

2016年湘教版中学八年级数学下册全册教案

第一课时

(一) 情感与价值观要求

在用提公因式法因式分解时,先让学生自己找公因式,然后大家讨论结果的正确性,让学生养成独立思考的习惯,同时培养学生的合作交流意识,还能使学生初步感到因式分解在简化计算中将会起到很大的作用.

●教学重点

能观察出多项式的公因式,并根据分配律把公因式提出来.

●教学难点

让学生识别多项式的公因式.

●教学方法

独立思考——合作交流法.

●教具准备

投影片两张

●教学过程

I. 创设问题情境,引入新课

投影片

一块场地由三个矩形组成,这些矩形的长分别为 $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{4}$, 宽都是 $\frac{1}{2}$,求这块场地的面积.

$$\text{解法一: } S = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{4} = \frac{3}{8} + \frac{3}{4} + \frac{7}{8} = 2$$

$$\text{解法二: } S = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{4} = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2} + \frac{7}{4} \right) = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

[师]从上面的解答过程看,解法一是按运算顺序:先算乘,再算和进行的,解法二是先逆用分配律算和,再计算一次乘,由此可知解法二要简单一些.这个事实说明,有时我们需要将多项式化为积的形式,而提取公因式就是化积的一种方法.

II. 新课讲解

1. 公因式与提公因式法、因式分解的概念.

[师]若将刚才的问题一般化,即三个矩形的长分别为 a 、 b 、 c ,宽都是 m ,则这块场地的面积为 $ma+mb+mc$,或 $m(a+b+c)$,可以用等号来连接.

$$ma+mb+mc=m(a+b+c)$$

从上面的等式中,大家注意观察等式左边的每一项有什么特点?各项之间有什么联系?等式右边的项有什么特点?

[生]等式左边的每一项都含有因式 m ,等式右边是 m 与多项式 $(a+b+c)$ 的乘积,从左边到右边是分解因式.

[师]由于 m 是左边多项式 $ma+mb+mc$ 的各项 ma 、 mb 、 mc 的一个公共因式,因此 m 叫做这个多项式的各项的公因式.

即:几个多项式的公共的因式它们的公因式.

由上式可知,把多项式 $ma+mb+mc$ 写成 m 与 $(a+b+c)$ 的乘积的形式,相当于把公因式 m 从各项中提出来,作为多项式 $ma+mb+mc$ 的一个因式,把 m 从多项式 $ma+mb+mc$ 各项中提出后形成的多项式 $(a+b+c)$,作为多项式 $ma+mb+mc$ 的另一个因式,这种因式分解的方法叫做提公因式法.

即：如果一个多项式的各项有公因式，可以把这个公因式提到括号外面，这种把多项式因式分解的方法叫做**提公因式法**。

2 写出下列多项式各项的公因式。

(1) $ma+mb$ (m)

(2) $4kx-8ky$ ($4k$)

(3) $5y^3+20y^2$ ($5y^2$)

(4) a^2b-2ab^2+ab (ab)

3.例题讲解

[例 1] 将下列各式分解因式：

(1) $3x+6$;

(2) $7x^2-21x$;

(3) $8a^3b^2-12ab^3c+abc$

(4) $-24x^3-12x^2+28x$. (如何判定符号)

(5) $8x^2y^4-12xy^2z$

分析：首先要找出各项的公因式，然后再提取出来。

[师] 请大家互相交流。

4.议一议

[师] 通过刚才的练习，下面大家互相交流，总结出找公因式的一般步骤。

[生] 首先找各项系数的最大公约数，如 8 和 12 的最大公约数是 4。

其次找各项中含有的相同的字母，如 (3) 中相同的字母有 ab ，相同字母的指数取次数最低的。

5.想一想

[师] 大家总结得非常棒。从例 1 中能否看出提公因式法分解因式与单项式乘以多项式有什么关系？

[生] 提公因式法分解因式就是把一个多项式化成单项式与多项式相乘的形式。

III.课堂练习

(一) 随堂练习

把下列各式分解因式

(1) $8x-72=8(x-9)$

(2) $a^2b-5ab=ab(a-5)$

(3) $4m^3-6m^2=2m^2(2m-3)$

(4) $a^2b-5ab+9b=b(a^2-5a+9)$

(5) $-a^2+ab-ac=- (a^2-ab+ac) =-a(a-b+c)$

(6) $-2x^3+4x^2-2x=- (2x^3-4x^2+2x) =-2x(x^2-2x+1)$

(二) 补充练习

投影片

把 $3x^2-6xy+x$ 分解因式

[生] 解： $3x^2-6xy+x=x(3x-6y)$

[师] 大家同意他的做法吗？

[生] 不同意。

改正： $3x^2-6xy+x=x(3x-6y+1)$

[师] 后面的解法是正确的，出现错误的原因是受到 1 作为项的系数通常可以省略的影

响，而在本题中是作为单独一项，所以不能省略，如果省略就少了一项，当然不正确，所以多项式中某一项作为公因式被提取后，这项的位置上应是 1，不能省略或漏掉。

在分解因式时应如何减少上述错误呢？

将 x 写成 $x \cdot 1$ ，这样可知提出一个因式 x 后，另一个因式是 1。

IV. 课时小结

1. 提公因式法分解因式的一般形式，如：

$$ma+mb+mc=m(a+b+c).$$

这里的字母 a 、 b 、 c 、 m 可以是一个系数不为 1 的、多字母的、幂指数大于 1 的单项式。

2. 提公因式法分解因式，关键在于观察、发现多项式的公因式。

3. 找公因式的一般步骤

- (1) 若各项系数是整系数，取系数的最大公约数；
- (2) 取相同的字母，字母的指数取较低的；
- (3) 取相同的多项式，多项式的指数取较低的。
- (4) 所有这些因式的乘积即为公因式。
- (5) 如何判定符号

4. 初学提公因式法分解因式，最好先在各项中将公因式分解出来，如果这项就是公因式，也要将它写成乘 1 的形式，这样可以防范错误，即漏项的错误发生。

5. 公因式相差符号的，如 $(x-y)$ 与 $(y-x)$ 要先统一公因式，同时要防止出现符号问题。

V. 课后作业

1、P8 1, 2, 3

2、活动与探究

利用分解因式计算：

(1) $3^{2004} - 3^{2003}$;

(2) $(-2)^{101} + (-2)^{100}$.

● 板书设计

§ 1.2.1 提公因式法（一）

一、1. 公因式与提公因式法分解因式的概念

2. 例题讲解（例 1）

3. 议一议（找公因式的一般步骤）

4. 想一想

二、课堂练习

1. 随堂练习

2. 补充练习

三、课时小结

四、课后作业

教学后记：

第三课时

●课 题

§ 1.2.2 提公因式法 (二)

●教学目标

(一) 教学知识点

进一步让学生掌握用提公因式法进行因式分解的方法.

(二) 能力训练要求

进一步培养学生的观察能力和类比推理能力.

(三) 情感与价值观要求

通过观察能合理地进行因式分解的推导, 并能清晰地阐述自己的观点.

●教学重点

能观察出公因式是多项式的情况, 并能合理地进行因式分解.

●教学难点

准确找出公因式, 并能正确进行因式分解.

●教学方法

类比学习法

●教学过程

I. 创设问题情境, 引入新课

[师] 上节课我们学习了用提公因式法因式分解, 知道了一个多项式可以分解为一个单项式与一个多项式的积的形式, 那么是不是所有的多项式分解以后都是同样的结果呢?

本节课我们就来揭开这个谜.

II. 新课讲解

请在下列各式等号右边的括号前填入“+”或“-”号, 使等式成立:

$$(1) 2-a = \underline{\hspace{2cm}} (a-2);$$

$$(2) y-x = \underline{\hspace{2cm}} (x-y);$$

$$(3) b+a = \underline{\hspace{2cm}} (a+b);$$

$$(4) (b-a)^2 = \underline{\hspace{2cm}} (a-b)^2;$$

$$(5) -m-n = \underline{\hspace{2cm}} -(m+n);$$

$$(6) -s^2+t^2 = \underline{\hspace{2cm}} (s^2-t^2).$$

一、例题讲解

[例 1] 下列多项中各项的公因式是什么?

$$a(x-3) + 2b(x-3)$$

$$a(x-3) + 2b(3-x)$$

$$(a+c)(a-b)^2 - (a-c)(b-a)^2$$

$$6(m-n)^3 - 12(n-m)^2.$$

$$-12xy^2(x+y) + 18x^2y(x+y)$$

分析: 虽然 $a(x-y)$ 与 $b(y-x)$ 看上去没有公因式, 但仔细观察可以看出 $(x-y)$ 与 $(y-x)$ 是互为相反数, 如果把其中一个提取一个“-”号, 则可以出现公因式, 如 $y-x = -(x-y)$. $(m-n)^3$ 与 $(n-m)^2$ 也是如此.

[例 2] 把 $a(x-3) + 2b(x-3)$ 分解因式.

分析：这个多项式整体而言可分为两大项，即 $a(x-3)$ 与 $2b(x-3)$ ，每项中都含有 $(x-3)$ ，因此可以把 $(x-3)$ 作为公因式提出来。

$$\text{解： } a(x-3) + 2b(x-3) = (x-3)(a+2b)$$

[师] 从分解因式的结果来看，是不是一个单项式与一个多项式的乘积呢？

[生] 不是，是两个多项式的乘积。

[例 3] 把下列各式分解因式：

$$(1) a(x-y) + b(y-x) ;$$

$$(2) 6(m-n)^3 - 12(n-m)^2$$

$$(3) (a+c)(a-b)^2 - (a-c)(b-a)^2$$

$$(4) -12xy^2(x+y) + 18x^2y(x+y)$$

III. 课堂练习

把下列各式分解因式：

$$\text{解： } (1) x(a+b) + y(a+b)$$

$$= (a+b)(x+y) ;$$

$$(2) 3a(x-y) - (x-y)$$

$$= (x-y)(3a-1) ;$$

$$(3) 6(p+q)^2 - 12(q+p)$$

$$= 6(p+q)^2 - 12(p+q)$$

$$= 6(p+q)(p+q-2) ;$$

$$(4) a(m-2) + b(2-m)$$

$$= a(m-2) - b(m-2)$$

$$= (m-2)(a-b) ;$$

$$(5) 2(y-x)^2 + 3(x-y)$$

$$= 2[-(x-y)]^2 + 3(x-y)$$

$$= 2(x-y)^2 + 3(x-y)$$

$$= (x-y)(2x-2y+3) ;$$

$$(6) mn(m-n) - m(n-m)^2$$

$$= mn(m-n) - m(m-n)^2$$

$$= m(m-n)[n - (m-n)]$$

$$= m(m-n)(2n-m) .$$

IV. 课时小结

本节课进一步学习了用提公因式法分解因式，公因式可以是单项式，也可以是多项式，要认真观察多项式的结构特点，从而能准确熟练地进行多项式的分解因式。

V. 课后作业

习题 1.2

活动与探究

把 $(a+b-c)(a-b+c) + (b-a+c) \cdot (b-a-c)$ 分解因式。

$$\text{解： 原式} = (a+b-c)(a-b+c) - (b-a+c)(a-b+c)$$

$$= (a-b+c)[(a+b-c) - (b-a+c)]$$

$$= (a-b+c)(a+b-c-b+a-c)$$

$$= (a-b+c)(2a-2c)$$

$$= 2(a-b+c)(a-c)$$

● 板书设计

§ 1.2.2 提公因式法 (二)

- 一、1. 例题讲解
- 2. 做一做
- 二、课堂练习
- 三、课时小结
- 四、课后作业

教学后记:

第四课时 复习: 提公因式法

一. 重点与难点:

1. 重点: 运用提公因式法分解因式

提公因式法分解因式是最简单的同时也是最基本的因式分解的方法, 在对一个多项式进行因式分解时, 首先要考虑的就是提公因式法, 它有时也和其它的方法混合在一起运用。

2. 理解因式分解的意义; 公因式的确定。

要明确以下几点: (1) 分解的对象是多项式; (2) 分解的目的是化成多项式的积的形式;

(3) 分解的过程与多项式的乘法相反; (4) 分解的结果要彻底。

二. 学法点拨

运用提公因式法分解因式的关键是找到一个多项式各项都含有的因式, 我们称之为公因式。然后根据乘法分配律的逆运算, 把公因式提到括号外面, 从而将多项式化为积的形式。

三. 概念辨析题解

1. 下列各式从左到右的变形, 是因式分解的是----- ()

(A) $a(a-b) = a^2 - ab$

(B) $a^2 - 2a + 1 = a(a-2) + 1$

(C) $x^2 - x = x(x-1)$

(D) $xy^2 = xy(y)$

答案: (C) (A) 是整式的乘法; (B) 右边不是整式的积的形式; (D) 的左边不是多项式。整式乘法的特征: 积化和差式。因式分解的特征: 和差式化积。

2. $-6xyz + 3xy^2 - 9x^2y$ 的公因式是----- ()

(A) $-3x$

(B) $3xz$

(C) $3yz$

(D) $-3xy$

答案: (D) 公因式确定的方法为: (1) 系数取最大公约数; (2) 同底数幂取最底次幂; (3)

第一项为负数时连同负号一起提出。

四. 学生初学时易错点和易忽略点

(一) 易错点

1. 因式分解的结果一定是整式的积的形式

例: $x^2+xy+1=x(x+y+\frac{1}{x})$ 不是因式分解。因为它虽然是积的形式,但它不是整式的积的形式。

2. 提取公因式以后, 如果某项为“1”, 易漏写。

例: $2x^2-x^2y+x=x(2x-xy+1)$, 不能错写成 $x(2x-xy)$

3. 符号问题:

例: $-6xyz+3xy^2-9x^2y=-3xy(2z-y+3x)$, 提出符号时, 不要忘了里面的各项都要变号。

(二) 易忽略点

1. 分解要彻底, 即分解因式时要分解到不能再分解为止。

例: $x^4-1=(x^2+1)(x^2-1)$ 就没有分解完; 因为 x^2-1 不还可以再分解为 $(x+1)(x-1)$

2. 提取公因式时要把公因式提尽。

例: $4x^2y+6xy^2=2x(2xy+3y^2)$ 就不对, 因为多项式中还有公因式 y 没有提出。正确的结果应为 $4x^2y+6xy^2=2xy(2x+3y)$ 。

五. 典型题精解

例 1: 把下列各多项式分解因式:

(1) $-3x^2-6x+12$	(2) $3x(x-2)-(2-x)$
(1) 解: $-3x^2-6x+12=-3(x^2+2x-4)$	(2) 解: $3x(x-2)-(2-x)=3x(x-2)+(x-2)$ $= (x-2)(3x+1)$

点拨: 例(1)中首项是负的, 应先提出“-”号, 使括号内第一项的符号变为正数, 这样便于对多项式进行观察和分析, 以便继续进行分解因式, 同时保证后面的分解不会出现错误。例(2)是一个比较复杂的多项式, 这里要树立整体思想, 把 $(x-2)$ 作为一个因式, 而后面的 $-(2-x)$ 则要用符号变换法则变为 $-[-(x-2)]$, 也就是 $+(x-2)$ 。

例 2. 已知: $x^2+3x-2=0$, 求 $2x^3+6x-4x$ 的值。

解: $x^2+3x-2=0 \therefore 2x^3+6x-4x=2x(x^2+3x-2)=2x \cdot 0=0$

点拨: 这是因式分解在求代数式值时应用的一个例子, 这里提取公因式后; 产生了 x^2+3x-2 这样的一个因式, 而这个式子的值为 0, 因而 $2x^3+6x-4x$ 的值也为 0, 这里实际上渗透了整体代入的思想。

例 3: 已知关于 x 的多项式 $3x^2-mx+n$ 因式分解的结果为 $(3x+2)(x-1)$ 求 m 、 n 的值。

所考知识点: 因式分解与整式乘法的逆变形, 恒等式的性质。

解: 由题意得: $3x^2-mx+n=(3x+2)(x-1)$ 即 $3x^2-mx+n=3x^2-x-2 \therefore m=1; n=-2$

点拨: 这里运用的是对号入座方法, 也就是类比法, 得到对应项的系数相等。这种方法在已一个方程求两个未知数时常用, 大家要学会这种思维方法。

例 4. 已知串联电路的电压 $U=IR_1+IR_2+IR_3$, 当 $R_1=12.9, R_2=18.5, R_3=18.6, I=2$ 时, 求出电路中 U 的值。

解: 当 $R_1=12.9, R_2=18.5, R_3=18.6, I=2$ 时, $U=IR_1+IR_2+IR_3=I(R_1+R_2+R_3)=2(12.9+18.5+18.6)=2 \times 50=100$

点拨: 这里若分别示出 $2 \times 12.9, 2 \times 18.5, 2 \times 18.6$ 再相加较为复杂, 提取公因式后进行计算则非常简捷。

作业: 基础练习题:

一. 选择题

1. 以下各式中是因式分解的是----- ()
 (A) $8a(a-b)=8a^2-8ab$ (B) $a^2b+ab^2+c=ab(a+b)+c$
 (C) $2a^2-8=2(a+2)(a-2)$ (D) $a^2-2ab+b^2-1=(a-b)^2-1$
2. 下面各式的因式分解中, 正确的是----- ()
 (A) $12xyz-9x^2y^2=3xyz(4-3xy)$ (B) $3a^2y-3ay+6y=3y(a^2-a+2)$
 (C) $9xyz-6x^2y^2=3xyz(3-2xy)$ (D) $3a^2x-6bx+3x=3x(a^2-2b)$
3. 下列各式的公因式为 a 的是----- ()
 (A) $ax+ay+5$ (B) $3ma-6ma^2$ (C) $4a^2+10ab$ (D) $a^2-2a+ma$

二. 把下列各式分解因式

1. $-20a-15ax$ 2. $-\frac{4}{9}xy^3+\frac{8}{27}x^3y^2$ 3. $6x(x-y)^2+3(y-x)^3$
4. $P(x-y)-q(y-x)$ 5. $2a(b+c)-3(b+c)$ 6. $(am+bm)+(a+b)$

三. 用简便方法计算:

1. $21 \times 3.14 + 62 \times 3.14 + 17 \times 3.14$ (2) $9 \times 10^{2002} - 10^{2003}$

巩固提高题:

1. 计算: $2001 \times 20022002 - 2002 \times 20012001$
2. 已知关于 x 的多项式 $3x^2+x+m$ 因式分解以后有一个因式为 $(3x-2)$.
 (1) 求 m 的值. (2) 将多项式因式分解.
3. 已知 $x^2+5x-991=0$; 试求: $x^3+6x^2-986x+1011$ 的值.

第五课时

● 课题

§ 1.3.1 运用公式法 (一)

● 教学目标

(一) 教学知识点

1. 使学生学会用平方差公式因式分解.
 2. 使学生学习多步骤, 多方法的因式分解.

(二) 能力训练要求

在导出平方差公式及对其特点进行辨析的过程中, 培养学生观察、归纳和逆向思维的能力.

(三) 情感与价值观要求

通过综合运用提公因式法、平方差公式进行因式分解, 进一步培养学生的观察和联想能力.

● 教学重点

让学生掌握多步骤、多方法因式分解方法.

● 教学难点

让学生学会观察多项式的特点, 恰当地安排步骤, 恰当地选用不同方法分解因式.

● 教学方法

观察—发现—运用法

● 教学过程

- 一、 提出问题, 创设情境

问题：看谁算得快？（投影出示问题）

(1)若 $a=101, b=99$, 则 $a^2-b^2=$

(2)能否用平方差公式把 $x^2 - 25$ 因式分解？

二、观察分析，探究新知

回顾：因式分解与整式乘法的关系：

因式分解

$$a^2-b^2===== (a+b)(a-b)$$

整式乘法

$$(a+b)(a-b)===== a^2-b^2$$

说明：从左到右是因式分解，其特点是：由和差形式（多项式）转化成整式的积的形式；从右到左是整式乘法，其特点是：由整式积的形式转化成和差形式（多项式）。

结论：因式分解与整式乘法正好相反。

像上述例子那样，把乘法公式从右到左使用，可以把某些类型的多项式因式分解，这种方法叫作**公式法**。

三、例题教学，运用新知：

例 1：把下列各式分解因式

(1) $4x^2 - y^2$

(2) $25x^2 - \frac{9}{4}y^2$

(3) $(x+y)^2 - (x-y+1)^2$

(4) $x^4 - y^4$

师：该题的思路是什么？

生：由因式分解的平方差公式得出

师：明确公式中的 a、b 在这儿分别代表什么

解：（略）

变式训练，扩展新知（投影出示）

例 2：把下列各式分解因式

(1) $9(m+n)^2 - (m-n)^2$

(2) $2x^3 - 8x$

(3) $x^3y^2 - x^5$

分析：（1）的思路是把 $(m+n)$ 、 $(m-n)$ 分别看成一个整体，运用整体的思想。

（2）引导学生体会多项式中若有公因式，就要先提取公因式

探究：

在系数为实数的多项式组成的集合中， $x^2 - 2$ 能表示成两个多项式的乘积的形式吗？

注意：本书中没有特别说明，都是在系数为**有理数**的多项式组成的集合中进行因式分解。

四、课堂小结：自己谈本节课的收获和体会

五、课外作业

书 P14 1, 2, 5

教学后记：

第六课时

●课 题

§ 1.3.2 运用公式法（二）

●教学目标

（一）教学知识点

- 1.使学生会用完全平方公式分解因式.
- 2.使学生学习多步骤，多方法的分解因式.

（二）能力训练要求

在导出完全平方公式及对其特点进行辨析的过程中，培养学生观察、归纳和逆向思维的能力.

（三）情感与价值观要求

通过综合运用提公因式法、完全平方公式因式分解，进一步培养学生的观察和联想能力.

●教学重点

让学生掌握多步骤、多方法因式分解的方法.

●教学难点

让学生学会观察多项式的特点，恰当地安排步骤，恰当地选用不同方法分解因式.

●教学方法

观察—发现—运用法

●教学过程

I.创设问题情境，引入新课

[师]我们知道，因式分解是整式乘法的反过程，倒用乘法公式，我们找到了因式分解的两种方法：提取公因式法、运用平方差公式法.现在，大家自然会想，还有哪些乘法公式可以用来分解因式呢？

在前面我们不仅学习了平方差公式

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

而且还学习了完全平方公式

$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$$

本节课，我们就要学习用完全平方公式分解因式.

II.新课

1. 推导用完全平方公式分解因式的公式以及公式的特点.

[师] 由因式分解和整式乘法的关系, 大家能否猜想出用完全平方公式分解因式的公式呢?

[生] 可以.

将完全平方公式倒写:

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2;$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2.$$

便得到用完全平方公式分解因式的公式.

[师] 很好. 那么什么样的多项式才可以用这个公式分解因式呢? 请大家互相交流, 找出这个多项式的特点.

[生] 从上面的式子来看, 两个等式的左边都是三项, 其中两项符号为“+”, 是一个整式的平方, 还有一项符号可“+”可“-”, 它是那两项乘积的两倍. 凡具备这些特点的三项式, 就是一个二项式的完全平方, 将它写成平方形式, 便实现了因式分解.

[师] 左边的特点有 (1) 多项式是三项式;

(2) 其中有两项同号, 且此两项能写成两数或两式的平方和的形式;

(3) 另一项是这两数或两式乘积的 2 倍.

右边的特点: 这两数或两式和 (差) 的平方.

用语言叙述为: 两个数的平方和, 加上 (或减去) 这两数的乘积的 2 倍, 等于这两个数的和 (或差) 的平方.

形如 $a^2+2ab+b^2$ 或 $a^2-2ab+b^2$ 的式子称为完全平方式.

由分解因式与整式乘法的关系可以看出, 如果把乘法公式反过来, 那么就可以用来把某些多项式分解因式, 这种分解因式的方法叫做运用公式法.

投影

练一练

下列各式是不是完全平方式?

(1) a^2-4a+4 ;

(2) $x^2+4x+4y^2$;

(3) $4a^2+2ab+\frac{1}{4}b^2$;

(4) a^2-ab+b^2 ;

(5) x^2-6x-9 ;

(6) $a^2+a+0.25$.

[师] 判断一个多项式是否为完全平方式, 要考虑三个条件, 项数是三项; 其中有两项同号且能写成两个数或式的平方; 另一项是这两数或式乘积的 2 倍.

2. 例题讲解

[例 1] 把下列完全平方式分解因式:

(1) $x^2+14x+49$;

(2) $(m+n)^2-6(m+n)+9$.

[师] 分析: 大家先把多项式化成符合完全平方公式特点的形式, 然后再根据公式分解因式. 公式中的 a, b 可以是单项式, 也可以是多项式.

[例 2] 把下列各式分解因式:

(1) $3ax^2+6axy+3ay^2$;

(2) $-x^2-4y^2+4xy$.

[师] 分析: 对一个三项式, 如果发现它不能直接用完全平方公式分解时, 要仔细观察

它是否有公因式，若有公因式应先提取公因式，再考虑用完全平方公式分解因式。

如果三项中有两项能写成两数或式的平方，但符号不是“+”号时，可以先提取“-”号，然后再用完全平方公式分解因式。

[例 3] 把下列各式分解因式：

$$(1) x^2 - 3x + \frac{9}{4}$$

$$(2) 9x^2 + 12x + 4$$

$$(3) -4x^2 + 12xy - 9y^2$$

$$(4) a^4 + 2a^2b + b^2$$

$$(5) x^4 - 2x^2 + 1$$

III. 课堂练习

P17 1, 2

IV. 课时小结

这节课我们学习了用完全平方公式因式分解.它与平方差公式不同之处是：

- (1) 要求多项式有三项.
- (2) 其中两项同号，且都可以写成某数或式的平方，另一项则是这两数或式的乘积的 2 倍，符号可正可负.

同时，我们还学习了若一个多项式有公因式时，应先提取公因式，再用公式因式分解.

V. 课后作业

书 P17 1, 2 (双数题)

活动与探究

写出一个三项式，再把它分解因式 (要求三项式含有字母 a 和 b ，分数、次数不限，并能先用提公因式法，再用公式法分解因式).

分析：本题属于答案不固定的开放性试题，所构造的多项式同时具备条件：①含字母 a 和 b ；②三项式；③可提公因式后，再用公式法分解.

参考答案：

$$\begin{aligned} & 4a^3b - 4a^2b^2 + ab^3 \\ &= ab(4a^2 - 4ab + b^2) \\ &= ab(2a - b)^2 \end{aligned}$$

教学后记：

第七课时

●课 题

§ 1.4 小结与复习

●教学目标

(一) 教学知识点

1.复习因式分解的概念,以及提公因式法,运用公式法因式分解的方法,使学生进一步理解有关概念,能灵活运用上述方法因式分解.

2.熟悉本章的知识结构图.

(二) 能力训练要求

通过知识结构图的教学,培养学生归纳总结能力,在例题的教学过程中培养学生分析问题和解决问题的能力.

(三) 情感与价值观要求

通过因式分解综合练习,提高学生观察、分析能力;通过应用因式分解方法进行简便运算,培养学生运用数学知识解决实际问题的意识.

●教学重点

复习综合应用提公因式法,运用公式法因式分解.

●教学难点

利用因式分解进行计算及讨论.

●教学方法

引导学生自觉进行归纳总结.

●教学过程

I. 创设问题情境,引入新课

[师] 前面我们已学习了因式分解概念,提公因式法因式分解,运用公式法因式分解的方法,并做了一些练习.今天,我们来综合总结一下.

II. 新课讲解

(一) 讨论推导本章知识结构图

[师] 请大家先回忆一下我们这一章所学的内容有哪些?

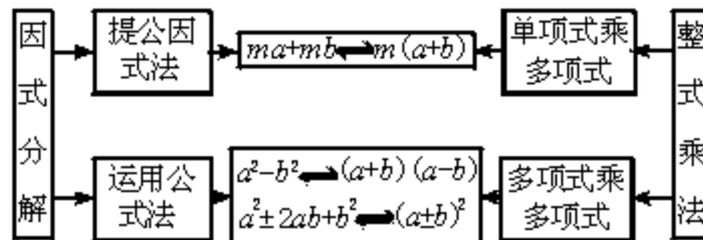
[生] (1) 有因式分解的意义,提公因式法和运用公式法的概念.

(2) 因式分解与多项式乘法的关系.

(3) 因式分解的方法.

[师] 很好.请大家互相讨论,能否把本章的知识结构图绘出来呢?(若学生有困难,教师可给予帮助)

[生]



(二) 重点知识讲解

[师] 下面请大家把重点知识回顾一下.

1.举例说明什么是因式分解.

[生] 如 $15x^3y^2+5x^2y-20x^2y^3=5x^2y(3xy+1-4y^2)$

把多项式 $15x^3y^2+5x^2y-20x^2y^3$ 分解成为因式 $5x^2y$ 与 $3xy+1-4y^2$ 的乘积的形式,就是把多项式 $15x^3y^2+5x^2y-20x^2y^3$ 因式分解.

[师] 学习因式分解的概念应注意以下几点:

- (1) 因式分解是一种恒等变形,即变形前后的两式恒等.
- (2) 把一个多项式因式分解应分解到每一个多项式都不能再分解为止.

2. 因式分解与整式乘法有什么关系?

[生] 因式分解与整式乘法是两种方向相反的变形.

如: $ma+mb+mc=m(a+b+c)$

从左到右是因式分解,从右到左是整式乘法.

3. 因式分解常用的方法有哪些?

[生] 提公因式法和运用公式法.可以分别用式子表示为:

$$ma+mb+mc=m(a+b+c)$$

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

$$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$$

4. 例题讲解

投影片

[例 1] 下列各式的变形中,哪些是因式分解?哪些不是?说明理由.

(1) $x^2+3x+4=(x+2)(x+1)+2$

(2) $6x^2y^3=3xy\cdot 2xy^2$

(3) $(3x-2)(2x+1)=6x^2-x-2$

(4) $4ab+2ac=2a(2b+c)$

[师] 分析: 解答本题的依据是因式分解的定义,即把一个多项式化成几个整式的积的形式是因式分解,否则不是.

[生] 解: (1) 不是因式分解,因为右边的运算中还有加法.

(2) 不是因式分解,因为 $6x^2y^3$ 不是多项式而是单项式,其本身就是积的形式,所以不需要再因式分解.

(3) 不是因式分解,而是整式乘法.

(4) 是因式分解.

投影片

[例 2] 将下列各式因式分解.

(1) $8a^4b^3-4a^3b^4+2a^2b^5$;

(2) $-9ab+18a^2b^2-27a^3b^3$;

(3) $\frac{1}{4}-\frac{1}{9}x^2$;

(4) $9(x+y)^2-4(x-y)^2$;

(5) $x^4-25x^2y^2$;

(6) $4x^2-20xy+25y^2$;

(7) $(a+b)^2+10c(a+b)+25c^2$.

投影片 (§ 2.6 C)

[例 3] 把下列各式因式分解:

(1) $x^7y^3-x^3y^3$;

(2) $16x^4-72x^2y^2+81y^4$;

[师] 从上面的例题中,大家能否总结一下因式分解的步骤呢?

[生] 可以.

因式分解的一般步骤为:

- (1) 若多项式各项有公因式,则先提取公因式.
- (2) 若多项式各项没有公因式,则根据多项式特点,选用平方差公式或完全平方公式.
- (3) 每一个多项式都要分解到不能再分解为止.

III. 课堂练习

1. 把下列各式因式分解

- (1) $16a^2 - 9b^2$;
- (2) $(x^2+4)^2 - (x+3)^2$;
- (3) $-4a^2 - 9b^2 + 12ab$;
- (4) $(x+y)^2 + 25 - 10(x+y)$

2. 利用因式分解进行计算

- (1) $9x^2 + 12xy + 4y^2$, 其中 $x = \frac{4}{3}, y = -\frac{1}{2}$;
- (2) $(\frac{a+b}{2})^2 - (\frac{a-b}{2})^2$, 其中 $a = -\frac{1}{8}, b = 2$.

IV. 课时小结

1. 师生共同回顾, 总结因式分解的意义, 因式分解的方法及一般步骤, 其中要特别指出: 必须使每一个因式都不能再进行因式分解.

2. 利用因式分解简化某些计算.

V. 课后作业

复习题 A 组

VI. 活动与探究

求满足 $4x^2 - 9y^2 = 31$ 的正整数解.

分析: 因为 $4x^2 - 9y^2$ 可分解为 $(2x+3y)(2x-3y)$ (x, y 为正整数), 而 31 为质数.

$$\text{所以有 } \begin{cases} 2x+3y=31 \\ 2x-3y=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 2x+3y=1 \\ 2x-3y=31 \end{cases}$$

解: $\because 4x^2 - 9y^2 = 31$

$$\therefore (2x+3y)(2x-3y) = 1 \times 31$$

$$\therefore \begin{cases} 2x+3y=31 \\ 2x-3y=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 2x+3y=1 \\ 2x-3y=31 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x=8 \\ y=5 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=8 \\ y=-5 \end{cases}$$

因所求 x, y 为正整数, 所以只取 $x=8, y=5$.

● 板书设计

§ 2.6 回顾与思考

一、1. 讨论推导本章知识结构图

2. 重点知识讲解

- (1) 举例说明什么是因式分解.
- (2) 因式分解与整式乘法有什么关系?
- (3) 因式分解常用的方法有哪些?

- (4) 例题讲解
 例 1、例 2、例 3
 (5) 因式分解的一般步骤
 二、课堂练习
 三、课时小结
 四、课后作业

教学后记：

第二章 分 式

第 一 课 时

教学内容：2.1 分式（1）

教学目标：

- 1、能根据分式的概念，辨别出分式，理解当分母为零时，分式无意义。
- 2、能确定分式中字母的取值范围，使分式有意义，或使分式的值为零。
- 3、会用分式表示实际问题中的数量关系，并会求分式的值，体验分式在实际中的价值。

教学重点：分式的有关概念

教学难点：理解并能确定分式何时有意义，何时无意义。

教学过程：

一. 创设情景，引出课题。

1. 出示 P22 的情境问题，用代数式表示耕地变林地的面积。
2. 观察代数式的特点，引入分式的定义。
3. 设计说明：通过创设情景，让学生感受到分式来源于实际，激发学生学习兴趣。

教师再出示一些如： $\frac{b}{a}$ ， $\frac{2x-3}{x+2}$ ， $\frac{a-b}{c}$

让学生比较说出这些代数式与过去学过的整式有什么不同？（可能学生只讲出有分母，教师应适当的引导。）

设计说明：让学生自己感悟分式与整式的不同，培养学生归纳和表达能力。

4. (板书) 分式：把这些分子、分母都是整式且分母中含有字母的代数式叫做分式。

二. 合作讨论，探求新知

做一做：

- 1、下列代数式中，哪些是整式？哪些是分式？

$$\frac{3}{2}, \frac{1}{x}, \frac{b}{a+1}, \frac{3x+2y}{5}, \frac{a+b}{ab}$$

- 2、议一议：分式 $\frac{a}{b}$ 的分母中的字母能取任何实数吗？为什么？

分式 $\frac{2x-3}{x+2}$ 中的字母 x 呢？

总结得出分式的意义：分式中字母的取值不能使分母为零，当分母的值为零时，分式就没有意义。

设计说明：通过与整式比较突出对分式概念的理解。通过讨论，加深学生对分式意义

的认识。

三. 应用巩固, 掌握新知

例 1: 对分式 $\frac{2x+1}{3x-5}$

- (1) 当 x 取什么数时, 分式有意义?
- (2) 当 x 取什么值时, 分式的值为零?
- (3) 当 $x=1$ 时, 分式的值是多少?

设计说明: 这是课本中的例题, 一则是应用新知, 二则是经历解题过程, 三则让学生体会解本题的关键。

练一练: (课内练习 1) 填空:

- (1) 当_____时, 分式 $\frac{1}{x}$ 无意义。
- (2) 当_____时, 分式 $\frac{1-x}{4x-8}$ 有意义。
- (3) 当_____时, 分式 $\frac{3x-9}{x-2}$ 值是零。

设计说明: 给学生展现身手的机会, 加强学生对什么情况下分式有意义, 无意义, 值为零的理解。

做一做:

例 2: 甲、乙两人从一条公路上某处出发, 同向而行, 已知甲每时行 a 千米, 乙每时行 b 千米, $a > b$, 如果乙提前 1 时出发, 那么甲追上乙需要多少时间? 当 $a=b$, $b=5$ 时, 求甲追上乙所需的时间。

分析: 此题是行程问题中的追及问题, 小学里学过

追及时间 = $\frac{\text{路程差}(\text{追及路程})}{\text{速度差}}$, 本题中把字母代入即可。

第二问题是求分式的值, 注意解题格式。

想一想: 若取 $a=5$, $b=5$, 分式 $\frac{b}{a-b}$ 有意义吗? 它们表示的实际意义是什么?

(当 $a=5$, $b=5$ 时, 分式 $\frac{b}{a-b}$ 无意义, 它表示甲永远也追不上乙)。

解后反思: 在用分式表示实际问题时, 字母的取值一定要符合实际。

练一练: (课内练习 2) 甲、乙两人分别从 A、B 两地出发, 相向而行, 已知甲的速度为 V_1 千米/时, 乙的速度为 V_2 千米/时, A、B 两地相距 20 千米, 若甲先出发 1 时, 问乙出发后几时与甲相遇?

四. 合作探究, 延伸提高

探究题: (课内练习) 口袋里装有若干个白球和黑球, 这些球除颜色外均相同, 设黑球的个数为 n , 白球的个数为 $(18-m)$ 个, p 表示从口袋中摸出一个球, 是白球的概率。

- (1) 你能用关于 m 、 n 的代数式来表示 p 吗? 它是哪一类的代数式。
- (2) 这个代数式在在什么条件下有意义?
- (3) p 有可能为 0 吗? 有可能为 1 吗? 如果有可能, 请解释它的实际意义。

设计说明: 通过合作探究, 让学生体会到 (1) 分式的应用很广, (2) 在用分式表示实际问题时, 字母的取值一定要符合实际。

五. 清点收获

由教师开出清单, 学生进行清点

1. 分式的概念;
2. 什么情况下分式有意义、无意义, 分式的值为零。
3. 在实际问题中应注意什么?

设计说明: 为了避免学生毫无目的、流于形式的随意讲, 由教师根据本节课的教学目标开出清单, 可使学生有的放矢。

六. 作业: 课后作业题。

教学反思:

第 二 课 时

教学内容: 2.1 分式 (2)

教学目标:

- 1、通过类比分数的基本性质, 说出分式的基本性质, 并能用字母表示。
- 2、理解并掌握分式的基本性质和符号法则。
- 3、能运用分式的基本性质和符号法则对分式进行变性和约分。

教学重点: 分式的基本性质及利用基本性质进行约分。

教学难点: 对符号法则的理解和应用及当分子、分母是多项式时的约分。

教学过程:

一. 类比引入, 探求新知

下面这些式子成立吗? 依据是什么?

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15} \quad \frac{16}{42} = \frac{16 \div 2}{42 \div 2} = \frac{8}{21}$$

待学生讲出分数的基本性质后, 再让学生讲出分数的基本性质的内容。

类似地, 分式也有以下基本性质:

(板书) 分式的分子与分母都乘以(或除以)同一个不等于 0 的整式, 分式的值不变。(并举例对性质中的关键词: 都、同一个、不等于 0 的整式加以理解)

用式子表示为 $\frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}$, $\frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M}$ (其中 M 是不等于零的整式)

二. 应用新知, 巩固新知

想一想: 下列等式成立吗? 为什么?

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b} \quad \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

先让学生讨论, 待学生回答后, 教师引导学生得出结论: (板书) 分子、分母与分式本身的符号, 改变其中任何两个, 分式的值不变。

做一做: (课内练习) 1、不改变分式的值, 把下列各式的分子与分母中的各项子数都化为整数。

$$(1) \frac{\frac{1}{x+\frac{1}{3}} y}{\frac{1}{2} x-y} \quad (2) \frac{0.2a+0.5b}{0.7a-b}$$

2、不改变分式的值，把下列分式的分子与分母的最高次项的系数都化为正数。

$$(1) \frac{-2x-1}{x-1} \quad (2) \frac{3-x}{-x^2+2}$$

练一练：课内练习：P₂₅ 1、2

设计说明：目的是应用和巩固分式的基本性质及符号法则。

做一做：

例 3：化简下列各式：

$$(1) \frac{-8ab^2c}{-12a^2b} \quad (2) \frac{a^2+4a+4}{-a^2+4}$$

教学建议：教师可以先写出一个能约分的分数，让学生化简，并指出化简的实质：是约分（学生应该能讲出的）。对比分数的化简让学生试着完成例 3。（教师巡视过程中应对基础弱的学生加以引导）

教师引导学生反思：1、例题化简过程的依据是什么？（分式的基本性质）

2、具体是怎样操作的？（先找出分子和分母中的公因式，再分子分母同时除以公因式）由此得出：

（板书）分式的约分：把一个分式的分子与分母的公因式约去，叫做分式的约分。

设计说明：因为前一章刚刚学过因式分解，学生对公因式应该比较熟悉，所以直接让学生完成，给学生探索和尝试的机会。

练一练：（课内练习）3、用分式表示下列各式的商，并约分

$$(1) 4a^2b \div (6ab^2) \quad (2) -4m^3n^2 \div 2(m^3n^4)$$

$$(3) (3x^2+x) \div (x^2-x) \quad (4) (x^2-9) \div (-2x^2+6x)$$

教学建议：板演或投影展示学生的解题过程，评价方式应以学生为主，尤其做错的，应该让学生知道错在哪里，及时改正。

三. 清点收获

由教师开出清单，学生进行清点

- 1、分式的基本性质
- 2、符号法则
- 3、约分
- 4、以上知识在应用时应注意什么？

设计说明：为了避免学生毫无目的、流于形式的随意讲，由教师根据本节课的教学目标开出清单，让学生有的放矢。

四. 作业：课后作业题

教学反思：

第 三 课 时

教学内容:2.2 分式的乘除法(1)

教学目标:

1. 能根据分数的乘除法则叙述分式的乘除法则, 并会用字母表示。
2. 能进行分式的乘法、除法运算或简单的乘除混合运算。
3. 能进行分式与整式的乘除运算。

教学重点:分式的乘法

教学难点:当分子、分母是多项式时的分式乘除法.

教学过程:

一. 创设情景, 引入新课

你知道吗? 同一物体在月球上受到的重力只有在地球上的 $\frac{1}{6}$.

请问: (1) A 物体在地球上的重力为 $\frac{5}{3}$ 牛顿, 那么它在月球上的重力是多少?

(2) B 物体在月球上的重力为 $\frac{5}{3}$ 牛顿, 那么它在地球上的重力是多少?

(让学生思考后回答.)

列式可得: (1) $\frac{5}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{5}{18}$ (2) $\frac{5}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{5}{3} \times 6 = 10$

解后反思: (1) 式是什么运算? 依据是什么? (2) 式又是什么运算? 依据是什么? 能说出具体内容吗? (如果有困难教师应给予引导)

设计说明: 创设情景, 目的激发学生的学习兴趣, 让他们体验数学的实用价值; 解后反思意在复习旧知识, 为学习新知识做好铺垫, 并提高学生思维的严密性。

试一试, 并说出依据。

$$\frac{b}{a} \cdot \frac{d}{c} \text{ _____}。 \quad \frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \text{_____}$$

(学生应该能说出依据的是: 分数的乘法和除法法则) 教师加以肯定, 并指出与分数的乘除法法则类似, (板书) 分式的乘除的法则:

分式乘分式, 用分子的积做积的分子, 分母的积做积的分母。

分式除以分式, 把除式的分子, 分母颠倒位置后, 与被除式相乘。

$$\text{即 } \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

设计说明: 在学生已有知识的基础上, 通过类比让学生经历知识迁移的过程, 加深学生对法则的理解。

二. 应用新知, 体验成功

练一练: (课内练习) 1、下面的计算对吗? 如果不对, 请改正:

$$(1) \frac{-x}{2b} \cdot \frac{6b}{x^2} = \frac{3b}{x} \quad (2) \frac{4x}{3a} \div \frac{a}{2x} = \frac{2}{3}$$

(学生认为错的, 让学生指出错在哪里)

做一做:

例 1.: 计算

$$(1) \frac{7b}{6a^2} \cdot \frac{8a^3}{7b^2} \quad (2) 2ab \div \left(-\frac{3b^2}{a}\right)$$

教学建议: 把主动权交给学生, 待学生完成后, 教师反问: 是什么运算? 怎么做的? 在师生的互动过程中, 总结出:

- (1) 分式乘除运算时，应先确定结果的符号
- (2) 计算结果应是最简分式或整式
- (3) “变除为乘，除式颠倒”，写好中间步骤。
- (4) 可先约分，再相乘；
- (5) 运算中遇到整式，可看成分母是 1 的式子。

设计说明：让学生在经历应用新知的过程中，体会出法则表达式中字母含义的广泛性和解题的步骤、关键。

教学建议：板演或投影展示学生的解题过程，评价方式应以学生为主，尤其做错的，应该让学生知道错在哪里；根据学生的解答，引导学生归纳出分式的乘除法混合运算可先把除法转化为乘法，能约分的先约分，再相乘。

三. 合作探究，检验能力

试一试：例 2、一个长、宽、高分别为 l 、 b 、 h 的长方体纸箱装满了高为 h 的圆柱形易拉罐，求纸箱空间的利用率，（易拉罐总体积与纸箱容积的比，结果精确到 1%）。

教学建议：待学生看完题目后，教师让学生举出与本题相符的实际例子（学生一定能举出的，如：一箱键力宝、一箱可口可乐等），就从学生的举例入手根据题意设问：（1）纸箱的容积怎么求？

易拉罐总体积怎么求？（学生应该能回答出纸箱体积= $l \cdot b \cdot h$ ；易拉罐总体积=一个易拉罐的体积 \times 易拉罐的总个数），四人小组讨论易拉罐的体积和易拉罐的总个数与由什么量确定的？怎么求？（基础较好的学生可能知道：由易拉罐的底面半径 r 决定并能求出，可让知道的学生说出怎么想的、怎么求的，教师协助并写出解题过程。）

设计说明：让学生举出与本题相符的实际例子，意在调动学生思维的积极性和理解题意；由于一个易拉罐的体积和易拉罐的总个数是解决本题的关键更是难点，应给出讨论和思考的时间；让学生说出解答过程，既可展示学生的思维过程，又可教会不知所以然的同学。

四. 清点收获

由教师开出清单，学生进行清点

- 1、分式乘除法法则
- 2、乘除运算中的步骤及注意事项
- 3、实际应用

设计说明：为了避免学生毫无目的、流于形式的讲讲，由教师根据本节课的教学目标开出清单，让学生有的放矢。

五. 作业：课后作业题

设计思路：

由于分式的乘除法法则与分数的乘除法法则类似，故以类比的方法得出分式的乘除法法则，易于学生理解、接受，体现了自主探索，合作学习的新理念，在实际问题解决的过程中注重培养学生分析问题和解决问题的能力。整个教学过程力求以学生为主体。

教学反思：

第四课时

教学内容:2.2 分式的乘除法(2)

教学目标:

1. 能进行分式的乘法、除法运算或简单的乘除混合运算。
2. 能进行分式与整式的乘除运算。

教学重点:分式的乘法

教学难点:当分子、分母是多项式时的分式乘除法.

教学过程:

一. 复习热身:

1. 化简:

$$(1) \frac{2mn}{5x} \cdot \left(-\frac{10xy}{8m}\right) \quad (2) 6x^2y \cdot \frac{2xy}{3x^3y}$$

2. 下列分式是最简分式的是_____ (填序号)

$$(1) \frac{x+1}{x} \quad (2) \frac{m^2+m}{m} \quad (3) \frac{6xy}{8m} \quad (4) \frac{x^2+x}{x^2-1}$$

二. 合作探究:

1. 出示 p30 例 2 计算:

$$(1) \frac{x+1}{2x} \cdot \frac{4x^2}{x^2-1} \quad (2) \frac{8x^2}{x^2+2x+1} \div \frac{6x}{x+1}$$

2. 归纳:当分式的分子和分母是多项式时,有时需要把某些多项式因式分解,然后约分,化为最简分式.

三. 做一做:

1. 出示 p30 例 3 化简:

2. 出示 p31 例 4.

3. 小结:把一个分式化为最简分式后,可以使求分式的值比较简便.

四. 课堂练习 p31 1, 2, 3.

五. 作业:p34 2 (3) (4), 3. B 1.

教学反思:

第五课时

教学内容:2.2.2 分式的乘方

教学目标:

1. 使学生了解分式乘方的运算性质.
2. 会根据分式乘方的运算性质, 正确熟练地进行分式的乘方运算.

教学重点:分式乘方的运算性质.

教学难点:分式乘方的运算性质的运用.

教学过程:

一. 创设情境, 引入新课:

1. 出示 p31 的问题, 引导学生推导分式乘方的运算性质. 让学生体验发现数学规律的乐趣, 培育学生的创造意识.
2. 归纳性质并板书: **分式的乘方是把分子, 分母各自乘方.**

$$\text{即: } \left(\frac{f}{g}\right)^n = \frac{f^n}{g^n}$$

二. 运用新知, 体验成功:

1. 出示 p33 例 5 计算:

$$(1) \quad \left(\frac{x}{y^2}\right)^4 \qquad (2) \quad \left(\frac{-4x^2y}{3w}\right)^3$$

- (1) 学生合作交流, 讨论.
- (2) 强调符号, 系数, 字母的指数.

2. 出示 p33 例 6. 例 7 计算:

$$(1) \quad (-6x^3y^4) \div (-2xy)^3 \qquad (2) \quad (5x^4y^2 - x^2y^4 + 3x^2y^2) \div (-4x^2y)^2$$
$$(3) \quad \left(\frac{-x^3}{y^2}\right)^2 \cdot \left(\frac{y}{-x^2}\right)^3 \div \left(\frac{-z}{xy}\right)^4$$

- (1) 学生合作 交流, 讨论.
- (2) 教师指出: 例 6, 例 7 中包含了分式的乘法和乘方运算, 计算时应注意运算顺序.

三. 课堂练习 p34 1, 2.

四. 小结: 本节课学习了分式乘方的运算性质及运用. 计算时应注意符号, 系数, 字母的指数及运算顺序.

五. 作业:p 35 A 4.

教学反思:

第 六 课 时

教学内容:2.3.1 同底数幂的除法

教学目标:

1. 使学生了解同底数幂的除法法则, 会写出它的字母表达式.
2. 会根据同底数幂的除法法则正确熟练地进行运算.

教学重点: 同底数幂的除法法则.

教学难点: 同底数幂的除法法则的推导及运用.

教学过程:

一. 创设情境, 引入新课:

1. 出示 p36 的情境问题:
2. 引导学生归纳同底数幂的除法法则. 并板书:

一般的, 设 $a \neq 0$, m, n 正整数, 且 $m > n$, 则

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{a^{m-n} \cdot a^n}{a^n} = a^{m-n} \quad \text{即} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

二. 运用新知, 体验成功:

1. 出示 p37 例 1 计算:

$$(1) \quad \frac{x^8}{x^5} \quad - \quad (2) \quad \frac{(-x)^9}{(-x)^4}$$

$$(3) \quad \frac{(xy)^5}{(xy)^2} \quad (4) \quad \frac{y^{2n+1}}{y^{n+1}} \quad (n \text{ 是正整数})$$

- (1) 学生合作交流, 讨论.
- (2) 强调符号, 字母的指数的运算.

三. 做一做:

- (1) 出示 p37 动脑筋.
- (2) 引用计算机的有关内容, 可使学生扩大知识视野, 让学生了解一些有关计算机的知识.

四. 课堂练习 p38 1, 2.

五. 小结: 本节课学习了同底数幂的除法法则. 计算时应注意符号, 字母的指数及运算顺序.

六. 作业: 课后作业题.

教学反思:

第七课时

教学内容:2.3.2 同底数幂的除法

教学目标:

1. 使学生了解同底数幂的除法法则,会写出它的字母表达式.
2. 会根据同底数幂的除法法则正确熟练地进行运算.

教学重点: 同底数幂的除法法则.

教学难点: 同底数幂的除法法则的推导及运用.

教学过程:

一. 创设情境, 引入新课:

1. 出示 p36 的情境问题:
2. 引导学生归纳同底数幂的除法法则. 并板书:

一般的, 设 $a \neq 0$, m, n 正整数, 且 $m > n$, 则

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{a^{m-n} \cdot a^n}{a^n} = a^{m-n} \quad \text{即} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

二. 运用新知, 体验成功:

1. 出示 p37 例 1 计算:

$$\begin{array}{ll} (1) \quad \frac{x^8}{x^5} & - \quad (2) \quad \frac{(-x)^9}{(-x)^4} \\ (3) \quad \frac{(xy)^5}{(xy)^2} & (4) \quad \frac{y^{2n+1}}{y^{n+1}} \quad (n \text{ 是正整数}) \end{array}$$

- (1) 学生合作交流, 讨论.
- (2) 强调符号, 字母的指数的运算.

三. 做一做:

- (1) 出示 p37 动脑筋.
- (2) 引用计算机的有关内容, 可使学生扩大知识视野, 让学生了解一些有关计算机的知识.

四. 课堂练习 p38 1, 2.

五. 小结: 本节课学习了同底数幂的除法法则. 计算时应注意符号, 字母的指数及运算顺序.

六. 作业: 课后作业题.

教学反思:

第 八 课 时

教学内容:2.3.2 零次幂和负整数指数幂

教学目标:

1. 使学生了解零次幂和负整数指数幂的意义.
2. 会根据零次幂和负整数指数幂的意义,对零次幂和负整数指数幂进行运算.
3. 能用科学记数法表示小数.

教学重点:零次幂和负整数指数幂的意义.

教学难点:零次幂和负整数指数幂的意义和科学记数法.

教学过程:

一.创设情境,引入新课:说一说:

1. 根据分式的基本性质 $a^m \div a^m = ?$
2. 根据同底数幂的除法法则 $a^m \div a^m = ?$
3. 你能得到什么启发?
4. 归纳并板书: $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)
5. $2^0 = ?$ $10^0 = ?$ $(\frac{2}{3})^0 = ?$ $(-3.2)^0 = ?$ $x^0 = ?$ ($x \neq 0$)

二.动脑筋:设 $a \neq 0$, n 是正整数, $a^{-n} = ?$

1. 根据同底数幂的除法法则,推导 $a^{-n} = a^{0-n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n}$.
2. 由此启发我们应怎样规定负整数指数幂的意义?
3. 归纳并板书: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^{-n} = (\frac{1}{a})^n$ ($a \neq 0$, n 是正整数).
- 特别的: $a^{-1} = \frac{1}{a}$ ($a \neq 0$).

三.运用新知,体验成功.做一做:

1. 出示 p39 例 2.
2. 出示 p39 例 3.
加深为零次幂和负整数指数幂的意义的理解.

四.科学记数法:

1. 回顾科学记数法的定义:
2. 出示 p40 例 4, 例 5.
3. 总结: $0.00 \cdots 1$ (n 个 0) $= 10^{-n}$.

五. 课堂练习:p40 1—5

六. 小结:本节课学习了零次幂和负整数指数幂的意义及用科学记数法表示小数.

七. 作业: p43 1—5.

教学反思:

第九课时

教学内容:2.3.3 整数指数幂的运算法则

教学目标:

1. 使学生了解整数指数幂的运算法则
2. 会根据整数指数幂的运算法则正确熟练地进行整数指数幂的运算,会把运算结果统一写成正整数指数幂的形式.

教学重点: 整数指数幂的运算法则.

教学难点: 根据整数指数幂的运算法则正确熟练地进行整数指数幂的运算.

教学过程:

一. 知识回顾, 引入新课. 说一说:

1. 正整数指数幂的运算法则有哪些?
2. 总结并板书:

(1) 同底数的幂相乘: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 是正整数)

(2) 幂的乘方: $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 是正整数)

(3) 积的乘方: $(ab)^n = a^n b^n$ (n 是正整数)

(4) 同底数的幂相除: $a^m \div a^n = a^{m-n}$ (m, n 是正整数 $a \neq 0$ 且 $m > n$)

(5) 分式的乘方: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ($b \neq 0, n$ 是正整数)

3. 提出问题:上述法则对于整数指数幂也适应吗?

二. 探求新知:

1. 说明: 上述法则对于整数指数幂也成立.
2. 概括总结并板书:

(1) 同底数的幂相乘: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ($a \neq 0, m, n$ 是整数) ①

(2) 幂的乘方: $(a^m)^n = a^{mn}$ ($a \neq 0, m, n$ 是整数) ②

(3) 积的乘方: $(ab)^n = a^n b^n$ ($a \neq 0, b \neq 0, n$ 是整数) ③

3. 说明: 同底数的幂相除的运算法则被包含在公式①中, 分式的乘方的运算法则被包含在公式③中.

三. 运用新知, 体验成功. 做一做:

1. 出示 p42 例 6.
2. 出示 p42 例 7.

加深对零次幂和负整数指数幂的意义的理解.

五. 课堂练习:p40 1—5

六. 小结: 本节课学习了零次幂和负整数指数幂的意义及用科学记数法表示小数.

七. 作业: p43 1—5.

教学反思:

第十课时

教学内容:2.4.1 同分母分式的加减

教学目标:

1. 理解和掌握同分母的分式加减法法则。
2. 能运用法则进行同分母分式的加减运算。
3. 能将分母绝对值相等的分式转化为同分母分式, 并进行加减运算。

教学重点: 同分母分式加减法法则

教学难点: 分母中只有符号不同的分式加减运算中的符号处理。

教学过程:

一. 类比引入, 探求新知。

1. 计算: $\frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$
 $\frac{5}{10} - \frac{3}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

这一法则能否推广到分式运算中?

请尝试计算 $\frac{1}{a} + \frac{3}{a}$, $\frac{x-1}{x+1} - \frac{x}{x+1}$, 并分别取 $a=3, x=4$ 检验你的计算方程是否正确?

检验后, 类比得到同分母的分式相加减的法则:

同分母的分式相加减, 把分子相加减, 分母不变。

用式子表示是: $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$

二. 理解应用, 体验成功

练一练: (课内练习) 1、口答: 计算:

(1) $\frac{3}{a} + \frac{12}{a} - \frac{15}{a}$ (2) $\frac{1}{m} - \frac{-3}{m}$
(3) $\frac{a}{x-y} - \frac{a}{y-x}$ (4) $\frac{y}{x-y} - \frac{x}{x-y}$

在学生回答的过程中, 教师反问: (3) 中 $x-y$ 与 $y-x$ 相同吗? 怎么处理?

(可能学生会讲出: $y-x = -(x-y)$, 教师肯定后再加以强调。)

设计说明: 让学生经历应用新知的过程, 从中体会和理解法则中字母含义的广泛性。

教师的反问起到了强调作用。

做一做: p45 例 1: 计算

(1) $\frac{a+3b}{a+b} + \frac{a-b}{a+b}$ (2) $\frac{2xy^2+1}{(x-y)^2} - \frac{1+2x^2y}{(y-x)^2}$

教学建议: 把主动权交给学生, 待学生完成后, 教师反问: 在 (2) 中 $(x-y)^2$ 与 $(y-x)^2$ 是同分母吗? 为什么? (多数学生应该知道: $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ 而 $(y-x)^2 = y^2 - 2xy + x^2$ 所以 $(x-y)^2 = (y-x)^2$ 或 $(y-x)^2 = [-(y-x)]^2 = (x-y)^2$, 再问 $(x-y)^3 = (y-x)^3$ 吗? 为什么?

在师生的互动过程中, 归纳出:

(1) $(x-y)^{2n} = (y-x)^{2n}$; $(x-y)^{2n-1} = (y-x)^{2n-1}$

(2) 分子相加减: 应是分子“整体”相加减, 注意添括号。

(3) 结果一定要最简。

设计说明：培养学生解题后进行反思、归纳的好习惯，可使知识形成体系，以不变应万变。

试一试：（课内练习）2、计算：

$$(1) \frac{a^2}{a-b} - \frac{b^2}{a-b}$$

$$(2) \frac{2a}{2a-b} + \frac{b}{b-2a}$$

$$(3) \frac{4}{x-2} + \frac{x+2}{2-x}$$

$$(4) \frac{a-c}{a^2-b^2} - \frac{b-c}{a^2-b^2}$$

三. 综合应用，巩固提高

做一做：例 2：先化简，再求值： $\frac{x^2-1}{x^2-2x} + \frac{x-1}{2x-x^2}$ ，其中 $x=3$

教学建议：在解答过程中，应强调解题格式和步骤。

课内练习：先化简，再求值： $\frac{x^2}{x-1} + \frac{1}{1-x}$ ，其中 $x=-\frac{3}{2}$

设计说明：分式的化简求值题是代数式的求值题中的一种，此两题的设计让学生体会到知识间的密切联系。

四. 清点收获

由教师开出清单，学生进行清点

- 1、同分母的分式相加减法则
- 2、绝对值相等的分母如何化为同分母。
- 3、当分子是多项式时应注意什么？

设计说明：为了避免学生毫无目的、流于形式的讲讲，由教师根据本节课的教学目标开出清单，让学生有的放矢。

五. 作业：课后作业题

设计思路：本课时用类比的方法得出同分母分式相加减的法则，通过例题让学生体会当分子分母分别为单项式与多项式时的相同之处和不同之处，引导学生学会用已有的知识经验，探索新的知识。

教学反思：

第 十 一 课 时

教学内容:2.4.2 异分母分式的加减法(1)

教学目标:

1. 理解分式的通分，最简公分母的概念，会确定几个异分母分式的最简公分母。

2. 能正确把异分母分式通分.

教学重点: 确定最简公分母并正确通分

教学难点: 分母是多项式的异分母分式的通分

教学过程:

一. 创设情景, 引入新课:

1. 怎样计算 $\frac{1}{6x^2} + \frac{1}{4xy}$ 比较简便?

2. 怎样确定最简公分母?

(1) 如何确定最简公分母的系数?

(2) 如何确定最简公分母的字母?

(3) 如何确定最简公分母的字母的指数?

3. 归纳最简公分母的概念.

二. 理解应用, 体验成功:

1. 出示 p50 例 8: 通分: $\frac{y}{4x^2}, \frac{5}{6xy}, \frac{x}{9y^2}$.

2. 出示 p51 例 10: 通分: $\frac{x}{x^2-1}, \frac{1}{x^2-x}$.

教学建议: 在解答过程中, 应强调解题格式和步骤。

三. 综合应用, 巩固提高:

1. 课堂练习: p51 1, 2, 3.

2. 小结:

四. 清点收获

由教师开出清单, 学生进行清点

1、最简公分母的概念.

2、怎样确定最简公分母?

3、当分母是多项式时应注意什么?

设计说明: 为了避免学生毫无目的、流于形式的讲讲, 由教师根据本节课的教学目标开出清单, 让学生有的放矢。

五. 作业: 课后作业题

教学反思:

教学内容:2.4.2 异分母分式的加减法(2)

教学目标:

1. 理解分式的通分,最简公分母的概念,会确定几个异分母分式的最简公分母。
2. 理解异分母分式加减法则,能对分母是单项式或简单的多项式的异分母分式加减运算。
3. 能进行分式与整式的加减运算。

教学重点:确定最简公分母并正确通分

教学难点:分母是多项式的异分母分式的通分

教学过程:

(一) 创设情景,引入新课

情景:(出示节前图片):

台风中心距A市s千米,正以b千米/时的速度向A市移动,救援车队从B市出发,以4倍于台风中心的移动的速度向A市前进,已知A、B两地的路程为3s千米,问救援车队能否在台风中心到来前赶到A城,若能赶到,提前了几分钟,若不能赶到,还差几分钟?

分析:由题意可列式子: $\frac{s}{b} - \frac{3s}{4b}$

让学生说出与上节课的分式加减有何不同?(学生应该能说出:异分母)从而引出课题设计说明:通过创设情景,使学生体验到数学知识在生活中的实用价值;同时使学生引起认知冲突,同分母的分式加减已学会了,异分母的分式加减又怎样做呢?激发学生学习的欲望。

(二) 复习旧知,探求新知

计算: $\frac{3}{12} - \frac{5}{8}$

待学生完成后,教师反问:这是什么运算?怎么做的?关键是什么?

类似地,你能完成下面的计算吗?

$$(1) \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad (2) \frac{b}{2a^2} - \frac{b}{a} ?$$

待学生完成后,教师反问:你以什么作为公分母?在师生互动的过程中归纳总结出通分的概念:

(板书)把分母不相同的几个分式化成分母相同的分式,叫做通分,经过通分,异分母分式的加减就转化为同分母分式的加减。

设计说明:与异分母分数的加减作类比,说明异分母分式的加减也是通过转化为同分母的分式再加减。

试一试:

$$\text{计算: } \frac{s}{b} - \frac{3s}{4b} = \frac{4s}{4b} - \frac{3s}{4b} = \frac{4s-3s}{4b} = \frac{s}{4b}$$

反思: (1) 分式通分的依据是什么?

(2) 如何确定公分母?

教学建议：先让学生充分讨论，然后让学生归纳，可能学生归纳不是很完全，但只要学生得有点正确，教师应该给予肯定，最好教师与学生一起归纳。

通分时一般取各分式分母系数的最小公倍数与各分母所有因式的最高次幂的积为公分母。这个公分母也称为最简公分母。

异分母 $\xrightarrow{\text{通分}}$ 同分母
 $\frac{\quad}{\text{简公分母}}$

(三) 理解应用，体验成功

做一做：例 3：计算

$$(1) \frac{7}{6x^2y} - \frac{2}{3xy^2} \quad (2) \frac{x}{x-3} - \frac{x}{x-2} \quad (3) x-2 - \frac{x^2}{x+2}$$

教学建议：把主动权让学生，先让学生自己计算，当学生遇到困难时，适当提示。当学生完成后，教师反问：(1) 异分母分式加减的一般步骤是什么？

(2) 在解第(2)与第(3)时与第(1)题有什么不同的地方？(待学生回答后)

教师与学生一起归纳：

1. 解题步骤：(1) 确定最简公分母

(2) 通分

(3) 加减计算(结果要最简)

2. 注意点：整式与分式相加减，将整式看成分母是 1 的分式进行通分。

设计说明：分式与分数有许多相似之处，通过类比几个浅显的例子，直观易懂，让学生经历应用的过程，让学生感悟异分母分式加减的实质是通分和通分的关键是如何找最简公分母。

练一练：

课内练习：1、计算：(1) $\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$ (2) $1 - \frac{1}{x+1}$

2、用两种不同的运算顺序计算： $(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2}) \cdot \frac{2-x}{x}$

(三) 综合应用，巩固提高

做一做：1、计算： $\frac{4}{a^2-4} + \frac{1}{2-a}$ ，并求当 $a=-3$ 时，原式的值。

2、计算： $\frac{2}{m^2-m} + \frac{m-2}{2m^2-2}$ ，并求当 $m=3$ 时，原式的值？

教学建议：按学生座位分两组，每组做一题。待学生完成后展示学生的解题过程并让学生评价

得出：当分母是能分解的多项式时，应先分解因式再通分，通分时要将原分子看成一个整体，运算结果保留最简分式或整式，至于分子、分母的形式是多项式，还是因式的积，以形式简洁为准。

课内练习：计算： $\frac{2}{m^2-m} + \frac{m-2}{2m^2-2}$ ，并求当 $m=3$ 时，原式的值？

(五) 归纳小结：

(六) 作业：课后作业题

设计思路：

本课时用类比的方法得出异分母分式相加减的实质是通分后转化为同分母，再加减。

通分的关键是如何找最简公分母，通过应用让学生体会转化思想。

教学反思：

第 十 三 课 时

教学内容:2.5 分式方程(1)

教学目标：

1. 会根据定义判别分式方程与整式方程，了解分式方程增根产生的原因，掌握验根的方法。
2. 掌握可化为一元一次方程的分式方程的解法。
3. 渗透转化思想。

教学重点：分式方程的去分母及根的检验

教学难点：方程根的检验及产生增根的原因

教学过程：

一. 创设情景，引入新课

1. 出示 p53 情景问题：

- (1) 本题中的主要等量关系是什么？
- (2) 如果设李老师从家里到学校总共花的时间为 t 分钟, 可列怎样的方程？
- (3) 该方程与我们学过的一元一次方程有什么不同？

与学生讨论后得到题中的等量关系，并列方程： $20 = 6 + 4 + \frac{2100}{v}$ ，再举例：

如 $\frac{1}{2x} - \frac{2}{3x} = 1$ ， $\frac{x+2}{x+3} = \frac{2}{3}$ ， $x + \frac{1}{x} = 2$ 等，让学生观察这些方程与以前学过的

方程有什么不同之处？待学生说出后，师生共同归纳得出分式方程的概念：

板书：**像这样分母中含有未知数的方程叫做分式方程。**

设计说明：通过创设情景，让学生了解分式方程来源于实际，学习解分式方程是为了解决生活中的实际问题，体会到解分式方程的重要性。

二. 理解应用，体验成功。

1. 练一练：你能否根据分式方程的概念举一些分式方程的例子呢？（学生举例）如：

$$\frac{1}{2x} - \frac{2}{3x} = 1, \quad \frac{x+3}{x+2} = \frac{2}{3}, \quad x + \frac{1}{x} = 2 \text{ 等。}$$

2. 做一做：下列方程中，哪些是分式方程，哪些不是分式方程？为什么？

$$(1) 2x + \frac{x-1}{5} = 10 \qquad (2) x - \frac{1}{x} = 2$$
$$(3) \frac{1}{2x+1} - 3 = 0 \qquad (4) \frac{2x}{3} + \frac{x-1}{2} = 0$$

设计说明：通过让学生自己举例及判断哪些方程是分式方程，及时巩固所学知识。

既然我们已经清楚了什么样的方程是分式方程，那么分式方程你会解吗？让我们来看这样一题：

3. 出示 p55 例 1, 例 2. 解方程：

$$(1) \frac{x+3}{2x-4} = \frac{3}{4} \qquad (2) \frac{2-x}{x-3} = \frac{1}{3-x} - 2$$

分析：这样的方程你以前解过吗？（没有）

你以前解过什么方程？（整式方程）

那你不能把这些方程转化为你会解的方程即整式方程呢？（能）

怎么转化呢？（给学生足够的时间讨论，然后得出利用去分母把分式方程转化为整式方程）

解：（略）

解后小结：（1）数学思想：转化思想，把分式方程转化为整式方程

（2）方法：去分母，方程两边同乘以最简公分母，突出最简

（3）验根：分式方程根的检验是必不可少的步骤，因为方程两边同乘以整式和可能使求的 x 的值不是原方程的根

（4）增根：使分母为零的根叫增根，增根应该舍去。

（5）漏乘：去分母时当某一项是整式时应把它看成是分母是 1，不要漏乘。

设计说明：老师通过例题教学，引导学生学会解决问题的策略，通过与学生一起进行解后小结，培养学生的归纳能力，为学生以后的学习提供方法。

请根据以上方法和注意点独立完成课内练习：

4. 课内练习：解下列方程

$$(1) \frac{2x-3}{x+6} = \frac{1}{3} \qquad (2) \frac{6}{1-x^2} = \frac{3}{1-x}$$

$$(3) \frac{2}{1-x} + 1 = \frac{x}{1+x} \quad (\text{注意不要漏乘})$$

（此题板演后应及时纠正学生的错误，强调注意点）

设计说明：通过学生解决课内练习及时巩固对本课所学内容的掌握。

三. 合作讨论，延伸提高

当 m 为何值时，去分母解方程 $\frac{2}{x-2} + \frac{mx}{x^2-4} = 0$ 会产生增根。

分析：增根是怎么产生的？当 x 取什么值时会产生增根？（ $x=2$ ）若去分母后已知 x 的值， m 的值能求出来吗？

设计说明：针对本题引导学生观察，反思，理解产生增根的内涵，并组织同学之间相互讨论，交流，培养良好的与人合作的精神。

四. 理顺思路，归纳小结

让学生归纳小结本节课的知识点和重难点：

- 1、分式方程的定义。
- 2、解分式方程的思路及步骤
- 3、转化思想

设计说明：以培养学生归纳小结能力为目的，为学生提供更大的发展空间，体现了新课标理念下每位学生都要学会如何学习。

五. 布置作业，课外巩固

作业：（1）作业本 （2）书上目标评定对应练习 （3）自主探索学习

设计思路

分式方程是分式和方程的结合，本课时通过创设生活中的情境写出分式方程并利用建构主义学生观，让学生寻找解分式方程的方法，即把分式方程转化为整式方程来解决，体现了转化的数学思想，并且通过适当的课内练习及时巩固知识，做到解决问题后及时总结方法，学会如何学习。

教学反思：

第 十 四 课 时

教学内容:2.5 分式方程(2)

教学目标:

1. 熟练掌握可化为一元一次方程的分式方程的解法.
2. 进一步了解分式方程增根产生的原因，掌握验根的方法.
3. 渗透转化思想。

教学重点：分式方程的去分母及根的检验

教学难点：方程根的检验及产生增根的原因

教学过程：

一. 复习提问，引入新课：

1. 分式方程的定义.
2. 解分式方程的主要思想和一般解法是什么？

答：解分式方程的主要思想是化分式方程为整式方程，一般方法是将方程两边同乘最简公分母去分母，化分式方程为整式方程。

3. 解分式方程应注意什么?怎样验根?

二. 新课:

1. 出示 p56 例 3:解方程 $\frac{7}{x-1} + 3 = \frac{x}{x-1}$

(1)怎样去分母?方程两边都乘以(x-1)

(2) 解方程后应注意什么?检验: 把 $x=-2$ 代入分式方程分母中不为零.

2. 课堂练习 p57 (1)---(4)

三. 小结: 解分式方程的步骤:

1. 在解分式方程应先去分母,化为一元一次方程. (方程两边都乘最简公分母)

2. 解一元一次方程.

3. 检验.

四. 作业:

教材 P. 60 1.

教学反思:

第 十 五 课 时

教学内容:2.5 分式方程的应用(1)

教学目标:

1. 会从实际问题中找出等量关系,列出分式方程解简单的应用题。
2. 进一步了解列分式方程解简单应用题时验根的方法.

教学重点: 列分式方程解简单应用题的步骤。

教学难点: 理解列分式方程解简单应用题时检验根的必要性和方法。

教学过程:

一. 复习引入

1. 列方程解应用题的基本思路是什么？

答：列方程解应用题的基本思路是根据题目中的条件找出等量关系，从而列出方程解决问题。

2. 列方程解应用题的基本步骤是什么？

答：列方程解应用题的基本步骤是：审、设、列、解、答。

(1)审——仔细审题，找出等量关系。

(2)设——合理设未知数。

(3)列——根据等量关系列出方程(组)。

(4)解——解出方程(组)。

(5)答——答题。

二. 新授：

1. 出示 p57 动脑筋：

分析：教师引导学生讨论下列问题：

(1)题目中的已知量和未知量各是什么？

(2)已知量、未知量间的基本关系是什么？

小明走的路程=小玲走的路程=3 千米

小明的速度=小玲速度的 1.2 倍

(3)此题列方程的根据(等量关系)是什么？

已知路程，要求速度，那么很有可能就是找时间关系作为等量关系。

小玲走的时间 - 小明走的时间= 5 分钟

(4)设什么为未知数？

设小玲的速度为 x 米/分钟，那么小明的速度为 $1.2x$ 米/分钟。

(5) 根据题意，得 $\frac{3000}{x} - \frac{3000}{1.2x} = 5$

解得 $x = 100$

经检验 $x=100$ 是这个方程的解。

答：

(6) 思考：如果列成整式方程(组)如何列？

以便培养学生一题多解的能力和发散思维，并让学生懂得整式方程和分式方程的相同点和不同点.

2. 出示 p 58 例 4:

按课本的步骤解答.

三. 课堂练习

教材 P. 59 练习 1、2.

四. 1. 列方程解应用题的关键是，能抓住含有等量关系的语句，将此语句抽象为含有未知量的数学式.

2. 如果所列的方程(组)为分式方程(组)，那么一定要注意要验根.

五. 作业

教材 P. 60 2, 3、4、5.

教学反思:

第 十 六 课 时

教学内容:2.5 分式方程的应用(2)

教学目标:

1. 会从实际问题中找出等量关系，列出分式方程解简单的应用题。
2. 进一步了解列分式方程解简单应用题时验根的方法.

教学重点: 列分式方程解简单应用题的步骤。

教学难点: 理解列分式方程解简单应用题时检验根的必要性和方法。

教学过程:

一. 复习提问

1. 列方程应用题的步骤是什么?

(1)审; (2)设; (3)列; (4)解; (5)答.

3. 由学生讨论，我们现在所学过的应用题有几种类型? 每种类型题的基本公式是什么?

在学生讨论的基础上，教师归纳总结基本上有五种:

(1) 行程问题：基本公式：路程=速度×时间

而行程问题中又分相遇问题、追及问题.

(2) 数字问题

在数字问题中要掌握十进制数的表示法.

(3) 工程问题

基本公式：工作量=工时×工效.

(4) 浓度问题

基本公式：浓度 = $\frac{\text{溶质}}{\text{溶质} + \text{溶剂}} \times 100\%$.

(5) 顺水逆水问题

$$V_{\text{顺水}} = V_{\text{静水}} + V_{\text{水}}.$$

$$V_{\text{逆水}} = V_{\text{静水}} - V_{\text{水}}.$$

二. 新课

1. 例 1 轮船在顺水中航行 20 千米与逆水航行 10 千米所用时间相同,水流速度为 2.5 千米/小时,求轮船的静水速度.

分析：本题的等量关系非常明显，就是利用时间相等列出等式.

解：设轮船在静水中的速度为 x 千米/小时,那么顺水速度为 $(x+2.5)$ 千米/小时,逆水速度为 $(x-2.5)$ 千米/小时.

根据题意,得

$$\frac{20}{x+2.5} = \frac{10}{x-2.5}$$

解这个方程得

$$x=7.5.$$

经检验, $x=7.5$ 是这个方程的解.

答：船的静水速度为 7.5 千米/小时.

例 2 一个两位数，两个数字之和为 12，交换这 2 个数字，则新数与旧数的比为 4 : 7，求原来的两位数.

分析：

1. 如果一个两位数的个位数字为 a，十位数字为 b，要表示这个两位数为：

$$10b+a$$

2. 关于设未知数有两种设法.

解法一：

设：这个两位数个位数字为 x，十位数字为 y.

根据题意，得

$$\begin{cases} x+y=12 \\ \frac{10x+y}{10y+x}=\frac{4}{7} \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=4 \\ y=8 \end{cases}$$

经检验 $\begin{cases} x=4 \\ y=8 \end{cases}$ 是原方程组的解.

答：原来的两位数为 84.

解法二：

设：个位数字为 x，则十位数字为 12-x，根据题意，得

$$\frac{10x+(12-x)}{10(12-x)+x}=\frac{4}{7}.$$

例 3 甲乙二人同时出发去 52 千米外的目的地. 甲骑自行车，乙先乘汽车到距目的地 4 千米处下车步行前进，则二人同时到达；汽车比自行车每小时快 8 千米，乙步行每小时比汽车慢 26 千米，求汽车及自行车的速度.

解：设汽车速度为 x 千米/小时，则自行车速度为 $(x-8)$ 千米/小时，步行速度为 $(x-26)$ 千米/小时.

根据题意，得

$$\frac{52-4}{x} + \frac{4}{x-26} = \frac{52}{x-8}$$

解得 $x=32$.

经检验， $x=32$ 是原方程的解.

当 $x=32$ 时， $x-8=24$.

答：汽车的速度为 32 千米/小时，自行车的速度为 24 千米/小时.

2. 出示 p59 例 5.

(三) 课堂练习

补充练习：

1. 甲乙两地相距 270 千米，两辆汽车都从甲开往乙，大车比小车早出发 5 小时，小车比大车晚到 30 分钟，已知小车与大车速度比为 5 : 2, 求大车小车的速度各是多少？

2. 甲、乙分别从相距 36 千米的 A、B 两地同时相向而行. 甲从 A 出发到 1 千米时发现东西遗忘在 A 地，立即返回，取过东西后又立即从 A 向 B 行进，这样二人恰好在 AB 中点处相遇，又知甲比乙每小时多走 0.5 千米，求二人速度.

四. 小结

对于列方程解应用题，一定要善于把生活语言转化为数学语言，从中找出等量关系. 对于我们常见的几种类型题我们要熟悉它们的基本关系式.

五. 作业

教材 P. p 60 B 1--4.

教学反思：

第 十 七 课 时

教学内容：小结与复习(一)

教学目标：

1. 使学生系统了解本章的知识体系及知识内容.
2. 使学生在掌握通分、约分的基础上进一步掌握分式的四则运算法则及它们之间的内在联系.
3. 在熟练掌握分式四则运算的基础上，进一步熟悉掌握分式方程的解法及其应用.
4. 在学生掌握基本概念、基本方法的基础上将知识融汇贯通，进行一些提高训练.
5. 培养学生对知识综合掌握、综合运用的能力.
6. 提高学生的运算能力.

教学重点：

- (1) 熟练而准确地掌握分式四则运算.
- (2) 熟练掌握分式方程的解法.

教学难点：

- (1) 四则混合运算中的去括号及符号问题.
- (2) 分式方程的验根问题.

疑点及分析和解法方法：

本章主要研究的内容是分式的运算，主要训练学生的基本计算技能，所以要多练习、多动手才能熟练掌握.

学生最易出的错是在学完分式方程后，在进行分式计算时也去分母，对于这种错误要及时纠正，分析清楚错误原因.

教学方法：查缺补漏，引导法.

教学手段：点拨式、纠正错误法、多练习.

教学过程：

一. 总结知识体系

要求学生读教材 P. 61 的小结与复习，在读书时思考讨论：

1. 这一章学习中要掌握哪些内容，有哪些知识点？

2. 这一章中每一节学习的内容间有什么内在联系？

在学生讨论后，教师归纳总结出：

1) 代数式的分类：



要掌握代数式、有理式、无理式、整式、分式的概念。

2) 分式的定义、性质、运算：

分式定义：用 A 、 B 表示两个整式， $A \div B$ 就可以表示成 $\frac{A}{B}$ 的形式，如果除式 B

中含有字母，式子 $\frac{A}{B}$ 就叫做分式

分式	性质	分式的分子与分母都乘以(或除以)同一个不为零的整式，分式的值不变
	表示	$\frac{A}{B} = \frac{AM}{BM}$ $\frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M}$ (M 为不等于零的整式)
基本性质	应用	符号法则 分子、分母与分式本身的符号，改变其中任何两个，分式的值不变 $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}, \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$
		约分 把一个分式的分子与分母的所有公因式约去叫做约分
	通分 把几个异分母的分式分别化成与原来的分式相等的同分母的分式叫做通分	
分式运算	加减法则	同分母：同分母的分式相加减，把分式的分子相加减，分母不变 $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$
		异分母：异分母的分式相加减，先通分变为同分母的分式，然后再加减
	乘法法则	分式乘以分式，用分子的积做积的分子，分母的积做积的分母 $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
	除法法则	分式除以分式，把除式的分子、分母颠倒位置后，与被除式相乘 $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$
	乘方法则 繁分式	分式的乘方，把分式的分子、分母各自乘方 $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ 1. 可以利用除法法则进行运算 2. 可以用分式的基本性质化简繁分式

二. 例题

例1 当 x 取什么数时，分式 $\frac{x^2 - 3x - 4}{2x - 3}$ (1)值为零? (2)分式有意义?

分析：提问.

(1)分式的分子、分母满足什么条件时，分式的值为零? $\left\{ \begin{array}{l} \text{分子} = 0 \\ \text{分母} \neq 0 \end{array} \right.$

(2)分式的分子、分母满足什么条件时，分式有意义? (分母 $\neq 0$)

(3)分式的分子、分母满足什么条件时，分式的值为正？（分子、分母同号）

$$\text{解: } \frac{x^2 - 3x - 4}{2x - 3} = \frac{(x - 4)(x + 1)}{2x - 3}$$

$$(1) \text{ 当 } \begin{cases} (x - 4)(x + 1) = 0 \\ 2x - 3 \neq 0 \end{cases}$$

即 $x=4$ 或 $x=-1$ 时，分式值为零.

(2)当 $2x - 3 = 0$ 时，即 $x = \frac{3}{2}$ 时，分式无意义.

\therefore 当 $x \neq \frac{3}{2}$ 时分式有意义.

小结：思考讨论，当 x 为何值时 $\frac{\sqrt{x+2}}{x-3}$ 的值(1)为正？(2)为零？

$$\text{例2 已知: } \frac{x+3}{(x-2)^2} \equiv \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2}.$$

求 A、B 的值.

分析：

1. 符号“ \equiv ”是恒等号，表示等式为恒等式.
2. 两个整式是恒等式，那么意味着这两个整式的项相同，相同项的系数相同.

$$\begin{aligned} \text{解: } \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} &= \frac{A(x-2) + B}{(x-2)^2} \\ &= \frac{Ax + (B + 2A)}{(x-2)^2}. \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{x+3}{(x-2)} = \frac{Ax + (B - 2A)}{(x-2)^2},$$

$$\therefore \begin{cases} A = 1 \\ B - 2A = 3 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} A = 1 \\ B = 5 \end{cases}$$

小结：此题的关键是将分式的恒等关系转化为多项式的恒等关系。分式恒等的依据为：

(1) 分母不为零且相等。

(2) 分子相等。

$$\text{例3 化简：} \frac{x^{2n+3} + 8x^{2n}}{x^{n+4} + 4x^{n+2} + 16x^n}.$$

$$\begin{aligned} \text{解：} & \frac{x^{2n+3} + 8x^{2n}}{x^{n+4} + 4x^{n+2} + 16x^n} \\ &= \frac{x^{2n}(x+2)(x^2-2x+4)}{x^n(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)} \\ &= \frac{x^n(x+2)}{x^2+2x+4}. \end{aligned}$$

三. 练习

教材 P. 63 中 1—5

四. 小结

分式这一章最关键的也是最重要的是要求我们熟练掌握分式的运算，这也是我们以后学习的基础。我们要不断提高自己的计算能力。

六、作业

教材 P. 64 中 B. C.

教学反思：

第 十 八 课 时

教学内容：小结与复习(二)

教学过程:

一. 对上节课的知识进行检测

计算:

$$\begin{aligned} 1. & \frac{3a^2 - 5a}{a^2 + 1} - \frac{2a^2 - 5a + 1}{a^2 + 1} + \frac{2(a^2 + 2)}{a^2 + 1} \\ &= \frac{3a^2 - 5a - 2a^2 + 5a - 1 + 2a^2 + 4}{a^2 + 1} \\ &= \frac{3a^2 + 2}{a^2 + 1} \\ &= 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. & \frac{1}{x - y} - \frac{3xy}{x^3 - y^3} \\ &= \frac{x^2 + xy + y^2 - 3xy}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)} \\ &= \frac{(x - y)^2}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)} \\ &= \frac{x - y}{x^2 + xy + y^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. & \left[-\frac{x^2 y^3}{3(x + y)} \right]^4 \left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 y^2} \right)^3 \\ &= \frac{x^8 y^{12}}{3^4 (x + y)^4} \frac{(x + y)^3 (x - y)^3}{x^6 y^6} \\ &= \frac{x^2 y^6 (x - y)^3}{3^4 (x + y)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad & \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}} \\
 & \frac{a+b}{ab} \\
 & = \frac{(b+a)(b-a)}{a^2b^2} \\
 & = \frac{ab}{b-a}.
 \end{aligned}$$

(二)复习提问

1. 什么是整式方程？什么是分式方程？举例说明.
2. 讨论：整式方程和分式方程的解法有什么区别与联系？
3. 什么叫方程的增根？分式方程作什么变形时可能产生增根？举例说明.

(三)练习

1. 某大队要筑一条水坝，需要在规定日期内完成. 如果由甲小队去做，恰好能够如期完成；如果由乙小队去做，要超过规定日期 3 天才能完成. 现在由甲、乙两队合作 2 天，剩下的工程由乙小队独立去做，恰好在规定日期内完成. 问规定的日期是几天？

解：设规定日期为 x 天，那么甲队 x 天完成工作，乙队 $(x+3)$ 天完成工作.

根据题意：(有两种列方程方法)

$$I \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} \right) \times 2 + (x-2) \frac{1}{x+3} = 1.$$

$$II \frac{2}{x} + \frac{x}{x+3} = 1.$$

解得 $x=6$.

经检验： $x=6$ 适合题意.

答：规定的日期是 6 天.

4. 解方程： $\frac{1}{a} + \frac{a}{x} = \frac{1}{b} + \frac{b}{x} (a \neq b)$.

解：方程两边同乘 abx ，得

$$bx+a^2b=ax+ab^2$$

即 $(b-a)x=ab(b-a)$.

$\because a \neq b, \therefore b-a \neq 0$ (这一步必不可少).

$$x = \frac{ab(b-a)}{b-a}$$

$\therefore x=ab$.

含字母已知数的方程在本书的要求中不需检验.

5. $\frac{x+1}{a+b} + \frac{x-1}{a-b} = \frac{2a}{a^2-b^2} \quad (a \neq 0)$.

解: 方程两边同乘 $(a+b)(a-b)$

$$(a-b)(x+1) + (a+b)(x-1) = 2a.$$

整理得 $2ax=2a+2b$.

$\because a \neq 0$, 即 $2a \neq 0$,

$$\therefore x = \frac{a+b}{a}.$$

6. 在公式 $\frac{p_1}{v_1} = \frac{p_2}{v_2}$ 中, $p_2 \neq 0$, 求 v_1 .

解: 两边同乘 v_1v_2 得

$$p_1v_2 = p_2v_1$$

$\because p_2 \neq 0$,

$$\therefore v_1 = \frac{p_1v_2}{p_2}.$$

四. 小结

1. 解分式方程时, 先分析方程的特点; 解含字母已知数的方程时, 必须注意所给的条件.

2. 验根是分式方程中必不可少的一步.

3. 做应用题时, 应全面考虑已给的条件, 恰当地设未知数, 列出较简单的方程, 得出结果(如果是分式方程还要验根), 还要注意结果是否符合题意.

五. 作业: 达标练习小结与复习

第 十 九 课 时

教学内容: 小结与复习(三) 习题课

教学过程:

一. 引入:

这是分式最后一节课, 分式的有关计算和应用在将来的学习中起着非常重要的作用. 这节课我们要充分开动脑筋, 将所学知识融汇贯通, 从而将所学知识更好掌握.

二. 练习

1. 当 $x=-1$ 时, 下列各式中值为 0 的是 [].

A. $\frac{|x|-1}{x+1}$

B. $\frac{x+1}{x^2-(x+2)^2}$

C. x^2+3x+2

D. $\frac{x^2-1}{x}$

分析:

$$(1) \text{分式值为零} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{分子为零} \\ \text{分母不为零} \end{cases}$$

(2) 正确选项为 D.

2. 要使分式 $\frac{x-1}{x(x+1)}$ 不等于零, 必有 _____ 成立

[]

A. $x \neq 1$

B. $x \neq 1$ 且 $x \neq 0$ 或 $x \neq -1$

C. $x > 1$

D. $x \neq -1$ 且 $x \neq 0$ 且 $x \neq 1$

分析:

(1) 分式值不为零, 还要同时考虑分子和分母.

(2) $x \neq 1$ 和 $x \neq 0$ 和 $x \neq -1$ 是同时满足的“且”的关系.

(3) 正确选项为 D.

3. 若方程 $ax + b^2 = bx + a^2$ 的解是 $x = 0$, 则 a 、 b 的关系是 []

A. $a = b = 0$

B. $a = b$

C. $a = -b$

D. $a \neq b$ 且 $a = -b$

分析:

(1) 由 $x = 0$ 代入方程得到 $b^2 = a^2$, 即 $a = \pm b$.

而 $a = b$ 时, 方程化为 $ax + a^2 = ax + a^2$, 方程的解为任意数.

(2) 如果解方程 $ax + b^2 = bx + a^2$

$$(a - b)x = a^2 - b^2$$

需 $a - b \neq 0$ 时.

$$x = a + b.$$

而 $x = a + b = 0$, 得到 $a = -b$.

(3) 正确选项是 D.

4. 若方程 $\frac{x}{a} - b = \frac{x}{b} - a$ 的解是 $x = 1$, 则 a 、 b 的关系是

[]

A. $a = b = 1$

B. $a \neq b$

C. $ab = 1$

D. $a \neq b$ 且 $ab = 1$

解这个方程 $bx - ab^2 = ax - a^2b$

$$(a - b)x = ab(a - b)$$

$$\begin{cases} a-b \neq 0 \\ ab=1 \end{cases}$$

5. 解方程 $ax-a^2=b^2-2ab+bx$.

解：I 当 $a \neq b$ 时，

$$ax-bx=a^2+b^2-2ab$$

$$(a-b)x=(a-b)^2$$

$\because a \neq b, \therefore a-b \neq 0$.

$$x=a-b.$$

II 当 $a=b$ 时，原方程化为

$$bx-b^2=b^2-2b^2+bx$$

$$bx-b^2=bx-b^2.$$

(方程左右两边是恒等的，所以 x 取任意数时方程左右两边都相等.)

$\therefore x$ 为任意数.

综上所述，当 $a \neq b$ 时， $x=a-b$ ；当 $a=b$ 时， x 为任意数.

小结：这种分情况讨论的方法是数学中重要的分类讨论法，当解题需要时，适当分类讨论可使问题变得简单.

6. 如果 x 等于它的倒数，求分式 $\frac{x^2+2x-3}{x-1} \div \frac{x^2+3x}{x^2-3x-1}$ 的值.

解：(1) 由 x 等于它的倒数，得到

$$x = \frac{1}{x} \text{ 解得 } x = \pm 1.$$

(2) $x=-1$ 时分式无意义，所以 $x=1$.

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} \div \frac{x^2 + 3x}{x^2 - 3x - 1} \\
 &= \frac{(x + 3)(x - 1)}{x - 1} \times \frac{x^2 - 3x - 1}{x(x + 3)} \\
 &= \frac{x^2 - 3x - 1}{x}.
 \end{aligned}$$

当 $x=1$ 时,

$$\text{原分式} = \frac{1 - 3 - 1}{1} = -3.$$

7. 当 m 为何值时, 方程

$$\frac{2}{x - 2} + \frac{mx}{x^2 - 4} = \frac{3}{x + 2} \quad (m \neq 1).$$

会产生增根.

$$\text{解: } \frac{2}{x - 2} + \frac{mx}{(x + 2)(x - 2)} = \frac{3}{x + 2}$$

$$2(x + 2) + mx = 3(x - 2)$$

$$(m - 1)x = -10$$

$$\because m \neq 1, \therefore m - 1 \neq 0$$

$$x = \frac{-10}{m - 1}.$$

产生的增根只可能是 $x=2$ 或 $x=-2$.

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时, 即 } \frac{-10}{m - 1} = 2 \text{ 得 } m = -4.$$

$$\text{当 } x = -2 \text{ 时, 即 } \frac{-10}{m - 1} = -2 \text{ 得 } m = 6.$$

答: 当 $m=-4$ 或 $m=6$ 时, 原方程会产生增根.

8. 某轮船顺水航行 4 千米的时间与逆水航行 3 千米的时间相同. A、B 两地相距 72 千米, 轮船从 A 地顺水航行到 B 地, 立即逆水返回 A 地共用 7 小时, 求轮船在静水中的速度和水流速度.

解：设轮船在静水中的速度为 x 千米 / 小时，水流速度为 y 千米 / 小时.

根据题意，得

$$\begin{cases} \frac{4}{x+y} = \frac{3}{x-y} \\ \frac{72}{x+y} + \frac{72}{x-y} = 7 \end{cases}$$

设 $\frac{1}{x+y} = a$, $\frac{1}{x-y} = b$, 则原方程组化为

$$\begin{cases} 4a - 3b = 0 \\ 72a + 72b = 7 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = \frac{1}{24} \\ b = \frac{1}{18} \end{cases}$$

$$\text{则} \begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{24} \\ \frac{1}{x-y} = \frac{1}{18} \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 21 \\ y = 3 \end{cases}$$

经检验： $\begin{cases} x = 21 \\ y = 3 \end{cases}$ 符合题意.

答：船速为 21 千米 / 小时，水速为 3 千米 / 小时.

三. 小结

1. 注意分式计算和解分式方程时的不同点.
2. 解分式方程时，先分析方程的特点，再决定是先化简，是换元，还是直接去分母解方程，注意一定要检验.

四. 作业

1. 布置同学回家做本章总结.
2. 达标练习 自我测验

教学反思:

3.1.1 平行四边形的性质和中心对称图形（一）

一、教学目标

1. 使学生理解四边形与四边形的边、顶点、内角、对角线等概念;
2. 理解并掌握平行四边形的定义
3. 掌握平行四边形的性质定理 1 及性质定理 2
4. 理解两条平行线的距离的概念
5. 培养学生综合运用知识的能力

二、重点难点和关键

重点：平行四边形的概念和性质 1 和性质 2

难点：平行四边形的性质 1 和性质 2 的应用

三、教学过程

复习提问:

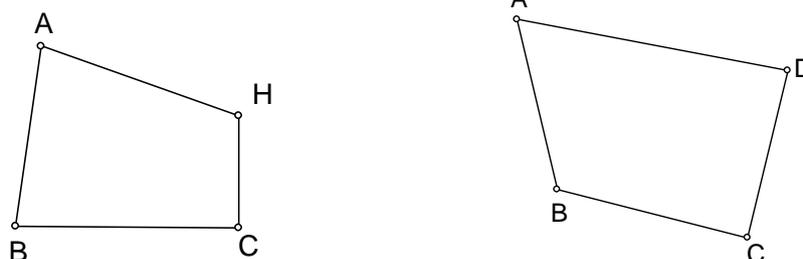
1. 我们已经学过哪些图形是四边形?
2. 你能找出几种不同形状的四边形?

在小学里, 我们学过长方形、正方形、平行四边形和梯形的有关知识, 这些图形都是四边形。在这一章里, 我们将比较系统的学习各种四边形的性质与判定, 分析它们之间的关系, 并运用有关四边形的知识解决一些新问题。

新课讲解:

我们知道, 由三条线段首尾顺次相接组成的图形是三角形。类似的在平面内, 由不在同一条直线的四条线段首尾顺次相接组成的图形叫做四边形。组成四边形的各条线段叫做四边形的边, 每相邻两条边的公共端点叫做四边形的顶点。

四边形用表示它的各个顶点的字母来表示。



如图 4-1 中的四边形, 可以按照顶点的顺序, 记作四边形 ABCD。

(结合图 4-1, 讲解四边形的表示方法时重点强调与三角形记法的不同之处, 既无论按顺时针或逆时针书写, 都必须按顶点的顺序来记。如图中的四边形, 也可记作四边形 ADCB 或四边形 CDAB, 但不能记作四边形 CABD 或四边形 CBDA。)

引入

在四边形中, 最常见、价值最大的是平行四边形, 如推拉门、汽车防护链、书本等, 都是平行四边形, 平行四边形有哪些性质呢?

1、平行四边形的定义:

- (1) 定义: 两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形。
- (2) 几何语言表述 $\because AB \parallel CD \quad AD \parallel BC \quad \therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形

(3) 定义的双重性 具备“两组对边分别平行”的四边形，才是“平行四边形”，反过来，“平行四边形”就一定具有“两组对边分别平行”性质。

(4) 平行四边形的表示：用符号  表示，如  ABCD

3、平行四边形的性质

(1) 共性：具有一般四边形的性质

(2) 特性：(板书)

角：平行四边形的对角相等

边：平行四边形的对边相等

推论 夹在两条平行线间的平行线段相等

4、两条平行线的距离 (定义略)

注意：

(1) 两相交直线无距离可言

(2) 与两点的距离、点到直线的距离的区别与联系

5、 已知：如图 $A'B' \parallel BA$, $B'C' \parallel CB$, $C'A' \parallel AC$ 。求证：(1) $\angle ABC = \angle B'$, $\angle CAB = \angle A'$, $\angle BCA = \angle C'$ 。

(2) $\triangle ABC$ 的顶点分别是 $\triangle B'C'A'$ 各边的中点。

说明：(1) 引导学生利用平行四边形的性质

(2) 师生通过讨论共同写出解题过程

6、巩固练习：

(1) 在平行四边形 ABCD 中， $\angle A = 50^\circ$ ，求 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ 的度数。

(2) 在平行四边形 ABCD 中， $\angle A = \angle B + 240$ ，求 $\angle A$ 的邻角的度数。

(3) 平行四边形的两邻边的比是 2:5，周长为 28cm，求四边形的各边的长。

(4) 在平行四边形 ABCD 中，若 $\angle A : \angle B = 2 : 3$ ，求 $\angle C$ 、 $\angle D$ 的度数。

(5) 如图， $AD \parallel BC$, $AE \parallel CD$, BD 平分 $\angle ABC$ ，求证 $AB = CE$

(6) 如图，在平行四边形 ABCD 中， $AE = CF$ ，求证 $AF = CE$

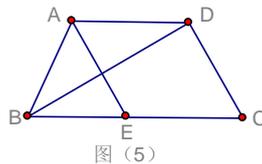
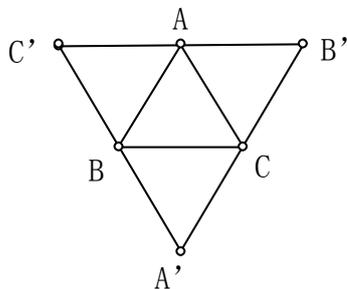


图 (5)

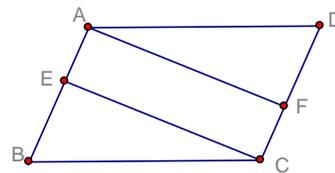


图 (6)

小结

1、平行四边形的概念。

2、平行四边形的性质定理及其应用。

3、两条平行线的距离。

4、学法指导：在条件中有“平行四边形”你应该想到什么？

作业：教材 P₇₂ 1. 2

教学后记：

平行四边形的性质 (二)

教学目的：

1、掌握平行四边形的概念和性质，会用它们进行有关的论证和计算；

2、理解两条平行线间距离的概念，会度量两条平行线间的距离；

- 3、了解两点间的距离、点到直线的距离与两条平行线间的距离三者之间的关系。
- 4、了解平行四边形不稳定性的应用。

教学重点：平行四边形的性质定理 3。

教学难点：性质定理的证明方法及运用。

教学程序

一、复习创情导入

- 1、复习：四边形的内角和、外角和定理？
平行四边形的性质定理 1、2 的内容？
什么叫两条平行线的距离？
- 2、(预习所得) 平行四边形的性质定理？

二、授新

- 2、自学质疑：自学课本 P72-74 页，并提出疑难问题。
- 3、分组讨论：讨论自学中不能解决的问题及学生提出问题。
- 4、反馈归纳

性质定理：平行四边形的对角线互相平分。

已知：如图：在平行四边形 ABCD 中，AC、BD 相交于 O，

求证：OA=OC， OB=OD。

证明：依据：

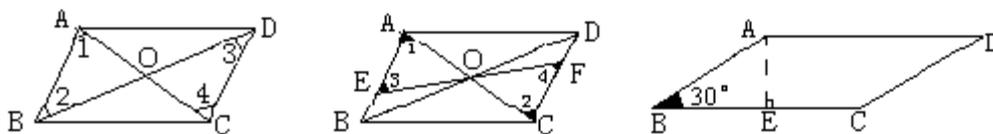
- 平行四边形的定义；
- 两直线平行内错角相等；
- 平行四边形的对边相等；
- ASA 判定三角形全等；
- 全等三角形的对应边相等。

问：如果平行四边形的两条对角线互相垂直，这个平行四边形的两条邻边有什么关系？为什么？

例 1：已知：如图，平行四边形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于 O，EF 过点 O 与 AB、CD 分别相交于点 E、F，求证：OE=OF。

问：通过点 O 的任意直线被一组对边截得的线段，一定被 O 平分吗？为什么？

例 2：已知平行四边形 ABCD，AB=8cm，BC=10cm， $\angle B=30^\circ$ ，求平行四边形 ABCD 的面积。



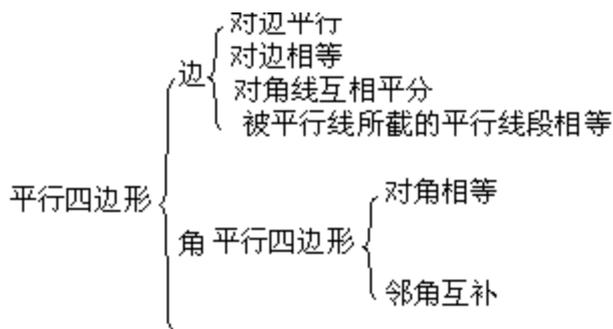
动脑筋 学生自学

中心对称：把一个图形绕着某一个点旋转 180° ，如果它能够与另一个图形重合，那么就称这两个图形关于这点对称。

平行四边形是中心对称图形，
对角线的交点是它的对称中心

5、深化创新

目前，关于平行四边形的知识中，由平行四边形，我们可以得到哪些隐含的条件？（关于边和角的关系）



跟踪练习

- 1、在平行四边形 ABCD 中，AC 交 BD 于 O，则 $AO=OB=OC=OD$ 。()
- 2、平行四边形两条对角线的交点到一组对边的距离相等。()
- 3、平行四边形的两组对边分别_____。

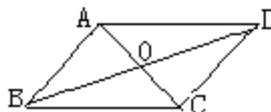
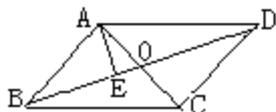
创新练习

平行四边形的对角线和它的边，可以组成 () 对全等三角形。

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6

达标练习

- 1、已知 O 是平行四边形 ABCD 的对角线的交点， $AC=24\text{mm}$, $BD=38\text{mm}$, $AD=28\text{mm}$, 求三角形 OBC 的周长。
- 2、如图，平行四边形 ABCD 中，AC 交 BD 于 O， $AE \perp BD$ 于 E， $\angle EAD=60^\circ$ ， $AE=2\text{cm}$, $AC+BD=14\text{cm}$ ，求三角形 BOC 的周长。



- 3、已知：如图，平行四边形 ABCD 的一边 $AB=25\text{cm}$, 对角线 AC、BD 相交于点 O，三角形 AOB 的周长比三角形 BOC 的周长少 10cm, 求平行四边形 ABCD 的周长。

综合应用练习

- 1、平行四边形的一条对角线与边垂直，且此对角线为另一边的一半，则此平行四边形两邻角的度数之比为 ()
- (A) 1 : 5 (B) 1 : 4 (C) 1 : 3 (D) 1 : 2

教学后记:

3.1.2 中心对称图形

中心对称图形

教学目标:

教学知识点: (1) 了解中心对称图形及其基本性质; (2). 掌握平行四边形是中心对称图形.

能力训练要求: (1) 经历观察、发现, 探索中心对称图形的有关概念和基本性质的过程,

积累一定的审美体验；(2) 了解中心对称图形及其基本性质，掌握平行四边形是中心对称图形。

情感与价值观要求：通过观察发现、动手操作、大胆猜想、自主探索、合作交流体验到成功的喜悦，学习的乐趣并积累一定的审美体验。

教学重点：中心对称图形的定义及其性质。

教学难点：(1) 中心对称图形与轴对称图形的区别；(2) 利用中心对称图形的有关概念和基本性质解决问题。

教学过程：

一、巧设情景问题，引入课题

展示图片，回答问题：

1、这些图形有什么共同的特征？（都可由一个基本图形经过旋转而得到）

2、共同回顾轴对称图形，某图形沿某条轴对折能重合，那么有没有什么图形绕着某点旋转也能重合呢？今天我们就来研究这个问题。

3、能将上图中的“风车”绕其上的一点旋转 180° ，使旋转前后的图形完全重合吗？正六边形呢？观察他们的旋转动画，显示其旋转 180° 能完全重合的特殊性。

二、讲授新课

1、对特殊的旋转的定义

定义：在平面内，一个图形绕某个点旋转 180° ，如果旋转前后的图形互相重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点叫做它的对称中心。

对比轴对称图形与中心对称图形：（列出表格，加深印象）

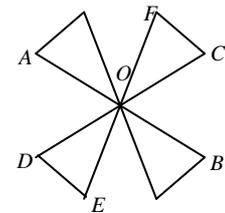
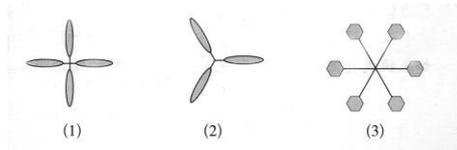
轴对称图形	中心对称图形
有一条对称轴——直线	有一个对称中心——点
沿对称轴对折	绕对称中心旋转 180°
对折后与原图形重合	旋转后与原图形重合

巩固知识：

下面哪个图形是中心对称图形？

2、探讨研究中心对称图形的性质：

在轴对称中，如等腰梯形 ABCD 中，OP 为对称轴，则点 A 与点 D



是一对对应点，那么 A、D 两点，连线与对称轴的关系为：被对称轴垂直且平分。

提出问题：左图是一幅中心对称图形，请你找出点 A 绕点 O 旋转 180° ，A 的对应点 B，

点C的对应点D呢？你是怎么找的？现在你能很快地找到点E的对应点F吗？从上面的操作过程，你能发现中心对称图形上的一一对应点与对称中心的关系吗？

即：**中心对称图形上，每一对对应点的连线段都经过对称中心，并且被对称中心平分。**

3、做一做（提出问题）（1）猜想：平行四边形是中心对称图形吗？如果是，对称中心是什么？（引导学生思考、猜想结论）。巩固学生对平行四边形中心对称性的理解。

巩固知识：正方形是中心对称图形吗？正方形绕两条对角线的交点旋转多少度能与原来的图形重合？能由此验证正方形的一些特殊性质吗？

4、想一想（再次深入研究讨论。）

（1）三角形是中心对称图形吗？（2）正五边形是中心对称图形吗？（3）正六边形是中心对称图形吗？（4）除了平行四边形，你还能找到哪些多边形是中心对称图形？

归纳：中心对称的图形很多，如边数为偶数的正多边形都是中心对称图形。

5、数学源于生活，服务于生活，那么在生活有那些中心对称图形的例子？

三、随堂练习：

1、在数字0至9中，哪些是中心对称图形？

2、世界上因为有了圆的图案，万物才显得富有生机，以下来自现实生活的图形中都有圆，它们看上去是那么美丽与和谐，这正是因为圆具有轴对称和中心对称性。请问以下三个图形中是轴对称图形的有_____，是中心对称图形的有_____。



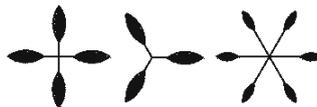
一石激起千层浪



方向盘



铜钱



(1) (2) (3)

3. 上图中，哪个“风车”是中心对称图形？

4. 请你用若干根长度相等的火柴棒摆成一个中心对称图形，并说明你所摆出的图案的含义。

四、课时小结

本节课学到了哪些知识？

（1）中心对称图形的定义；（2）中心对称图形的性质；（3）我们所学过的多边形中有哪些是中心对称图形；（4）中心对称图形的应用。

五、课堂练习：教科书第76页练习1、2、3题。

教学后记：

平行四边形的判定（一）

一、教学目标

- 1、掌握判定平行四边形的三种方法，即定义，判定定理（一），（二）
- 2、初步学会运用所学判定平行四边形的方法解决相关的问题
- 3、培养学生的实验、猜测、论证能力
- 4、培养观察、分析能力，逆向思维、自我批判能力，以及探索创新能力
- 5、通过分组讨论等方式，培养学生的协作学习习惯。

二、教学重点、难点

- 1、重点：平行四边形的判定定理 1、2 及其应用。
- 2、难点：平行四边形判定方法的灵活运用。

三、教法说明

教法：为充分调动学生的学习兴趣，激发学生的探索欲望，通过问题的设置，以及教师的适当点拨，归纳。充分发挥出教师的主导作用和学生的主体作用。

教具：电脑平台、实物模型（两个全等三角形）。

四、学法说明

在一定的问題情景下，学生通过自主活动、主动探索、合作交流、自我批判发现新方法，建构新知识，活跃思维，培养各种能力。

教学过程：

1、复习

通过回忆答出—— 平行四边形的性质定理：

边：两组对边分别平行；两组对边分别相等；

角：两组对角分别相等；对角线：两条对角线互相平分。

设问：

- 1、平行四边形有哪些性质？
- 2、可以从哪几方面描述？

从学生的最近发展区出发，为下面问题的解决提供一定的帮助。

提出问题解，解决问题：**对角线互相平分的四边形是平行四边形。**

已知：如图：在四边形 ABCD 中，AC、BD 相交于 O，OA=OC， OB=OD。

求证：四边形 ABCD 是平行四边形。

证明：依据：（三种方法）

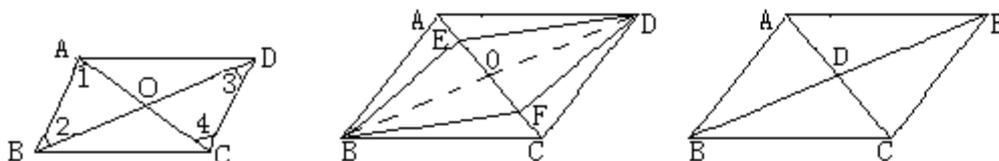
两组对边分别相等（课本）；

两组对角分别相等；

平行四边形的定义：两组对边分别平行。（用简单的）

例 1，已知：E、F 是平行四边形 ABCD 对角线 AC 上的两点，并且 AE=CF，如图，求证：四边形 BFDE 是平行四边形。

证明方法：（对角线互相平分）课本；两组对边分别平行）。



练习 延长三角形 ABC 的中线 BD 至 E，使 DE=BD，连结 AE、CE，如图，求证：∠BAE=∠BCE。

小花猫有一块平行四边形纸片，被小黑狗扯去了一些。巧的是刚好从 A 这个顶点撕开，另一边剩下一小段线段，你只有两把直尺，你能帮它补好吗？

电脑演示问题后，设问：1、已知平行四边形中有哪些元素？2、直尺的规定让我们

只能从哪方面入手？

通过电脑演示一个有趣味性的问题，激发学生的创造，探索欲望。



学生动手尝试，可分组讨论。

学生通过探索，小组协作，找到方法。

方法 1：过 A 点作 BC 的平行线交 CM 的延长线于 D。

依据：平行四边形的定义。

方法 2：延长 CM，使 $CD=AB$ ，连接 AD。

适当点拨：在作图时，我们经常假设图已经画好，那么再找出所画的图形要满足哪些条件，从而找到突破口。方法 1 学生答出后电脑演示，补法成功，并提问依据是什么？

方法 2 学生答出后电脑演示，补法成功，并提问你能证明吗？

通过学生的自主动手，讨论，培养学生的探索能力与协作学习习惯，在问题的解决中产生成功的喜悦。

学生投入到紧张的讨论中，让一位学生口答证明过程。

提示：目前证明四边形是平行四边形，只能根据什么？此题中已有什么条件？还需证明什么？

一组对边平行且相等的四边形是平行四边形。

培养学生严谨的科学学习方法。

应用新知：

已知：如图，平行四边形 ABCD 中，E、F 分别是边 AB、CD 的中点。求证： $EF=BC$

学生思考后答出——变换：求证 $DE=BF$ ，学生马上答出

引深：要证 $DE=BF$ ，一定要 E、F 是 AB、CD 的中点吗？只需满足怎样的条件就行了？

学生思考后能答：只需 $BE=DF$ （或 $AE=CF$ ）

学生回答后，可适当归纳：证明两线段相等除了以前常用的全等三角形，等腰三角形等，现在可以利用平行四边形的性质。

及时巩固定理 1，拓展的问题，一方面训练学生的抽象思维能力（从特殊到一般），另一方面为后面的练习的解决奠定基础。

猜测论证：

学生动手，分组讨论并验证：

1、一组对边平行，另一组对边相等 2、一组对边相等，另一组对边也相等。

1 错，如等腰梯形；

2 对，并请一学生口答证明。

三种判定平行四边形的方法：

1、根据定义；

2、平行四边形的判定定理 1；

3、平行四边形的判定定理 2；

是否可以从中变动两个独立条件，可以作为新的判定方法？还可怎样组合？

学生回答完整后，给出平行四边形的判定定理 2，并请学生简单小结一下平行四边形判定的三种方法。

通过逆向思维，对问题进行分类，猜测实践，验证等一系列活动，激发思维，培养学生的探索能力，自我批判的能力。

巩固练习：

练习 1，在同一平面内，把两个全等的三角形（如图）拼在一起，并使一组对应边互相重合，所得的图形是否一定是平行四边形？

练习 1，让学生通过一定的思考后，由一个学生上来演示，把两个全等三角形进行各种尝试摆放。并提问为什么？通过多角度的练习，巩固所学的内容，使学生将新知识迁移应用到新的情景中，学会分析，学会灵活运用性质定理与判定定理解决相关问题。

练习 2 P80 1 2 3

小结与问题:

由学生自由发言, 互相补充。

- (1) 学会了补平行四边形;
- (2) 知道了判定平行四边形的三个方法:
 - a、根据定义;
 - b、平行四边形判定定理 1;
 - c、平行四边形判定定理;
- (3) 会运用平行四边形的性质定理, 判定定理解决有关的问题。
- (4) 通过本堂课的学习, 你学会了什么?
- (5) 你学会了哪些方法?
- (6) (电脑演示) 工具不限, 你能帮小花猫再想出别的修补方法吗?

通过自我小结明确了本节课的目标, 又实现了自我反馈, 从而建构起自己的知识经验。由问题的再一个提出, 产生新的探索欲望。

教学后记:

平行四边形的判定 (二)

教学目标

- 1、掌握平行四边形的判定定理及应用。
- 2、会综合运用平行四边形的判定定理和性质定理来解决问题。
- 3、会根据条件来画出平行四边形。
- 4、培养用类比、逆向联想及运动的思维方法来研究问题。

教学重点和难点

重点是平行四边形的判定定理及应用;

难点是平行四边形的判定定理与性质定理的灵活应用。

教学过程设计

猜测论证:

学生动手, 分组讨论并验证:

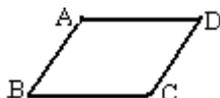
- 1、一组对边平行, 另一组对边相等
 - 2、一组对边相等, 另一组对边也相等。
- 1 错, 如等腰梯形;
2 对, 并请一学生口答证明判定定理 1:

判定定理: **两组对边分别相等的四边形是平行四边形。**

已知: 在四边形 ABCD 中

$$AB=CD, BC=AD,$$

求证: 四边形 ABCD 为平行



提问: 平行四边形的判别方法有几种?

深化创新:

平行四边形的性质: (6 种) 对边平行; 对边相等; 对角线互相平分; 夹在平行线间的平行线段相等; 对角相等; 邻角互补;

平行四边形的判定: (5 种) 两组对边平行; 两组对边相等; 两组对角相等; 对角线互相平分的四边形; 一组对边平行且相等的四边形。

P81 做一做

练习

- 1、在四边形 ABCD 中, 若一组对边 AD _____ BC, 则四边形 ABCD 是平行四边形。
- 2、在四边形 ABCD 中, 若两组对边 _____, 则四边形 ABCD 是平行四边形。
- 3、一组对边平行的四边形是平行四边形。()
- 4、一组对边相等的四边形是平行四边形。()
- 5、一组对边平行且相等的四边形是平行四边形。()
- 6、在四边形 ABCD 中, 若 AB 平行且等于 CD, 则 AD 平行且等于 BC。()

师生共同归纳小结

1、平行四边形的判定方法有哪些？应从边、角、对角线三方面来进行总结，并指出：性质定理的逆命题如果正确，常常作为判定定理来使用。

2、怎样来画符合条件的平行四边形？

3、学习了哪些研究问题的思想方法？

五、作业

课本第 82 页第 1` 2 题

教学后记：

平行四边形的性质及判定（复习课）

教学目的：

1、深入了解平行四边形的不稳定性；

2、熟练掌握平行四边形的定义，平行四边形性质定理 1、定理 2 及其推论、定理 3 和四个平行四边形判定定理，并运用它们进行有关的论证和计算；

3、在教学中渗透事物总是相互联系又相互区别的辩证唯物主义观点，体验“特殊--一般--特殊”的辩证唯物主义观点。

教学重点：平行四边形的性质和判定。

教学难点：性质、判定定理的运用。

教学程序：

一、复习创情导入

平行四边形的性质：

边：对边平行（定义）；对边相等（定理 2）；对角线互相平分（定理 3）夹在平行线间的平行线段相等。

角：对角相等（定理 1）；邻角互补。

平行四边形的判定：

边：两组 对边平行（定义）；两组对边相等（定理 2）；对角线互相平分（定理 3）；一组对边平行且相等（定理 4）；两组对角分别相等（定理 1）

二、授新

1、提出问题：平行四边形有哪些性质：判定平行四边形有哪些方法：

2、深化创新：平行四边形的性质：

边：对边平行（定义）；对边相等（定理 2）；对角线互相平分（定理 3）夹在平行线间的平行线段相等。

角：对角相等（定理 1）；邻角互补。

平行四边形的判定：

边：两组 对边平行（定义）；两组对边相等（定理 2）；对角线互相平分（定理 3）；一组对边平行且相等（定理 4）；两组对角分别相等（定理 1）

跟踪练习

1、在四边形 ABCD 中，AC 交 BD 于点 O，若 $AO=1/2AC, BO=1/2BD$ ，则四边形 ABCD 是平行四边形。（ ）

2、在四边形 ABCD 中，AC 交 BD 于点 O，若 $OC=$ _____ 且 _____，则四边形 ABCD 是平行四边形。

3、下列条件中，能够判断一个四边形是平行四边形的是（ ）

(A) 一组对角相等；

(B) 对角线相等；

(C) 两条邻边相等；

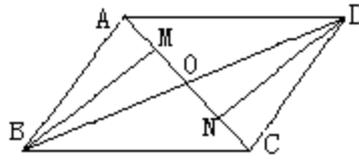
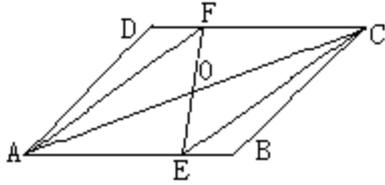
(D) 对角线互相平分。

创新练习

已知，如图，平行四边形 ABCD 的 AC 和 BD 相交于 O 点，经过 O 点的直线交 BC 和 AD 于 E、F，求证：四边形 BEDF 是平行四边形。（用两种方法）

达标练习

1、已知如图，O 为平行四边形 ABCD 的对角线 AC 的中点，EF 经过点 O，且与 AB 交于 E，与 CD 交于 F。求证：四边形 AECF 是平行四边形。



2、已知：如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， M 、 N 分别是 OA 、 OC 的中点，求证： $BM \parallel DN$ ，且 $BM=DN$ 。

综合应用练习

- 1、下列条件中，能做出平行四边形的是（ ）
- (A) 两边分别是 4 和 5，一对角线为 10；
 - (B) 一边为 4，两条对角线分别为 2 和 5；
 - (C) 一角为 60° ，过此角的对角线为 3，一边为 4；
 - (D) 两条对角线分别为 3 和 5，他们所夹的锐角为 45° 。

教学后记：

三角形的中位线（一）

一、教学目的和要求

使学生了解三角形中位线的定义，掌握三角形中位线性质定理的证明和应用。
通过定理的证明进一步培养学生的逻辑推理能力。

二、教学重点和难点

重点：掌握三角形中位线定义，及性质定理的证明。

难点：证题中正确添加辅助线。

三、教学过程

（一）复习、引入

提问：

- 1、什么叫三角形中线？

（二）新课

定义：连结三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线。

DE 叫做 $\triangle ABC$ 的中位线。

注意：

- 1、中位线是线段，它的端点是三角形两边的中点。
- 2、中位线与中线都是三角形的重要线段，它们端点位置不同，是两个不同的概念。每个三角形有三条中位线。

下面我们研究三角形的中位线与第三边的数量及位置关系。

三角形中位线定理：三角形的中位线平行于第三边，并且等于它的一半。

已知：如图 2， $\triangle ABC$ 中， $AD=DB$ ， $AE=EC$ ，求证：

$$DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2} BC$$

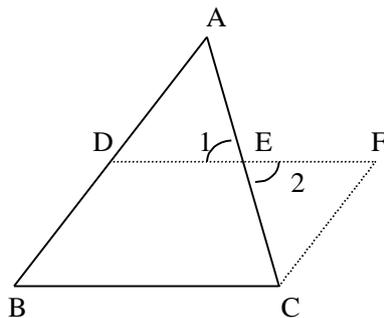


图 2

分析: 证明一条线段是第二条线段的一半, 可将第一条线段倍长, 证明等于第二条线段; 也可将第二条线段取中点, 证明其一半等于第一条线段。这里我们用第一种方法。

证明: 延长 DE 到 F 使 $EF=DE$, 连结 CF

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CFE$ 中

$\ominus AE = CE, \angle 1 = \angle 2, DE = FE$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CFE$

$\therefore \angle A = \angle 3 \quad \therefore CF \parallel AB$

又 $CF = AD \quad \ominus BD = AD$

$\therefore CF = BD$

\therefore 四边形 DBCF 是平行四边形。

$\therefore DE \parallel BC$

$\ominus DF = BC \quad \therefore DE = \frac{1}{2}DF = \frac{1}{2}BC$

小结: 到目前为止, 在我们学过的定理中, 结论存在一条线段等于另一条线段一半的有哪些?

- 1、直角三角形中, 30° 角所对直角边等于斜边的一半。
- 2、直角三角形中, 斜边的中线等于斜边的一半。
- 3、三角形中位线定理。

例题讲解:

求证: 顺次连结四边形四条边的中点, 所得的四边形是平行四边形。

分析: (1) 由学生根据命题, 写出已知, 求证, 画出图形。

(2) 连结对角线把四边形分成三角形, 就可以利用三角形中位线定理证明出四边形 EFGH 对边的关系, 从而证出四边形 EFGH 是平行四边形。

过程见教材 P83

例 1 已知: 如图 3, $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, D、E、F 分别是 BC、AB、CA 边的中点, 求证: $AD=EF$

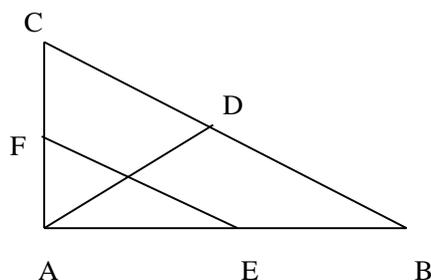


图 3

分析: 要证 $AD=EF$, 我们先要结合图形认识线段 AD、EF 在图形的位置就会很容易找

到解决问题的方法。

AD 是 $Rt\triangle ABC$ 斜边 BC 的中线，所以 $AD = \frac{1}{2}BC$ ，EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线，所以 $EF = \frac{1}{2}BC$ 。

证明：⊙ E、F 分别是 AB、AC 的中点

∴ $EF = \frac{1}{2}BC$ (为什么?)

⊙ $CD = DB$, $\angle BCA = 90^\circ$

∴ $AD = \frac{1}{2}BC$ (为什么?)

∴ $AD = EF$

(三) 巩固练习

- 1、已知顺次连结三角形各边中点所成三角形的周长是 10cm，求原三角形的周长。(20cm)
- 2、P83 1 2 3

(四) 小结

今天所讲的三角形中位线定理很重要，它的应用广泛且灵活。添加辅助线要根据图形具体分析，可以过三角形的一边中点作底边的平行线；若有两个或两个以上中点时，连结边的端点构造成三角形的中位线的形式。

(五) 作业

- 1、已知三角形三边之比为 3:4:5，且周长为 60cm，连结三边中点，求所得三角形各边长。
- 2、已知，在四边形 ABCD 中，对边 $AD=BC$ ，P 是对角线 BD 的中点，M、N 分别是 DC、AB 的中点。求证： $\angle PMN = \angle PNM$ 。

教学后记：

3. 2 菱形

3. 2. 1 菱形的性质

教学目标：

1. 让学生动手探索菱形的定义，以及和平行四边形的联系与区别；
2. 会用菱形的性质进行有关的论证和计算；
3. 培养学生的观察能力、动手能力自学能力、计算能力、逻辑思维能力；
4. 在教学中渗透事物总是相互联系又相互区别的辩证唯物主义观点。

重点、难点透视：

菱形的识别方法的掌握和灵活运用。

教学准备：三角板、活动的平行四边形木框

教学流程：

一、巧设情景问题，引入课题

前面我们探讨了平行四边形的性质和判别条件，下面我们来共同回忆一下。大家来看一个衣帽架（出示衣帽架，并按课本 89 的图片进行变换），这个衣帽架中有你熟悉的图形吗？（邻边相等的平行四边形。）我们把这样的平行四边形叫做菱形。这节课我们就来探讨一下菱形。

二、新课

你能给菱形下定义吗？（**一组邻边相等的平行四边形叫做菱形。**）菱形是一种特殊的平行四边形，特殊之处在于它是有一组邻边相等。所以菱形是具备：“①平行四边形，因此

菱形是中心对称图形，对角线的交点是对称中心

菱形的对边相等，对角相等，对角线互相平分。

②一组邻边相等”。这两个条件的四边形。下面大家画一个菱形，然后回答下列问题：

在菱形 $ABCD$ 中， $AB=AD$ ，对角线 AC 、 BD 相交于点 O 。

(1) 图中有哪些线段是相等的？哪些角是相等的？

(2) 图中有哪些等腰三角形、直角三角形？

(3) 两条对角线 AC 、 BD 有什么特定的位置关系？（同学们讨论分析回答）

能否从中归纳出菱形的性质呢？

菱形的四条边相等。

菱形是轴对称图形吗？如果是，那么它有几条对称轴？对称轴之间有什么位置关系？

菱形是轴对称图形，两条对角线所在直线都是它的对称轴。

菱形的对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角。

推算菱形的面积公式 P90 动脑筋

三、例题讲解 P90 例 1

四.尝试训练，体验成功

1、课本练习 P91

C

2、课外拓展

已知，菱形的一个内角为 120° ，且平分这个内角的一条对角线为 8 厘米，求这个菱形的周长。

3、菱形 $ABCD$ 的面积为 96 cm^2 ，对角线 AC 的长为 16 cm，求另一条对角线 BD 的长。

（ $S=\text{对角线乘积的一半}$ ）

五、课堂小结

1.通过本堂课的探索,你有何收获?最想说的一句话是什么?

2. 反思一下你所获成功的经验,课后写好数学日记,与同学交流!

六、布置作业

1、作业本 P93 1 2

七、教学反思

3.2.2 菱形的判定

教学目的：

- 1、理解并掌握菱形的定义及定理；会用这些定理进行有关的论证和计算；
- 2、培养学生的观察能力、动手能力自学能力、计算能力、逻辑思维能力；
- 3、在教学中渗透事物总是相互联系又相互区别的辩证唯物主义观点。

教学重点：菱形的判定定理。

教学难点：定理的证明方法及运用。

教学程序

一、复习创情导入

我们已经学习了菱形的性质：

菱形的定义：一组邻边相等的平行四边形；（判定：2 个条件）

性质定理 菱形的四条边都相等；

性质定理 菱形的对角线互相平分，并且每条对角线平分一组对角；

二、授新

1、提出问题

- (1) 菱形的定义是？它能否作为菱形的判定？有哪两个条件？
- (2) 判定定理 1 的内容是什么？写出已知、求证，并证明。
- (3) 判定定理 2 的内容是什么？写出已知、求证，并证明；还有其他方法进行证明吗？
- (4) 例 2 的证明还有别的方法吗？

2、自学质疑：自学课本 P91-92 页，完成预习题，并提出疑难问题。

3、分组讨论：讨论自学中不能解决的问题及学生提出问题。

4、反馈归纳

(1) 能否运用菱形的定义进行菱形的判定？应具备哪两个条件？

(2) 菱形判定定理 2：对角线互相垂直平分的四边形是菱形，或者说对角线互相垂直的平行四边形是菱形。

已知：在平行四边形 ABCD 中，对角线 $AC \perp BD$ ，

求证：平行四边形 ABCD 是菱形。

方法指导：1) 定理 1，四条都相等的四边形；

2) 定义，有一组邻边相等的平行四边形；

(3) 菱形判定定理 1：四条边都相等的四边形是菱形。

已知：在四边形 ABCD 中， $AB=BC=CD=DA$ ，

求证：四边形 ABCD 是菱形。

方法指导：有一组邻边相等的四边形是菱形。（定义）

(4) 小结：菱形的判定方法，

定义：有一组邻边相等的平行四边形；

定理 1：对角线互相垂直的平行四边形；

定理 2：四条边都相等的四边形；

5. 例题讲解 P92

6、深化创新

菱形的判定方法，
 定义：有一组邻边相等的平行四边形；
 定理 1：四条边都相等的四边形；
 定理 2：对角线互相垂直的平行四边形；

7、

(1) 菱形可根据哪些进行判定？填写下表、填图：

	应具备两个条件	
菱形的判定		
菱形的定义		
判定定理 1		
判定定理 2		

- (2) 对角线互相垂直的四边形是菱形。()
 (3) 对角线互相平分的四边形是菱形。()
 (4) 两组对边分别平行，且对角线_____的四边形是菱形。
 (5) 两组对边分别相等，且对角线互相垂直的四边形是菱形。()
 (6) 对角线互相平分的四边形是_____。
 (7) 对角线互相垂直平分的四边形是_____。
 (8) 对角线相等且互相平分的四边形是_____。
 (9) 画一个菱形，使它的对角线分别是 6cm、8cm 。

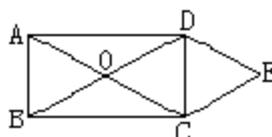
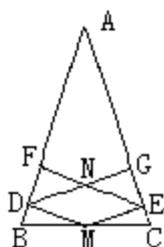
创新练习题

在平行四边形 ABCD 中，AC 交 BD 于 O，下列结论中错误的是 ()

- (A) $AB = CD$ $\angle B = \angle D$
 (B) $AC = BD$ 且互相平分
 (C) 当 $AC \perp BD$ 时，四边形 ABCD 是菱形。
 (D) $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{4} S_{\text{平行四边形 } ABCD}$

达标练习题

(1) 已知：如图，M 是等腰三角形 ABC 底边 BC 上的中点， $DM \perp AB$ ， $EF \perp AB$ ， $ME \perp AC$ ， $DG \perp AC$ 。求证：四边形 MEND 是菱形。



综合应用练习

(1) 如图，O 是矩形 ABCD 的对角线的交点， $DE \parallel AC$ ， $CE \parallel BD$ ，DE 和 CE 相交于 E，求证：四边形 OCED 是菱形。

(2) 课本 P93 A 组

教学后记：

3.3 矩形教材分析

分析分五个方面说明：

一、教材分析：

(一) 教材的地位和作用：

本课要研究的是矩形的概念及其性质，是在学生已经学过四边形、平行四边形的概念及性质和判定的基础上进行的，是这一章的重点内容之一。因为矩形是特殊的平行四边形，而后继课要学的正方形又是特殊的矩形，所以它既是前面所学知识的应用，又是后面学习正方形的基础，具有承上启下的作用。

另外，本节课的内容还渗透着转化、对比的数学思想，重在训练学生的逻辑思维能力和分析、归纳、总结的能力，因此，这节课无论在知识上，还是在对学生能力培养上都起着非常重要的作用。

(二)、教学目标：

根据学生已有的认知基础及本课教材的地位、作用，依据教学大纲，确定本节课的教学目标为：

- 1、 知识目标：(1) 知道什么是矩形。
(2) 理解矩形与平行四边形的关系
(3) 能说出矩形的性质及推论
- 2、 能力目标：(1) 会运用矩形的性质及推论进行有关的论证和计算。
(2) 会观察、会比较、会分析、会归纳
- 3、 德育目标：初步具有把感性认识上升到理性认识的辩证唯物主义观点。
- 4、 情感目标：养成有良好的学习习惯，有浓厚的学习兴趣。

(三)、教学重点、难点、关键及依据：

重点：矩形的概念和性质。

难点：矩形与平行四边形的关系。

关键：加强概念教学是突破难点的关键。

依据：教材的地位和作用及教学目标和学生的实际情况。

二、教学方法和手段：

(一)、教学方法：根据本课的内容和初二学生的特点以及目标教学的要求，采用边启发、边分析、边推理，层层设疑，讲练结合的要求。通过演示平行四边形模型，激发学生的学习兴趣。教学时我力求做到“三让”即能让学生想的尽量让学生想，能让学生做的尽量让学生做，能让学生说的尽量说，使教师为主导，学生为主体，得到充分体现。学生通过“想、做、说”的一系列活动，在掌握知识的同时，使其动脑、动手、动口，积极思维，进行“探究式学习”使能力得到锻炼。

(二) 教学手段：为提高课堂效率和质量，借助于投影仪进行教学。

(三) 教具：三角板，平行四边形模型，投影仪。

三、教材处理：

(一) 学生状况分析：

- 1、 在知识方面：学生已掌握了四边形及平行四边形的概念、性质等知识。
- 2、 在方法方面：学生已积累了学习特殊四边形性质的方法，即按“角、边、对角线”的思路进行学习。
- 3、 在思维方面：学生的思维还依赖于具体、形象、易模仿的特点，因此逻辑思维能力需要加强。
- 4、 对策：(1) 注意问题情境的教学。
(2) 使用启发诱导的方法。
(3) 贯彻循序渐进的原则。

(二) 教材处理：基本按照教材的意图讲授，适当补充练习

四、教学过程及设计：略

五、达标测评题：

一、填空：

- 1、 已知平行四边形 ABCD 中， $\angle A=90^\circ$ ，则平行四边形 ABCD 是_____形
- 2、 在矩形 ABCD 中，直角有_____、_____、_____、_____；
- 3、 在矩形 ABCD 中， $\angle C=90^\circ$ ，D 是 AB 的中点，则 $CD=$ _____AB

二、选择题：

- 1、在矩形 ABCD 中，对角线 AC、BD 相交于 O 点， $\angle AOB=60^\circ$ ， $AC=10\text{cm}$ ，则 AB 的长为 ()
- 2、矩具有一般平行四边形不具有的性质是 ()
A 对边相等 B 对边平行 C 对角线相等 D 对角相等
- 3、在矩形 ABCD 中，对角线相交于 O 点， $\angle AOD = 130^\circ$ ，则 $\angle ABC = ()$
A 45° ; B 30° ; C 25° ; D 15° 。
- 三、矩形对角线的交角为 120° ，一条对角线与其短边的和是 15cm ，求对角线的长和边长。

矩形的性质 (一)

教学目标

- 1、掌握矩形的概念和性质，理解矩形与平行四边形的区别与联系。
- 2、会初步运用矩形的概念和性质来解决有关问题。
- 3、渗透运动联系、从量变到质变的观点。

教学重点和难点：重点是矩形的性质；难点是性质的灵活运用。

教学过程设计

一、用运动方式探索矩形的概念及性质

- 1、复习平行四边形的有关概念及边、角、对角线方面的性质。
- 2、复习平行四边形和四边形的关系。
- 3、用教具演示中，从平行四边形到矩形的演变过程，得到矩形的概念，并理解矩形与平行四边形的关系。

分析：

- (1) 矩形的形成过程是平行四边形的一个角由量变到质变的变化过程。
- (2) 矩形只比平行四边形多一个条件：“有一个角是直角”，不能用“四个角都是直角的行四边形是矩形”来定义矩形。
- (3) 矩形是特殊的平行四边形，具有平行四边形的一切性质（共性），还具有它自己特殊的性质（个性）。

(4) 从边、角、对角线方面，让学生观察或度量猜想矩形的特殊性质。

- ①边：对边与平行四边形性质相同，邻边互相垂直（与性质定理 1 等价）。
- ②角：四个角是直角（性质定理 1）。
- ③对角线：相等且互相平分（性质定理 2）。

矩形定义：有一个角是直角的平行四边形叫矩形。

四个角都是直角的四边形是矩形

矩形的性质定理：矩形的四个角都是直角。

定理 2：矩形的对角线相等且互相平分。

4、证明矩形的两条性质定理及推论。

引导学生利用矩形与平行四边形的从属关系、矩形的概念以及全等三角形的知识，规范证明两条性质定理及推论。指出：推论叙述了直角三角形中线段的倍分关系，是直角三角形很重要的一条性质。

二.跟踪练习题：

- (1) 矩形的定义中有两个条件：一是_____，二是_____。
- (2) 有一个角是直角的四边形是矩形。()
- (3) 矩形的对角线互相平分。()
- (4) 矩形的对角线_____。
- (5) 矩形的一边长为 15cm ，对角线长 17cm ，则另一边长为_____，该矩形的面积为_____。

创新练习题：

- (1) 矩形的对角线把举行分成 () 对全等的三角形。
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

三.达标练习题:

(1) 已知矩形的一条对角线长为 8cm, 两条对角线的一个交角为 60° , 则矩形的边长分别为_____、_____、_____、_____。

(2) 已知矩形的一条对角线与一边的夹角为 30° , 则矩形两条对角线相交所成的四个角的度数分别为_____、_____、_____、_____。

(3) 矩形的两条对角线的夹角为 60° , 对角线长为 15cm, 较短边的长为 ()

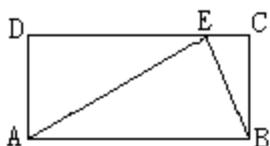
(A)12cm (B)10cm (C)7.5cm (D)5cm

(4) 在直角三角形 ABC 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=2AC$, 求 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的度数。

综合应用练习:

(1) 已知: 矩形 ABCD 中, $BC=2AB$, E 是 BC 的中点, 求证: $EA \perp ED$ 。

(2) 如图, 矩形 ABCD 中, $AB=2BC$, 且 $AB=AE$, 求证: $\angle CBE$ 的度数。



(四) 小结

今天我们主要学习了矩形的定义及性质, 矩形是角特殊的平行四边形, 决定了矩形的四个角都是直角, 对角线相等。由于矩形的对角线把矩形分割成直角三角形, 等腰三角形, 所以我们还要把直角三角形, 等腰三角形, 等边三角形的性质、判定好好复习一下, 这对于解决矩形问题是大有好处的。

(五) 作业

1、已知: 矩形 ABCD, M 是 BC 的中点, $BC=2AB$ 。求证: $MA \perp MD$ 。

2、矩形的对角线的一个交角是 60° , 一条对角线长为 8cm。求矩形的边长。

3、已知: 如图 7, $\triangle ABC$ 的两条高线 BE、CF; M 为 BC 中点, N 为 EF 中点。求证: $MN \perp EF$ 。

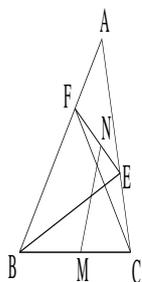


图 7

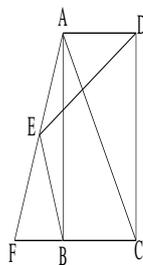


图 8

4. 已知: 如图 8, 矩形 ABCD 中, F 在 CB 延长线上, $AE=EF$, $CF=CA$ 。

求证: $BE \perp DE$ 。

教学后记:

矩形的判定

教学目的：使学生掌握矩形的判定定理，并用矩形知识解决有关问题。

教学重点：矩形的判定方法。

教学难点：矩形判定的应用

教学过程：

一 复习提问

- 1、什么叫平行四边形？什么叫矩形？
- 2、矩形与平行四边形有什么区别与联系？

二 引入新课

矩形是有一个角是直角的平行四边形，在判定一个四边形是不是矩形时，首先看这个四边形是不是平行四边形，再看它两边的夹角是不是直角，这种用“定义”判定是最重要和最基本的判定方法。今天我们研究矩形有几个判定定理。

我们再考虑矩形的性质定理，它是从对角线的角度来说明的，那么，是否可以从对角线上来判定矩形呢？

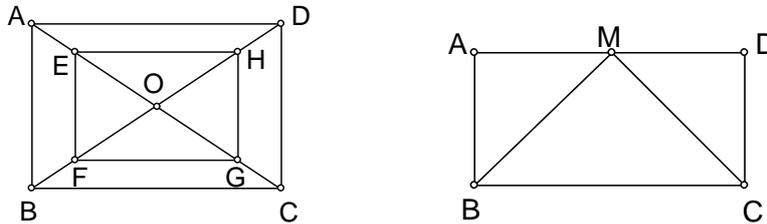
给出 **矩形判定定理：对角线相等互相平分的四边形是矩形。或者说对角线相等的平行四边形是矩形。…（投影）**

分析定理：因为平行四边形是条件，所以只需证有一个角为直角即可。

为加深学生对判定定理的理解，可举反例：如：两条对角线相等的四边形，是不是矩形？两条对角线相等且互相平分的四边形是不是矩形？（学生可自行画图观察）

可知，由对角线相等推不出四边形是平行四边形，巩固学生对定理的印象和理解。

例 1：已知：如图，矩形 ABCD 中，E、F、G、H 分别为 AO、BO、CO、DO 上的点且 $AE=BF=CG=DH$ ，求证：四边形 EFGH 为矩形。…（投影）

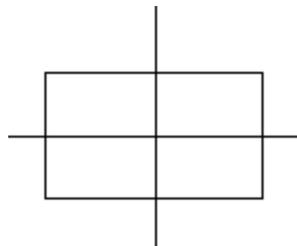


分析：由于 E、F、G、H 四点是在对角线上取的点，与对角线联系密切，故可采用“对角线相等的平行四边形是矩形”来证此题。

证明：略。

例题讲解 P98

三. 自学 P99-100



矩形是轴对称图形，过每一组对边中点直线都是矩形的对称轴

矩形是中心对称图形，对角线的交点是它的对称中心。

例 2 讲解

三 小结：

小结：

这节课的主要内容是对矩形进行判定，可以运用以下几种方法来说明，

- (1) 有一个角是直角的平行四边形是矩形……………（定义）
- (2) 对角线相等的平行四边形是矩形

(3) 有三个角是直角的四边形是矩形.

四 作业: 习题 3.3 3、4

教学后记

3.4 正方形的性质

目的要求:

1、使学生掌握正方形的概念,掌握正方形具有矩形和菱形的一切性质,并会用它们进行有关的论证和计算。

2、通过分析正方形的概念、性质与矩形、菱形的概念、性质的联系和区别,对学生进行辩证唯物主义教育。

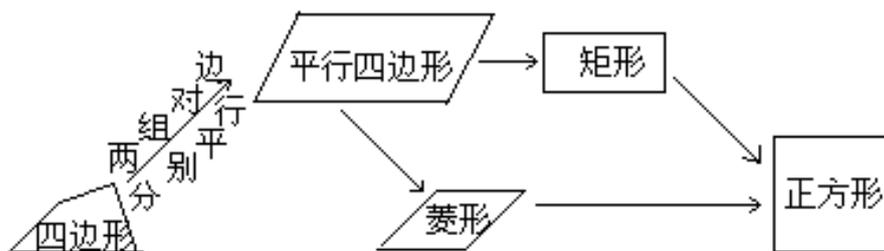
教学重点: 理解正方形的定义

教学难点: 掌握理解正方形的定义

教具准备: 一副三角板

教学方法: 归纳法

教学过程: 复习提问:



1、让学生分别叙述平行四边形、矩形、菱形的定义和它们的特殊性质。

2、说明平行四边形、矩形、菱形的内在联系。

引入新课:

我们知道矩形和菱形都是特殊的平行四边形,一个是使平行四边形的一个角成为直角,而另一个则是使平行四边形的一组对边相等得到的,于是大家想到如果一个平行四边形同时满足这两个条件就组成了一个更特殊的平行四边形。这一堂课我们就来学习这种极为特殊的平行四边形——正方形。

新课讲解:

因为学生对正方形很熟悉,所以可以直接介绍正方形的定义。

有一组邻边相等,有一个角是直角的平行四边形叫做正方形。

从正方形的概念可知,首先正方形是在平行四边形的前提下定义的。同时它又包括两层涵义:(1)它是有一组邻边相等的平行四边形;(2)它是有一个角是直角的平行四边形。

因为正方形是特殊的平行四边形,还是特殊的矩形、特殊的菱形,所以正方形具有矩形的性质,同时又具有菱形的性质。于是,正方形就有如下性质:

正方形性质定理 1 正方形的四个角都是直角,四条边都相等。

正方形性质定理 2 正方形的两条对角线相等并且互相垂直平分，每一条对角线平分一组对角。

正方形是中心对称图形,对角线的交点是它的对称中心。

正方形是轴对称图形,两条对角线所在直线,以及过每一组对边中点的直线都是它的对称轴。

说明：定理 2 包括了平行四边形、矩形、菱形对角线的性质，一个题设同时有四个结论，这是该定理的特点，在应用时需要哪个结论就用哪个结论，并非把结论写全。

例 1 求证：正方形的两条对角线把正方形分成四个全等的等腰直角三角形。

已知：如图，四边形 ABCD 是正方形，对角线 AC、BD 相交于点 O。

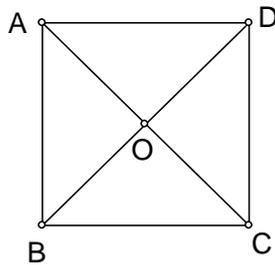
求证： $\triangle ABO$ 、 $\triangle BCO$ 、 $\triangle CDO$ 、 $\triangle DAO$ 是全等的等腰直角三角形。

证明： \because 四边形 ABCD 是正方形，

$\therefore AC=BD$ ， $AC \perp BD$ ， $AO=CO=BO=DO$

（正方形的两条对角线相等，并且互相垂直平分）

$\therefore \triangle ABO$ 、 $\triangle BCO$ 、 $\triangle CDO$ 、 $\triangle DAO$ 都是等腰直角三角形，并且 $\triangle ABO \cong \triangle BCO \cong \triangle CDO \cong \triangle DAO$ 。



课堂练习：教科书第 104 页 练习 1、2、3 题

课堂小结：

这节课我们主要学习了另一种特殊的平行四边形，正方形及有关正方形的一些性质。正方形的四条边都相等且对边平行；四个角都是直角；对角线相等互相垂直平分，并且每一条对角线平分一组对角。（通过分析平行四边形、矩形、菱形、正方形概念、性质之间的联系和区别，使学生认识事物之间联系及变化的因素，对学生进行辩证唯物主义教育。

课外作业：

教科书第 104 页 习题 A 组 1 题；同步精练正方形练习（一）。

教学后记：

3.4 正方形的判定

教学目的：

1、理解并掌握运用正方形的定义；及它与矩形、菱形的关系判定正方形；并会用这些性质进行有关的论证和计算；

2、培养学生的观察能力、动手能力自学能力、计算能力、逻辑思维能力；

3、在教学中渗透事物总是相互联系又相互区别的辩证唯物主义观点。

教学重点：正方形的判定方法。

教学难点：证明方法及运用。

教学程序：

一、复习创情导入

正方形的定义：

正方形有哪些性质，与矩形、菱形有何关系？

正方形可如何判定？运用定义；其他？

二、授新

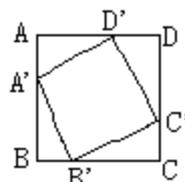
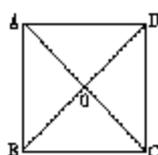
1、提出问题

- (1) 正方形是怎样的平行四边形？
- (2) 正方形是怎样的矩形？
- (3) 正方形是怎样的菱形？
- (4) 判定一个平行四边形是正方形，还应具备什么条件？
- (5) 判定一个矩形是正方形还应具备什么条件？
- (6) 判定一个菱形是正方形还应具备什么条件？

2、分组讨论：讨论自学中不能解决的问题及学生提出问题。

3、反馈归纳

- (1) 正方形是怎样的平行四边形？，有一组邻边相等，且有一个角是直角的平行四边形；
- (2) 正方形是怎样的矩形？有一组邻边相等的矩形；
- (3) 正方形是怎样的菱形？有一个角是直角的菱形；
- (4) 明确四者之间的关系!!!!
- (5) 判定一个平行四边形是正方形，还应具备什么条件？方法 1
- (6) 判定一个矩形是正方形还应具备什么条件？方法 2；
- (7) 判定一个菱形是正方形还应具备什么条件？方法 3；
- (8) 小结：判定正方形的方法有三种。



4、尝试练习

(1) 例 1：已知：分别延长等腰直角三角形 OAB 的两条直角边 AO 和 BO ，使 $AO=OC$ ， $BO=OD$ ，求证：四边形 $ABCD$ 是正方形。

解题指导：既是矩形又是菱形的四边形是正方形；对角线垂直、互相平分且相等的四边形；

(2) 例 2：已知：点 A 、 B 、 C 、 D 分别是正方形 $ABCD$ 四条边上的点，并且 $AA'=BB'=CC'=DD'$ 。求证：四边形 $A'B'C'D'$ 是正方形。

(4)跟踪练习---达标练习

5、深化创新

- (1) 判定一个平行四边形是正方形，还应具备什么条件？方法 1
- (2) 判定一个矩形是正方形还应具备什么条件？方法 2；
- (3) 判定一个菱形是正方形还应具备什么条件？方法 3；
- (1) 既是矩形又是菱形的四边形是正方形；
- (2) 对角线垂直、互相平分且相等的四边形；

6、推荐作业

跟踪练习题

- (1) 如果一个菱形的两条对角线相等，那么它一定是正方形 ()
- (2) 如果一个矩形的两条对角线互相垂直，那么它一定是正方形 ()
- (3) 两条对角线互相垂直平分且相等的四边形，一定是正方形。()
- (4) 对角线互相垂直的矩形是正方形。()
- (5) 对角线相等的菱形是正方形。()
- (6) _____的矩形是正方形；_____的菱形是正方形。

(7) _____ 的四边形是正方形。

创新练习题

(1) 若使平行四边形 ABCD 成为正方形，则需增加条件 ()

- (A) 对角线垂直; (B) 对角线垂直且相等; (C) 对角线相等 (D) 对角互补

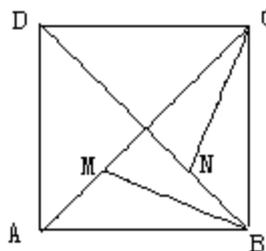
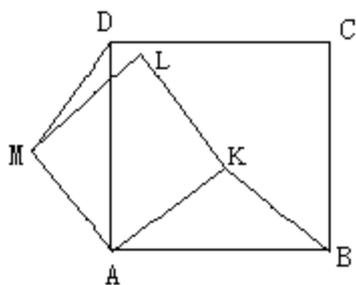
达标练习题

- (1) 以 2cm 长的线段为边，画一个正方形;
(2) 以 4cm 长的线段为对角线，画一个正方形。

综合应用练习

(1) 已知：如图，ABCD 和 AKLM 都是正方形，求证：MD=KB。

(2) 如图，正方形 ABCD 中，AC 交 BD 于 O，点 M、N 分别在 AC、BD 上，且 OM=ON，求证：BM=CN。



作业

- (1) 有一个角是直角，并且有一组邻边相等的四边形是正方形 ()
(2) 正方形既不是矩形，又不是菱形。()
(3) 正方形的对角线_____。
(4) 若正方形的边长为 1，则正方形的对角线为_____，面积为_____，若正方形的对角线为 1，则正方形的边长为_____面积为_____。

创新练习题

(1) 已知：矩形的长和宽分别为 9cm 和 4cm，是它面积 4 倍的正方形的对角线长是 ()

(2) 在下列四个图形中，() 图形内的一点到四个顶点的距离相等。

- (1) 平行四边形 (2) 矩形 (3) 菱形 (4) 正方形

- (A) (1) (2) (B) (2) (3) (C) (3) (4) (D) (2) (4)

达标练习题

- (1) 如果正方形的对角线长为 3cm，那么它的边长为_____，面积为_____，如果正方形的对角线长为 a cm，那么它的边长为_____，面积为_____。
(2) 以面积为 12cm² 的正方形的对角线为边长的正方形的面积为_____。
(3) 已知正方形的一条边长为 2cm，求这个正方形的周长、对角线和正方形的面积。
(4) 正方形的对角线和它的边所成的角是多少度？为什么？
(5) 已知正方形的一条对角线为 4cm，求它的边长和面积。

教学后记:

3.5 梯形 (一)

教学目标

- 1、理解梯形的概念及梯形的分类。
- 2、理解等腰梯形的性质并会运用其解决有关问题。
- 3、掌握解决问题的基本方法，渗透转化思想，提高解决问题的能力。

重点难点和关键

重点： 梯形的概念及等腰梯形的性质

难点： 解决梯形问题的基本方法

关键： 梯形的概念的理解

教学过程

一、复习

- 1、什么叫平行四边形？它有什么性质？
- 2、小学学过的梯形是一个什么样的图形？谁能画出一个梯形？
- 3、有谁能举出一些梯形在实际中应用的例子？

二、新课讲解

1、梯形及梯形的有关概念

通过所画的图形，结合所举的实例，对照平行四边形的定义，学生自己得出梯形的定义。

梯形：一组对边平行而另一组对边不平行的四边形叫做**梯形**。

相关定义：

底：平行的一组对边叫做**梯形的底**。（较短的底叫做上底，较长的底叫做下底）

腰：不平行的一组对边叫做**梯形的腰**。

高：两底间的距离叫做**梯形的高**。

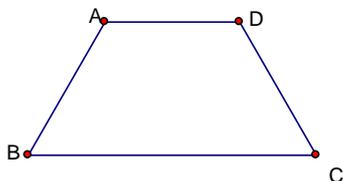
直角梯形：一腰垂直于底的梯形叫做**直角梯形**。

等腰梯形：两腰相等的梯形叫做**等腰梯形**。

2、等腰梯形的性质

例 1：已知：在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AB=DC$ ，求证： $\angle B=\angle C$ 。

分析：只要能等腰梯形同一底上的两个角转化为等腰三角形的两个底角，问题就可以解决。或者，证明等腰梯形同一底上的两个角所在的三角形全等也可。



方法一：过点 D 作 $DE \parallel AB$ ，交 BC 于点 E。可证 $\triangle DEC$ 为等腰三角形。（平移一腰 辅助线一）

方法二：分别过点 A、D 作 $AE \perp BC$ ， $DF \perp BC$ ，垂足分别为 E、F，可证 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 全等。（作高辅助线二）

由此可得等腰梯形的性质定理一：**等腰梯形在同一底上的两个角相等。**

例 2. 已知：在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AB=DC$ ，求证： $AC=BD$ 。

（易证 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DCB$ 全等）

问题：如何证明等腰梯形是轴对称图形呢？

说明与建议：可让学生用折纸的方法，确认等腰梯形是轴对称图形；教学中，还可引导学生借助等腰三角形的轴对称性加以证明，如图，延长等腰梯形两腰 BA、CD 相交于点 E，易证 $\triangle AED$ 和 $\triangle EBC$ 都是等腰三角形。作 $EF \perp BC$ ，则 $EF \perp AD$ ，EF 所在的直线是两个等腰三角形 EAD、EBC 的对称轴。由轴对称图形可知，也是等腰梯形 ABCD 的对称轴，因此，等腰梯形是轴对称图形，有一条对称轴，是过两底中点的直线。

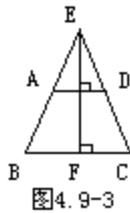


图4.9-3

由此可得等腰梯形的性质定理二：

另外，等腰梯形还是轴对称图形，过两底中点的直线是它的对称轴。等腰梯形的两条对角线相等。

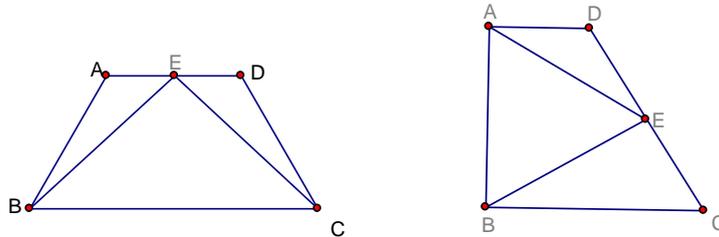
(延长两腰可得——辅助线三)

3. 练习：

(1) 等腰梯形对角线长为 6，且两条对角线的一交角为 60° ，求梯形面积。

(1、两个图形 2、平移对角线 —— 辅助线四)

(2) 在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = CD$ ，点 E 为 AD 中点，求证： $EB = EC$ (如右图)



(3) 已知：在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AB \perp BC$ ，E 是 CD 的中点。求证： $AE = BE$

(延长 AE，交 BC 的延长线于 F。可证 $AE = EF$ —— 辅助线五)

4. 例题讲解 P108

5. 学法指导

(1) 梯形中常用辅助线 (见前)

(2) 构造辅助线的一般原则是根据已知、未知的特征，达到转化未知，使用已知的目的。

三、小结

1、梯形的有关定义及等腰梯形的性质。

2、解决梯形问题的基本思想和常用辅助线的作法。

四、作业：教材 P₁₀₉ 1 2。

教学后记：

梯形 (二)

教学目的：

1、能说出并能证明等腰梯形的判定定理——在同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形。

2、能运用等腰梯形的判定定理进行有关的判定、论证和计算。会画出符合条件的等腰梯形。此外，让学生初步学会通过添加辅助线，把梯形的问题转化成平行四边形、矩形、三

角形来解决。

重点：等腰梯形的判定定理。

难点：辅助线的使用。

教学过程：

1、复习引入：

什么样的梯形是等腰梯形?等腰梯形有什么性质?说出等腰梯形性质定理的逆命题。

2、新授：

一、阅读课本 第 109-110 页，思考并回答下列问题：

问题：在同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形，这个命题成立吗?能否加以证明?

结论：等腰梯形的判定定理和等腰梯形的性质定理互为逆定理。判定一个梯形是等腰梯形的两种方法：(1)两腰相等；(2)同一底上的两个角相等。

二、例题评析：

例 1：求证：对角线相等的梯形是等腰梯形

已知：

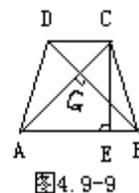
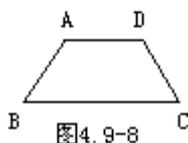
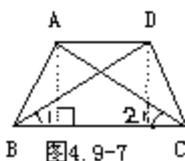
求证：

证明：

说明：

1、此题有多种证法：(1) 为平移一条对角线构造等腰三角形(此法在上节“作业”的提示中已使用过，即课本第 176 页的证法)；(2) 如图 4.9-7，作 $AE \perp BC$ ， $DF \perp BC$ ，可证得 $Rt \triangle BDF \cong Rt \triangle CAE$ ，得 $\angle 1 = \angle 2$ ，进而由 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，证得 $AB = CD$ 。

2、等腰梯形的对角线与两底构成的两个三角形是等腰三角形。



例 2：仿照课本做一做改编画一个等腰梯形，使它的上、下底长分别为 4cm 和 12cm，高为 3cm。

例 3：已知：如图 4.9-8，在四边形 ABCD 中， $\angle B = \angle C$ ，AB 与 CD 不平行，且 $AB = CD$ ，求证：四边形 ABCD 是等腰梯形。

例 4：如图 4.9-9，梯形 ABCD 中， $AB \parallel CD$ ， $AD = BC$ ， $CE \perp AB$ 于 E，若 $AC \perp BD$ 于 G，求证： $CE = \frac{1}{2}(AB + CD)$

三、巩固练习

1、判断题

- (1) 有一组对边平行的四边形是梯形 ()
- (2) 一组对边平行且不相等的四边形一定是梯形 ()
- (3) 有两个角相等的梯形是等腰梯形 ()
- (4) 同一腰上的两个角相等的梯形是直角梯形 ()

2、已知直角梯形的两腰之比是 1:2，那么该梯形的最大角为_____，最小角为_____。

四、小结

1、等腰梯形的判定方法：(1) 两腰相等，(2) 在同一底上的两个角相等

2、梯形的画法

3、梯形中常用的四种辅助线的添法

五、作业：习题 3.5A

六、思考题：习题 3.5B。

教学后记：

3.6 多边形的内角和

目的要求：

- 1、使学生理解多边形，多边形的顶点、边、内角和对角线等概念。
- 2、使学生理解多边形的内角和定理。

教学重点：多边形内角和定理及其应用。

教学难点：如何将多边形的角转化成一些三角形的角，即如何添加辅助线，把多边形化分成一些三角形。

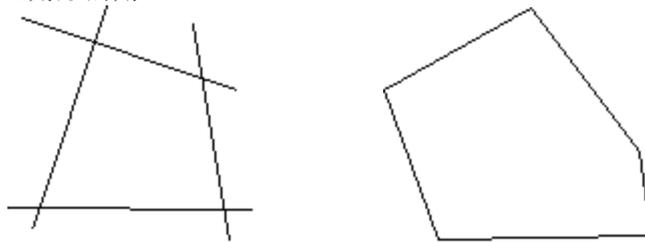
教学过程：

复习提问：

为了便于用类比的方法进行新课的教学，复习提问四边形的有关概念，提出以下问题：

1、让学生在黑板上画一个四边形，并在它的顶点处标上字母，读出这个四边形，指出它的边、角；画出四边形的对角线和所有外角（图4-8）

2、四边形的内角和是指哪些角的和？内角和等于多少度？是怎样知道的？（作对角线，把它们转化成两个三角形的角）



新课讲解：让学生看懂以上问题的基础上引入新课。

1、讲解多边形定义。

在黑板上画一个多边形（图4-9），类比四边形，边画图边讲解多边形定义。再强调一下定义的几个要点。（1）“在平面内”，即所有的顶点或边都在同一个平面内；（2）“不在同一条直线上的一些线段”，“一些”是个笼统数，可以是3条、4条、5条……，这些数常用 n 表示，即 $n \geq 3$ ；（3）多边形是个统称， n 等于几，就叫几边形。如： $n = 3$ ，就是三角形； $n = 4$ ，就是四边形等等。（4）三角形、四边形都属于多边形，是“多边形”这个统称中的具体实例。

2、讲解多边形的顶点、边、角、对角线等概念仿照四边形，以图4-9为例，让学生指出多边形的顶点，并读出这个多边形（如图4-9，读成五边形 $A B C D E$ 。），同样要注意按顶点的顺序；再让学生指出多边形的边、多边形的角；最后让学生画出多边形的对角线和外角。学生每动作一步，教师类比着四边形阐述一个概念。注意：这些概念，学生不会感到生疏，不用板书或让学生记录，学生能在图中准确地辨认即可。

和四边形一样，多边形也有凹凸之分，现在只研究凸多边形，向学生指明这一点。

新课讲解：讲多边形的内角和定理及其推论。讲明以下几点：

1、为了推导多边形内角和定理，在明确一下多边形内角和概念。像四边形一样，多边形各角的和就是多边形的内角和。

2、我们利用四边形的对角线把四边形划分成两个三角形的方法，证明了四边形内角和定理，怎样求得多边形的内角和呢？提出这个问题，让学生讨论。

在学生充分发表意见的基础上，结合教科书图3-90进行证明。可以作如下推理：

∵这 n 个三角形的内角和等于 180° ，

以O为公共顶点的n各角的和为 $360^\circ = 2 \times 180^\circ$

$\therefore n$ 边形的内角和等于 $n \times 180^\circ - 2 \times 180^\circ = (n - 2) \cdot 180^\circ$

有学生归纳出多边形内角和定理： n 边形的内角和等于 $(n - 2) \cdot 180^\circ$

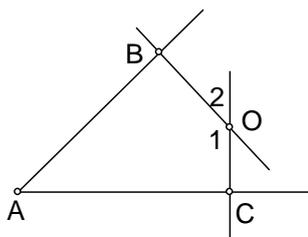
课堂练习：

1、利用多边形内角和定理计算三角形、四边形的内角和。（使学生明确三角形、四边形属于多边形。）

三

2、作教科书第 114 页练习第 1、2 题。

新课讲解：讲解教科书例题。



例 2 已知：如图 4-6，直线 $OB \perp AB$ ，垂足为 B，直线 $OC \perp AC$ ，垂足为 C。求证：
(1) $\angle A + \angle 1 = 180^\circ$ ；(2) $\angle A = \angle 2$ 。

证明：(1) $\because \angle A + \angle ACO + \angle 1 + \angle ABO = 360^\circ$ （四边形内角和等于 360° ）
 $\angle ACO = 90^\circ$ ， $\angle ABO = 90^\circ$
 $\therefore \angle A + \angle 1 = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ$
 $= 180^\circ$

(2) $\because \angle A + \angle 1 = 180^\circ$ ， $\angle 2 + \angle 1 = 180^\circ$
 $\therefore \angle A = \angle 2$

注意：利用多边形内角和公式反求边数，学生不熟悉，要与代数中的一元一次方程相联系。先设未知数，然后根据一直条件和所学定理列出方程，通过解方程求得答案。在今后的学习中，常需要应用代数知识来解决几何中的一些计算问题。

课堂练习：做教科书第 129 页练习第 4 题。

注意：求多边形的每个内角的度数，可以直接根据外角与相邻内角的关系求得，不需要用内角和计算公式。

课堂小结：明确以下 2 点：

1、三角形、四边形都属于多边形，所以四边形的定义、边、角、内角、内角和、周长等概念，只需将 4 换成 n ，意义都是相同的，使学生受到从具体到抽象、通过类比进行扩展等数学方法的熏陶。

2、 n 边形的内角和等于 $(n - 2) \cdot 180^\circ$ 。

课外作业：

1、教科书第 117 页习题 3.6. A 组第 1 题。

教学后记：

多边形的外角和

目的要求]:

- 1、使学生掌握四边形的外角和等于 360° 的性质。
- 2、使学生了解四边形的不稳定性及其作用。

教学重点: 四边形的外角概念及外角和性质。

教学难点: 四边形的不稳定性及其作用

教学过程:

复习提问:

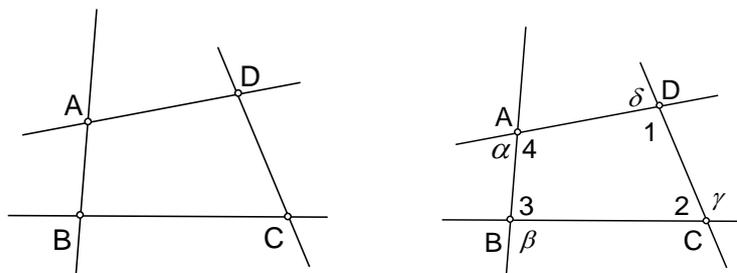
- 1、在黑板上画一个三角形, 让学生画出这个三角形的所有外角。
- 2、三角形共有几个外角? 同一个顶点处的两个外角有什么关系? 它们与公共顶点的内角是什么关系?

新课讲解:

与三角形类似, 四边形的角的一边与另一边的延长线所组成的角叫做四边形的外角, 四边形的外角是与它有公共顶点的内角的邻补角。(对于四边形的外角的概念, 要使学生掌握它的三个要点: (1) 与四边形有公共的顶点; (2) 一条边是四边形的一边; 另一条边是过这个公共顶点的四边形另一条边的延长线。)

让学生观察图, 注意四边形 $ABCD$ 有几个外角, 这些外角有什么关系。通过观察, 让学生自己得出结论:

- (1) 四边形共有 8 个外角;
- (2) 每一个外角都是与它公共顶点的四边形内角的邻补角; (3) 四边形的 8 个外角是 4 对对顶角。



在这个观察的基础上, 说明四边形外角和的意义: 在四边形的每个顶点处取它的一个外角, 这四个外角的和就是四边形的外角和。

例 1 已知: 如图 4-7, 四边形 $ABCD$ 的四个角分别为 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$, 每个顶点处有一个外角, 设它们分别为 $\angle \alpha$ 、 $\angle \beta$ 、 $\angle \gamma$ 、 $\angle \delta$ 。求: $\angle \alpha + \angle \beta + \angle \gamma + \angle \delta$ 。

解: $\because \angle 1 + \angle \alpha = \angle 2 + \angle \beta = \angle 3 + \angle \gamma$
 $= \angle 4 + \angle \delta = 180^\circ,$

$$\therefore (\angle 1 + \angle \alpha) + (\angle 2 + \angle \beta) + (\angle 3 + \angle \gamma) + (\angle 4 + \angle \delta) = 720^\circ$$

整理, 得 $\angle \alpha + \angle \beta + \angle \gamma + \angle \delta = 720^\circ - (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4)$

$$\because \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ \text{ (四边形内角和等于 } 360^\circ \text{)},$$

$$\therefore \angle \alpha + \angle \beta + \angle \gamma + \angle \delta = 720^\circ - 360^\circ = 360^\circ$$

在四边形的每个顶点取它的一个外角, 这四个外角和就是四边形的外角和。

由例 1 可得: **四边形的外角和等于 360**

3、怎样求得 n 边形的外角和呢? 仍然先让学生想想办法。然后在进行讲解。

$\because n$ 边形的每一个内角与它相邻外角的和等于 180°

$\therefore n$ 边形的内角和加外角和等于 $n \cdot 180^\circ$ 。

$\because n$ 边形的内角和等于 $(n - 2) \cdot 180^\circ,$

$\therefore n$ 边形的外角和等于 $n \cdot 180^\circ - (n - 2) \cdot 180^\circ = 360^\circ$

于是得到: 任意多边形的外角和等于 360° 。

外角和定理: 四边形的外角和等于 360°

4. 四边形的不稳定性

①我们知道三角形具有稳定性，已知三个条件就可以确定三角形的形状和大小，已知一边一夹角，作三角形你会吗？

（学生回答）

②若以 $AB = 20\text{mm}$, $BC = 30\text{mm}$, $CD = 18\text{mm}$ 为边作四边形 $ABCD$.

提示画法：①画任意小于平角的 $\angle B$.

②在 $\angle B$ 的两边上截取 $BA = 20\text{mm}$, $BC = 30\text{mm}$.

③分别以 A , C 为圆心，以 12mm , 18mm 为半径画弧，两弧相交于 D 点.

④连结 AD , CD , 四边形 $ABCD$ 是所求作的四边形，如图 4-13.

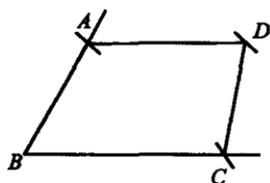


图 4-13

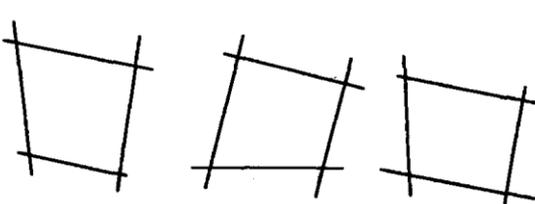


图 4-14

大家比较一下，所作出的图形的形状一样吗？这是为什么呢？因为 $\angle B$ 的大小不固定，所以四边形的形状不确定.

③（教师演示：用四根木条钉成如图 4-14 的框）虽然四边形的边长不变，但它的形状改变了，这说明四边形没有稳定性.

教师指出，“不稳定”是四边形的一个重要性质，还应使学生明确：

①四边形改变形状时只改变某些角的大小，它的边长不变，因而周长不变它仍为四边形，所以它的内角和不变. ②对四条边长固定的四边形任何一个角固定或者一条对角线的长一定，四边形的形状就固定了，如教材 P125 中 2 的第 H 问，为克服不稳定性提供了理论根据.

（4）举出四边形不稳定性应用实例和克服不稳定的实例，向学生进行理论联系实际的教育.

【总结、扩展】

5、小结

在学生自我小结本课的学习体会的基础上，教师总结：（1）研究四边形的问题，常添对角线，转化为三角形问题来解决；（2）四边形改变形状时，只改变某些角的大小，它的边长不变，周长不变，因为它仍然是四边形，所以它的内角和不变。并提出问题：当边数继续增加时，如五边形、六边形、……同学们能猜想它们的内角和、外角和分别等于多少吗？

6、作业：（1）课本第 117 页的练习；

（2）书面完成第 117 页习题 3.6A 组 3、4.

教学后记：

复习（二课时）

教学目的：（1）通过复习学生能掌握平行四边形等有关性质和判定；
 （2）通过复习学生能掌握特殊的平行四边形的性质和判定及其应用；

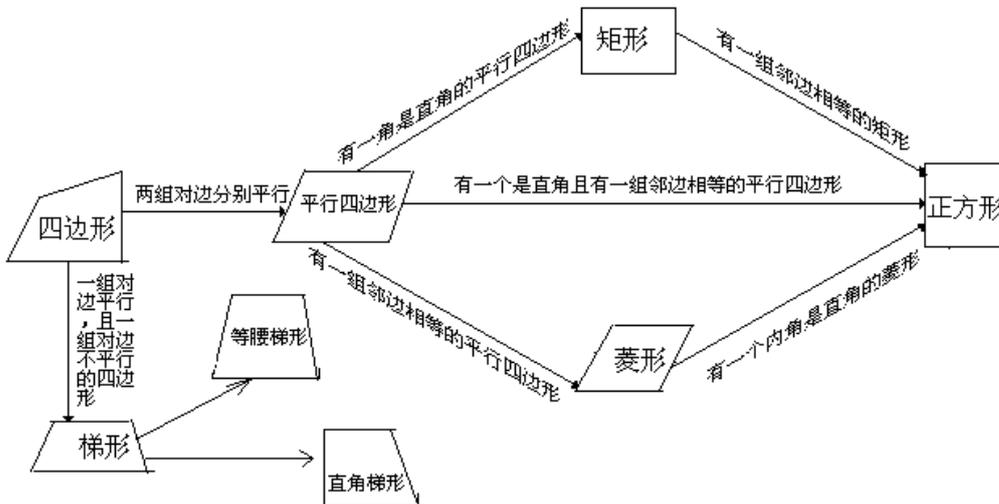
教学重点与难点：平行四边形的性质与判定定理

教学工具：应用多媒体教学 **教学方法：**分层次教学

教学过程：

一、 基础知识复习：

- 1、 四边形的内角和等于 360° ，外角和等于 360° ；（ n 边形的内角和与外角和分别等于多少？）
- 2、 四边形之间的知识体系：



- 3、 平行四边形的性质与判定：平行四边形的性质：
- | | |
|---|-----------|
| { | 对边相等 |
| | 对角相等与邻角相等 |
| | 对角线互相平分 |

平行四边形的判定：
 { 两组对边分别平行的四边形
 { 两组对边分别相等的四边形
 { 一组对边相等且平行的四边形
 { 两组对角相等的四边形
 { 对角线互相平分的四边形

4、矩形的性质与判定：矩形的性质：
 { 四个角都是直角
 { 对角线互相平分且相等

矩形的判定：
 { 有一个角是直角的平行四边形
 { 有三个角是直角的四边形
 { 对角线相等的平行四边形
 { 对角线互相平分且相等的四边形

5、菱形的性质与判定：菱形的性质：
 { 四边相等
 { 对角线互相垂直且互相平分而且平分每一组对角

菱形的判定：
 { 一组邻边相等的平行四边形
 { 四边相等的四边形
 { 对角线互相垂直的平行四边形
 { 对角线互相垂直平分的四边形

6、正方形的性质：(1) 边：四边相等，对边平行
 (2) 角：四个角都是直角；

(3) 对角线：
 { 相等
 { 垂直平分
 { 每一条对角线平分每一组对角

7、等腰梯形的性质与判定：性质：
 { 两腰相等
 { 同一个底上的两个底角相等
 { 对角线相等
 { 轴对称图形且对称轴为两底的中点所在的直线

判定：
 { 同一个底上的两个底角相等的梯形
 { 对角线相等的梯形

8、梯形的中位线平行于两底且等于两底和的一半

9、轴对称与中心对称图形：

轴对称图形有：角平分线、线段、等腰三角形、等边三角形、矩形、菱形、正方形、等腰梯形、圆；

中心对称图形：线段、平行四边形、矩形、正方形、菱形、圆

10、与四边形有关的中点问题：(1) 顺次连接四边形各边中点的四边形是平行四边形；(2) 顺次连接矩形的各边中点的四边形是菱形；(3) 顺次连接菱形的各边中点的四边形是矩形；(4) 顺次连接等腰梯形的各边中点的四边形是菱形；(5) 顺次连接对角线相等的四边形的各边中点的四边形是菱形；(6) 顺次连接对角线垂直的四边形的各边中点的四边形是菱形；

二、例题讲解：

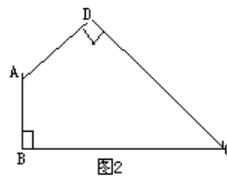
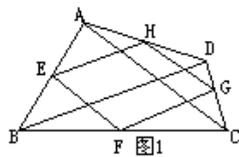
例题 1、选择题：

1、在下列命题中，正确的是 ()

- A、对角线相等的四边形是矩形 B、对角线互相平分的四边形是平行四边形
 C、对角线互相垂直的四边形是菱形 D、对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

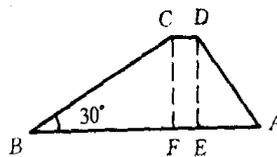
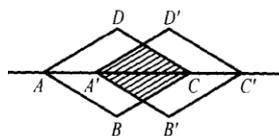
2、如果一个四边形的对角线相等，那么顺次连接这个四边形各边中点所得的四边形是 ()

- A、梯形 B、矩形 C、菱形 D、正方形
- 3、在下列四个条件中，能判断四边形是平行四边形的条件是 ()
 A、一组对边平行，另一组对边相等 B、两条对角线互相垂直
 C、两条对角线相等 D、一组对边平行，一组对角相等
- 4、在四边形 ABCD 中， $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D$ 的度数为 2: 3: 4: 3，则 $\angle D =$ ()；
 A、 60° B、 75° C、 90° D、 120°
- 5、四边形 ABCD 的对角线 AC、BD 交于点 O。设有以下判断：①AB=BC，② $\angle DAB=90^\circ$ ，③BO=DO，AO=CO，④矩形 ABCD，⑤菱形 ABCD，⑥正方形 ABCD，则在下列推论中不正确的是 ()
 A、①④ \Rightarrow ⑥ B、①③ \Rightarrow ⑤ C、①② \Rightarrow ⑥ D、②③ \Rightarrow ④
- 6、以不在同一直线上的三个点为顶点作平行四边形，最多能作 ()
 A、4 个 B、3 个 C、2 个 D、1 个
- 7、如图 1、顺次连接四边形 ABCD 各边中点得到四边形 EFGH，要使四边形 EFGH 为矩形，就添加的条件是 ()
 A、AB//CD B、AC=BD C、AC \perp BD D、AB=DC



- 8、已知梯形的上底长是 3cm，它的中位线是 4cm，则它的下底长为 ()
 A、3cm B、3.5cm C、5cm D、5.5cm
- 9、等腰梯形的一角为 120° ，上底长为 10，下底长为 30，则它的腰长为 ()
 A、10 B、20 C、 $10\sqrt{3}$ D、 $20\sqrt{3}$
- 10、下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()
 A、线段 B、等边三角形 C、平行四边形 D、等腰梯形
- 11、下列图形中，是轴对称图形而不是中心对称图形的是 ()
 A、圆 B、正方形 C、等腰梯形 D、菱形
- 12、在四边形 ABCD 中， $\angle A=135^\circ$ ， $\angle B=\angle D=90^\circ$ ， $BC=2\sqrt{3}$ ， $AD=2$ ，则四边形 ABCD 的面积是 ()
 A、 $4\sqrt{2}$ B、 $4\sqrt{3}$ C、4 D、6
- 13、给出五种图形：①矩形、②等腰三角形（腰与底边不相等）、③等边三角形、④平行四边形（不含矩形、菱形）⑤其中可用两块能完全重合的含有 30° 角的三角板拼成的所有图形是 ()
 A、①②③ B、②④⑤ C、①③④⑤ D、①②③④⑤
- 14、在梯形 ABCD 中， $AD\parallel BC$ ， $AB=\sqrt{3}$ ， $BC=2\sqrt{3}+1$ ， $CD=3$ ， $AD=1$ ，则 $\angle C$ 等于 ()
 A、 30° B、 60° C、 45° D、不能确定
- 15、把菱形 ABCD 沿着对角线 AC 的方向移动到菱形 A'B'C'D' 的位置，它们的重叠部分（图中阴影部分）的面积是菱形 ABCD 的面积的 $\frac{1}{2}$ 。若 $AC=\sqrt{2}$ ，则菱形移动的距离 AA' 是 ()

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) 1 (D) $\sqrt{2}-1$



- 16、某海堤的横断面为梯形，如图所示。迎水坡坡角为 30° ，背水坡 AD 的坡比为 1: 1.2，

堤顶宽 DC 为 3m, 堤高 CF 为 10m, 则堤坝底宽 AB 约为 () (精确到 0.1m, $\sqrt{3} \approx 1.732$)
 (A) 32.3m (B) 29.3m (C) 28.6m (D) 21m

三、课堂小结: 对这一章内容来说, 主要是掌握一些定义和四边形的有关性质与定理, 要学会灵活运用。要对特殊四边形之间的关系进行区分和联系。

教学后记:

单元检测

一、选择题 (每题 4 分, 共 20 分)

1、下列图形中哪个既是轴对称图形, 又是中心对称图形? ()

- A、等边三角形 B、平行四边形
 C、菱形 D、等腰梯形

2、正方形具有而矩形不一定具有的性质是 ()

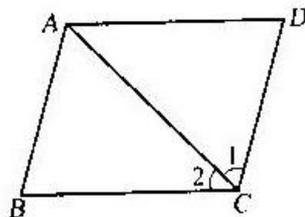
- A、对角线互相平分 B、对角线相等
 C、四个角都相等 D、对角线互相垂直

3、下列哪组条件能判别四边形 ABCD 是平行四边形? ()

- A、 $AB \parallel CD, AD = BC$ B、 $AB = CD, AD = BC$
 C、 $\angle A = \angle B, \angle C = \angle D$ D、 $AB = AD, CB = CD$

4、如图, 已知在 $\square ABCD$ 中, $\angle 1 = \angle D = 50^\circ$, 则 $\angle 2$ 为 ()

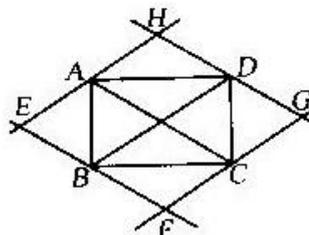
- A、 50°
 B、 80°
 C、 60°
 D、无法确定



5、如图, 过矩形 ABCD 的四个顶点作对角线 AC、BD 的平行线, 分别相交于 E、F、

G、H 四点, 则四边形 EFGH 是 ()

- A、平行四边形
 B、矩形
 C、菱形

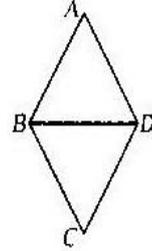


D、正方形

二、填空题（第 13 题 6 分，其余每空 3 分，共 42 分）

6、O 是 $\square ABCD$ 的对角线 AC、BD 的交点，AC=38mm，BD=24mm，AD=14mm，那么 $\triangle OBC$ 的周长为_____mm。

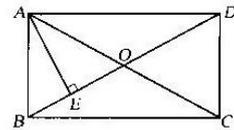
7、如图，菱形 ABCD 中 $\angle ABC=2\angle C$ ，BD=10cm，则菱形的周长为_____cm。



8、若平行四边形的一组邻边分别长 2 和 x，一对角线长为 9，且 x 为奇数，则 x=_____。

9、已知等腰梯形的锐角为 60° ，两底长分别为 5 和 6，则它的一腰长为_____。

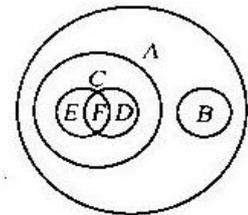
10、已知，如图矩形 ABCD 中， $AE \perp BD$ ，垂足为 E，BE:ED=1:3，BD=8cm，则 AB=_____， $\triangle COD$ 的周长为_____。



11、 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 的平分线交 BC 于 D，过点 D 分别作 $DE \parallel AC$ ， $DF \parallel AB$ ，交 AB、AC 于点 E、F，若要使四边形 AEDF 是正方形，则需增加一个条件_____。
(填写一个你认为正确的条件即可)

12、梯形 ABCD 中， $AB \perp BC$ ， $AD \parallel BC$ ， $\angle C=45^\circ$ ，AD=5，BC=9，则 AB=_____，梯形 ABCD 的面积为_____。

13、如图为四边形、平行四边形、矩形、正方形、菱形、梯形集合示意图，请将字母所代表的图形分别填入下表：

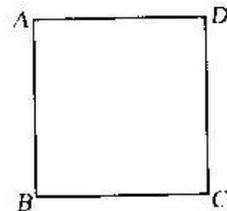


A	B	C	D	E	F

14、已知四边形 ABCD 是平行四边形，当满足条件：_____时，它成为菱形。
(填上你认为正确的一个条件即可)

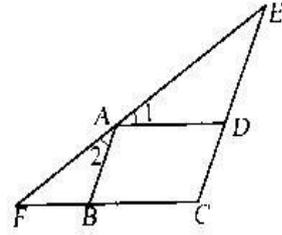
15、某人设计装饰地面的图案，拟以长为 4cm、5cm、7cm 的三条线段中的两条为边，另一条为对角线画不同形状的平行四边形，他可以画出形状不同的平行四边形的个数为_____。

16、在正方形 ABCD 所在平面上找一个点 P，使 $\triangle PAD$ 、 $\triangle PAB$ 、 $\triangle PBC$ 、 $\triangle PCD$ 都是等腰三角形，这样的点 P 共有_____个。

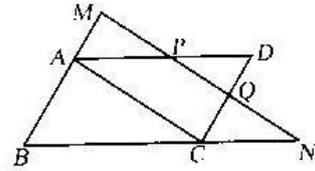


三、解答题（第 17-19 题每题 6 分，第 20、21 题每题 10 分，共 38 分）

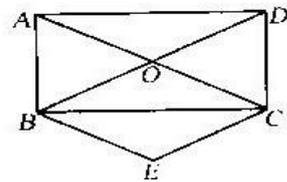
17、已知：如图，四边形 ABCD 是平行四边形，且 $\angle 1 = \angle 2$ 。试说明 $\triangle CEF$ 的哪两边之和恰好等于 $\square ABCD$ 的周长，并简述理由。



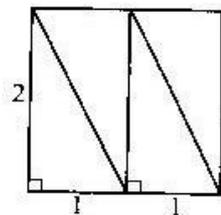
18、已知：如图，AC 是 $\square ABCD$ 的对角线， $MN \parallel AC$ ，分别交 AD、CD 于点 P、Q，试说明 $MP = QN$ 。



19、如图，矩形 ABCD 的对角线交于点 O，过点 B 作 $BE \parallel OC$ ，且 $BE = OC$ ，连结 CE，试说明四边形 OBEC 的形状。

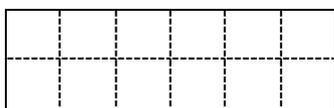


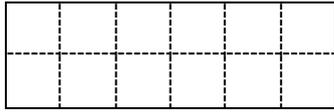
20、如图，把边长为 2cm 的正方形剪成四个形状大小完全相同的直角三角形。请用这四个直角三角形拼成符合下列要求的图形（全部用上互不重叠且不留空隙），并把你的拼法仿照原图按实际大小画在方格纸内（方格为 $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ ）。



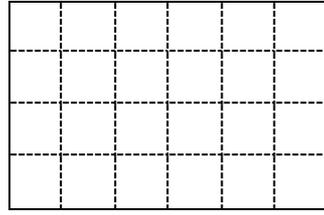
(1) 不是正方形的菱形（一个）

(2) 不是正方形的矩形（一个）

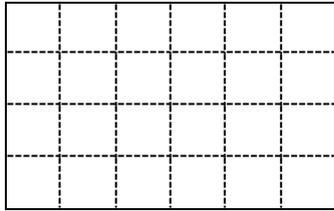




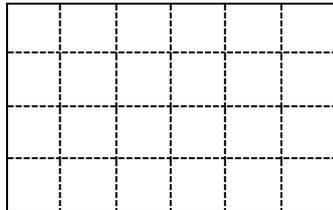
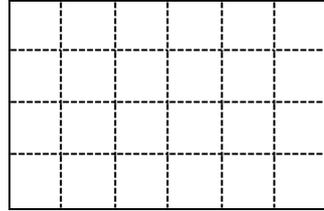
(3) 梯形（一个）



(4)不是矩形和菱形的平行四边形（一个）



(5) 不是梯形和平行四边形的凸四边形（一个）



21、将形状为等腰直角三角形的铁皮改制为有一个内角为 45° 的平行四边形，怎样做才能使材料的利用率最高？（接缝处损失不计）

第 4 章 二次根式

教材内容

1. 本单元教学的主要内容：

二次根式的概念；二次根式的加减；二次根式的乘除；最简二次根式.

2. 本单元在教材中的地位和作用：

二次根式是在学完了八年级《平方根、立方根》、《勾股定理及其应用》等内容的基础之上继续学习的，它也是今后学习其他数学知识的基础.

教学目标

1. 知识与技能

(1) 理解二次根式的概念.

(2) 理解 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 是一个非负数, $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$), $\sqrt{a^2} = a$ ($a \geq 0$).

(3) 掌握 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$), $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$;

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0, b > 0), \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0).$$

(4) 了解最简二次根式的概念并灵活运用它们对二次根式进行加减乘除混合运算.

2. 过程与方法

(1) 先提出问题, 让学生探讨、分析问题, 师生共同归纳, 得出概念. 再对概念的内涵进行分析, 得出几个重要结论, 并运用这些重要结论进行二次根式的计算和化简.

(2) 用具体数据探究规律, 用不完全归纳法得出二次根式的乘(除)法规定, 并运用规定进行计算.

(3) 利用逆向思维, 得出二次根式的乘(除)法规定的逆向等式并运用它进行化简.

(4) 通过分析前面的计算和化简结果, 抓住它们的共同特点, 给出最简二次根式的概念. 利用最简二次根式的概念, 来对相同的二次根式进行合并, 达到对二次根式进行计算和化简的目的.

3. 情感、态度与价值观

通过本单元的学习培养学生: 利用规定准确计算和化简的严谨的科学精神, 经过探索二次根式的重要结论, 二次根式的乘除规定, 发展学生观察、分析、发现问题的能力.

教学重点

1. 二次根式 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 的内涵. \sqrt{a} ($a \geq 0$) 是一个非负数; $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$); $\sqrt{a^2} = a$ ($a \geq 0$) 及其运用.

2. 二次根式乘除法的规定及其运用.

3. 最简二次根式的概念.

4. 二次根式的加减运算.

教学难点

1. 对 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 是一个非负数的理解; 对等式 $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$) 及 $\sqrt{a^2} = a$ ($a \geq 0$) 的理解及应用.

2. 二次根式的乘法、除法的条件限制.

3. 利用最简二次根式的概念把一个二次根式化成最简二次根式.

教学关键

1. 潜移默化地培养学生从具体到一般的推理能力, 突出重点, 突破难点.

2. 培养学生利用二次根式的规定和重要结论进行准确计算的能力, 培养学生一丝不苟的科学精神.

单元课时划分

本单元教学时间约需 11 课时, 具体分配如下:

4.1.1 二次根式	2 课时
4.1.2 二次根式的化简	2 课时
4.2.1 二次根式的乘法	1 课时
4.2.2 二次根式的除法	1 课时
4.3.1 二次根式的加、减	1 课时
4.3.2 二次根式的混合运算	1 课时
教学活动、习题课、小结	2 课时

4.1.1 二次根式

第一课时

教学目标:

1. 经历二次根式概念的发生过程;
2. 了解二次根式的概念;
3. 理解二次根式何时有意义, 何时无意义, 会在简单情况下求根号内所含字母的取值范围;

4. 理解 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 是一个非负数, $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$), $\sqrt{a^2} = a$ ($a \geq 0$).

教学重点与难点:

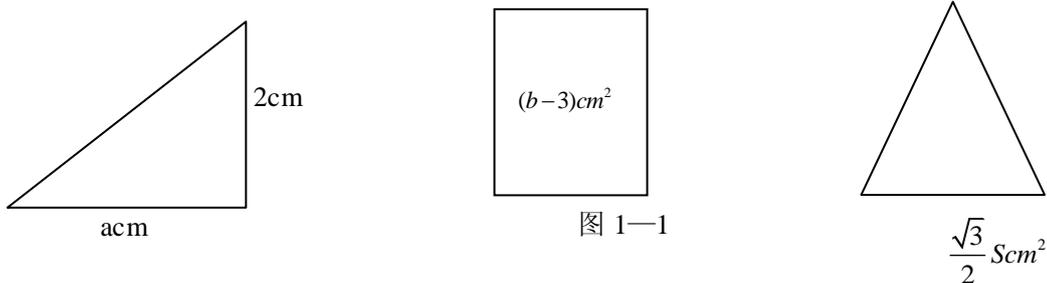
重点: 是二次根式的概念

难点: 确定二次根式中字母的取值范围.

设计教学程序:

一、合作学习, 引入课题

根据图 1—1 所示的直角三角形、正方形和等边三角形的条件, 完成以下填空:



直角三角形的斜边长是_____;

正方形的边长是_____;

等边三角形的边长是_____。

让学生在情境中写出表示算术平方根的式子。

问: 你认为所得的各代数式的共同特点是什么?

(学生通过观察, 从中感知二次根式的特征。鼓励学生用自己的语言总结出共同特征。从而引出课题, 教师鼓励学生大胆表述意见, 然后作适当点评, 板书本课课题)。

二、新课讲授, 探究新知

1、二次根式的概念

(1) 引导学生概括二次根式的定义: 很明显 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{\frac{4}{6}}$ 、 $\sqrt{a^2+4}$ 、 $\sqrt{b-3}$ 、 $\sqrt{2s}$, 都是一些正数的算术平方根. 像这样一些正数的算术平方根的式子, 我们就把它称二次根式. 因此, 一般地, 我们把形如 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式, “ $\sqrt{\quad}$ ” 称为二次根号.

(学生活动) 议一议:

1. -1 有算术平方根吗?
2. 0 的算术平方根是多少?

3. 当 $a < 0$, \sqrt{a} 有意义吗?

老师点评: (略)

(2) 概念深化:

① 提问: $\sqrt{a+1}$ 是不是二次根式? $\sqrt{a+1}$ 呢?

② 议一议: 二次根式 $\sqrt{a+1}$ 表示什么意义? 此算术平方根的被开方式是什么? 被开方式必须满足什么条件的二次根式才有意义? 其中字母 a 需满足什么条件? 为什么?

经学生讨论后, 让学生回答, 并让其他的学生点评。

教师总结: 强调二次根式根号内字母的取值范围必须满足被开方数大于或等于零。

2、讲解例题

例 1 求下列二次根式中字母 a 的取值范围:

(1) $\sqrt{a+1}$, (2) $\sqrt{\frac{1}{1-2a}}$; (3) $\sqrt{(a-3)^2}$.

(4) 若 $\sqrt{3-x} + \sqrt{x-3}$ 有意义, 则 $\sqrt{x^{-2}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

按教师提问, 学生回答, 教师板书解题过程交替进行的方式教学, 问题设计:

① 被开方式需满足什么?

② 由此可得怎样的不等式?

③ 第 (1) (2) 两题可以转化为解怎样的不等式? 第 (3) 题不解不等式就能确定 a 的取值范围吗?

解: (1) 由 $a+1 \geq 0$, 得 $a \geq -1$

∴ 字母 a 的取值范围是大于或等于 -1 的实数。

(说明: 这个问题实质上是在 x 是什么数时, $a+1$ 是非负数, 式子 $\sqrt{a+1}$ 有意义, 以下类同).

(2) $\frac{1}{1-2a} > 0$, 得 $1-2a > 0$, 即 $a < \frac{1}{2}$

∴ 字母 a 的取值范围是小于 $\frac{1}{2}$ 的实数。

(3) 因为无论 a 取何值, 都有 $(a-3)^2 \geq 0$, 所以 a 取值范围是全体实数。

交流归纳, 总结如下:

由于二次根式的被开方数只能取非负值, 因此二次根式要有意义就必须被开方数大于等于 0。

2、从形式上看, 二次根式必须具备以下两个条件:

(1) 必须有二次根号;

(2) 被开方数不能小于 0。

(学生与教师一同探索确定二次根式中字母的取值范围的求解过程, 通过交流体会到求解二次根式中字母的取值范围过程的策略。本题的设置从二次根式的概念出发, 把问题转化为求不等式, 思路清晰自然, 利于分散难点)。

练习：求下列二次根式中字母的取值范围：

(1) $\sqrt{a+3}$ ； (2) $\sqrt{\frac{-1}{3-a}}$ ； (3) $\sqrt{a^2+1}$.

三、总结提高、课内练习

课堂练习：第 131 页练习 T 1

四、归纳小结，充实结构

由学生总结，教师适当提问补充。

谈一谈：本节课你有什么收获或困惑？

（让学生通过自我评价的方法来检查自己的学习任务有没有完成，便于调节自己的学习进度，培养学生养成良好的学习习惯，发挥自我评价的作用，增强学生学数学的信念）。

引导学生做出本节课学习内容小结：

1. 式子 $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 叫做二次根式，实际上是一个非负的实数 a 的算术平方根的表达式。

2. 式子中，被开方数(式)必须大于等于零。

3. 给定一个特定的值，会求相应二次根式的值

五、布置作业：

1、教科书第 136 页 A 组 T 1

2、作业本 1

(1) 已知 $y = \sqrt{2-x} + \sqrt{x-2} + 5$ ，求 $\frac{x}{y}$ 的值。(答案:2)

(2) 若 $\sqrt{a+1} + \sqrt{b-1} = 0$ ，求 $a^{2004} + b^{2004}$ 的值。(答案: $\frac{2}{5}$)

教学反思

4.1.1 二次根式(2)

第二课时

教学内容

1. \sqrt{a} ($a \geq 0$) 是一个非负数；

2. $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$). $\sqrt{a^2} = a$ ($a \geq 0$)

教学目标

1、理解 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 是一个非负数和 $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$)，并利用它们进行计算和化简。

通过复习二次根式的概念，用逻辑推理的方法推出 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 是一个非负数，用具体数据结合算术平方根的意义导出 $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$)；最后运用结论严谨解题。

2、理解 $\sqrt{a^2} = a$ ($a \geq 0$) 并利用它进行计算和化简。

通过具体数据的解答，探究 $\sqrt{a^2} = a$ ($a \geq 0$)，并利用这个结论解决具体问题。

教学重难点关键

1. 重点： \sqrt{a} ($a \geq 0$) 是一个非负数； $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$)、 $\sqrt{a^2} = a$ ($a \geq 0$)。及其运用。

2. 难点、关键：用分类思想的方法导出 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 是一个非负数；用探究的方法导出 $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$)、 $\sqrt{a^2} = a$ ($a \geq 0$)。

3. 关键：理解 $a \geq 0$ 时， $\sqrt{a^2} = a$ 才成立。

教学过程

一、复习引入

1. 什么叫二次根式？

2. 当 $a \geq 0$ 时， \sqrt{a} 叫什么？当 $a < 0$ 时， \sqrt{a} 有意义吗？

老师点评（略）。

二、探究新知

议一议：（学生分组讨论，提问解答）

\sqrt{a} ($a \geq 0$) 是一个什么数呢？

老师点评：根据学生讨论和上面的练习，我们可以得出

$$\boxed{\sqrt{a} \text{ (} a \geq 0 \text{)} \text{ 是一个非负数.}}$$

做一做：根据算术平方根的意义填空：

$$(\sqrt{4})^2 = \underline{\quad\quad}; (\sqrt{2})^2 = \underline{\quad\quad}; (\sqrt{9})^2 = \underline{\quad\quad}; (\sqrt{3})^2 = \underline{\quad\quad};$$

$$(\sqrt{\frac{1}{3}})^2 = \underline{\quad\quad}; (\sqrt{\frac{7}{2}})^2 = \underline{\quad\quad}; (\sqrt{0})^2 = \underline{\quad\quad}.$$

老师点评： $\sqrt{4}$ 是 4 的算术平方根，根据算术平方根的意义， $\sqrt{4}$ 是一个平方等于 4 的非负数，因此有 $(\sqrt{4})^2 = 4$ 。

同理可得： $(\sqrt{2})^2 = 2$ ， $(\sqrt{9})^2 = 9$ ， $(\sqrt{3})^2 = 3$ ， $(\sqrt{\frac{1}{3}})^2 = \frac{1}{3}$ ， $(\sqrt{\frac{7}{2}})^2 = \frac{7}{2}$ ， $(\sqrt{0})^2 = 0$ 。

$^2=0$, 所以

$$(\sqrt{a})^2=a (a \geq 0)$$

例 1 计算

1. $(\sqrt{\frac{3}{2}})^2$ 2. $(3\sqrt{5})^2$ 3. $(\sqrt{\frac{5}{6}})^2$ 4. $(\frac{\sqrt{7}}{2})^2$

分析: 我们可以直接利用 $(\sqrt{a})^2=a (a \geq 0)$ 的结论解题.

解: $(\sqrt{\frac{3}{2}})^2 = \frac{3}{2}$, $(3\sqrt{5})^2 = 3^2 \cdot (\sqrt{5})^2 = 3^2 \cdot 5 = 45$,

$$(\sqrt{\frac{5}{6}})^2 = \frac{5}{6}, (\frac{\sqrt{7}}{2})^2 = \frac{(\sqrt{7})^2}{2^2} = \frac{7}{4}.$$

继续探究新知

(学生活动) 填空:

$$\sqrt{2^2} = \underline{\quad}; \quad \sqrt{0.01^2} = \underline{\quad}; \quad \sqrt{(\frac{1}{10})^2} = \underline{\quad};$$

$$\sqrt{(\frac{2}{3})^2} = \underline{\quad}; \quad \sqrt{0^2} = \underline{\quad}; \quad \sqrt{(\frac{3}{7})^2} = \underline{\quad}.$$

(老师点评): 根据算术平方根的意义, 我们可以得到:

$$\sqrt{2^2} = 2; \quad \sqrt{0.01^2} = 0.01; \quad \sqrt{(\frac{1}{10})^2} = \frac{1}{10}; \quad \sqrt{(\frac{2}{3})^2} = \frac{2}{3}; \quad \sqrt{0^2} = 0; \quad \sqrt{(\frac{3}{7})^2} = \frac{3}{7}.$$

由于 \sqrt{a} 的平方等于 a^2 , 因此 \sqrt{a} 是 a^2 的一个平方根, 又由于已知 $a \geq 0$, 因此: $\sqrt{a^2} = a$

($a \geq 0$)

例 2 化简

(1) $\sqrt{9}$ (2) $\sqrt{(-4)^2}$ (3) $\sqrt{25}$ (4) $\sqrt{(-3)^2}$

分析: 因为 (1) $9=3^2$, (2) $(-4)^2=4^2$, (3) $25=5^2$,

(4) $(-3)^2=3^2$, 所以都可运用 $\sqrt{a^2}=a (a \geq 0)$ 去化简.

解: (1) $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$ (2) $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{4^2} = 4$

(3) $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$ (4) $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{3^2} = 3$

三、巩固练习

教材 P131 练习 2. 3。

四、应用拓展

1、填空: 当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a^2} = \underline{\quad}$; 当 $a < 0$ 时, $\sqrt{a^2} = \underline{\quad}$, 并根据这一性质回

答下列问题.

(1) 若 $\sqrt{a^2}=a$, 则 a 可以是什么数?

(2) 若 $\sqrt{a^2}=-a$, 则 a 可以是什么数?

(3) $\sqrt{a^2}>a$, 则 a 可以是什么数?

2、计算

(1) $(\sqrt{x+1})^2$ ($x \geq 0$) (2) $(\sqrt{a^2})^2$

(3) $(\sqrt{a^2+2a+1})^2$ (4) $(\sqrt{4x^2-12x+9})^2$

分析: (1) 因为 $x \geq 0$, 所以 $x+1 > 0$; (2) $a^2 \geq 0$; (3) $a^2+2a+1 = (a+1)^2 \geq 0$;

(4) $4x^2-12x+9 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = (2x-3)^2 \geq 0$.

所以上面的 4 题都可以运用 $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$) 的重要结论解题.

3、在实数范围内分解下列因式:

(1) x^2-3 (2) x^4-4 (3) $2x^2-3$

分析: (略)

五、归纳小结

本节课应掌握:

1、 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 是一个非负数;

2、 $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$); 反之: $a = (\sqrt{a})^2$ ($a \geq 0$).

3、 $\sqrt{a^2} = a$ ($a \geq 0$) 及其运用, 同时理解当 $a < 0$ 时, $\sqrt{a^2} = -a$ 的应用拓展

六、布置作业

1、练习册 P56

2、综合提高题

先化简再求值: 当 $a=9$ 时, 求 $a + \sqrt{1-2a+a^2}$ 的值, 甲乙两人的解答如下:

甲的解答为: 原式 $= a + \sqrt{(1-a)^2} = a + (1-a) = 1$;

乙的解答为: 原式 $= a + \sqrt{(1-a)^2} = a + (a-1) = 2a-1 = 17$.

两种解答中, _____ 的解答是错误的, 错误的原因是 _____.

教学后记:

4. 1. 2 二次根式的化简

第一课时

教学内容

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) 及其运用.

教学目标

- 1、使学生掌握积的算术平方根的性质，会根据这一性质熟练的化简二次根式。
- 2、使学生会用公式和文字两种语言形式来表示积的算术平方根的性质
- 3、熟练掌握公式： $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)

教学重难点关键

重点： $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) 及它们的运用.

难点：1、发现规律，导出 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$).

2、理解 \sqrt{ab} ($a < 0, b < 0$), 如 $\sqrt{(-2) \times (-3)} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$.

教学过程

一、复习引入

- 1、对于二次根式 \sqrt{a} 中的被开方数 a ，我们有什么规定？
- 2、当 $a \geq 0$ 时， $(\sqrt{a})^2$ 等于多少？
- 3、当 $a \geq 0$ 时， $\sqrt{a^2} = a$ 等于多少？
- 4、 填空

(1) $\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\sqrt{4 \times 9} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) $\sqrt{16} \times \sqrt{25} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\sqrt{16 \times 25} = \underline{\hspace{2cm}}$.

参考上面的结果，用“>、<或=”填空.

$\sqrt{4} \times \sqrt{9} \underline{\hspace{1cm}} \sqrt{4 \times 9}$, $\sqrt{16} \times \sqrt{25} \underline{\hspace{1cm}} \sqrt{16 \times 25}$

老师点评（纠正学生练习中的错误）

二、探索新知

（学生活动）让 3、4 个同学上台总结规律.

一般地，对二次根式的乘法规定为

（以前学过） $\boxed{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \text{ . } (a \geq 0, b \geq 0)}$

反过来： $\boxed{\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ } (a \geq 0, b \geq 0)}$

这就是说：积的算术平方根，等于积中各因式的算术平方根的积。

注意： a, b 必须都是非负数，上式才能成立。在本章中，如果没有特别说明，所有字母都表示正数。

例 1 化简：

$$(1) \sqrt{18} \quad (2) \sqrt{72} \quad (3) \sqrt{20} \quad (4) \sqrt{16 \times 81}$$

例 2 设 $a \geq 0, b \geq 0$ ，化简：

$$(1) \sqrt{4a^2b^3} \quad (2) \sqrt{9a^3b} \quad (3) \sqrt{x^4 + x^2y^2} \quad (4) \sqrt{4b^2 + 12ab^2}$$

注意：从上例可以看出，如果一个二次根式的被开方数中所有的因式(或因数)能开的尽方，可以利用积的算数平方根的性质，将这些因式(或因数)开出来，从而将二次根式化简。

即：可以直接把根号下的每一个平方因子去掉平方后移到根号外，移到根号外的数必须是非负数。

三、巩固练习

$$(1) \text{ 化简: } \sqrt{20}; \sqrt{18}; \sqrt{24}; \sqrt{54}; \sqrt{12a^2b^2}$$

(2) 书 P133 练习 1、2、3

四、应用拓展

例 3. 判断下列各式是否正确，不正确的请予以改正：

$$(1) \sqrt{(-4) \times (-9)} = \sqrt{-4} \times \sqrt{-9}$$

五、归纳小结

本节课应掌握：(1) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} = (a \geq 0, b \geq 0)$, $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0)$ 及其运用。

六、布置作业

练习册 P57

教学后记：

4. 1. 2 二次根式的化简

第二课时

教学目标

1、使学生熟练掌握积的算术平方根的性质，会根据这一性质熟练的化简二次根式并解决实际问题。

2、熟练掌握公式： $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)

教学重难点关键

重点： $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) 及它们的运用。

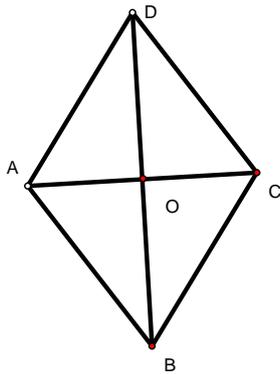
教学过程

一、复习引入

1、用公式和文字两种语言形式来表示积的算术平方根的性质

2、做一做：矩形 ABCD 的边 BC 长为 2 厘米，对角线 AC 长为 4 厘米，问边 AB 长是多少？

二、新授：例 1、如图，菱形 ABCD 两条对角线 BD、AC 的长分别为 8， $4\sqrt{3}$ ，求它



的边长。

例 2、化简下列二次根式：

(1) $\sqrt{\frac{9}{5}}$

(2) $\sqrt{\frac{27}{8}}$

注意：如果根号下是分数，那么我们可以把分子的每一个平方因子去掉平方号后移到根号外，放到分子的位置；把分母的每一个平方因子去掉平方号后移到根号外，放到分母的位置。

例 3、设 $a > 0, b \geq 0$ ，化简下列二次根式：

(1) $\sqrt{\frac{b^3}{8a^2}}$

(2) $\sqrt{3a^2 + 6a + 3}$

注意：对于例 2、3 的结果，我们可以把其中的二次根式作进一步的化简：

$$\sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{1 \times 5}{5 \times 5}} = \sqrt{\frac{5}{5^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\sqrt{\frac{b}{2}} = \sqrt{\frac{b \cdot 2}{2 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{2b}{2^2}} = \frac{\sqrt{2b}}{2}$$

这个化简步骤叫做**把分母有理化**。(但现在不作过多要求)

三、学生练习

书 P136 练习 1、2

小结：如果根号下是分数，那么我们可以把分子的每一个平方因子去掉平方号后移到根号外，放到分子的位置；把分母的每一个平方因子去掉平方号后移到根号外，放到分母的位置。

课外作业：书 P136 练习 A 组 3、4、5、6

教学后记：

4. 2 二次根式的乘、除

第一课时

教学内容

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$), 反之 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) 及其运用.

教学目标

- 1、使学生掌握积的算术平方根的性质，会根据这一性质熟练的化简二次根式。
- 2、使学生会用公式和文字两种语言形式来表示积的算术平方根的性质
- 3、熟练掌握公式： $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$).

教学重难点关键

重点： $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$), $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) 及它们的运用.

难点： $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) 的应用。

教学过程

一、复习引入

(学生活动) 回顾积的算术平方根，填空：

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$), 反之 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)

二、探索新知

例 1. 计算

$$(1) \sqrt{2} \times \sqrt{6} \quad (2) \sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{9} \quad (3) 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{21} \quad (4) \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{6}$$

注意: 1、直接利用 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) 计算即可.

2、二次根式的运算结果, 一定要进行化简. 在化简二次根式时, 通常是先把根号下的每个数分解因数, 然后把每一个平方因子去掉平方号后移到根号外 (同一个因数出现两次, 就可以把这这个数移到根号外. 如: $\sqrt{3 \times 3 \times 7} = 3\sqrt{7}$)

例 2 化简

$$(1) \sqrt{3a} \times \sqrt{6ab} \quad (2) 2\sqrt{5ab^2} \cdot 7\sqrt{15a}$$

三、巩固练习

计算 (学生练习, 老师点评)

$$\textcircled{1} \sqrt{16} \times \sqrt{8} \quad \textcircled{2} 3\sqrt{6} \times 2\sqrt{10} \quad \textcircled{3} \sqrt{5a} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}ay}$$

教材 P140 练习全部

四、动脑筋

P139 已知: 矩形 ABCD 中, 点 E、F、G、H 为各边中点

且 $AB = \sqrt{6}, BC = \sqrt{3}$

求: 菱形 EFGH 的周长和面积.

五、归纳小结

这节课我们学习了积的算术平方根, 等于积中各因式的算术平方根的积, 即:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0) \text{ 及 } \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (a \geq 0, b \geq 0); \text{ 并且复习了}$$

以下公式: $\sqrt{a^2} = a$ ($a \geq 0$). 加深了对非负数 a 的算术平方根的性质认识.

六、布置作业

练习册 PP61--62

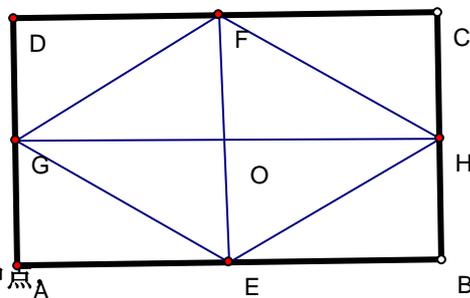
综合提高题

1. 一个底面为 $30\text{cm} \times 30\text{cm}$ 长方体玻璃容器中装满水, 现将一部分水例入一个底面为正方形、高为 10cm 铁桶中, 当铁桶装满水时, 容器中的水面下降了 20cm , 铁桶的底面边长是多少厘米?

2. 探究过程: 观察下列各式及其验证过程.

$$(1) 2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}}$$

$$\text{验证: } 2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 2}{3}} = \sqrt{\frac{2^3}{3}} = \sqrt{\frac{(2^3 - 2) + 2}{3}}$$



$$= \sqrt{\frac{2^3-2}{2^2-1} + \frac{2}{2^2-1}} = \sqrt{\frac{2(2^2-1)}{2^2-1} + \frac{2}{2^2-1}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}}$$

$$(2) 3\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}}$$

$$\text{验证: } 3\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{3^3}{8}} = \sqrt{\frac{3^3-3+3}{3^2-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{3(3^2-1)+3}{3^2-1}} = \sqrt{\frac{3(3^2-1)}{3^2-1} + \frac{3}{3^2-1}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}}$$

$$\text{同理可得: } 4\sqrt{\frac{4}{15}} = \sqrt{4 + \frac{4}{15}}$$

$$5\sqrt{\frac{5}{24}} = \sqrt{5 + \frac{5}{24}}, \dots$$

通过上述探究你能猜测出: $a\sqrt{\frac{a}{a^2-1}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($a>0$), 并验证你的结论.

答案: 1. 设: 底面正方形铁桶的底面边长为 x ,

$$\text{则 } x^2 \times 10 = 30 \times 30 \times 20, \quad x^2 = 30 \times 30 \times 2,$$

$$x = \sqrt{30 \times 30} \times \sqrt{2} = 30\sqrt{2}.$$

$$2. \quad a\sqrt{\frac{a}{a^2-1}} = \sqrt{a + \frac{a}{a^2-1}}$$

$$\text{验证: } a\sqrt{\frac{a}{a^2-1}} = \sqrt{a^2 \times \frac{a}{a^2-1}} = \sqrt{\frac{a^3}{a^2-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{a^3 - a + a}{a^2 - 1}} = \sqrt{\frac{a^3 - a}{a^2 - 1} + \frac{a}{a^2 - 1}} = \sqrt{\frac{a(a^2 - 1)}{a^2 - 1} + \frac{a}{a^2 - 1}} = \sqrt{a + \frac{a}{a^2 - 1}}.$$

教学后记: 自主探究, 合作交流, 当堂训练, 让学生感受到成功的喜悦. 激发学生的学习兴趣.

4. 2 二次根式的乘、除

第二课时

教学内容

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$), 反过来 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$) 及利用它们进行计算和化简.

教学目标

理解 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$) 和 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$) 及利用它们进行运算.

利用具体数据, 通过学生练习活动, 发现规律, 归纳出商的算术平方根的性质, 并用逆向思维写出逆向等式及利用它们进行计算和化简.

教学重难点关键

1. 重点: 理解 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$), $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$) 及利用它们进行计

算和化简.

2. 难点关键: 发现规律, 归纳出商的算术平方根的性质.

教学过程

一、复习引入

(学生活动) 请同学们完成下列各题:

1. 写出积的算术平方根的性质及逆向等式.
2. 填空

$$(1) \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \sqrt{\frac{9}{16}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{36}} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \sqrt{\frac{16}{36}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{16}} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \sqrt{\frac{4}{16}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

规律: $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} \underline{\hspace{1cm}} \sqrt{\frac{9}{16}}; \quad \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{36}} \underline{\hspace{1cm}} \sqrt{\frac{16}{36}}; \quad \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{16}} \underline{\hspace{1cm}} \sqrt{\frac{4}{16}};$

每组推荐一名学生上台阐述运算结果.

(老师点评)

二、探索新知

刚才同学们都练习都很好，上台的同学也回答得十分准确，根据大家的练习和回答，我们可以得到：

一般地，对二次根式的除法规定（商的算术平方根的性质）：

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0, b > 0),$$

反过来，
$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$$

注意：

以上方法与书本不同，可以要求学生课后复习书本 P140 页。

下面我们利用这个规定来计算和化简一些题目。

例 1. 计算：(1) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ (2) $\sqrt{\frac{3}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{8}}$ (3) $\sqrt{\frac{1}{4}} \div \sqrt{\frac{1}{16}}$ (4) $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{8}}$

分析：上面 4 小题利用 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$) 便可直接得出答案。

例 2. 化简：

(1) $\frac{3\sqrt{40}}{5\sqrt{2}}$ (2) $\frac{\sqrt{18a^3b}}{\sqrt{2a}}$ (3) $\frac{\sqrt{24a}}{\sqrt{3a^3}}$

三、巩固练习

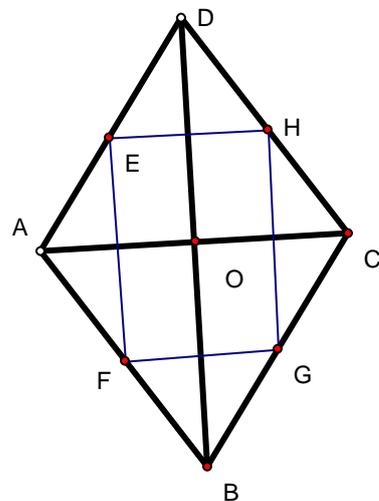
教材 P142 练习 1. 2

四、动脑筋

书 P141

已知：菱形面积为 $\sqrt{48}$ ， $AC = 2\sqrt{2}$

求：BD 长及矩形 EFGH 的面积



五、归纳小结

本节课要掌握 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$) 和 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$) 及其运用。

六、布置作业

1. 练习册 P62--63
2. 选用课时作业设计。

第二课时作业设计

一、选择题

1. 计算 $\sqrt{1\frac{1}{3}} \div \sqrt{2\frac{1}{3}} \div \sqrt{1\frac{2}{5}}$ 的结果是 ()。

- A. $\frac{2}{7}\sqrt{5}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{7}$

2. 阅读下列运算过程:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

数学上将这种把分母的根号去掉的过程称作“分母有理化”，那么，化简 $\frac{2}{\sqrt{6}}$ 的结果是

().

- A. 2 B. 6 C. $\frac{1}{3}\sqrt{6}$ D. $\sqrt{6}$

二、填空题

1. 分母有理化:(1) $\frac{1}{3\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) $\frac{1}{\sqrt{12}} = \underline{\hspace{2cm}}$; (3) $\frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 已知 $x=3$, $y=4$, $z=5$, 那么 $\sqrt{yz} \div \sqrt{xy}$ 的最后结果是_____.

三、综合提高题

有一种房梁的截面积是一个矩形,且矩形的长与宽之比为 $\sqrt{3}:1$,现用直径为 $3\sqrt{15}$ cm的一种圆木做原料加工这种房梁,那么加工后的房梁的最大截面积是多少?

设:矩形房梁的宽为 x (cm), 则长为 $\sqrt{3}x$ cm, 依题意,

$$\text{得: } (\sqrt{3}x)^2 + x^2 = (3\sqrt{15})^2,$$

$$4x^2 = 9 \times 15, \quad x = \frac{3}{2}\sqrt{15} \text{ (cm)},$$

$$\sqrt{3}x \cdot x = \sqrt{3}x^2 = \frac{135}{4}\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

教学反馈:

二次根式的除法是建立在二次根式的基础上的,所以在学习中侧重于引导学生利用与乘法相类似的方法去学习,从而进一步降低学习的难度,提高学习的效率,但在教与学中,可以明显感受到学生对分母有理化概念在运用中的不灵活性,这也是应在今后的复习中给予加强的。

4.3 二次根式的加减(1)

第一课时

教学目标

理解和掌握二次根式加减的方法.

先提出问题,分析问题,在分析问题中,渗透对二次根式进行加减的方法的理解.再总结经验,用它来指导根式的计算和化简.

重难点关键

1. 重点: 二次根式化简为最简二次根式.

2. 难点关键: 会判定是否是最简二次根式.

教学过程

一、复习引入

学生活动: 计算下列各式.

$$(1) 2x+3x; \quad (2) 2x^2-3x^2+5x^2; \quad (3) x+2x+3y; \quad (4) 3a^2-2a^2+a^3$$

教师点评: 上面题目的结果,实际上是我们以前所学的合并同类项.合并同类项就是字母及指数不变,系数相加减.

二、探索新知

学生活动: 计算下列各式.

$$(1) 2\sqrt{2}+3\sqrt{2} \qquad (2) 2\sqrt{8}-3\sqrt{8}+5\sqrt{8}$$

$$(3) \sqrt{7}+2\sqrt{7}+3\sqrt{9\times 7} \qquad (4) 3\sqrt{3}-2\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

老师点评:

(1) 如果我们把 $\sqrt{2}$ 当成 x , 不就转化为上面的问题吗?

$$2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=(2+3)\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

(2) 把 $\sqrt{8}$ 当成 y ;

$$2\sqrt{8}-3\sqrt{8}+5\sqrt{8}=(2-3+5)\sqrt{8}=4\sqrt{8}=8\sqrt{2}$$

(3) 把 $\sqrt{7}$ 当成 z ;

$$\begin{aligned} & \sqrt{7}+2\sqrt{7}+\sqrt{9}\sqrt{7} \\ & =2\sqrt{7}+2\sqrt{7}+3\sqrt{7}=(1+2+3)\sqrt{7}=6\sqrt{7} \end{aligned}$$

(4) $\sqrt{3}$ 看为 x , $\sqrt{2}$ 看为 y .

$$\begin{aligned} & 3\sqrt{3}-2\sqrt{3}+\sqrt{2} \\ & = (3-2)\sqrt{3}+\sqrt{2} \\ & = \sqrt{3}+\sqrt{2} \end{aligned}$$

因此, 二次根式的被开方数相同是可以合并的, 如 $2\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{8}$ 表面上看是不相同的,

但它们可以合并吗？可以的。

$$\text{(板书)} \quad 3\sqrt{2} + \sqrt{8} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$3\sqrt{3} + \sqrt{27} = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

所以，二次根式加、减时，可以先将二次根式化成最简二次根式，再将被开方数相同的二次根式进行合并。合并时，只要把被开方数相同的二次根式的系数相加、减，而被开方数不变。（注意四种运算律）

例 1. 计算

$$(1) \sqrt{8} + \sqrt{18} \quad (2) \sqrt{16x} + \sqrt{64x}$$

分析：第一步，将不是最简二次根式的项化为最简二次根式；第二步，将相同的最简二次根式进行合并。

$$\text{解：(1)} \quad \sqrt{8} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = (2+3)\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$(2) \quad \sqrt{16x} + \sqrt{64x} = 4\sqrt{x} + 8\sqrt{x} = (4+8)\sqrt{x} = 12\sqrt{x}$$

例 2. 计算

$$(1) \quad 3\sqrt{48} - 3\sqrt{3} + 3\sqrt{12}$$

$$(2) \quad (\sqrt{48} + \sqrt{20}) + (\sqrt{12} - \sqrt{5})$$

$$(3) \quad 2\sqrt{18} - \sqrt{50} + \frac{1}{3}\sqrt{45}$$

三、巩固练习

教材 P146 练习 1 (1) (2) (3)

四、归纳小结

本节课应掌握：(1) 不是最简二次根式的，应化成最简二次根式；(2) 相同的最简二次根式进行合并。

五、布置作业

1. 教材 P146 1 (2) (4) (6) 2.
2. 选作课时作业设计。

第一课时作业设计

一、选择题

1. 下列各式：① $3\sqrt{3} + 3 = 6\sqrt{3}$ ；② $\frac{1}{7}\sqrt{7} = 1$ ；③ $\sqrt{2} + \sqrt{6} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ；④ $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$ ，

其中错误的有 ()。

- A. 3 个 B. 2 个 C. 1 个 D. 0 个

二、填空题

1. 在 $\sqrt{8}$ 、 $\frac{1}{3}\sqrt{75a}$ 、 $\frac{2}{3}\sqrt{9a}$ 、 $\sqrt{125}$ 、 $\frac{2}{a}\sqrt{3a^3}$ 中，与 $\sqrt{3a}$ 是同类二次根式的有

2. 计算二次根式 $5\sqrt{a}-3\sqrt{b}-7\sqrt{a}+9\sqrt{b}$ 的最后结果是_____.

教学后记:

(补充) 4.3 二次根式的加减(2)

第二课时

教学内容

利用二次根式化简的数学思想解应用题.

教学目标

运用二次根式、化简解应用题.

通过复习, 将二次根式化成被开方数相同的最简二次根式, 进行合并后解应用题.

重难点关键

讲清如何解答应用题既是本节课的重点, 又是本节课的难点、关键点.

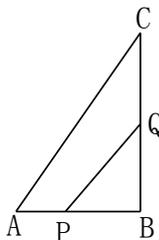
教学过程

一、复习引入

上节课, 我们已经讲了二次根式如何加减的问题, 我们把它归为两个步骤: 第一步, 先将二次根式化成最简二次根式; 第二步, 再将被开方数相同的二次根式进行合并, 下面我们讲三道例题以做巩固.

二、探索新知

例 1. 如图所示的 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, 点 P 从点 B 开始沿 BA 边以 1 厘米/秒的速度向点 A 移动; 同时, 点 Q 也从点 B 开始沿 BC 边以 2 厘米/秒的速度向点 C 移动. 问: 几秒后 $\triangle PBQ$ 的面积为 35 平方厘米? PQ 的距离是多少厘米? (结果用最简二次根式表示)



分析: 设 x 秒后 $\triangle PBQ$ 的面积为 35 平方厘米, 那么 $PB=x$, $BQ=2x$, 根据三角形面积公式就可以求出 x 的值.

解: 设 x 后 $\triangle PBQ$ 的面积为 35 平方厘米.

则有 $PB=x$, $BQ=2x$

依题意, 得: $\frac{1}{2}x \cdot 2x=35$

$$x^2=35$$

$$x=\sqrt{35}$$

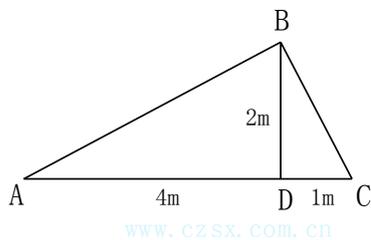
所以 $\sqrt{35}$ 秒后 $\triangle PBQ$ 的面积为 35 平方厘米.

$$PQ=\sqrt{PB^2+BQ^2}=\sqrt{x^2+4x^2}=\sqrt{5x^2}=\sqrt{5 \times 35}=5\sqrt{7}$$

答： $\sqrt{35}$ 秒后 $\triangle PBQ$ 的面积为 35 平方厘米，PQ 的距离为 $5\sqrt{7}$ 厘米。

例 2. 要焊接如图所示的钢架，大约需要多少米钢材（精确到 0.1m）？

分析： 此框架是由 AB、BC、BD、AC 组成，所以要求钢架的钢材，只需知道这四段的长度。



解：由勾股定理，得

$$AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

所需钢材长度为

$$AB + BC + AC + BD$$

$$= 2\sqrt{5} + \sqrt{5} + 5 + 2$$

$$= 3\sqrt{5} + 7$$

$$\approx 3 \times 2.24 + 7 \approx 13.7 \text{ (m)}$$

答：要焊接一个如图所示的钢架，大约需要 13.7m 的钢材。

三、应用拓展

例 3. 若最简根式 $3^{a-b}\sqrt{4a+3b}$ 与根式 $\sqrt{2ab^2-b^3+6b^2}$ 是同类二次根式，求 a、b 的值。（同类二次根式就是被开方数相同的最简二次根式）

分析： 同类二次根式是指几个二次根式化成最简二次根式后，被开方数相同；事实上，根式 $\sqrt{2ab^2-b^3+6b^2}$ 不是最简二次根式，因此把 $\sqrt{2ab^2-b^3+6b^2}$ 化简成

$|b| \cdot \sqrt{2a-b+6}$ ，才由同类二次根式的定义得 $3a-b=2$ ， $2a-b+6=4a+3b$ 。

解：首先把根式 $\sqrt{2ab^2-b^3+6b^2}$ 化为最简二次根式：

$$\sqrt{2ab^2-b^3+6b^2} = \sqrt{b^2(2a-b+6)} = |b| \cdot \sqrt{2a-b+6}$$

$$\text{由题意得} \begin{cases} 4a+3b=2a-b+6 \\ 3a-b=2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} 2a+4b=6 \\ 3a-b=2 \end{cases}$$

$$\therefore a=1, b=1$$

四、归纳小结

本节课应掌握运用最简二次根式的合并原理解决实际问题.

五、布置作业

1. 教材练习册 P64--65
2. 选用课时作业设计.

作业设计

一、选择题

1. 已知直角三角形的两条直角边的长分别为 5 和 5, 那么斜边的长应为 (). (结果用最简二次根式)

- A. $5\sqrt{2}$ B. $\sqrt{50}$ C. $2\sqrt{5}$ D. 以上都不对

2. 小明想自己钉一个长与宽分别为 30cm 和 20cm 的长方形的木框, 为了增加其稳定性, 他沿长方形的对角线又钉上了一根木条, 木条的长应为 () 米. (结果用最简二次根式表示)

- A. $13\sqrt{100}$ B. $\sqrt{1300}$ C. $10\sqrt{13}$ D. $5\sqrt{13}$

二、填空题

1. 某地有一长方形鱼塘, 已知鱼塘的长是宽的 2 倍, 它的面积是 1600m^2 , 鱼塘的宽是 _____ m. (结果用最简二次根式)

2. 已知等腰直角三角形的直角边的边长为 $\sqrt{2}$, 那么这个等腰直角三角形的周长是 _____ . (结果用最简二次根式)

三、综合提高题

1. 若最简二次根式 $\frac{2}{3}\sqrt{3m^2-2}$ 与 $n^2\sqrt{4m^2-10}$ 是同类二次根式, 求 m、n 的值.

2. 同学们, 我们以前学过完全平方公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$, 你一定熟练掌握了吧! 现在, 我们又学习了二次根式, 那么所有的正数 (包括 0) 都可以看作是一个数的平方, 如 $3 = (\sqrt{3})^2$, $5 = (\sqrt{5})^2$, 你知道是谁的二次根式呢? 下面我们观察:

$$(\sqrt{2}-1)^2 = (\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2} + 1^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\text{反之, } 3 - 2\sqrt{2} = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2}-1)^2$$

$$\therefore 3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2}-1)^2$$

$$\therefore \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$$

求: (1) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$; (2) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$; (3) 你会算 $\sqrt{4-\sqrt{12}}$ 吗?

(4) 若 $\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}} = \sqrt{m} \pm \sqrt{n}$, 则 m、n 与 a、b 的关系是什么? 并说明理由.

课外知识

1. 同类二次根式: 几个二次根式化成最简二次根式后, 它们的被开方数相同, 这些二

次根式就称为同类二次根式，就是本书中所讲的被开方数相同的二次根式。

练习：下列各组二次根式中，是同类二次根式的是（ ）。

A. $\sqrt{2x}$ 与 $\sqrt{2y}$ B. $\sqrt{\frac{8}{9}a^3b^4}$ 与 $\sqrt{\frac{9}{2}a^5b^8}$

C. \sqrt{mn} 与 \sqrt{n} D. $\sqrt{m+n}$ 与 $\sqrt{m+n}$

教学后记：

4.3 二次根式的混合运算

教学内容

含有二次根式的单项式与单项式相乘、相除；多项式与单项式相乘、相除；多项式与多项式相乘、相除；乘法公式的应用。

教学目标

含有二次根式的式子进行加、减、乘、除运算和含有二次根式的多项式乘法公式的应用。复习整式运算知识并将该知识运用于含有二次根式的式子的乘除、乘方等运算。

重难点关键

重点：二次根式的乘除、乘方等运算规律；

难点关键：由整式运算知识迁移到含二次根式的运算。

教学过程

一、复习引入

学生活动：请同学们完成下列各题：

1. 计算

(1) $(2x+y) \cdot zx$ (2) $(2x^2y+3xy^2) \div xy$

2. 计算

(1) $(2x+3y)(2x-3y)$ (2) $(2x+1)^2 + (2x-1)^2$

老师点评：这些内容是对八年级上册整式运算的再现。它主要有(1) 单项式 \times 单项式；(2) 单项式 \times 多项式；(3) 多项式 \div 单项式；(4) 完全平方公式；(5) 平方差公式的运用。

二、探索新知

如果把上面的 x 、 y 、 z 改写成二次根式呢？以上的运算规律是否仍成立呢？仍成立。

整式运算中的 x 、 y 、 z 是一种字母，它的意义十分广泛，可以代表所有一切，当然也可以代表二次根式，所以，整式中的运算规律也适用于二次根式。

例 1. 计算：

(1) $(\sqrt{6}+\sqrt{8}) \times \sqrt{3}$ (2) $(4\sqrt{6}-3\sqrt{2}) \div 2\sqrt{2}$

分析：刚才已经分析，二次根式仍然满足整式的运算规律，所以直接可用整式的运算规律。

解：(1) $(\sqrt{6}+\sqrt{8}) \times \sqrt{3} = \sqrt{6} \times \sqrt{3} + \sqrt{8} \times \sqrt{3}$
 $= \sqrt{18} + \sqrt{24} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$

解: $(4\sqrt{6}-3\sqrt{2}) \div 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6} \div 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \div 2\sqrt{2}$
 $= 2\sqrt{3} - \frac{3}{2}$

例 2. 计算

(1) $(\sqrt{5}+6)(3-\sqrt{5})$ (2) $(\sqrt{10}+\sqrt{7})(\sqrt{10}-\sqrt{7})$

(3) $\left(\sqrt{6}-\sqrt{\frac{3}{8}}\right) \times \sqrt{2}$ (4) $(2+3\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$

(5) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$ (6) $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)$

分析: 刚才已经分析, 二次根式多项式乘以多项式运算在乘法公式运算中仍然成立.

三、动脑筋

如何计算 $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$? (补: 有理化因式及分母有理化)

例 3 计算: $\frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$

四、归纳小结

本节课应掌握二次根式的乘、除、乘方等运算.

六、布置作业

1. 教材 P149 习题 1、2.
2. 选用课时作业设计.

作业设计

一、选择题

1. 计算 $(\sqrt{x}+\sqrt{x-1})(\sqrt{x}-\sqrt{x-1})$ 的值是 ().

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

二、填空题

1. $\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ 的计算结果 (用最简根式表示) 是_____.

2. $(1-2\sqrt{3})(1+2\sqrt{3}) - (2\sqrt{3}-1)^2$ 的计算结果 (用最简二次根式表示) 是_____.

3. 若 $x=\sqrt{2}-1$, 则 $x^2+2x+1=$ _____.

4. 已知 $a=3+2\sqrt{2}$, $b=3-2\sqrt{2}$, 则 $a^2b-ab^2=$ _____.

课外知识

1. 互为有理化因式: 互为有理化因式是指两个二次根式的乘积可以运用平方差公式

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, 同时它们的积是有理数, 不含有二次根式: 如 $x+1 - \sqrt{x^2+2x}$ 与 $x+1 + \sqrt{x^2+2x}$ 就是互为有理化因式; \sqrt{x} 与 $\frac{1}{\sqrt{x}}$ 也是互为有理化因式.

练习: $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 的有理化因式是_____;

$x - \sqrt{y}$ 的有理化因式是_____.

$-\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}$ 的有理化因式是_____.

2. 分母有理化是指把分母中的根号化去, 通常在分子、分母上同乘以一个二次根式, 达到化去分母中的根号的目的.

练习: 把下列各式的分母有理化

$$(1) \frac{1}{\sqrt{5}-1}; \quad (2) \frac{1}{1+2\sqrt{3}}; \quad (3) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}; \quad (4) \frac{3\sqrt{3}+4\sqrt{2}}{3\sqrt{3}-4\sqrt{2}}.$$

4.3.2 二次根式的混合运算

(补充) 最简二次根式 第二课时

教学内容

补充: 最简二次根式的概念及利用最简二次根式的概念进行二次根式的化简运算.

教学目标

理解最简二次根式的概念, 并运用它把不是最简二次根式的化成最简二次根式.

通过计算或化简的结果来提炼出最简二次根式的概念, 并根据它的特点来检验最后结果是否满足最简二次根式的要求.

重难点关键

1. 重点: 最简二次根式的运用.
2. 难点关键: 会判断这个二次根式是否是最简二次根式.

教学过程

一、复习引入

(学生活动) 请同学们完成下列各题 (请三位同学上台板书)

1. 计算 (1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$, (2) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{27}}$, (3) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2a}}$

老师点评: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$, $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2a}} = \frac{2\sqrt{a}}{a}$

二、探索新知

观察上面计算题 1 的最后结果, 可以发现这些式子中的二次根式有如下两个特点:

1. 被开方数不含分母;
 2. 被开方数中不含能开得尽方的因数或因式.
- 我们把满足上述两个条件的二次根式, 叫做最简二次根式.

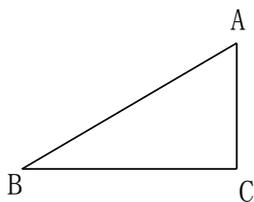
那么上题中的比是否是最简二次根式呢？如果不是，把它们化成最简二次根式。
学生分组讨论，推荐 3~4 个人到黑板上板书。

老师点评：不是。

$$\frac{\sqrt{2Rh_1}}{\sqrt{2Rh_2}} = \sqrt{\frac{2Rh_1}{2Rh_2}} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = \frac{\sqrt{h_1h_2}}{h_2}.$$

例 1. (1) $3\sqrt{\frac{5}{12}}$; (2) $\sqrt{x^2y^4 + x^4y^2}$; (3) $\sqrt{8x^2y^3}$

例 2. 如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AC=2.5cm，BC=6cm，求 AB 的长。



解：因为 $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$$\text{所以 } AB = \sqrt{2.5^2 + 6^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 36} = \sqrt{\frac{169}{4}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{4}} = \frac{13}{2} = 6.5 \text{ (cm)}$$

因此 AB 的长为 6.5cm。

三、应用拓展

例 3. 观察下列各式，通过分母有理化，把不是最简二次根式的化成最简二次根式：

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{1 \times (\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2}-1,$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{1 \times (\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}-\sqrt{2},$$

同理可得： $\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} = \sqrt{4}-\sqrt{3}, \dots\dots$

从计算结果中找出规律，并利用这一规律计算

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots\dots + \frac{1}{\sqrt{2002}+\sqrt{2001}} \right) (\sqrt{2002}+1) \text{ 的值.}$$

分析：由题意可知，本题所给的是一组分母有理化的式子，因此，分母有理化后就可以达到化简的目的。

$$\text{解：原式} = (\sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \sqrt{4}-\sqrt{3} + \dots\dots + \sqrt{2002}-\sqrt{2001}) \times (\sqrt{2002}+1)$$

$$= (\sqrt{2002}-1) (\sqrt{2002}+1)$$

$$= 2002-1=2001$$

四、归纳小结

本节课应掌握：最简二次根式的概念及其运用。

五、布置作业

一、选择题

1. 把 $(a-1)\sqrt{-\frac{1}{a-1}}$ 中根号外的 $(a-1)$ 移入根号内得 ().

- A. $\sqrt{a-1}$ B. $\sqrt{1-a}$ C. $-\sqrt{a-1}$ D. $-\sqrt{1-a}$

二、填空题

1. 化简 $\sqrt{x^4+x^2y^2} = \underline{\hspace{2cm}}$. ($x \geq 0$)

2. $a\sqrt{-\frac{a+1}{a^2}}$ 化简二次根式号后的结果是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、综合提高题

1. 已知 a 为实数，化简： $\sqrt{-a^3} - a\sqrt{-\frac{1}{a}}$ ，阅读下面的解答过程，请判断是否正确？若

不正确，请写出正确的解答过程：

$$\text{解：} \sqrt{-a^3} - a\sqrt{-\frac{1}{a}} = a\sqrt{-a} - a \cdot \frac{1}{a}\sqrt{-a} = (a-1)\sqrt{-a}$$

第五章 概率的概念

第一课时

教学内容：5.1 概率的概念

教学目标：

1. 了解决定性事件、不可能发生事件、随机事件的特点.
2. 能根据随机事件的特点,辨别哪些事件是随机事件.
3. 引领学生感受随机事件就在身边,增强学生珍惜机会,把握机会的意识.
4. 知道通过大量重复试验时的频率可以作为事件发生概率的估计值.
5. 在具体情境中了解概率的意义.

教学重点：

随机事件的特点. 在具体情境中了解概率意义.

教学难点：

判断现实生活中哪些事件是随机事件. 对频率与概率关系的初步理解.

教学过程：

一. 情境问题:

1. 摸球游戏

教师事先准备的三个袋子中分别装有 10 个白色的乒乓球; 5 个白色的乒乓球和 5 个黄色的乒乓球; 10 个黄色的乒乓球.

学生积极参加游戏,通过操作和观察,归纳猜测出在第 1 个袋子中摸出黄色球是不可能的,在第 2 个袋子中能否摸出黄色球是不确定的,在第 3 个袋子中摸出黄色球是必然的.

教师适时引导学生归纳出决定性事件、随机事件、不可能发生事件的特点.

通过生动、活泼的游戏,自然而然地引出必然发生的事件、随机事件和不可能发生的事件,不仅能够激发学生的学习兴趣,并且有利于学生理解.能够巧妙地实现从实践认识到理性认识的过渡.

2. 指出下列事件中哪些是必然发生的,哪些是不可能发生的,哪些是随机事件?

- (1).通常加热到 100°C 时,水沸腾;
- (2).姚明在罚球线上投篮一次,命中;
- (3).掷一次骰子,向上的一面是 6 点;
- (4).度量三角形的内角和,结果是 360° ;
- (5).经过城市中某一有交通信号灯的路口,遇到红灯;
- (6).某射击运动员射击一次,命中靶心;
- (7).太阳东升西落;

师生活动:

教师利用多媒体课件演示问题,使问题情境更具生动性.

学生积极思考,回答问题,进一步夯实必然发生的事件、随机事件和不可能发生的事件的特点.在比较充分的感知下,达到加深理解的目的.

教师在学生完成问题后应注意引导学生发现在我们生活的周围大量地存在着随机事件.

二. 学生活动: 请你列举一些生活中的必然发生的事件、随机事件和不可能发生的事件.

三、创设情境,引出问题

教师提出问题:周末市体育场有一场精彩的篮球比赛,老师手中只有一张球

票，小强与小明都是班里的篮球迷，两人都想去。我很为难，真不知该把球给谁。请大家帮我想个办法来决定把球票给谁。

学生：抓阄、抽签、猜拳、投硬币，……

教师对同学的较好想法予以肯定。（学生肯定有许多较好的想法，在众多方法中推举出大家较认可的方法，如抓阄、投硬币）

追问，为什么要用抓阄、投硬币的方法呢？

由学生讨论：这样做公平，能保证小强与小明得到球票的可能性一样大。在学生讨论发言后，教师评价归纳。

用抛掷硬币的方法分配球票是个随机事件，尽管事先不能确定“正面朝上”还上“反面朝上”，但同学们很容易感觉到或猜到这两个随机事件发生的可能性是一样的，各占一半，所以小强、小明得到球票的可能性一样大。

质疑：那么，这种直觉是否真的是正确的呢？

引导学生以投掷壹元硬币为例，不妨动手做投掷硬币的试验来验证一下。

说明：现实中不确定现象是大量存在的，新课标指出：“学生数学学习内容应当是现实的、有意义、富有挑战的”，设置实际生活问题情境贴近学生的生活实际，很容易激发学生的学习热情，教师应对此予以肯定，并鼓励学生积极思考，为课堂教学营造民主和谐的气氛，也为下一步引导学生开展探索交流活动打下基础。

四、动手实践，合作探究

1. 教师布置试验任务。

(1) 明确规则。

把全班分成 10 组，每组中有一名同学投掷硬币，另一名同学作记录，其余同学观察试验必须在同样条件下进行。

(2) 明确任务，每组掷币 50 次，以实事求是的态度，认真统计“正面朝上”的频数及“正面朝上”的频率，整理试验的数据，并记录下来。

2. 教师巡视学生分组试验情况。

注意：

(1). 观察学生在探究活动中，是否积极参与试验活动、是否愿意交流等，关注学生是否积极思考、勇于克服困难。

(2). 要求真实记录试验情况。对于合作学习中有可能产生的纪律问题予以调控。

3. 各组汇报实验结果。

由于试验次数较少，所以有可能有些组试验获得的“正面朝上”的频率与先前的猜想有出入。

提出问题：是不是我们的猜想出了问题？引导学生分析讨论产生差异的原因.

在学生充分讨论的基础上，启发学生分析讨论产生差异的原因. 使学生认识到每次随机试验的频率具有不确定性，同时相信随机事件发生的频率也有规律性，引导他们小组合作，进一步探究.

解决的办法是增加试验的次数，鉴于课堂时间有限，引导学生进行全班交流合作.

4. 全班交流.

把各组测得数据一一汇报，教师将各组数据记录在黑板上. 全班同学对数据进行累计，并根据所整理的数据，完成统计图.

抛掷次数 n	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
“正面向上”的频数 m										
“正面向上”的频率 m/n										

想一想 1：观察统计表与统计图，你发现“正面向上”的频率有什么规律？

注意学生的语言表述情况，意思正确予以肯定与鼓励.“正面朝上”的频率在 0.5 上下波动.

想一想 2：

随着抛掷次数增加，“正面向上”的频率变化趋势有何规律？

在学生讨论的基础上，教师帮助归纳. 使学生认识到每次试验中随机事件发生的频率具有不确定性，同时发现随机事件发生的频率也有规律性. 在试验次数较少时，“正面朝上”的频率起伏较大，而随着试验次数的逐渐增加，一般地，频率会趋于稳定，“正面朝上”的频率越来越接近 0.5. 这也与我们刚开始的猜想是一致的. 我们就用 0.5 这个常数表示“正面向上”发生的可能性的.

说明：注意帮助解决学生在填写统计表与统计图遇到的困难. 通过以上实践探究活动，让学生真实地感受到、清楚地观察到试验所体现的规律，即大量重复试验事件发生的频率接近事件发生的可能性的. 鼓励学生在学习中要积极合作交流，思考探究. 学会倾听别人意见，勇于表达自己的见解.

为了给学生提供大量的、快捷的试验数据，利用计算机模拟掷硬币试验的课件，丰富学生的体验、提高课堂教学效率，使他们能直观地、便捷地观察到试验结果的规律性——大量重复试验中，事件发生的频率逐渐稳定到某个常数附近.

其实，历史上有许多著名数学家也做过掷硬币的试验. 让学生阅读历史上数学家做掷币试验的数据统计表：

表 25-3

试验者	抛掷次数 (n)	“正面朝上” 次数 (m)	“正面向上” 频率 (m/n)
棣莫弗	2048	1061	0.518
布丰	4040	2048	0.5069
费勒	10000	4979	0.4979
皮尔逊	12000	6019	0.5016
皮尔逊	24000	12012	0.5005

通过以上学生亲自动手实践, 历史材料展示, 让学生真实地感受到、清楚地观察到试验所体现的规律, 大量重复试验中, 事件发生的频率逐渐稳定到某个常数附近, 即大量重复试验事件发生的频率接近事件发生的可能性的大小 (概率). 同时, 又感受到无论试验次数多么大, 也无法保证事件发生的频率充分地接近事件发生的概率.

五、评价概括, 揭示新知:

问题 1. 通过以上大量试验, 你对频率有什么新的认识? 有没有发现频率还有其他作用?

学生探究交流. 发现随机事件的可能性的的大小可以用随机事件发生的频率逐渐稳定到的值 (或常数) 估计或去描述.

通过猜想试验及探究讨论, 学生不难有以上认识. 对学生可能存在语言上、描述中的不准确等注意予以纠正, 但要求不必过高.

归纳: 以上我们用随机事件发生的频率逐渐稳定到的常数刻画了随机事件的可能性的的大小.

那么我们给这样的常数一个名称, 引入概率定义. 给出概率定义 (板书)

注意指出:

1. 概率是随机事件发生的的可能性的的大小的数量反映.
2. 概率是事件在大量重复试验中频率逐渐稳定到的值, 即可以用大量重复试验中事件发生的频率去估计得到事件发生的概率, 但二者不能简单地等同.

想一想 (学生交流讨论)

问题 2. 频率与概率有什么区别与联系?

从定义可以得到二者的联系, 可用大量重复试验中事件发生频率来估计事件发生的概率. 另一方面, 大量重复试验中事件发生的频率稳定在某个常数 (事件发生的概率) 附近, 说明概率是个定值, 而频率随不同试验次数而有所不同, 是概率的近似值, 二者不能简单地等同.

六. 练习巩固, 发展提高.

学生练习

1. 书上 P158. 练习. 1. 巩固用频率估计概率的方法.

教师应当关注学生对知识掌握情况, 帮助学生解决遇到的问题.

七. 归纳总结, 交流收获:

1. 学生互相交流这节课的体会与收获, 教师可将学生的总结与板书串一起, 使学生对知识掌握条理化、系统化.

2. 在学生交流总结时, 还应注意总结评价这节课所经历的探索过程, 体会到的数学价值与合作交流学习的意义.

八. 作业: 完成 158--159 习题。

教学反思:

第 二 课 时

教学内容: 5.2 概率的含义

教学目标:

1. 通过一些实例使学生进一步加深对概率的概念的认识。
2. 使学生在具体情境中了解概率的含义。

教学重点:

在具体情境中了解概率的意义.

教学难点:

在具体情境中说出概率含义.

教学过程:

一. 出示情境问题:

1. 在掷一枚硬币的实验中, 着地时正面朝上的概率是多少? 掷一枚硬币 100 次, 那么着地时正面朝上大约有多少次?

2. 把分别写上数字 1, 2, 3, 4, 5, 6 的六张一样的小纸片放进盒子里, 摇匀后, 任意取出一张小纸片, 出现数字 1 的概率是多少? 如果做这个实验

120 次，那么出现数字 1 大约有多少次？

3. 北京市的天气预报中，如果预报“明天的降水概率是 70%”的意思是什么？如果明天出门是否应带雨具？

(1) 学生交流讨论。

(2) 教师订正结果。

二. 出示 p160 做一做：

1. 做实验，填写表格。

2. 出现数字 1——8 的概率是多少？频率和概率有和关系？

3. 如果做上述实验 240 次，结果怎样？

4. 想一想：怎样使频率与概率更接近？

三. 出示 p162 动脑筋，学生交流讨论。

四. 课堂练习：p162 1, 2 。

五. 小结：

六. 作业：p163 1, 2 。

教学反思：