**

$$e_0 = M/N = \frac{375.2}{1550}\times 10^3 = 242\,\text{mm}$$

$$e_a = \max\left\{20,\ \frac{h}{30}\right\} = 20\text{mm},\quad e_i = e_0 + e_a = 262\text{mm}$$

设 $a_s = a_s' = 40\,\text{mm}$，则 $h_0 = h - a_s = 560\,\text{mm}$

$$\zeta_1 = \frac{0.5 f_c A}{N} = \frac{0.5\times 11.9\times 400\times 600}{1550\times 10^3} = 0.921 < 1$$

$$\zeta_2 = 1.15 - 0.01\frac{l_0}{h} = 1.15 - 0.01\frac{6600}{600} = 1.04 > 1,\ \text{取}\ \zeta_2 = 1$$

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400\times\frac{262}{560}}\left(\frac{6600}{600}\right)^2 \times 0.924\times 1 = 1.717$$

（2）初步判断大、小偏心

$$\eta e_i = 1.171\times 262 = 306.7\text{mm} > 0.3h_0 = 168\text{mm}$$

可先按大偏心受压计算

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = 306.7 + 300 - 40 = 566.7\text{mm}$$

（3）计算配筋

令 $\xi = \xi_b = 0.55$

$$A_s = \frac{\gamma_0 Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi_b (1 - \frac{\xi_b}{2})}{f_y'(h_0 - a_s')} = 1815.1\,\text{mm}^2 > 0.002bh = 480\ \text{mm}^2$$

$$A_s=\frac{\alpha_1 f_c b h_0 \xi_b + f'_y A'_s - \gamma_0 N}{f_y}$$

$$=\frac{1\times 11.9\times 400\times 560\times 0.55+300\times 1815.1-1\times 155\times 10^4}{300}=1535.4\text{mm}^2$$

$$>0.002bh=480\text{mm}^2$$

$$\frac{A_s+A'_s}{bh}=\frac{1535.4+1815.1}{400\times 600}=0.014>\rho'_{\min}=0.006$$

（4）垂直于弯矩作用平面内的承载力复合

$$l_0/b=6600/400=16.5 \quad \text{查表4-1得 } \varphi=0.86$$

$$N\le N_u=0.9\varphi\left[f_c A+f'_y(A_s+A'_s)\right]=2988.5\text{kN}>1550\text{kN}$$

合格

【题8.2】已知方形截面柱尺寸为 b=400mm，h=400mm，柱高3.75m。构件一端固定，一端自由。承受轴向压力设计值 N=418kN，M=97kN·m。采用C30 混凝土，HRB400 钢筋，结构重要性系数为1.0。

求：纵向钢筋截面面积。

解：（1）计算偏心距增大系数 η

$$l_0/h=2\times 3750/400=18.75>5$$ **应考虑偏心矩增大系数 η 的影响**

$$e_0=M/N=\frac{97}{418}\times 10^3=232\text{mm}$$

$$e_a=\max\left\{20,\ \frac{h}{30}\right\}=20\text{mm},\quad e_i=e_0+e_a=252\text{mm}$$

设 $a_s=a'_s=40\text{mm}$，则 $h_0=h-a_s=360\text{mm}$

$$\zeta_1=\frac{0.5 f_c A}{N}=\frac{0.5\times 14.3\times 400\times 400}{418\times 10^3}=2.74>1,\ \text{取}\zeta_1=1$$

$$\zeta_2 = 1.15 - 0.01\frac{l_0}{h} = 1.15 - 0.01\frac{2\times 3750}{400} = 0.96 < 1$$

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400\times\frac{252}{360}}\left(\frac{7500}{400}\right)^2 \times 1 \times 0.96 = 1.344$$

（2）初步判断大、小偏心

$$\eta e_i = 1.344\times 252 = 338.7\text{mm} > 0.3h_0 = 108\text{mm}$$

可先按大偏心受压计算

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = 338.7 + 200 - 40 = 498.7\text{mm}$$

（3）计算配筋

令 $\xi = \xi_b = 0.518$

$$A_s = \frac{\gamma_0 Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi_b (1 - \frac{\xi_b}{2})}{f_y'(h_0 - a_s')} = -660\ \text{mm}^2 < 0.002bh = 320\ \text{mm}^2$$

取 $A_s = 320\text{mm}^2$

$$\alpha_s = \frac{\gamma_0 Ne - f_y' A_s'(h_0 - a_s')}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = 0.231$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s} = 0.267 < \xi_b \text{（大偏心）}$$

$$x = \xi h_0 = 0.267\times 360 = 96.1\text{mm} > 2a_s' = 80\text{mm}$$

$$A_s = \frac{\alpha_1 f_c b h_0 \xi + f_y' A_s' - \gamma_0 N}{f_y}$$

$$= \frac{1\times 14.3\times 400\times 360\times 0.267 + 360\times 320 - 1\times 418\times 10^3}{360} = 686\text{mm}^2$$

$$> \max\{0.002, 0.45\times\frac{1.43}{300}\}bh = 0.2145\%\times 400^2 = 343\ \text{mm}^2$$

$$\frac{A_s+A_s'}{bh}=\frac{686+320}{400\times400}=0.0063>\rho_{\min}'=0.006$$

（4）垂直于弯矩作用平面内的承载力复合

$$l_0/b=7500/400=18.75 \quad \text{查表4-1得 } \varphi=0.79$$

$$N\le N_u=0.9\varphi\left[f_cA+f_y'(A_s+A_s')\right]=1884.3\text{kN}>1550\text{kN}$$

合格

【题8.3】已知方形截面柱尺寸为 b=400mm，h=400mm，柱高3.75m。构件一端固定，一端自由。承受轴向压力设计值 ***N*=460kN**，M=97kN·m。采用C30 混凝土，HRB400 钢筋，结构重要性系数为1.0。

求：纵向钢筋截面面积。

解：（1）计算偏心距增大系数 η

$$l_0/h=2\times3750/400=18.75>5$$ **应考虑偏心矩增大系数 η 的影响**

$$e_0=M/N=\frac{97}{460}\times10^3=211\text{mm}$$

$$e_a=\max\left\{20,\ \frac{h}{30}\right\}=20\text{mm},\quad e_i=e_0+e_a=231\text{mm}$$

设$a_s=a_s'=40\text{ mm}$，则$h_0=h-a_s=560\text{ mm}$

$$\zeta_1=\frac{0.5f_cA}{N}=\frac{0.5\times14.3\times400\times400}{460\times10^3}=2.49>1,\ \text{取}\zeta_1=1$$

$$\zeta_2 = 1.15 - 0.01\frac{l_0}{h} = 1.15 - 0.01\frac{2\times 3750}{400} = 0.96 < 1$$

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400\times\frac{231}{360}}\left(\frac{7500}{400}\right)^2 \times 1 \times 0.96 = 1.376$$

（2）初步判断大、小偏心

$$\eta e_i = 1.376\times 231 = 317.8\text{mm} > 0.3h_0 = 108\text{mm}$$

可先按大偏心受压计算

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = 317.8 + 200 - 40 = 477.8\text{mm}$$

（3）计算配筋

令 $\xi = \xi_b = 0.518$

$$A_s = \frac{\gamma_0 Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi_b (1 - \frac{\xi_b}{2})}{f_y'(h_0 - a_s')} = -562\ \text{mm}^2 < 0.002bh = 320\ \text{mm}^2$$

取 $A_s = 320\text{mm}^2$

$$\alpha_s = \frac{\gamma_0 Ne - f_y' A_s (h_0 - a_s')}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = 0.247$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s} = 0.289 < \xi_b \text{（大偏心）}$$

$$x = \xi h_0 = 0.289\times 360 = 104\,\text{mm} > 2a_s' = 80\,\text{mm}$$

$$A_s = \frac{\alpha_1 f_c b h_0 \xi + f_y' A_s' - \gamma_0 N}{f_y}$$

$$= \frac{1\times 14.3\times 400\times 360\times 0.289 + 360\times 320 - 1\times 460\times 10^3}{360} = 695\text{mm}^2$$

$$> \max\{0.002, 0.45\times\frac{1.43}{300}\}bh = 0.2145\%\times 400^2 = 343\ \text{mm}^2$$

$$\frac{A_s+A_s'}{bh}=\frac{695+320}{400\times400}=0.0063>\rho_{\min}'=0.006$$

（4）垂直于弯矩作用平面内的承载力复合

$l_0/b=7500/400=18.75$　查表4-1得 $\varphi=0.79$

$$N\le N_u=0.9\varphi\left[f_cA+f_y'(A_s+A_s')\right]=1886.6\text{kN}>1550\text{kN}$$

合格

【题8.4】已知方形截面柱尺寸为 b=400mm，h=400mm，柱高3.75m。构件一端固定，一端自由。承受轴向压力设计值 ***N*=300kN**，M=97kN·m。采用C30 混凝土，HRB400 钢筋，结构重要性系数为1.0。

求：纵向钢筋截面面积。

解：（1）计算偏心距增大系数 η

$l_0/h=2\times3750/400=18.75>5$　**应考虑偏心矩增大系数 η 的影响**

$$e_0=M/N=\frac{97}{300}\times10^3=323\text{mm}$$

$$e_a=\max\left\{20,\ \frac{h}{30}\right\}=20\text{mm},\quad e_i=e_0+e_a=353\text{mm}$$

设$a_s=a_s'=40\,\text{mm}$，则$h_0=h-a_s=560\,\text{mm}$

$$\zeta_1=\frac{0.5f_cA}{N}=\frac{0.5\times14.3\times400\times400}{300\times10^3}=3.81>1,\ \text{取}\zeta_1=1$$

$$\zeta_2 = 1.15 - 0.01\frac{l_0}{h} = 1.15 - 0.01\frac{2\times 3750}{400} = 0.96 < 1$$

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400\times\frac{353}{360}}\left(\frac{7500}{400}\right)^2 \times 1 \times 0.96 = 1.246$$

（2）初步判断大、小偏心

$$\eta e_i = 1.246\times 353 = 439.8\text{mm} > 0.3h_0 = 108\text{mm}$$

可先按大偏心受压计算

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = 439.8 + 200 - 40 = 599.8\text{mm}$$

（3）计算配筋

令$\xi = \xi_b = 0.518$

$$A_s = \frac{\gamma_0 Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi_b (1 - \frac{\xi_b}{2})}{f_y'(h_0 - a_s')} = -908\ \text{mm}^2 < 0.002bh = 320\ \text{mm}^2$$

取 $A_s = 320\text{mm}^2$

$$\alpha_s = \frac{\gamma_0 Ne - f_y' A_s'(h_0 - a_s')}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = 0.193$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s} = 0.216 < \xi_b \text{（大偏心）}$$

$$x = \xi h_0 = 0.216\times 360 = 77.8\,\text{mm} < 2a_s' = 80\,\text{mm}$$

$$e' = \eta e_i - \frac{h}{2} + a_s' = 439.8 - 200 + 40 = 279.8\text{mm}$$

$$A_s = \frac{\gamma_0 Ne'}{f_y(h_0 - a_s')} = \frac{1.0\times 300\times 10^3 \times 279.8}{360\times(360-40)} = 728.6\text{mm}^2$$

$$> \max\{0.002, 0.45\times\frac{1.43}{300}\}bh = 0.2145\%\times 400^2 = 343\ \text{mm}^2$$

$$\frac{A_s+A_s}{bh}=\frac{729+320}{400\times400}=0.0066>\rho'_{\min}=0.006$$

（4）垂直于弯矩作用平面内的承载力复合

$$l_0/b=7500/400=18.75 \quad \text{查表4-1得 } \varphi=0.79$$

$$N\le N_u=0.9\varphi\left[f_cA+f'_y(A_s+A_s)\right]=1895.3\text{kN}>1550\text{kN}$$

合格

【例题8.5】已知偏心受压柱，截面尺寸 b= 500mm，h= 500mm，计算长度 l_0= 4.2m，承受轴向压力设计值 N= 7500kN，弯矩设计值 M= 25kN·m。采用C50 混凝土，纵筋采用HRB400 级钢筋。

求：纵向钢筋 A'_s 和 A_s。

解： (1)基本数据准备

$$f_c=23.1\text{MPa},\ f_t=1.89\text{MPa},\ f_y=f'_y=360\text{MPa}$$

$$\varepsilon_{cu}=0.0033$$

$$\alpha_1=1.0,\ \beta_1=0.8$$

$$\xi_b=0.518,\ \alpha_{s,\max}=\xi_b(1-0.5\xi_b)=0.384$$

$$\rho_{\min}=\max\left\{0.2,45\frac{f_t}{f_y}\right\}\%=0.236\%,\ \rho'_{\min}=0.2\%$$

（2）计算偏心距增大系数 η

设$a_s = a'_s = 40\,\text{mm}$，则$h_0 = h - a_s = 460\,\text{mm}$

$l_0/h = 4200/500 = 8.4 > 5$，故考虑偏心距增大系数

$$e_0 = M/N = \frac{25}{7500}\times 10^3 = 3.33\,\text{mm}$$

$$e_a = \max\left\{20,\ \frac{h}{30}\right\} = 20\,\text{mm},\quad e_i = e_0 + e_a = 23.3\,\text{mm}$$

$$\zeta_1 = \frac{0.5 f_c A}{N} = \frac{0.5\times 23.1\times 500\times 500}{7500\times 10^3} = 0.385 < 1$$

$$\zeta_2 = 1.15 - 0.01\frac{l_0}{h} = 1.15 - 0.01\frac{4200}{500} = 1.066 > 1,\ \text{取}\ \zeta_2 = 1$$

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400\times\dfrac{23.3}{460}}\left(\frac{4200}{500}\right)^2\times 0.385\times 1 = 1.383$$

（2）初步判断大、小偏心

$\eta e_i = 1.383\times 23.3 = 32.2\,\text{mm} < 0.3h_0 = 138\,\text{mm}$ **可先按小偏心受压计算**

（3）计算配筋A_s

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = 32.2 + 250 - 40 = 242.2\,\text{mm}$$

$$e' = \frac{h}{2} - a'_s - (e_0 - e_a) = 250 - 40 - (3.3 - 20) = 226.7\,\text{mm}$$

$$A_s = \max\begin{cases} \rho_{\min} bh = 590\,\text{mm}^2 \\ \dfrac{Ne' - \alpha_1 f_c bh\left(h'_0 - \dfrac{h}{2}\right)}{f'_y(h'_0 - a_s)} = 3224\,\text{mm}^2 \quad = 3224\,\text{mm}^2 \\ \rho'_{\min} bh == 500\,\text{mm}^2 \end{cases}$$

实际选 $4\underline{\phi}32$，$A_s = 3217\,\text{mm}^2$

（4）计算配筋A'_s

由 $0.5\alpha_1 f_c b h_0^2 \xi^2 + \left[-\alpha_1 f_c b h_0 a'_s + \frac{A_s f_y (h_0 - a'_s)}{\beta_1 - \xi_b} \right] \xi - \frac{A_s f_y \beta_1 (h_0 - a'_s)}{\beta_1 - \xi_b} - Ne' = 0$

$$e' = \frac{h}{2} - a'_s - \eta e_i = 177.8\text{mm}$$

$$A = 0.5\alpha_1 f_c b = 5775$$

$$B = -\alpha_1 f_c b a'_s + \frac{A_s f_y}{(\beta_1 - \xi_b)} \left(1 - \frac{a'_s}{h_0}\right) = 3295853.84$$

$$C = -Ne' - \frac{A_s f_y \beta_1 (h_0 - a'_s)}{\beta_1 - \xi_b} = -2716390213$$

$$x = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} = 457.5\,\text{mm}$$

$$\xi = x / h_0 = 0.995 > \xi_b = 0.518$$

$$< 2\beta_1 - \xi_b = 1.082$$ **以上计算有效**

$$A'_s = \frac{Ne - \alpha_1 f_c b x (h_0 - 0.5x)}{f'_y (h_0 - a'_s)} = 3932\text{mm}^2 > \rho'_{\min} bh = 500\text{mm}^2$$

（4）垂直于弯矩作用平面内的承载力复合

$l_0/b = 4200/500 = 8.4$　查表4-1得 φ=0.99

$$N \le N_u = 0.9\varphi \left[f_c A + f'_y (A_s + A'_s) \right] = 7441\text{kN} \approx 7500\text{kN}$$

基本合格

【例题8.6】某矩形截面偏心受压柱，截面尺寸 b= 400mm，h= 500mm， a_s =a'_s = 40mm，柱计算高度l_0= 7.6m， 采用C20 混凝土， HRB335 级钢筋， 截面承受荷载设计值N= 560kN，M = 280 kN·m。

要求：①按照对称配筋设计所需钢筋；②如果混凝土强度等级由C20 提高到C35 ，仍按照对称配筋设计所需钢筋。

解：（1）计算偏心距增大系数 η

应考虑偏心矩增大系数η的影响

$$l_0/h = 7600/500 = 15.2 > 5$$

$$e_0 = M/N = \frac{280}{560}\times 10^3 = 500\text{mm}$$

$$e_a = \max\left\{20,\ \frac{h}{30}\right\} = 20\text{mm},\quad e_i = e_0 + e_a = 520\text{mm}$$

$$\text{设}a_s = a'_s = 40\,\text{mm},\ \text{则}h_0 = h - a_s = 460\text{mm}$$

$$\zeta_1 = \frac{0.5 f_c A}{N} = \frac{0.5\times 9.6\times 400\times 500}{560\times 10^3} = 1.714 > 1,\ \text{取}\zeta_1 = 1$$

$$\zeta_2 = 1.15 - 0.01\frac{l_0}{h} = 1.15 - 0.01\frac{7600}{500} = 0.998 \approx 1$$

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400\times\frac{520}{460}}\left(\frac{7600}{500}\right)^2\times 1\times 1 = 1.146$$

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = 1.146\times 520 + 250 - 40 = 805.9\text{mm}$$

（2）初步判断大、小偏心

$$\eta e_i = 1.146\times 520 = 595.9\text{mm} > 0.3h_0 = 138\text{mm}$$

$$N = 560\,\text{kN} < N_b = \alpha_1 f_c b\xi_b h_0 = 971\,\text{kN}$$

应按大偏心受压构件计算

（3）计算配筋

$$x = \frac{N}{\alpha_1 f_c b} = 145.8\,\text{mm}$$

$$A_s = A'_s = \frac{\gamma_0 Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi_b(1 - 0.5\xi)}{f'_y(h_0 - a'_s)} = 1862\ \text{mm}^2 > 0.002bh = 400\ \text{mm}^2$$

$$\frac{A_s + A'_s}{bh} = \frac{1862\times 2}{400\times 500} = 0.019 > \rho'_{\min} = 0.006$$

合格

②如果混凝土强度等级由C20 提高到C35

$$e=805.9\text{mm}$$

（2）初步判断大、小偏心

$$\eta e_i=1.146\times520=595.9\text{mm}>0.3h_0=138\text{mm}$$

$$N=560\text{ kN}<N_b=\alpha_1 f_c b\xi_b h_0=1689\text{ kN}$$

仍按大偏心受压构件计算

（3）计算配筋

$$x=\frac{N}{\alpha_1 f_c b}=83.8\text{mm}$$

$$A_s=A_s'=\frac{\gamma_0 Ne-\alpha_1 f_c b h_0^2\xi_b(1-0.5\xi)}{f_y'(h_0-a_s')}=1724\text{mm}^2>0.002bh=400\text{mm}^2$$

$$\frac{A_s+A_s'}{bh}=\frac{1724\times2}{400\times500}=0.017>\rho_{\min}'=0.006$$

合格

【例题8.7】某矩形截面偏心受压柱，截面尺寸 b= 400mm，h= 500mm，$a_s=a_s'$ = 40mm，柱计算高度l_0= 7.6m，采用C20 混凝土，HRB335 级钢筋，截面承受荷载设计值**N=1400kN，M=224 kN·m**。

要求：①按照对称配筋设计所需钢筋；②如果混凝土强度等级由C20 提高到C35，仍按照对称配筋设计所需钢筋。

解：（1）计算偏心距增大系数 η

$$l_0/h=7600/500=15.2>5$$ **应考虑偏心矩增大系数η的影响**

$$e_0=M/N=\frac{224}{1400}\times10^3=160\text{mm}$$

$$e_a=\max\left\{20,\frac{h}{30}\right\}=20\text{mm},\quad e_i=e_0+e_a=180\text{mm}$$

设$a_s=a_s'=40\text{ mm}$，则$h_0=h-a_s=460\text{ mm}$

$$\zeta_1=\frac{0.5f_cA}{N}=\frac{0.5\times9.6\times400\times500}{1400\times10^3}=0.686<1$$

$$\zeta_2=1.15-0.01\frac{l_0}{h}=1.15-0.01\frac{7600}{500}=0.998\approx1$$

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400 \times \frac{180}{460}} \left(\frac{7600}{500} \right)^2 \times 0.686 \times 1 = 1.289$$

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = 1.289 \times 180 + 250 - 40 = 442.0\text{mm}$$

（2）初步判断大、小偏心

$$\eta e_i = 1.289 \times 180 = 232\text{mm} > 0.3 h_0 = 138\text{mm}$$

$$N = 1400\text{kN} > N_b = \alpha_1 f_c b \xi_b h_0 = 971\text{kN}$$

按小偏心受压构件计算

（3）计算配筋

$$\xi = \frac{\gamma_0 N - \xi_b \alpha_1 f_c b h_0}{\frac{Ne - 0.43 \alpha_1 f_c b h_0^2}{(\beta_1 - \xi_b)(h_0 - a_s')} + \alpha_1 f_c b h_0} + \xi_b = 0.649 > \xi_b$$

$$A_s = A_s' = \frac{\gamma_0 Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5\xi)}{f_y' (h_0 - a_s')} = 2084\text{mm}^2 > 0.002bh = 400\text{mm}^2$$

$$\frac{A_s + A_s'}{bh} = \frac{2084 \times 2}{400 \times 500} = 0.021 > \rho_{\min}' = 0.006$$

合格

②如果混凝土强度等级由C20 提高到C35

$$e = 442\text{mm}$$

（2）初步判断大、小偏心

$$\eta e_i = 232\text{mm} > 0.3 h_0 = 138\text{mm}$$

$$N = 1400\text{kN} < N_b = \alpha_1 f_c b \xi_b h_0 = 1689\text{kN}$$

按大偏心受压构件计算

（3）计算配筋

$$x = \frac{N}{\alpha_1 f_c b} = 209.6\text{mm}$$

$$A_s = A_s' = \frac{\gamma_0 Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5\xi)}{f_y' (h_0 - a_s')} = 964\text{mm}^2 > 0.002bh = 400\text{mm}^2$$

$$\frac{A_s + A_s'}{bh} = \frac{9644 \times 2}{400 \times 500} = 0.009 > \rho_{\min}' = 0.006$$

合格

【例题8.8】某矩形截面偏心受压柱，截面尺寸 b= 400mm，h= 500mm，$a_s=a'_s$ = 40mm，柱计算高度l_0= 7.6m，采用C20 混凝土，HRB335 级钢筋，截面承受荷载设计值**N=420kN，M=280 kN·m**。

要求：①按照对称配筋设计所需钢筋；②如果混凝土强度等级由C20提高到C35，仍按照对称配筋设计所需钢筋。

解：（1）计算偏心距增大系数 η

$$l_0/h = 7600/500 = 15.2 > 5$$ **应考虑偏心矩增大系数η的影响**

$$e_0 = M/N = \frac{280}{420}\times 10^3 = 667\,\text{mm}$$

$$e_a = \max\left\{20,\ \frac{h}{30}\right\} = 20\text{mm},\quad e_i = e_0 + e_a = 687\text{mm}$$

设$a_s = a'_s = 40\,\text{mm}$，则$h_0 = h - a_s = 460\text{mm}$

$$\zeta_1 = \frac{0.5 f_c A}{N} = \frac{0.5\times 9.6\times 400\times 500}{420\times 10^3} = 2.29 > 1,\quad \text{取}\ \zeta_1 = 1$$

$$\zeta_2 = 1.15 - 0.01\frac{l_0}{h} = 1.15 - 0.01\frac{7600}{500} = 0.998 \approx 1$$

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400\times\dfrac{687}{460}}\left(\frac{7600}{500}\right)^2 \times 1\times 1 = 1.11$$

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = 1.11\times 687 + 250 - 40 = 972.6\text{mm}$$

（2）初步判断大、小偏心

$$\eta e_i = 1.11\times 687 = 762.6\text{mm} > 0.3h_0 = 138\text{mm}$$

$$N = 420\ \text{kN} < N_b = \alpha_1 f_c b\xi_b h_0 = 971\ \text{kN}$$

（3）计算配筋 **按大偏心受压构件计算**

$$x = \frac{N}{\alpha_1 f_c b} = 109.4\,\text{mm}$$

$$A_s = A'_s = \frac{\gamma_0 Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi(1-0.5\xi)}{f'_y(h_0 - a'_s)} = 1891\,\text{mm}^2 > 0.002bh = 400\,\text{mm}^2$$

$$\frac{A_s + A'_s}{bh} = \frac{1891\times 2}{400\times 500} = 0.019 > \rho'_{\min} = 0.006$$ **合格**

②如果混凝土强度等级由C20 提高到C35

$$e=972.6\text{mm}$$

（2）初步判断大、小偏心

$$\eta e_i=1.11\times 687=762.6\text{mm}>0.3h_0=138\text{mm}$$

$$N=420\text{ kN}<N_b=\alpha_1 f_c b\xi_b h_0=1689\text{ kN}$$

按大偏心受压构件计算

（3）计算配筋

$$x=\frac{N}{\alpha_1 f_c b}=62.9\text{mm}$$

$$A_s=A_s'=\frac{\gamma_0 Ne-\alpha_1 f_c b h_0^2\xi_b(1-0.5\xi)}{f_y'(h_0-a_s')}=964\text{mm}^2>0.002bh=400\text{mm}^2$$

$$\frac{A_s+A_s'}{bh}=\frac{964\times 2}{400\times 500}=0.0096>\rho'_{\min}=0.006$$ **合格**

【例题8.9】某矩形截面偏心受压柱，截面尺寸 b= 400mm，h= 500mm， $a_s=a'_s$ = 40mm，柱计算高度l_0= 7.6m， 采用C20 混凝土， HRB335 级钢筋， 截面承受荷载设计值**N=1680kN，M=224 kN·m**。

要求：①按照对称配筋设计所需钢筋； ②如果混凝土强度等级由C20 提高到C35，仍按照对称配筋设计所需钢筋。

解：（1）计算偏心距增大系数 η

$$l_0/h=7600/500=15.2>5$$ **应考虑偏心矩增大系数η的影响**

$$e_0=M/N=\frac{224}{1680}\times 10^3=133\text{mm}$$

$$e_a=\max\left\{20,\frac{h}{30}\right\}=20\text{mm},\quad e_i=e_0+e_a=153\text{mm}$$

设$a_s=a'_s=40$ mm，则$h_0=h-a_s=460$ mm

$$\zeta_1=\frac{0.5f_cA}{N}=\frac{0.5\times 9.6\times 400\times 500}{1680\times 10^3}=0.571<1$$

$$\zeta_2=1.15-0.01\frac{l_0}{h}=1.15-0.01\frac{7600}{500}=0.998\approx 1$$

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400 \times \frac{153}{460}} \left(\frac{7600}{500} \right)^2 \times 0.571 \times 1 = 1.283$$

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = 1.283 \times 153 + 250 - 40 = 406.3\text{mm}$$

（2）初步判断大、小偏心

$$\eta e_i = 1.283 \times 153 = 196.3\text{mm} > 0.3h_0 = 138\text{mm}$$

$$N = 1680\text{kN} > N_b = \alpha_1 f_c b \xi_b h_0 = 971\text{kN}$$

按小偏心受压构件计算

（3）计算配筋

$$\xi = \frac{\frac{\gamma_0 N - \xi_b \alpha_1 f_c b h_0}{Ne - 0.43\alpha_1 f_c b h_0^2} + \alpha_1 f_c b h_0}{(\beta_1 - \xi_b)(h_0 - a_s')} + \xi_b = 0.693 > \xi_b$$

$$A_s = A_s' = \frac{\gamma_0 Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5\xi)}{f_y'(h_0 - a_s')} = 2495\text{mm}^2 > 0.002bh = 400\text{mm}^2$$

$$\frac{A_s + A_s'}{bh} = \frac{2495 \times 2}{400 \times 500} = 0.025 > \rho_{\min}' = 0.006$$

合格

②如果混凝土强度等级由C20 提高到C35

$$e = 406.3\text{mm}$$

（2）初步判断大、小偏心

$$\eta e_i = 1.283 \times 153 = 196.3\text{mm} > 0.3h_0 = 138\text{mm}$$

$$N = 1680\text{kN} < N_b = \alpha_1 f_c b \xi_b h_0 = 1689\text{kN}$$

按大偏心受压构件计算

（3）计算配筋

$$x = \frac{N}{\alpha_1 f_c b} = 251.5\text{mm}$$

$$A_s = A_s' = \frac{\gamma_0 Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi (1 - 0.5\xi)}{f_y'(h_0 - a_s')} = 961\text{mm}^2 > 0.002bh = 400\text{mm}^2$$

$$\frac{A_s + A_s'}{bh} = \frac{961 \times 2}{400 \times 500} = 0.0096 > \rho_{\min}' = 0.006$$

合格

【题8.10】已知矩形截面偏心受压构件截面尺寸 600mm×600mm，承受轴向力设计值N=2000kN，弯矩设计值M=100kN·m；构件计算长度 l_0= 3m。采用C40混凝土，HRB400 级钢筋。
求：纵向钢筋截面面积（A_s=A'_s）。

解：（1）计算偏心距增大系数 η

$$l_0/h = 3000/600 = 5 \qquad \eta = 1$$

$$e_0 = M/N = \frac{100}{2000}\times 10^3 = 50\text{mm}$$

$$e_a = \max\left\{20,\ \frac{h}{30}\right\} = 20\text{mm},\quad e_i = e_0 + e_a = 70\text{mm}$$

$$\text{设}a_s = a'_s = 40\text{mm},\ \text{则}h_0 = h - a_s = 560\text{mm}$$

$$\eta e_i = 70\text{mm} < 0.3h_0 = 180\text{mm}$$

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = 70 + 300 - 40 = 330\text{mm}$$

（2）初步判断大、小偏心

$$N = 2000\ \text{kN} < N_b = \alpha_1 f_c b \xi_b h_0 = 2216\ \text{kN}$$

应按大偏心受压构件计算

（3）计算配筋

$$x = \frac{N}{\alpha_1 f_c b} = 174.5\,\text{mm}$$

$$A_s = A'_s = \frac{\gamma_0 Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi_b (1 - 0.5\xi)}{f'_y (h_0 - a'_s)} = -1524\text{mm}^2 < 0$$

按最小配筋率配筋

$$A_s = A'_s = 0.002bh = 720\ \text{mm}^2$$

$$\frac{A_s + A'_s}{bh} \geq \rho'_{\min} = 0.006,\quad A_s + A'_s \geq 2160\ \text{mm}^2$$

结果 $A_s = A'_s = 1080\text{mm}^2$

【题8.11】已知矩形截面偏心受压柱截面尺寸 b= 400mm，h= 600mm，计算长度 l_0 = 5.4m，采用C30混凝土， HRB400级钢筋，a_s =a_s' = 45mm，A_s= 1100mm²， A_s'= 2300mm²，承受轴向力设计值 N= 880kN。

求：该柱所能承受的弯矩设计值 M 。

解： (1)基本数据准备

$$f_c = 14.3\,\text{MPa},\quad f_y = f_y' = 360\text{MPa}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.0033 \qquad \alpha_1 = 1.0,\ \beta_1 = 0.8$$

$$\xi_b = 0.518,\quad \alpha_{s,\max} = \xi_b(1-0.5\xi_b) = 0.384$$

$$x = \frac{N - f_y' A_s' + f_y A_s}{\alpha_1 f_c b}$$

$$= \frac{880\times10^3 - 360\times2300 + 360\times1100}{14.3\times400} = 78.32\,\text{mm} < \xi_b h_0 = 287.5\,\text{mm}$$

按大偏心受压构件计算

$$h_0 = h - a_s = 555\,\text{mm}$$

$$l_0/h = 5400/600 = 9 > 5,\ \text{故考虑偏心距增大系数}$$

$$\zeta_1 = \frac{0.5 f_c A}{N} = \frac{0.5\times14.3\times400\times600}{880\times10^3} = 1.95 > 1,\ \text{取}\zeta_1 = 1$$

$$\zeta_2 = 1.15 - 0.01\frac{l_0}{h} = 1.15 - 0.01\frac{5400}{600} = 1.06 > 1,\ \text{取}\zeta_2 = 1$$

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400\times\dfrac{e_i}{555}}\left(\frac{5400}{600}\right)^2\times1\times1 = 1 + \frac{32.11}{e_i}$$

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = e_i + 32.11 + 300 - 45 = 287.11 + e_i$$

将e及x代入

$$\gamma_0 Ne \le N_u e = \alpha_1 f_c bx(h_0 - \frac{x}{2}) + f'_y A'_s (h_0 - a'_s)$$

$$880\times10^3\times(287.11+e_i)=14.3\times400\times78.32\times(555-0.5\times78.32)$$
$$+360\times2300\times(555-45)$$

解得 $e_i = 455.4\,\text{mm}$

$$\eta e_i = 455.4 + 32.11 = 487.51\,\text{mm} > 0.3h_0 = 166.5\,\text{mm}$$

确认为大偏心受压

因$e_a = 20\,\text{mm}$，故$e_0 = e_i - e_a = 435.4\,\text{mm}$

构件所能承受的最大弯矩

$$M = e_0 N = 383\,\text{kNm}$$

【题8.12】已知矩形截面偏心受压柱截面尺寸b=400mm，h=600mm，计算长度l_0=6m，采用C25混凝土，HRB335级钢筋，a_s=a_s'=45mm，A_s=2000mm²，A_s'=3100mm²，承受轴向力设计值N=3000kN。

求：该柱所能承受的弯矩设计值M。

解：(1)基本数据准备

$$f_c = 11.9\,\text{MPa},\quad f_y = f'_y = 300\,\text{MPa}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.0033 \qquad \alpha_1 = 1.0,\ \beta_1 = 0.8 \qquad \xi_b = 0.550$$

$$x = \frac{N - f'_y A'_s - \dfrac{f_y \beta A_s}{\xi_b - \beta}}{\alpha_1 f_c b - \dfrac{f_y A_s}{(\xi_b - \beta)h_0}}$$

$$= \frac{3000\times10^3 - 300\times3100 - \dfrac{300\times0.8\times2000}{0.55-0.8}}{11.9\times400 - \dfrac{300\times2000}{(0.55-0.8)\times555}} = 439.22\,\text{mm} > \xi_b h_0 = 305\,\text{mm}$$

按小偏心受压构件计算

$$h_0 = h - a_s = 555\,\text{mm}$$

$l_0/h = 6000/600 = 10 > 5$，故考虑偏心距增大系数

$$\zeta_1 = \frac{0.5 f_c A}{N} = \frac{0.5 \times 11.9 \times 400 \times 600}{3000 \times 10^3} = 0.48 < 1$$

$$\zeta_2 = 1.15 - 0.01\frac{l_0}{h} = 1.15 - 0.01\frac{6000}{600} = 1.05 > 1,\ \text{取}\ \zeta_2 = 1$$

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400 \times \dfrac{e_i}{555}}\left(\frac{6000}{600}\right)^2 \times 0.48 \times 1 = 1 + \frac{19.03}{e_i}$$

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = e_i + 19.03 + 300 - 45 = 274.03 + e_i$$

将e及x代入

$$\gamma_0 N e \le N_u e = \alpha_1 f_c b x (h_0 - \frac{x}{2}) + f'_y A'_s (h_0 - d'_s)$$

$$3000 \times 10^3 \times (274.03 + e_i) = 11.9 \times 400 \times 439.22 \times (555 - 0.5 \times 439.22) + 300 \times 3100 \times (555 - 45)$$

解得 $e_i = 117.8\,\text{mm}$

$\eta e_i = 117.8 + 19.03 = 136.83\,\text{mm} < 0.3 h_0 = 166.5\,\text{mm}$

确认为小偏心受压

因$e_a = 20\,\text{mm}$，故$e_0 = e_i - e_a = 97.8\,\text{mm}$

构件所能承受的最大弯矩

$$M = e_0 N = 292\,\text{kNm}$$

【题8.13】已知矩形截面偏心受压柱截面尺寸 b= 400mm，h= 600mm，计算长度 l_0= 3m，采用C25 混凝土，HRB335级钢筋，$a_s = a_s' = 40$mm，A_s= 1900mm^2，A_s' = 1500mm^2，轴向力的偏心距 e_0= 450mm。

求该柱所能承受的轴向力设计值 N。

解： (1)基本数据准备

$$f_c = 11.9\,\text{MPa},\quad f_y = f_y' = 300\,\text{MPa}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.0033 \qquad \alpha_1 = 1.0,\ \beta_1 = 0.8$$

$$\xi_b = 0.550,\quad \alpha_{s,\max} = \xi_b(1 - 0.5\xi_b) = 0.399$$

$$\text{设} a_s = a_s' = 40\text{mm},\quad \text{则} h_0 = h - a_s = 560\text{mm}$$

$$e_a = \max\left\{20,\ \frac{h}{30}\right\} = 20\text{mm},\quad e_i = e_0 + e_a = 470\text{mm}$$

$l_0/h = 3000/600 = 5$，故不考虑偏心距增大系数

$$\eta e_i = 470\text{mm} > 0.3h_0 = 168\text{mm}$$

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = 470 + 300 - 40 = 730\,\text{mm}$$

先按大偏心受压计算

$$x = \left(\frac{h}{2} - \eta e_i\right) + \sqrt{\left(\frac{h}{2} - \eta e_i\right)^2 + \frac{2\left[f_y A_s\left(\eta e_i + \frac{h}{2} - a_s\right) - f_y' A_s'\left(\eta e_i - \frac{h}{2} + a_s'\right)\right]}{\alpha_1 f_c b}}$$

$$= 235\ \text{mm} \ < \xi_b h_0 = 308\ \text{mm}$$

确认为大偏心受压

（2）计算承载力

$$N=\alpha_1 f_c bx+f'_y A'_s-f_y A_s$$
$$=11.9\times400\times235+300\times1500-300\times1900=998.6\text{kN}$$

（3）垂直于弯矩作用平面内的承载力复合

$$l_0/b=3000/400=7.5 \quad \text{查表4-1得 } \varphi=1$$
$$N\le N_u=0.9\varphi\left[f_c A+f'_y(A_s+A'_s)\right]=3488\text{kN}>998.6\text{kN}$$

该柱承载力 $N=998.6\text{kN}$

【题8.15】已知偏心受拉构件，截面尺寸 $b\times h$ =250mm×400mm，$a_s=a_s'$=40 mm，承受轴向拉力设计值N= 715kN，弯矩设计值M=86 kN·m，采用混凝土C30，HRB400级钢筋。求钢筋截面面积 A_s和A'_s。

解：**（1）判别破坏类型**

h_0=400-40=360mm

$$e_0=\frac{86000}{715}=120.3\,\text{mm}<\frac{h}{2}-a_s=\frac{400}{2}-40=160\,\text{mm}$$

故为**小偏心受拉**

（2）求A_s和A'_s

$$e=\frac{h}{2}-e_0-a_s=\frac{400}{2}-120.3-40=39.7\,\text{mm}$$

$$e'=\frac{h}{2}+e_0-a'_s=\frac{400}{2}+120.3-40=280.3\,\text{mm}$$

$$A_s = \frac{Ne}{f_y(h_0 - a_s')} = \frac{715000 \times 39.7}{360 \times (360 - 40)} = 246.4\,\text{mm}^2$$

$$A_s = \frac{Ne'}{f_y(h_0' - a_s)} = \frac{715000 \times 280.3}{360 \times (360 - 40)} = 1740\,\text{mm}^2$$

（3）验算最小配筋率

$$\rho' = \frac{A_s'}{b \times h} = \frac{246.4}{250 \times 400} = 0.00246 = 0.246\% > \rho_{\min} = 0.2\%$$

$$\rho = \frac{A_s}{b \times h} = \frac{1740}{250 \times 400} = 0.0174 = 1.74\% > \rho_{\min} = 0.2\%$$

（4）选钢筋

离轴拉力N较远侧　$2\underline{\phi}14(A_s = 308\,\text{mm}^2)$

离轴拉力N较近侧　$4\underline{\phi}25(A_s = 1964\,\text{mm}^2)$

【题8.16】已知矩形截面偏心受拉构件，截面尺寸 $b \times h$=250mm×400mm，$a_s = a_s'$= 40 mm，承受轴向拉力设计值 N= 65kN，弯矩设计值 M=234kN·m，采用混凝土C25，HRB335钢筋。求 A_s 和 A_s'。

解：**（1）判别破坏类型**

$$h_0 = 400 - 40 = 360\,\text{mm}$$

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{234 \times 10^6}{65 \times 10^3} = 3600\,\text{mm} > \frac{h}{2} - a_s = \frac{400}{2} - 40 = 160\,\text{mm}$$

属于**大偏心受拉**

（2）计算 A_s'

令　$x = \xi_b h_0$　　$e = e_0 - \frac{h}{2} + a_s = 3600 - \frac{400}{2} + 40 = 3440\,\text{mm}$

$$A_s' = \frac{Ne - \alpha_1 \xi_b (1 - 0.5\xi_b) f_c b h_0^2}{f_y'(h_0 - d_s')}$$

$$= \frac{65000 \times 3440 - 0.55 \times (1 - 0.5 \times 0.55) \times 11.9 \times 250 \times 360^2}{300 \times (360 - 40)} = 728\,\text{mm}^2$$

按构造要求配置钢筋

$$A_s' > \rho'_{\min} bh = 0.002 \times 250 \times 400 = 200\,\text{mm}^2$$

选用 $3\phi 18\ (A_s = 763\,\text{mm}^2)$

（3）已知 A'_s，求 A_s

$$M = Ne - f'_y A'_s (h_0 - a'_s)$$

$$= 65 \times 10^3 \times 3440 - 300 \times 763 \times (360 - 40) = 150.4 \times 10^6\ \text{N} \cdot \text{mm}$$

$$\alpha_s = \frac{M}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = \frac{150.4 \times 10^6}{11.9 \times 250 \times 360^2} = 0.39$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s} = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.065} = 0.53$$

$$x = \xi h_0 = 0.53 \times 360 = 190.8\,\text{mm} > 2a'_s = 100\,\text{mm}$$

$$A_s = \frac{\alpha_1 f_c b x + f'_y A'_s + N}{f_y}$$

$$= \frac{11.9 \times 250 \times 190.8 + 300 \times 763 + 65000}{300} = 2872\,\text{mm}^2$$

（4）验算最小配筋率

$$\rho = \frac{A_s}{b \times h} = \frac{2872}{250 \times 400} = 0.0287 = 2.87\%$$

$$> \rho_{\min} = \max\{0.2,\ 45 f_t / f_y\}\% = 0.2\%$$

第九章　变形验算

【题9.1】某钢筋混凝土屋架下弦杆，截面尺寸为200×160mm²，配置4Φ16 HRB335级钢筋，混凝土强度等级为C40 。承受轴心拉力设计值为 N_k= 150kN。结构重要性系数为1.0。按一类环境考虑，裂缝宽度限制 $w_{\lim}$= 0.3 mm。验算裂缝宽度。

解：查附表

$$f_c = 19.1\text{MPa},\ f_t = 1.71\text{MPa},\ f_{tk} = 2.39\,\text{MPa},\ f_y = 300\,\text{MPa}$$

$$E_s = 2\times10^5\,\text{MPa},\ \alpha_E = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2\times10^5}{3.25\times10^4} = 6.154$$

$$\rho = \frac{A_s}{bh} = \frac{804}{200\times160} = 0.025 \qquad \rho_{te} = \frac{A_s}{0.5bh} = \frac{840}{0.5\times160\times200} = 0.05$$

荷载标准值作用下钢筋应力

$$\sigma_{sk} = \frac{N_k}{A_s} = \frac{150\times10^3}{804} = 186.6\,\text{MPa}$$

$$\psi = 1.1 - \frac{0.65 f_{tk}}{\rho_{te}\sigma_{sk}} = 1.1 - \frac{0.65\times2.39}{0.05\times298.5} = 0.996$$

$$w_{\max} = 2.7\psi\frac{\sigma_{sk}}{E_s}\left(1.9c + 0.08\frac{d_{eq}}{\rho_{te}}\right)$$

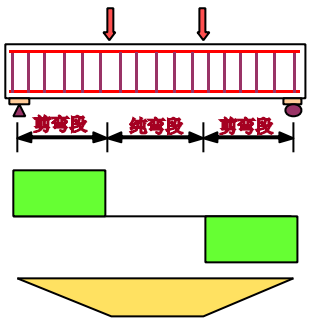
$$= 2.7\times0.996\times\frac{186.6}{2\times10^5}\left(1.9\times25 + 0.08\times\frac{16}{0.05}\right) = 0.18\text{mm} < w_{\lim} = 0.3\text{mm}$$

合格

【题9.2】有一短期加载的单筋矩形截面简支试验梁，计算跨度 $l_0=3$m，在跨度的三分点处各施加一个相等的集中荷载 F，梁截面尺寸 b=150mm，h=300mm，$h_0=267$mm，采用2ϕ16纵向受拉钢筋，当加载到 $F=25$kN时，在纯弯区段750mm长度内测得纵向受拉钢筋的总伸长为1.05mm，受压边缘混凝土总压缩变形为0.49mm，求该梁纯弯曲段的截面弯曲刚度试验值。

解：

$$\frac{1}{r}=\frac{\overline{\varepsilon_s}+\overline{\varepsilon_c}}{h_0}=\frac{\frac{1.05}{750}+\frac{0.49}{750}}{267}=\frac{1}{130032.47}$$



$$M_s=P\times\frac{l_0}{3}=25\times\frac{3}{3}=25\ \text{kNm}$$

由 $\frac{1}{r}=\frac{M_s}{B_s}$

有 $B_s=M_s\times r=25\times10^6\times130032.47=3.25\times10^{12}\ \text{N}\cdot\text{mm}^2$

【题9.3】已知T形截面简支梁，安全等级为二级，$l_0=6$m，b'_f=600 mm，b=200mm，h_f'=60mm，h=500mm，采用C20混凝土，**HRB335** 级钢筋，各荷载在跨中截面引起的弯矩标准值为：永久荷载43 kN·m，可变荷载35 kN·m（准永久值系数为0.4，组合系数为0.7），雪荷载8 kN·m（准永久值系数为0.2，组合系数为0.7）。

求：（1）受拉纵筋；（2）验算挠度是否小于 $f_{\lim}=l_0/250$。

解：梁跨中弯矩标准值

$$M_k=M_{GK}+M_{Q1K}+\psi_{CQ2}M_{Q2K}=43+35+8\times0.7=83.6\ \text{kNm}$$

梁跨中弯矩准永久值

$$M_q=M_{GK}+\psi_{qQ1}M_{Q1K}+\psi_{qQ2}M_{Q2K}=43+0.4\times35+0.4\times8=60.2\ \text{kNm}$$

梁跨中弯矩设计值

$$M_1 = 1.2M_{GK} + 1.4M_{Q1K} + 1.4\psi_{CQ2}M_{Q2K}$$
$$= 1.2\times 43 + 1.4\times 35 + 1.4\times 0.7\times 8 = 108.44\,\text{kNm}$$
$$M_2 = 1.35M_{GK} + 1.4\psi_{CQ1}M_{Q1K} + 1.4\psi_{CQ2}M_{Q2K}$$
$$= 1.35\times 43 + 1.4\times 0.7\times 35 + 1.4\times 0.7\times 8 = 100.19\,\text{kNm}$$
$$M = \max\{M_1,\ M_2\} = 108.44\,\text{kNm}$$

（1）配置受拉纵筋

$f_c = 9.6\,\text{MPa},\ f_t = 1.1\,\text{MPa},\ f_{tk} = 1.54\,\text{MPa}, \alpha_1 = 1.0, f_y = 300\,\text{MPa}$

$h_0 = 500 - 35 = 465\text{mm}$

$$\alpha_1 f_c b'_f h'_f \left(h_0 - \frac{h'_f}{2}\right) = 1.0\times 9.6\times 600\times 60\times (465 - \frac{60}{2})$$
$$= 150.33\,\text{kN}\cdot\text{m} > M = 108.44\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

属于**第一类T形截面**

$$\alpha_s = \frac{M}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = \frac{108.44\times 10^6}{1.0\times 9.6\times 600\times 465^2} = 0.087$$
$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s} = 0.091$$
$$A_s = \frac{\alpha_1 \xi f_c b h_0}{f_y} = \frac{1.0\times 0.091\times 9.6\times 600\times 465}{300} = 812\text{mm}^2$$

选 $4\underline{\phi}18, A_s = 1017\text{mm}^2$

$$\rho_{\min} = \max\left\{0.2, 45\frac{f_t}{f_y}\right\}\% = \max\left\{0.2, 45\times\frac{1.1}{210}\right\}\%$$
$$= \max\{0.2,\ 0.236\}\% = 0.236\%$$
$$< \rho = \frac{A_s}{bh} = \frac{1017}{200\times 500} = 1.71$$

合格

（2）验算挠度

$$E_s = 2.1\times10^5\ \text{MPa}, \qquad \alpha_E = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2.1\times10^5}{2.55\times10^4} = 8.235$$

$$\rho = \frac{A_s}{bh} = \frac{1017}{200\times500} = 0.01017$$

$$\rho_{te} = \frac{A_s}{0.5bh} = \frac{1017}{0.5\times200\times500} = 0.02034$$

$$\sigma_{sk} = \frac{M_k}{0.87h_0A_s} = \frac{83.6\times10^6}{0.87\times465\times1017} = 203.2\ \text{MPa}$$

$$\psi = 1.1 - \frac{0.65f_{tk}}{\rho_{te}\sigma_{sk}} = 1.1 - \frac{0.65\times1.54}{0.0203\times203.2} = 0.857$$

$$\gamma'_f = \frac{(b'_f - b)h'_f}{bh_0} = \frac{(600-200)\times60}{200\times465} = 0.258$$

$$B_s = \frac{E_sA_sh_0^2}{1.15\psi + 0.2 + \dfrac{6\alpha_E\rho}{1+3.5\gamma'_f}}$$

$$= \frac{2.1\times10^5\times1256\times465^2}{1.15\times0.857 + 0.2 + \dfrac{6\times8.235\times0.01256}{1+3.5\times0.258}} = 3.77\times10^{13}\ \text{N}\cdot\text{mm}^2$$

$$\theta = 2$$

$$B_l = \frac{M_k}{M_q(\theta-1)+M_k}B_s = \frac{83.6}{60.2+83.6}\times3.77\times10^{13} = 2.19\times10^{13}\ \text{N}\cdot\text{mm}^2$$

$$f=\frac{5}{48}\times\frac{M_k l_0^2}{B_l}=\frac{5}{48}\times\frac{83.6\times10^6\times6000^2}{2.19\times10^{13}}=14.32\text{mm}$$
$$<[f]=\frac{l_0}{250}=\frac{6000}{250}=24\text{mm}$$

挠度满足要求

$$w_{\max}=2.1\psi\frac{\sigma_{sk}}{E_s}(1.9c+0.08\frac{d_{eq}}{\rho_{te}})$$
$$=2.1\times0.857\times\frac{203}{2\times10^5}(1.9\times25+0.08\times\frac{18}{0.0203})=0.22\,\text{mm}<w_{\lim}=0.3\,\text{mm}$$

裂缝满足要求

【题9.4】已知处于室内正常环境的矩形截面简支梁，截面尺寸 b=220mm，h=500mm，跨中弯矩标准值 M_k = 80kN·m，采用C25混凝土，纵筋为2Φ22 HRB335级钢筋。裂缝宽度限值为 $w_{\lim}$ = 0.3mm。

要求：（1）验算梁最大裂缝宽度；（2）若将受拉纵筋改为 5Φ14，结果如何？

解：（1）纵筋为2Φ22时

$$f_c=11.9\,\text{MPa},\ f_t=1.27\,\text{MPa},\ f_{tk}=1.78\,\text{MPa},\ f_y=300\,\text{MPa}$$

$$E_s=2\times10^5\,\text{MPa},\ \alpha_E=\frac{E_s}{E_c}=\frac{2\times10^5}{2.8\times10^4}=7.143$$

$$\rho=\frac{A_s}{bh}=\frac{760}{220\times500}=0.00691\qquad \rho_{te}=\frac{A_s}{0.5bh}=\frac{760}{0.5\times220\times500}=0.0138$$

$$\sigma_{sk}=\frac{M_k}{0.87h_0A_s}=\frac{80\times10^6}{0.87\times465\times760}=260\text{MPa}$$

$$\psi = 1.1 - \frac{0.65 f_{tk}}{\rho_{te}\sigma_{sk}} = 1.1 - \frac{0.65 \times 1.78}{0.0138 \times 260} = 0.778$$

$$w_{\max} = 2.1\psi \frac{\sigma_{sk}}{E_s}(1.9c + 0.08\frac{d_{eq}}{\rho_{te}})$$

$$= 2.1 \times 0.778 \times \frac{260}{2\times10^5}(1.9 \times 25 + 0.08 \times \frac{22}{0.0138}) = 0.37\,\text{mm} > w_{\lim} = 0.3\,\text{mm}$$

（2）纵筋为5Φ14时 **裂缝不满足要求**

$$\rho = \frac{A_s}{bh} = \frac{769}{220 \times 500} = 0.007 \quad \rho_{te} = \frac{A_s}{0.5bh} = \frac{769}{0.5 \times 220 \times 500} = 0.0140$$

$$\sigma_{sk} = \frac{M_k}{0.87 h_0 A_s} = \frac{80 \times 10^6}{0.87 \times 465 \times 769} = 257\,\text{MPa}$$

$$\psi = 1.1 - \frac{0.65 f_{tk}}{\rho_{te}\sigma_{sk}} = 1.1 - \frac{0.65 \times 1.78}{0.0140 \times 257} = 0.778$$

$$w_{\max} = 2.1\psi \frac{\sigma_{sk}}{E_s}(1.9c + 0.08\frac{d_{eq}}{\rho_{te}})$$

$$= 2.1 \times 0.778 \times \frac{257}{2\times10^5}(1.9 \times 35 + 0.08 \frac{14}{0.0140}) = 0.307\,\text{mm} \approx w_{\lim} = 0.3\,\text{mm}$$

合格

第十一章　预应力计算

【题11.2】某后张PC梁，计算跨度l=32.0m，由两片工形梁组成。每片梁力筋由20－24Φ5钢丝束组成，梁按直线配筋，A_p=94.24cm²，f_{pyk}=1670MPa，E_s=2.0×10⁵ MPa，锚头外钢丝束控制应力为σ'_{con}=0.76f_{pyk}=1269MPa，锚圈口损失为0.07σ'_{con}。混凝土等级为C50，E_c=3.5×10⁴ MPa。

⑴求锚下控制应力 σ_{con}；

⑵如果给定各分项预应力损失，即 σ_{l1}=27.1MPa、σ_{l2}=49.4MPa、σ_{l4}=58.2MPa、σ_{l6}=123.6MPa、σ_{l5}=49.8MPa，计算钢筋中的永存预应力σ_p；

⑶如果给定每片梁跨中截面(l/2处)的截面特性及承受荷载的情况（见附表1、附表2），

①计算该截面传力锚固阶段混凝土上、下缘的正应力 σ'_c、σ_c；

②如果压浆前松弛损失已发生一半，计算使用荷载阶段混凝土上、下缘的正应力σ'_c、σ_c及力筋中的应力σ_p。

截面分类	截面积 A（cm²）	截面重心轴至上、下缘的距离（cm）		钢丝束重心至截面重心距离 e（cm）	惯性矩 I（cm⁴）	最外排力筋至截面重心轴距离（cm）
		y'(上)	y（下）			
净截面	10871.5	101.5	148.5	125.7	9.117×10⁷	141.0
换算截面	11677.5	110.2	139.8	117.0	9.832×10⁷	132.3

解：（1）锚下控制应力

$$\sigma_{con}=\sigma'_{con}-0.07\sigma'_{con}=1269-0.07\times1269=1180\ \text{MPa}$$

（2）永存预应力

$$\sigma_p=\sigma_{con}-\sigma_l=\sigma_{con}-(\sigma_{l1}+\sigma_{l2}+\sigma_{l4}+\sigma_{l5}+\sigma_{l6})$$

$$=1180-(27.1+49.4+58.2+49.8+123.6)=872\ \text{MPa}$$

（3）计算混凝土上、下缘的正应力

① 传力锚固阶段

$$\left.\begin{aligned}\sigma'_c &= \frac{N_y}{A_n}-\frac{N_y e_n}{I_n}y'_n+\frac{M_g}{I_n}y'_n\\ \sigma_c &= \frac{N_y}{A_n}+\frac{N_y e_n}{I_n}y_n-\frac{M_g}{I_n}y_n\end{aligned}\right\}$$

$$N_y = A_p(\sigma_{con}-\sigma'_l)=A_p(\sigma_{con}-\sigma_{l1}-\sigma_{l2}-\sigma_{l4})$$
$$=94.24\times10^2\times(1180-27.1-49.4-58.2)=9851\,\text{kN}$$

$$\sigma'_c = \frac{N_y}{A_n}-\frac{N_y e_n}{I_n}y'_n+\frac{M_g}{I_n}y'_n$$
$$=\frac{9851\times10^3}{10871.5}-\frac{9851\times10^3\times125.7\times101.5}{9.117\times10^7}+\frac{4172.8\times10^5\times101.5}{9.117\times10^7}$$
$$=-0.078\,\text{MPa}<0.7f_{tk}=1.85\,\text{MPa}$$

合格

$$\sigma_c = \frac{N_y}{A_n}+\frac{N_y e_n}{I_n}y_n-\frac{M_g}{I_n}y_n$$
$$=\frac{9851\times10^3}{10871.5}+\frac{9851\times10^3\times125.7\times148.5}{9.117\times10^7}-\frac{4172.8\times10^5\times148.5}{9.117\times10^7}$$
$$=22.43\,\text{MPa}<0.7f_{ck}=22.68\,\text{MPa}$$

合格

② 使用荷载作用阶段

压浆前

$$N_y = A_p(\sigma_{con}-\sigma_{l1}-\sigma_{l2}-\sigma_{l4}-0.5\sigma_{l5})=9616\,\text{kN}$$

压浆后

$$\Delta N_y = A_p(0.5\sigma_{l5}+\sigma_{l6})=1399.5\,\text{kN}$$

$$\sigma_c' = \left(\frac{N_y}{A_n} - \frac{N_y e_n}{I_n} y_n'\right) + \frac{M_g}{I_n} y_n' - \left(\frac{\Delta N_y}{A_0} - \frac{\Delta N_y e_0}{I_0} y_0'\right) + \left(\frac{M_d}{I_0} + \frac{M_h}{I_0}\right) y_0'$$

$$\sigma_c = \left(\frac{N_y}{A_n} + \frac{N_y e_n}{I_n} y_n\right) - \frac{M_g}{I_n} y_n - \left(\frac{\Delta N_y}{A_0} + \frac{\Delta N_y e_0}{I_0} y_0\right) - \left(\frac{M_d}{I_0} + \frac{M_h}{I_0}\right) y_0$$

$$\sigma_c' = \left(\frac{N_y}{A_n} - \frac{N_y e_n}{I_n} y_n'\right) + \frac{M_g}{I_n} y_n' - \left(\frac{\Delta N_y}{A_0} - \frac{\Delta N_y e_0}{I_0} y_0'\right) + \left(\frac{M_d}{I_0} + \frac{M_h}{I_0}\right) y_0'$$

$$= \left(\frac{9616\times10^3}{10871.5} - \frac{9616\times10^3\times125.7\times101.5}{9.117\times10^7}\right) + \frac{4172.8\times10^5\times101.5}{9.117\times10^7}$$

$$- \left(\frac{1399.5\times10^3}{11677.5} - \frac{1399.5\times10^3\times117.0\times110.2}{9.832\times10^7}\right) + \left(\frac{851.2\times10^5}{9.832\times10^7} + \frac{2630.4\times10^5}{9.832\times10^7}\right)\times110.2$$

$$= 4.57\,\text{MPa}$$

合格

$$\sigma_c' = \left(\frac{N_y}{A_n} + \frac{N_y e_n}{I_n} y_n\right) - \frac{M_g}{I_n} y_n - \left(\frac{\Delta N_y}{A_0} + \frac{\Delta N_y e_0}{I_0} y_0\right) - \left(\frac{M_d}{I_0} + \frac{M_h}{I_0}\right) y_0$$

$$= \left(\frac{9616\times10^3}{10871.5} + \frac{9616\times10^3\times125.7\times148.5}{9.117\times10^7}\right) - \frac{4172.8\times10^5\times148.5}{9.117\times10^7}$$

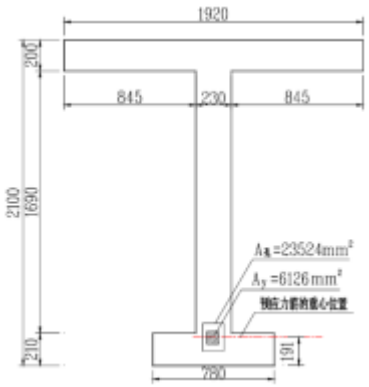
$$- \left(\frac{1399.5\times10^3}{11677.5} + \frac{1399.5\times10^3\times117.0\times139.8}{9.832\times10^7}\right) - \left(\frac{851.2\times10^5}{9.832\times10^7} + \frac{2630.4\times10^5}{9.832\times10^7}\right)\times139.8$$

$$= 13.26\,\text{MPa} < 0.5 f_{ck} = 16.2\,\text{MPa}$$

合格

【题11.3】某后张法预应力混凝土简支梁，其受力的截面（跨中）尺寸（单位：mm）如图所示。已知：（1）所用材料：混凝土为C45级，f_c=22.5MPa；预应力筋采用φ5的高强度钢丝束，其f_{pd}=1070MPa。（2）跨中截面在主力作用下的荷载弯矩为M=7836.8kN.m。

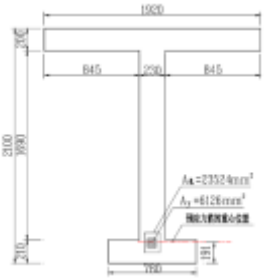
要求：检算正截面强度。



解：(1)基本数据准备

$$f_c = 22.5\,\text{MPa},\quad f_{py} = 1070\text{MPa}$$

$$h_0 = 2100 - 191 = 1909\text{mm}$$



(2)判断所属截面类型

$$\alpha_1 f_c b_f' h_f' = 1.0\times 22.5\times 1920\times 200 = 8640000\text{N}$$

$$> f_{py} A_p = 1070\times 6126 = 6554820\text{N}$$

属于**第一类T 形截面**

$$x = \frac{f_{py}A_p}{\alpha_1 f_c b_f'} = \frac{1070\times 6126}{1.0\times 22.5\times 1920} = 151.7\,\text{mm}$$

$$M_u = \alpha_1 f_c b_f' x(h_0 - \frac{x}{2}) = 1.0\times 22.5\times 1920\times 151.7\times(1909 - \frac{157.4}{2})$$

$$= 12013.4\,\text{kN}\cdot\text{m} > M = 7836.8\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

安全