

## 摘 要

光子晶体是20世纪80年代末提出的新概念和新型人工微结构光学材料。光子晶体以光子禁带的存在为主要特征,其典型结构为一个折射率周期变化的物体。一维光子晶体是光子晶体最基本的构型,其折射率在一维空间方向上呈周期性分布。一维光子晶体结构简单、易于制备,同时具备二维、三维光子晶体的性质,极有可能成为全光通信领域中的关键材料,因此具有较高的理论价值和广泛的应用前景。

本论文从一维光子晶体的结构特点出发,着重研究了有限周期一维光子晶体的基本光学特性。利用光学传输矩阵等方法证明了一维光子晶体存在着反映光子晶体典型特征的光子带隙,在此基础上通过数值模拟计算分析了光子带隙特征及与光子晶体结构参量的关系,并讨论了一维光子晶体带隙随入射光偏振状态及入射角的演化特点。阐述了一维光子晶体中电磁模密度的概念,由计算结果分析了电磁模密度在禁带边缘的分布特点;用复有效折射率讨论了一维光子晶体的色散特性。

**关键词:** 一维光子晶体 光子带隙 电磁模密度 复有效折射率 色散特性

## ABSTRACT

Photonic crystal was presented as a new concept and a new type of artificial microstructured material which is characteristic of photonic band-gap(PBG) structures in 1987. A typical photonic crystal is an object whose refractive index changes periodically. One-dimensional(1D) photonic crystal is the basic configuration in which the refractive index is spatially modulated in 1D. 1D photonic crystal can be made easily due to its simple structure and has the properties of 2D and 3D photonic crystals. These novel optical materials will probably be crucial components in the field of optical communication, so the relevant theoretical researches are valuable and wide application perspectives are expected.

The thesis begins with the structured features and mainly discusses the fundamental optical characteristics of finite-period 1D photonic crystal. The thesis gives the demonstration of existence of PBG in 1D photonic crystal with the method of translation matrix. The features of 1D PBG are analyzed by numerical value simulation. The relation between PBG and the structured parameters is discussed on the basis of the demonstration. In addition, the characteristics of the PBG evolution with the polarizations and the incidence angles are presented. The thesis also gives the concept of the electromagnetic density of modes(EDOM). The distribution features of EDOM in the band-edge of 1D photonic crystal are studied according to the computational results. The dispersive properties of 1D photonic crystal are discussed by introducing the concept of complex effective refractive index.

**Key words:** one-dimensional photonic crystal; photonic band-gap; electromagnetic mode density; complex effective refractive index; dispersive properties.

# 独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方，论文中不包含其他人已经发表的或撰写过的研究成果，也不包含为获得西北大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

学位论文作者签名：卜 涛 签字日期：2003 年 5 月 20 日

## 第一章 绪论

## 1.1 引言

1987年, E.Yablonovitch<sup>[1]</sup> 和 S.John<sup>[2]</sup> 分别在讨论周期性电介质结构对材料中光传播行为的影响时, 各自独立地提出了“光子晶体”这一新概念。我们知道, 晶体中周期性排列的原子所产生的周期性电势场对电子有着特殊的约束作用。在空间周期性电势场中, 电子运动决定于以下的薛定谔方程:

$$\left[ \nabla^2 + \frac{2m}{\hbar} (E - V(\vec{r})) \right] \Psi(\vec{r}, t) = 0 \quad (1)$$

其中  $V(\vec{r})$  是电子的势能函数, 它具有空间周期性。求解以上方程式 (1) 可以发现, 电子的能量  $E$  只能取某些特殊值, 在某些能量区间内该方程无解, 也就是说电子的能量不可能落在这样的能量区间, 通常称之为能量禁带。研究发现, 电子在这种周期性结构中的德布罗意波长与晶体的晶格常数具有大致相同的数量级。

从电磁波理论可知, 在介电常数呈空间周期性分布的介质中, 电磁波服从以下的麦克斯韦方程:

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2} (\epsilon_0 + \epsilon(\vec{r})) - \nabla \nabla \cdot \right] \vec{E}(\vec{r}, t) = 0 \quad (2)$$

其中  $\epsilon_0$  为平均相对介电常数,  $\epsilon(\vec{r})$  为相对介电常数的调制部分, 它随空间位置做周期性变化,  $c$  为真空中的光速,  $\omega$  为电磁波的频率,  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  为电磁波的电场矢量。对照 (1)、(2) 两方程式可以看出, 它们具有一定的相似性。通过对方程 (2) 的求解发现, 该方程式只有在某些特定的频率  $\omega$  处才有解, 而在某些频率  $\omega$  取值区间内该方程无解。也就是说, 在介电常数呈周期性分布的介质结构中的电磁波的某些频率是被禁止传播的, 通常称这些被禁止的频率区间为“光子禁带”或“光子带隙”, 而将具有“光子禁带”的人工周期性介质材料称为光子晶体<sup>[1]</sup>。

由于光子在光子晶体中的运动规律与电子在固体晶格中的运动规律相

似，光子晶体也具有光子能带和禁带结构。光子禁带的存在产生了许多崭新的物理性质，这在基础研究和实际应用两方面都具有重要意义。光子晶体可以抑制自发辐射<sup>[2]</sup>。我们知道，自发辐射的几率与光子所在频率的态的数目成正比。处在光子晶体内部的原子，当它自发辐射的光频率恰好落在光子禁带中时，由于该频率光子的态的数目为零，因此自发辐射几率为零，自发辐射也就被抑制。类似于半导体中的掺杂，在光子晶体中掺入杂质后将在光子禁带中引入新的电磁波模式，称为杂质态。杂质态具有很大的态密度，这样可以实现自发辐射的增强。这将给激光技术和非线性光学带来全新的应用，如制造零阈值的激光器、光滤波器等<sup>[3]</sup>。

光子是以光速运动的微观粒子，它的静止质量为零而且具有很好的空间相容性，与电子相比，光子具有速度快、彼此之间不存在干扰的优点，因此以光子作为信息及能量的载体有着巨大的优越性。以光子为载体的光子器件将有比电子器件高得多的运行速度，由于光子间的相互作用远小于电子，因而光子器件的能量损耗小、效率高。光子在通常情况下互不干涉，具有并行处理信息的能力，在光计算中可大大提高信息处理的效率。一旦实现以光子替代电子传递信息，可大大提高信息传输的速度和质量。21世纪将是光子时代，作为光子学与光子技术物质基础的光子材料的发展将极大地加快人类迈入光子时代的脚步，而光子晶体是开发新一代光子器件领域中最有前途的新型光子材料。

光子晶体自1991年诞生以来，引起了学术界的广泛重视，光子晶体的应用涉及高效率反射镜的制造、改善发光二极管的效率、高品质因数微谐振腔的制造以及光子开关、光子存储器、光子限幅器等各个方面，其广阔的应用前景使光子晶体成为目前光子学的一个研究热点。1999年12月17日的美国《科学》杂志把光子晶体列为该年度十大科学进展之一。类似于半导体材料的发展极大地推动了电子学和电子产业的发展，光子晶体的发展也将极大地推动光子学和光子技术产业的发展。

## 1.2 光子晶体的研究进展

近年来，电磁波在人工周期性介质材料中的行为越来越受到人们的重视。人们通常把人工合成的折射率周期性变化的结构材料称为光子晶体<sup>[1]</sup>。在

某些频率下,电磁波不能在其中传播,形成光子禁带。根据周期性的空间取向,我们把光子晶体分为一维、二维和三维光子晶体,其空间结构如图 1 所示。

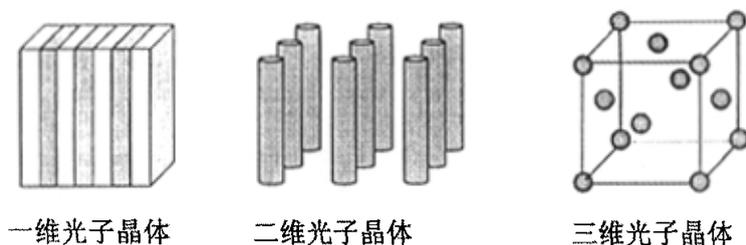


图 1 光子晶体的空间结构

Fig.1 The spatial structure of photonic crystals

介质折射率在空间一个方向上呈周期性分布的光子晶体材料称为一维光子晶体。简单结构的一维光子晶体通常由两种介质交替叠层而成,这种结构在垂直于介质层方向上介电常数是空间位置的周期性函数,而在平行于介质层平面的方向上介电常数不随空间位置而变化。这样的光子晶体在光纤和半导体激光器中已得到应用,布拉格光纤和半导体激光器的分布反馈式谐振腔实际上就是一维光子晶体。

介质折射率在空间两个方向上呈周期性分布的光子晶体材料称为二维光子晶体。一种典型的二维光子晶体结构是由许多介质杆平行而均匀地排列而成,这种结构在垂直于介质杆的方向上介电常数是空间位置的周期性函数,而在平行于介质杆的方向上介电常数不随空间位置而变化。长波长二维光子晶体大多通过上下两个带孔的薄片将细小的介质杆或金属杆固定,薄片孔的排列决定该光子晶体的结构。而短波长二维光子晶体多采用在半导体基片上打孔的方法来制造。除了采用圆柱介质杆构造二维光子晶体外, W.C.Tan 等人还提出了一种使用多层光栅构造二维光子晶体的方法<sup>[4]</sup>。Y.S.Chan 等人提出了二维准光子晶体<sup>[5]</sup>,李志远等人提出了利用各向异性材料制作二维光子晶体的方法<sup>[6]</sup>,研究表明这几种结构的光子晶体都具有较大的光子禁带宽度。

三维光子晶体是指介质折射率在空间三个方向上均呈周期性分布的光子晶体材料。对这种光子晶体而言,频率落在光子禁带中的光在任何方向都被禁止传播。三维光子晶体,特别是红外与可见光波段的三维光子晶体具有巨大的应用潜力,因而成为光子晶体的研究热点。第一个具有实际可行性的三维光子晶

体是在 1990 年由美国依俄华州立大学的何启明(K.M.Ho), 陈子亭 (C.T.Chan) 和 C.M.Soukoulis 等首先从理论上提出来的<sup>[7]</sup>。他们成功地预言了在一种金刚石结构的三维光子晶体中存在完整的光子禁带, 禁带出现在第二条与第三条能带之间。1991 年, 美国贝尔通讯研究所的 E.Yablonovitch 在实验室中, 人工制造了世界上第一块具有完全光子禁带的三维光子晶体<sup>[8]</sup>。其方法是在一块高介质材料的底板平面上分布着呈三角点阵的空气洞, 以偏离中心轴(与底板垂直)  $35.26^\circ$  的方向对每个洞钻眼三次, 这三次钻入方向彼此夹角为  $120^\circ$ 。这是一种由许多面心立方体构成的空间周期性结构, 也称为钻石结构, 这种结构的三维光子晶体的优点是具有较宽的光子禁带。早期钻石结构光子晶体的工作频率多落在微波段, 近年来其工作波段推进到红外波段<sup>[9]</sup>, 但是工作波长越短, 其制造也变得越困难。

自然界中存在的光子晶体很少, 绝大多数光子晶体是人工设计制造出来的。光子晶体的制造目前主要有两种方法: 一是通过对介质进行化学腐蚀、激光打孔或离子束刻蚀等方法加工出空间结构; 二是通过约束球形或条形电介质在液体或气体中有序排列来实现<sup>[10]</sup>。但人们在制造短波长区的三维光子晶体时遇到了困难。目前还没有找到制造工作于短波长, 尤其是工作于可见光波段的钻石结构光子晶体的实用方法。为了获得短波长光子晶体, 人们提出了一些新的光子晶体构造方案。其中一个具有实用价值的方案是由 E.Ozbyay 等人提出的“逐层叠加 (Layer-by-layer)”方法<sup>[11]</sup>, 即把许多片二维周期性结构叠加在一起构成三维光子晶体。原则上说, 这种方法为短波长光子晶体的制造提供了一个可行的途径, 现在这种制造方法已被人们广泛采用。

光子晶体是 20 世纪 80 年代末提出的新概念和新材料, 在随后的十多年中, 光子晶体的理论研究取得了令人瞩目的进展。在计算光子晶体禁带结构时广泛使用的基本计算方法有平面波展开法<sup>[7]</sup>、转移矩阵法<sup>[12]</sup>、差分或有限差分法<sup>[13]</sup>、N 阶法<sup>[14]</sup>等。早期人们对光子能带的理论计算沿用了电子能带的计算方法, 将光子当作标量波, 利用薛定谔方程求解。然而随后的研究表明, 这种标量波近似法不仅在定量上, 甚至在定性上都与实验结果不符。由于电子是自旋为  $1/2$  的费米子, 满足费米分布, 而光子是自旋为 1 的玻色子, 满足玻色分布, 光波是矢量波, 两者存在着本质的区别。由于光波是矢量波, 因此计算光子晶体的

能带结构必须在矢量波理论的框架下，从麦克斯韦方程出发求解。

在各种理论方法中，平面波展开法(Plane Wave Expansions Method)是在光子晶体能带研究中应用得较早和最多的一种方法。这种方法主要是将电磁场以平面波的形式展开，何启明等人<sup>[7]</sup>在预言光子禁带的存在的文章中就是采用这种方法。将电磁场在倒格矢空间以平面波叠加的形式展开，可以将麦克斯韦方程组化成一个本征方程，通过求解本征值得到传播的光子的本征频率。但这种方法也有明显的缺点：计算量与平面波的波数有很大关系，几乎正比于所用波数的立方，因此会受到较严格的限制。当光子晶体结构较为复杂或处理有缺陷的体系时，可能受到计算能力的限制而不能计算或难以准确计算。对于介电常数不是恒值的情况，这种方法也显得无能为力。

转移矩阵法(Transfer Matrix Method)是将电磁场在实空间格点位置展开，将麦克斯韦方程化成转移矩阵形式，同样变成求解本征值问题。转移矩阵表示一层(面)格点的场强与紧邻的另一层(面)格点场强间的关系。假设在构成的空间中在同一格点层(面)上有相同的态和相同的频率，这样可以利用麦克斯韦方程组将场从一个位置外推到整个晶体空间。这种方法对介电常数随频率变化的金属系统特别有效，由于转移矩阵的矩阵元较少，计算量比平面波展开法大大降低，只与实空间格点数的平方成正比，精确度也非常好，还可以计算反射系数及透射系数。

差分或有限差分法(Finite-Difference Method)是将一个单位原胞划分为许多网状小格，列出网上每个结点的有限差分方程，利用布里渊区边界的周期条件，将麦克斯韦方程组化为矩阵形式的特征方程。这个矩阵是准对角化的，其中只有一些为数不多的非零矩阵元，使计算量大大减小了。但是有限差分法没有考虑晶格格点的形状，对于具有特殊形状格点的光子晶体难以求得精确解。

N阶法(Order-N Method)是引自电子能带理论的紧束缚近似中的一种方法，由K.S.Yee在1966年提出的时域有限差分法(FDTD)发展来的。其基本思想是：从定义的初始时间的一组场强出发，根据布里渊区的边界条件，利用麦克斯韦方程组可以求得场强随时间的变化，从而最终解得系统的能带结构。这种方法通过傅立叶变换，先将麦克斯韦方程组变换到倒空间，用差分形式约简方程组，然后再作傅立叶变换，又将其变回到实空间，得到一组被简化的时域有

限差分方程,从而大大减少了计算量。但这种方法不适于处理 Anderson 局域和光子禁带中缺陷态等问题。

另外,对引入缺陷的光子晶体一般采用超元胞法(Super Cell Method)<sup>[15 16]</sup>进行平面波展开,当混有多种缺陷时,可采用格林函数法(Green's Function Approach)<sup>[17 18]</sup>计算。

虽然光子晶体的理论研究取得了一定进展,但某些关键性问题,如“是什么物理机制在光子禁带的形成中起决定作用?”等尚需人们尽快解决。目前世界范围内对光子晶体的研究主要在四个方面展开:

1. 理论上设计具有完全光子禁带的光子晶体结构;
2. 利用实验手段制备可见光及红外波段光子晶体;
3. 探讨光子晶体与光相互作用产生的物理效应;
4. 开发光子晶体的实际应用。

光子晶体奇特的调节光子传播状态的特性,使它又希望成为未来光子产业的基础材料。随着人们对光子晶体带结构认识的不断深入,光子晶体将会在光子学和光电子学的发展中发挥重要的作用。相信,光子时代正加速向我们走来。

### 1.3 光子晶体的光学特性及应用

光子晶体的最根本特征是具有光子禁带,光子禁带有完全禁带与不完全禁带之分。完全禁带是指光在整个空间的所有传播方向上都有禁带,且各个方向上的禁带能相互重叠;不完全禁带,则相应于空间各个方向上的禁带并不完全重叠,或只在特定的方向上有禁带。频率落在光子禁带中的光是被严格禁止传播的。光子晶体的另一主要特征是光子局域<sup>[2]</sup>。光子晶体对光子的控制主要通过一定的禁带结构来实现。如何获得尽可能宽的光子带隙是光子晶体研究的关键问题之一。固体物理知识告诉我们,在半导体中引入无序会使带边的电子态发生局域化,导致有效带隙增宽<sup>[19]</sup>。对一维系统中光局域化的理论和实验研究表明,在一维光子晶体中引入无序时,由于布拉格反射效应和引入无序造成的光局域,可能使离散而狭窄的禁带扩展成连续的禁带。通过合理调节结构的几何参数和无序度,可以在很宽的波长范围内发生高反射。由于光子晶体具有完全光子禁带和光子局域的特征,使得它具有广泛而重要的应用。

近年来,人们在探索新型结构光子晶体的同时也做了大量关于光子晶体

应用的工作。这些工作主要有如下几个方面：

*a.* 高效率低损耗反射镜和波导

由于光子晶体中不允许光子禁带范围内的光子存在，所以当一束频率在光子禁带范围内的光子入射到光子晶体上时，这束光子将会被全反射回去。利用这一性质可制造高品质的反射镜。特别是在短波区域，介质对光波的吸收损耗非常小，因此，用介质材料制作成的光子晶体反射镜具有极小的损耗。根据一维光子晶体理论设计出的全角度反射镜<sup>[20]</sup>（“Perfect Mirror”）是一维光子晶体最直接的应用。这种反射镜弥补了金属反射镜和介质反射镜的不足，实现了低损耗、全角度反射，且角度适应性好，是一种新型光反射器件。美国 3M 公司按照一维光子晶体的设计思想，用高分子聚合物材料制作的反射镜（3M Radiant Mirror Film）在正入射时的反射带可覆盖整个可见光区和近红外区， $0^{\circ} \sim 90^{\circ}$  的全角度反射带为 400~415nm 及 775~1020nm，反射率均可达到 98% 以上，在应用中取得良好效果。

目前应用的信息传输线主要有同轴电缆和光缆。电缆很灵活，可以任意角度弯曲而信号不受影响，并且可以保持信号的偏振状态，但是只能传输微波段的低频信号；光缆则可以传输高频光波信号，但一旦弯曲过度，信号就会逸出。电缆和光缆各自的缺陷使得它们无法应用于需要高频响应的信号传输系统。麻省理工学院的研究人员在全角度反射镜的基础上设计出一种万能波导（“Omniguide”），这是一种介质同轴缆线，它的关键是在外层缆线的内壁环绕了一个按照一维光子晶体思想设计的多层介质反射膜系，光信号在反射膜形成的环形空腔中传播。该缆线一方面具有介质膜损耗极低的特性，而且由于反射膜对入射光具有全角度反射的特性，所以无论缆线如何弯曲，都不会发生信号逸出现象。该缆线的提出为信号的远距离无中继传输和全光路系统的高度集成化提供了可能。

*b.* 光子晶体微谐振腔

微谐振腔的制作对光集成有着重要的意义，但由于其尺寸特别小，用传统方法制造微谐振腔相当困难，而且在光波波段，传统的金属谐振腔损耗相当大，品质因数很低，而光子晶体微谐振腔的品质因数可以做得很高，这是采用其它材料制作的谐振腔所无法达到的。例如，对于采用具有光纤质量的介质材料所

制作的光子晶体微谐振腔，光子的衰减吸收长度达数公里，这对应衰减时间为  $\tau \geq 10^{-5}$  秒，设光波的频率为  $\omega = 10^{15}$  秒<sup>-1</sup>，则该光子晶体微谐振腔的品质因数为  $Q = \omega \tau = 10^{10}$ 。麻省理工学院的研究人员利用一维光子晶体制作了一种微腔激光器。该激光器包括一个 InGaP/InGaAs 量子阱，其下为一个低折射率的  $\text{Al}_x\text{O}_y$  间隔层和高折射率的 GaAs 层。在量子阱活跃区顶部波导层刻蚀出周期排列的小孔构成一维光子晶体，并在光子晶体中引入缺陷形成空腔，使得量子阱的发射波长正好位于一维光子晶体禁带中的缺陷模式，并使光能耦合至波导中输出。

#### c. 高效率发光二极管和低阈值激光振荡

一般的发光二极管发光中心发出的光经过包围它的介质的无数次反射，大部分的光不能有效地耦合出去，使得发光二极管的光辐射效率很低。如果将发光二极管的发光中心放入一块特制的光子晶体中，并设计使该发光中心的自发辐射频率与该光子晶体的光子禁带重合，则发光中心发出的光不会进入包围它的光子晶体中，而会沿着特定设计的方向辐射出去。实验表明，采用光子晶体后，发光二极管的效率会从目前的 10% 左右提高到 90% 以上<sup>[21]</sup>。另外，当采用只允许单一频率的光波穿透的光子晶体作为发光二极管的谐振腔时，该发光二极管将只能发出单一频率和良好相干性的类似激光特性的光，而且发光效率也会大大提高。

在激光器中引入光子晶体还可以实现低阈值激光振荡。因为光子晶体对位于光子禁带范围内的电磁波具有抑制作用，所以当光子晶体的光子禁带频率与激光器工作物质的自发辐射频率一致时，激光器中的自发辐射就会被抑制，这样激光器中因自发辐射引起的损耗会大大降低，从而使激光振荡的阈值变得很低<sup>[22]</sup>。

#### d. 掺杂光子晶体的应用

研究发现，当光子晶体中的某些单元被取消或被另一种介质取代而形成缺陷时，就会使光子晶体的光子禁带出现一些“可穿透窗口”，即光子禁带内的某些频率会毫无损失地穿过光子晶体<sup>[23]</sup>。在一维光子晶体的周期结构中掺入杂质，局部破坏其规则排列，将在光子禁带中引入新的电磁波模式（称为杂质态或缺陷态），从而使掺杂光子晶体产生一系列有实用价值的光学效应，如光学

延迟、窄带滤波等。通过在光子晶体中引入缺陷，使得光子禁带中产生频率极窄的缺陷态，利用这一性质可以制造高性能的极窄带选频滤波器<sup>[24]</sup>、高精度相位调制器<sup>[25]</sup>和光子晶体光波导等等。另外，掺杂结构能使光子晶体中的光子态密度集中于杂质层中，表现出较强的光局域效应，如果把非线性介质材料置于杂质层中，能大幅度提高非线性过程的效率<sup>[26]</sup>。还可以通过恰当地设计晶体结构，实现非线性过程中的相位匹配，从而进一步增强非线性效应。

除此之外，光子晶体还可用来制造损耗极低的三维光子晶体天线<sup>[27]</sup>、高偏振度与透射率的二维光子晶体偏振片<sup>[28]</sup>，综合利用光子晶体的各种性能，还可以广泛应用于光子开关、光子放大器和光子聚焦器等诸多方面。此外，如果用金属、半导体与低介电常数材料组成光子晶体及无序光子晶体，则都会因为其特殊结构而产生一些特殊性质，从而可以制造出一些新型光学器件。

总而言之，光子晶体的特性决定了其优越的性能，因此它极有可能取代大多数传统的光学产品，其发展前景和即将对未来的电子工业和信息产业产生的影响是不可限量的。

## 参考文献

1. E.Yablonovitch , Phys.Rev.Lett. 1987, 58 (20): 2059—2061.
2. S.John , Phys.Rev.Lett. 1987, 58 (23): 2486—2489.
3. De Martini F, Marrocco M, Mataloni P etal. J.Opt.Soc.Am.B.1993, 10 (2): 360—368.
4. W.C.Tan etal , J.Opt.Soc.Am.A.1998, 15 (9): 2365—2372.
5. Y.S.Chan etal , Phys.Rev.Lett.1998, 80 (5): 956—959.
6. 李志远等, 二维各向异性光子晶体完全带隙的增宽, 物理, 1999, 28 (4): 193—195.
7. K.M.Ho, C.T.Chan, C.M.Soukoulis. Phys.Rev.Lett.1990, 65 (25): 3152—3155.
8. E.Yablonovitch etal, Phys.Rev.Lett.1991, 67 (17): 2259—2262.
9. Yu.A.Vlasov etal, Appl.Phys.Lett.1997, 71 (12):1616—1618.
10. 金崇君等, 手征材料构成的简立方光子晶体光子带结构计算——平面波法, 光学学报, 1998, 18 (1):118—123.
11. E.Ozbay etal, Appl.Phys.Lett.1994, 64 (16):2059—2061.
12. J.B.Pendry etal, Phys.Rev.Lett.1992, 69 (19): 2772—2775.
13. H.Y.D.Yang. IEEE Trans.Microwave Theory Tech.1996,44: 2688—2695.
14. K.S.Yee. IEEE Trans.Antennas Propag.1966,14: 302—307.
15. E.Yablonovitch, T.J.Gmitter, R.D.Meade,etal, Phys.Rev.Lett.1991, 67 (24): 3380—3383.
16. M.Sigalas, C.M.Soukoulis, E.N.Economous etal, Phys.Rev.B.1993,48: 14121—14126.
17. K.M.Leung. J.Opt.Soc.Am.B. 1993,10: 303—306.
18. A.Maradudin, A.R.McGurn. J.Opt.Soc.Am.B. 1993,10: 307—313.
19. 方俊鑫, 陆栋, 固体物理学(下册), 上海: 上海科学技术出版社, 1993.
20. Y.Fink, J.N.Winn, S.Fan.. Science. 1998,282: 1679—1682.
21. S.Fan etal, Phys.Rev.Lett.1997, 78 (17): 3294—3297.

22. V.I.Kopp. *Opt.Lett.*1998, 23 (21): 1707—1709.
23. 欧阳征标, 李景镇, 光子晶体的研究进展, *激光杂志*, 2000, 21 (2): 4—6.
24. 刘海山, 欧阳征标等, 用于波分复用的光子晶体滤波器, *光电子·激光*, 2002, 13 (2) : 145—149.
25. I.Abdulhalim. *J.Opt.A: Pure Appl. Opt.* 2000,2: L9—L11.
26. Pellegrini V, Colombelli.R, Carusotto.L etal, *Appl.Phys.Lett.* 1999,74:1945.
27. Brown.E.R, Mc Mahon O.B. *Appl.Phys.Lett.* 1996, 68: 1300—1302.
28. 万钧, 张淳等, 光子晶体及其应用, *物理*, 1999, 28 (7): 393—398.

## 第二章 一维光子晶体的带隙结构及特征

## 2.1 引言

光子晶体是一种折射率呈周期性变化的人工微结构光学材料,其折射率的周期性空间分布可以是一维、二维和三维的,其典型结构为一个折射率周期变化的三维物体。光子晶体的一维构型存在着反映光子晶体典型特征的光子带隙,光子带隙的存在使光子晶体具有极大的理论价值和潜在的应用前景,因而成为理论研究和探讨的热点之一。本章从一维光子晶体的基本周期结构出发,着重讨论一维光子晶体的光子带隙结构及特征。

## 2.2 一维光子晶体的带隙结构

## 2.2.1 一维光子晶体的基本周期结构

一维光子晶体是折射率在一个空间方向上呈周期性变化的分层介质,在垂直于介质层的方向上,折射率是空间坐标的一维周期性函数。一维光子晶体的基本周期结构可以是由两种不同的折射率( $n_1, n_2$ )和不同厚度( $a, b$ )的各向同性介质薄层交替排列构成的一维周期性结构,每一层介质在其他两维空间方向上是均匀分布的。如图1所示。折射率空间变化周期 $d = a + b$ ,周期 $d$ 为光波长量级。一束单色光垂直于分层介质表面入射到一维光子晶体中。设 $x$ 轴垂直于分层介质表面,则一维光子晶体的折射率分布可表示为:

$$n(x) = \begin{cases} n_1 & 0 < x < a \\ n_2 & a < x < d \end{cases} \quad (1)$$

$$n(x+d) = n(x) \quad (2)$$

式(1)代表了一维光子晶体一个基本周期( $n_1 a, n_2 b$ )的折射率分布。若一维光子晶体由 $N$ 个基本周期组成,则一维光子晶体可以看作是这样的基本周期重复 $N$ 次组成,正是由于这一结构特点,可以进一步讨论一维光子晶体的光子带隙结构及特征。

## 2.2.2 一维光子晶体的光子带隙

设一维光子晶体的折射率只在 $x$ 方向上变化,在一个基本周期单元中,折射率的变化是空间坐标 $x$ 的实函数。折射率可以呈连续变化,也可以呈阶跃

式变化。

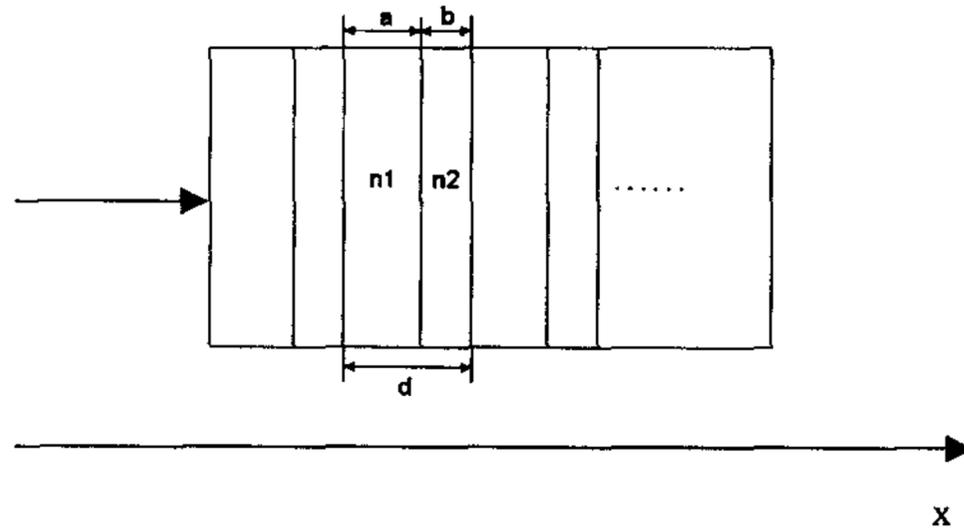


图1 一维光子晶体的周期性介质结构

Fig.1 The periodic dielectric structure of one-dimensional photonic crystals

对于任何结构的一个基本周期，定义一个复透射系数  $t^{[1]}$ ：

$$t = X + iY = \sqrt{T}e^{i\Phi} \quad (3)$$

式中，X 和 Y 分别表示复透射系数  $t$  的实部和虚部，T 为入射光通过一个基本周期单元的透射率： $T=X^2+Y^2$ ， $\Phi$  是入射光通过一个基本周期单元后的位相变化： $\Phi=\arctg\frac{Y}{X}$ 。

光在一维光子晶体的一个基本周期单元中传播遵守光波的 Helmholtz 方程。在  $x \in [0,d]$  间隔内，光波的 Helmholtz 方程的一般解可以写成左行波和右行波的叠加，即

$$u^\pm(x) = f^\pm(x)e^{\pm ikx} \quad (4)$$

式中的正负号分别表示右行波和左行波， $k$  表示波矢， $f^\pm(x)$  是  $x$  的实函数。

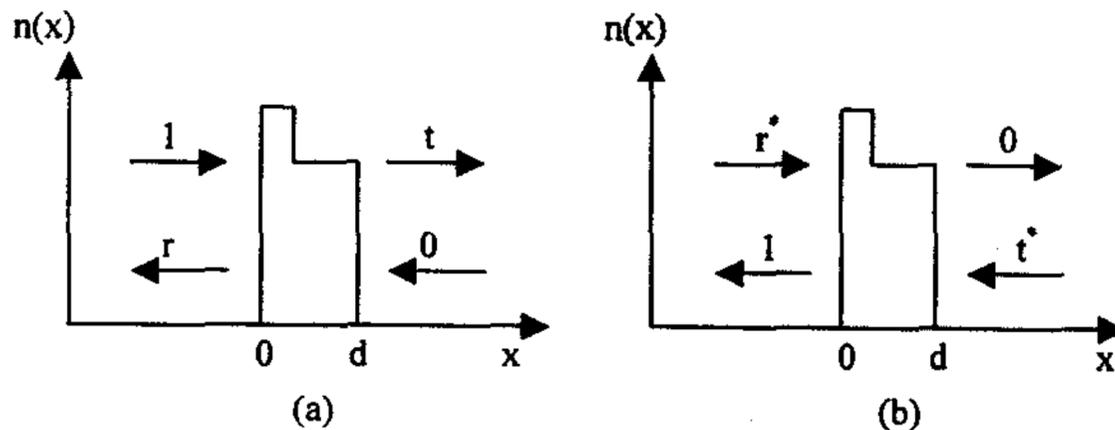


图2 光在一维光子晶体的一个周期中的传播

Fig.2 The propagation of light in single period of one-dimensional photonic crystals

考虑一维光子晶体一个基本周期的折射率呈阶跃式分布的情况，如图 2 (a) 所示。

假设一个单位振幅的入射光波从左边垂直入射到一维光子晶体基本周期单元中，设一个基本周期单元的透射系数和反射系数分别用  $t$  和  $r$  表示。将  $u^\pm$  写成列矢量形式  $\begin{pmatrix} u^+ \\ u^- \end{pmatrix}$ ，这时边界条件为  $u(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix}$  和  $u(d) = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$ ，在不考虑介质色散的情况下，图 2 (a) 所示过程可以表示为传输矩阵的形式，即

$$u(0) = M u(d)$$

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

应用边界条件可以得到： $A=1/t$ ， $C=r/t$ 。

对于一个复数波  $E \propto e^{ikx}$ ，时间反演算符  $\hat{T}$  的作用对应着波的复共轭， $\hat{T}(\vec{E}) = \vec{E}^*$ ，当  $n(x)$  是  $x$  的线性实函数时，这个过程在时间反演操作下是不变的，产生了如图 2 (b) 所示的过程，因此有第二个边界条件：

$$\begin{pmatrix} r^* \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ t^* \end{pmatrix}$$

从而得到  $B=r^*/t^*$ ， $D=1/t^*$ 。

这样就可以得到一维光子晶体的一个基本周期单元的传输矩阵，其一般形式为：

$$M = \begin{pmatrix} 1/t & r^*/t^* \\ r/t & 1/t^* \end{pmatrix} \quad (5)$$

假设介质无吸收，根据能量守恒，则  $r$  和  $t$  满足  $|r|^2 + |t|^2 = 1$ ，也就是说  $\det|M|=1$ ，即传输矩阵  $M$  为单位模矩阵。传输矩阵  $M$  的本征值方程为

$$\begin{pmatrix} 1/t - \mu & r^*/t^* \\ r/t & 1/t^* - \mu \end{pmatrix} = 0$$

化简上述方程可以得到

$$\mu^2 - 2\mu \operatorname{Re}\{1/t\} + 1 = 0 \quad (6)$$

式中  $\text{Re}\{1/t\}$  表示  $1/t$  的实部，两个本征值满足  $\mu^+\mu^- = 1$ 。

若一维光子晶体的周期数  $N$  趋于无穷大，这时周期性边界条件为  $n(x) = n(x+d)$ ,  $x \in (-\infty, +\infty)$ ，这种结构具有平移对称性。设无限多个周期组成光子晶体的 Bloch 波的本征函数为  $u_B$ 。根据 Bloch 定理<sup>[2]</sup>，Bloch 函数从一个周期单元传播到下一个周期单元时，只有位相的变化而没有振幅的变化。无限多周期光子晶体中，每一个基本周期单元中的位相变化称为 Bloch 位相，用  $\beta$  表示。

由本征矢的定义可知，Bloch 本征函数满足以下关系：

$$Mu_B = \mu_B^\pm u_B = e^{\pm i\beta} u_B \quad (7)$$

因此，Bloch 函数的本征值具有如下形式：

$$\mu_B^\pm = e^{\pm i\beta} \quad (8)$$

将 (8) 式代入 (6) 式，可得：

$$e^{\pm 2i\beta} - 2e^{\pm i\beta} \text{Re}\{1/t\} + 1 = 0$$

由上式解得：

$$\text{Re}\{1/t\} = \cos \beta \quad (9)$$

这是一个非常有用的关系式，式中的  $\beta$  表示无限多个周期光子晶体的 Bloch 位相。

根据 Cayley-Hamilton 定理<sup>[3]</sup>，每个矩阵都遵循自己的本征值方程，由 (6) 式和 (9) 式可得：

$$M^2 - 2M \cos \beta + I = 0 \quad (10)$$

上式中  $I$  是单位矩阵。对于具有  $N$  个周期单元的一维光子晶体，其传输矩阵为  $M^N$ 。

对于  $N=1$ ,  $M^1 = M$ ;

对于  $N=2$ , 由(10)式可知,  $M^2=2M \cos \beta - I$ ;

$$\text{假设 } M^N = \frac{1}{\sin \beta} [M \sin N \beta - I \sin(N-1) \beta], \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{那么 } M^{N+1} &= M^N M = \frac{1}{\sin \beta} [M^2 \sin N \beta - M \sin(N-1) \beta] \\ &= \frac{1}{\sin \beta} [2M \cos \beta \sin N \beta - I \sin N \beta - M(\sin N \beta \cos \beta - \cos N \beta \sin \beta)] \\ &= \frac{1}{\sin \beta} [M \sin(N+1) \beta - I \sin N \beta] \end{aligned} \quad (12)$$

可见, (11) 式与 (12) 式的形式完全相同, 区别只在于  $N$  变为  $N+1$ 。由上面的推证可知, (11) 式对于任意的  $N$  都是正确的。这样具有  $N$  个周期单元的一维光子晶体的传输矩阵  $M^N$  就可通过单个基本周期的传输矩阵  $M$ , 周期数  $N$  及 Bloch 位相  $\beta$  确定。

设  $N$  个周期单元一维光子晶体的透射系数为  $t_N$ , 而  $M^N$  的一般形式可以表示为:

$$M^N = \begin{pmatrix} 1/t_N & r_N^*/t_N^* \\ r_N/t_N & 1/t_N^* \end{pmatrix} \quad (13)$$

将 (5) 式和 (13) 式代入 (11) 式, 利用矩阵相等的性质, 可得:

$$\frac{1}{t_N} = \frac{1}{t} \frac{\sin N \beta}{\sin \beta} - \frac{\sin(N-1) \beta}{\sin \beta} \quad (14a)$$

$$\frac{r_N}{t_N} = \frac{r}{t} \frac{\sin N \beta}{\sin \beta} \quad (14b)$$

因为  $T_N = |t_N|^2$ , 同时满足能量守恒, 即  $|r|^2 = 1 - |t|^2$  或  $R=1-T$ , 由 (14b) 式可得:

$$\frac{1}{T_N} = 1 + \left( \frac{\sin N \beta}{\sin \beta} \right)^2 \left[ \frac{1}{T} - 1 \right] \quad (15)$$

式中  $T$  为单个基本周期单元的透过率,  $T_N$  为  $N$  个周期单元一维光子晶体的透过率。从 (15) 式可以看出, 有限周期一维光子晶体的透过率  $T_N$  与

单个基本周期的透过率  $T$ 、周期数  $N$  以及 Bloch 位相  $\beta$  有关。由 (15) 式就可以进一步讨论有限周期一维光子晶体的带隙结构。

方程 (15) 是具有任意空间折射率分布的有限周期一维光子晶体透过率的普遍表达式。从 (15) 式可以看出, 当  $N\beta = m\pi$ ,  $m \in (0, 1, 2, \dots, N-1)$  时,  $\sin N\beta = 0$ , 这时  $T_N = 1$ 。也就是说, 在每个禁带两侧的透射带中, 有  $N$  个  $T_N = 1$  的值, 这  $N$  个透过率为 1 的值是透射带中透过率的局域极大值; 当  $N\beta = (2m+1)\frac{\pi}{2}$ ,  $m \in (0, 1, 2, \dots, N-1)$  时,  $\sin N\beta = 1$ , 这时  $T_N$  的值对应于透射带中透过率的局域极小值。在光子透射带内, 透过率在局域极大值与局域极小值之间连续变化, 呈周期性振荡。

在以上的讨论中并未限制折射率分布  $n(x)$  的具体形式, 因此对于任何周期分布的一维光子晶体, 上述结论都是适用的。这里以  $\lambda/4$  薄片组成的一维光子晶体为例讨论一种有限周期简单结构。

设  $\lambda/4$  结构一维光子晶体由低折射率  $n_1$  和高折射率  $n_2$  两种介质组成, 两层介质的几何厚度分别为  $a$  和  $b$ 。这些参数满足  $n_1 a = n_2 b = \frac{\lambda_0}{4} = \frac{\pi c}{2\omega_0}$ , 即每层介质的光学厚度为某一参考波长  $\lambda_0$  的  $1/4$ , 这里  $c$  表示真空中的光速,  $\omega_0$  表示对应于参考波长  $\lambda_0$  的频率。

根据 Fresnel 公式, 垂直入射的波在介质  $n_1$  和  $n_2$  的分界面上的反射率和透射率分别为:

$$R_{12} = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad (16a)$$

$$T_{12} = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \quad (16b)$$

对于一个基本周期单元,  $\lambda/4$  结构的透射系数  $t$  可表示为<sup>[1]</sup>:

$$t = \frac{T_{12} e^{i(p+q)}}{1 - R_{12} e^{2iq}} \quad (17)$$

上式中  $p = n_1 a \left( \frac{\omega}{c} \right)$ ,  $q = n_2 b \left( \frac{\omega}{c} \right)$ , 其中  $p$  和  $q$  分别为  $n_1$ 、 $n_2$  两层介质的

位相厚度。对于  $\lambda/4$  结构,  $p = q = \frac{\pi}{2} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$ , 将  $p$ 、 $q$  的值代入 (17) 式, 可求出  $\lambda/4$  结构单个周期单元的透射系数  $t$ 。因为  $T = t \cdot t^*$ , 则  $\lambda/4$  结构单个周期的透射率  $T^Q$  为:

$$T^Q = \frac{T_{12}^2}{1 - 2R_{12} \cos \pi g + R_{12}^2} \quad (18)$$

上式中  $g = \frac{\omega}{\omega_0}$ 。将 (18) 式代入 (15) 式即可求出  $N$  个周期  $\lambda/4$  结构

一维光子晶体的透过率  $T_N^Q$  为:

$$T_N^Q = \left[ 1 + \left( \frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2 \left( \frac{1}{T^Q} - 1 \right) \right]^{-1} \quad (19)$$

式中的 Bloch 位相  $\beta$  可由关系式  $\cos \beta = \text{Re} \{1/t\}$  确定。由 (9) 式可知, Bloch 位相  $\beta$  与光子晶体一个基本周期的透射系数  $t$  有关。对于确定结构的一维光子晶体, 其透射系数  $t$  也是一定的, 因此 Bloch 位相  $\beta$  仅由光子晶体的结构特性决定, 而与周期数  $N$  等因素无关。

### 2.2.3 数值计算结果和讨论

下面我们根据 (19) 式的结论具体分析  $\lambda/4$  波片结构一维光子晶体的带隙特征。

设由  $\text{MgF}_2$  和  $\text{TiO}_2$  两种介质材料组成  $\lambda/4$  结构一维光子晶体, 两种介质折射率分别为  $n_1=1.35$  ( $\text{MgF}_2$ ) 和  $n_2=2.35$  ( $\text{TiO}_2$ ), 设参考波长  $\lambda_0=1 \mu\text{m}$ 。分别计算出周期数  $N$  为 1, 3, 5, 7, 10, 15 时,  $\lambda/4$  结构一维光子晶体的透过率  $T_N^Q$ ,  $T_N^Q$  随相对频率  $g$  变化的曲线如图 3 所示。

从图 3 (c) — (f) 中可以看出: 在  $g=1, 3, 5$  等奇数处透过率几乎为零, 在  $g=1, 3, 5$  两侧透过率接近于零的频率区域对应着光子禁带, 其他频率区域透过率不为零, 对应着光子透射带。频率  $\omega_0, 3\omega_0, 5\omega_0$  分别为第一、第二、第三光子禁带的中心频率。

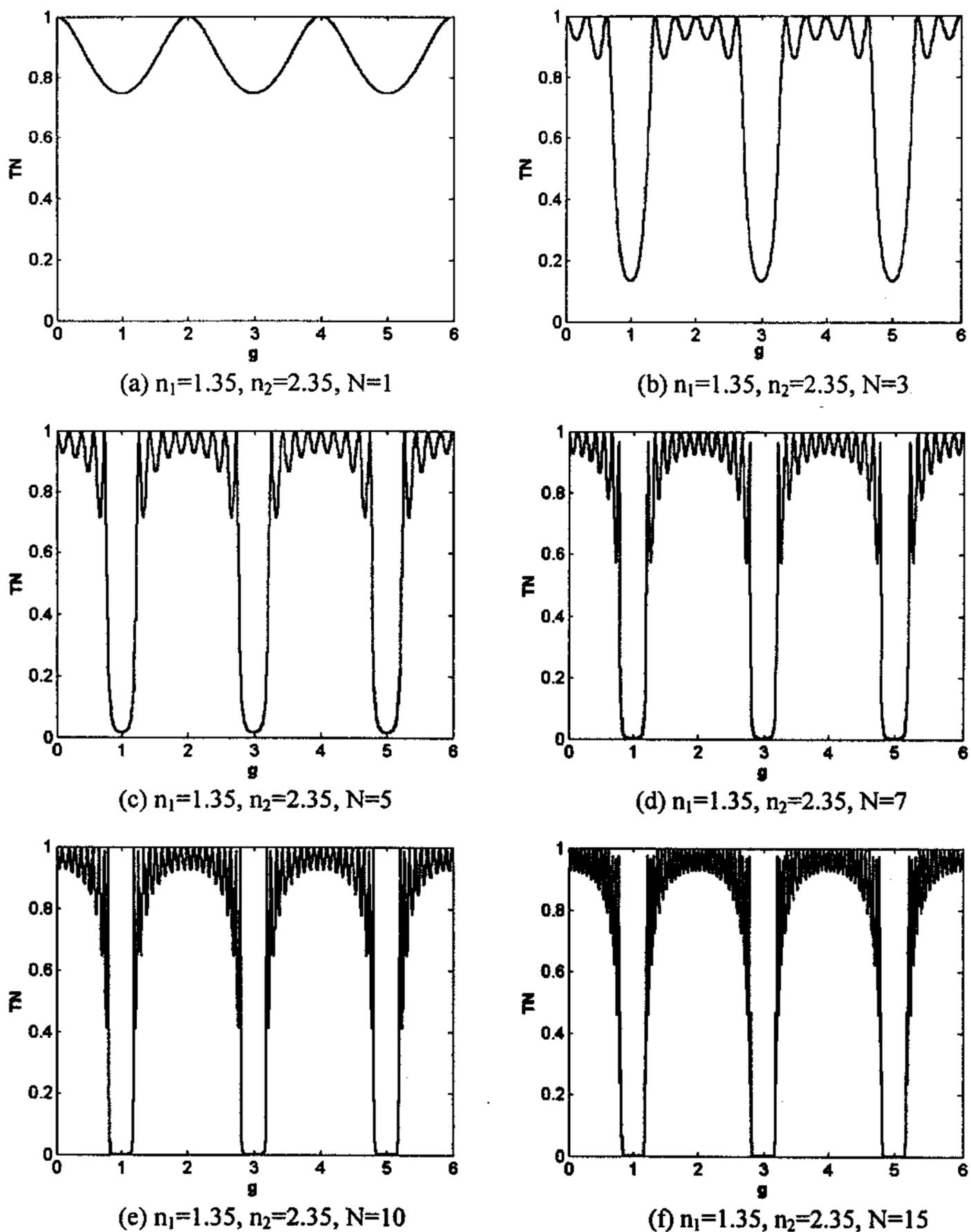


图3 有限周期  $\lambda/4$  结构一维光子晶体的透过率

Fig.3 The transmittance curves of N-period, quarter-wave 1D photonic crystal

从图3可以看出，有限周期  $\lambda/4$  结构一维光子晶体具有以下特征：

- (1) 单个基本周期结构不具有光子带隙结构。随着  $g$  值的增大，透过率在 1 与 0.746 之间均匀振荡，呈周期性变化。随着周期数  $N$  的增加，光子带隙结构逐渐形成。这说明光子晶体带隙结构的形成是由材料折射率变化的周期性引起的。

(2) 随着周期数  $N$  的增加, 禁带的透过率越来越接近于零, 同时禁带边沿越来越陡, 而禁带的位置相对固定, 几乎不随周期数  $N$  的增加而变化。

(3) 光子禁带与光子透射带交替出现, 在光子透射带内, 透过率在局域极大值和局域极小值之间快速振荡, 透过率随着  $g$  值周期性变化。

当组成上述光子晶体的两种介质的折射率差别增大时, 如将高折射率介质由  $n_2=2.35$  增大为  $n_2=4.6$  (聚苯乙烯), 而其他参数保持不变, 这时作出周期数  $N$  为 5 和 7 的透过率曲线如图 4 所示。

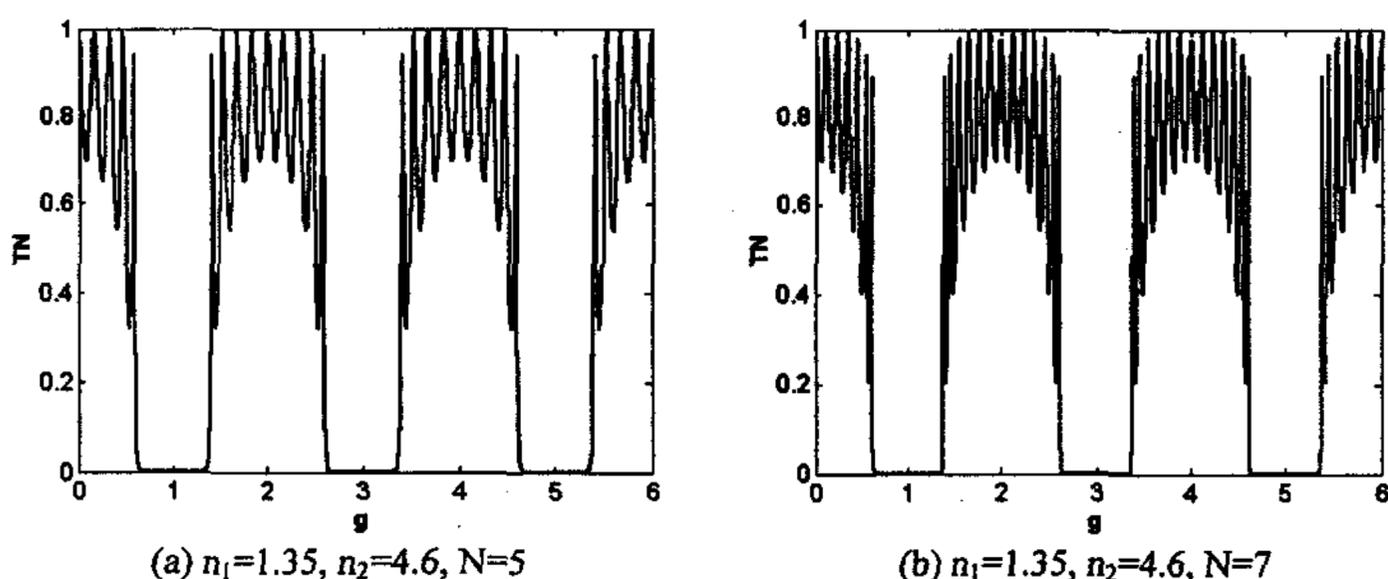


图 4 有限周期  $\lambda/4$  结构一维光子晶体的透过率

Fig.4 The transmittance curves of  $N$ -period, quarter-wave 1D photonic crystal

对比图 3 和图 4 会发现, 光子禁带的中心位置没有发生变化, 除了具备以上三个基本特征外, 还有以下几点变化:

- (1) 随着两种介质的折射率差别增大, 光子禁带有了明显的增宽;
- (2) 禁带的透过率  $T_N^0$  在周期数  $N$  较小时就充分地接近零;
- (3) 在光子透射带内, 透过率的变化幅度有了明显的增大。

当将  $\lambda/4$  结构中介质层的厚度由  $\lambda/4$  变为  $\lambda/2$ , 即  $n_1 a = n_2 b = \frac{\lambda_0}{2}$ ,

将得到  $\lambda/2$  结构一维光子晶体。为了便于对比, 介质材料仍选用  $\text{MgF}_2/\text{TiO}_2$  和  $\text{MgF}_2/\text{聚苯乙烯}$  两种组合, 分别作出周期数  $N$  为 5 和 7 时的透过率曲线如图 5 所示。从图 5 可以看出, 该结构光子晶体的光子禁带的中心位置出现在  $g = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$  等处, 完全不同于  $\lambda/4$  结构光子晶体的带结构。

比较图 4 和图 5 可以看出, 在介质折射率和周期数等参数相同的条件下, 在相同的频率范围内, 这两种不同类型光子晶体的禁带位置及宽度都有所不同。由于这两种光子晶体中介质层具有不同的光学厚度, 因而形成了不同的基本周期结构, 相应的光子禁带也表现出明显的差异。这说明光子禁带出现的位置与一个基本周期的结构有关, 而当基本周期结构确定后, 光子禁带宽度与构成光子晶体的介质折射率差别有关。两种介质折射率差值越大, 光子禁带越宽。

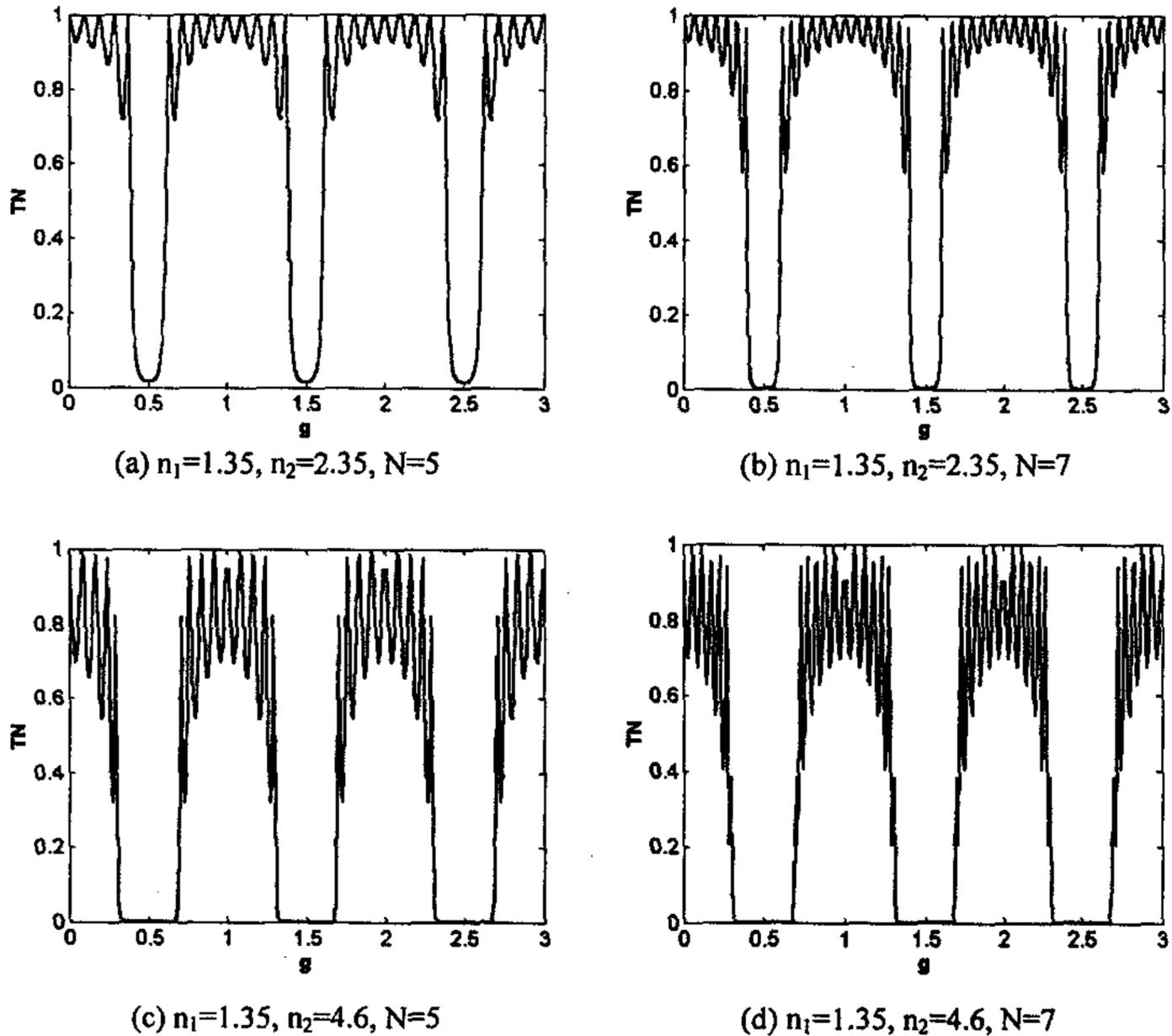


图 5 有限周期  $\lambda/2$  结构一维光子晶体的透过率

Fig.5 The transmittance curves of N-period, half-wave 1D photonic crystal

若只将  $\lambda/4$  结构中高折射率介质层的光学厚度由  $\lambda/4$  变为  $\lambda/2$ , 即  $n_2b = \frac{\lambda_0}{2}$ , 而其他参数保持不变时, 将得到一种新的基本周期结构的一维光子晶体, 与上述两种类型光子晶体不同的是, 组成这种光子晶体的两层介质具有不同

的光学厚度, 这种结构光子晶体仍然可以用上述方法进行讨论。当周期数  $N$  为 5 和 7 时, 作出其透过率随相对频率  $g$  变化的曲线, 如图 6 所示。

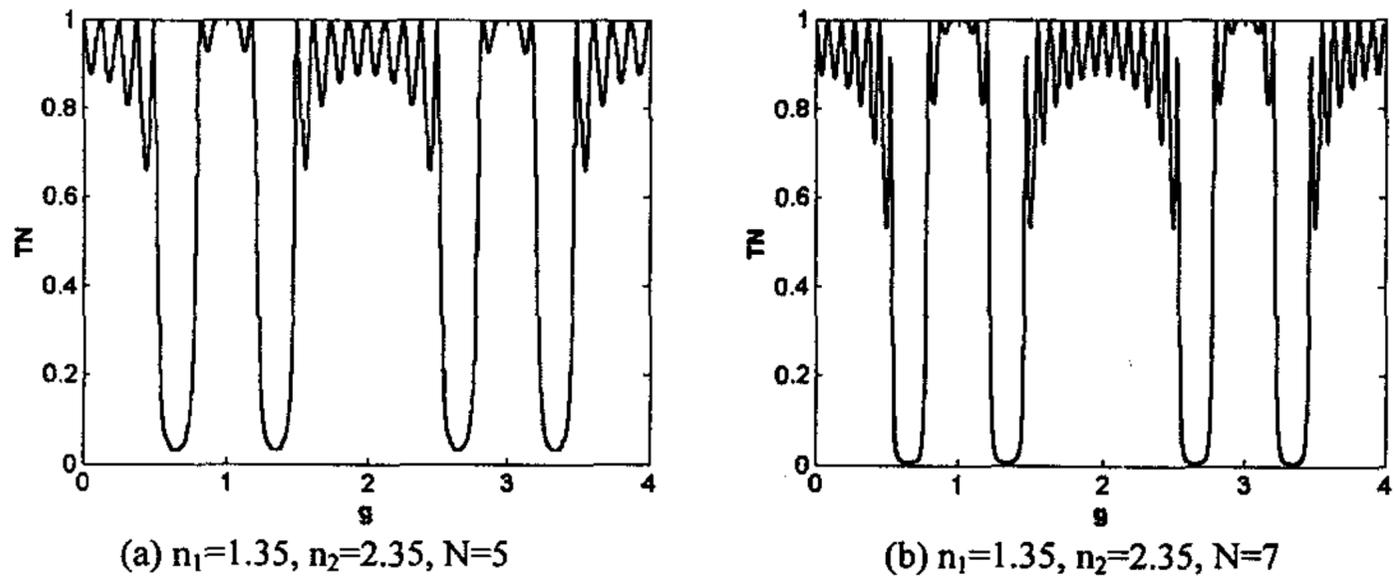


图 6 有限周期( $\lambda/4$ ,  $\lambda/2$ )结构一维光子晶体的透过率

Fig.6 The transmittance curves of  $N$ -period, quarter-wave/half-wave 1D photonic crystal

从图 6 可以看出, 在  $g=1, 3, 5$  等处的光子禁带中心被以中心频率为  $\omega_0, 3\omega_0, 5\omega_0$  的新的窄光子透射带所取代, 在该透射带内, 透过率随  $g$  快速振荡变化。而在  $g=1$  处的光子禁带被该透射带分开, 在  $g=1$  两侧呈对称分布, 在  $g=3$  和  $g=5$  处也出现了同样的现象。与前面讨论的光子晶体的带隙结构对比发现, 在同一频率范围, 禁带的个数增多, 而每个禁带的宽度减小, 光子禁带表现出截然不同的分布特征。

由以上分析可以看出, 一维光子晶体的带隙特征是由光子晶体的结构决定的, 不同基本周期的组合将产生不同的光子带隙结构, 具有很大的灵活性。因此通过选择适当的结构参数, 如构成一维光子晶体材料的折射率、厚度等就可以改变一维光子晶体的带隙分布, 以适应不同场合的实际应用。

## 2.3 一维光子晶体带隙随偏振光入射角的演变

### 2.3.1 一维光子晶体与光学多层介质膜

一维光子晶体是一种具有周期性结构的复合材料, 在结构上类似于传统的光学多层介质膜。但从本质上看, 一维光子晶体与光学多层介质膜又是两个完全不

同的概念。光子晶体的概念来源于固体物理中的周期结构思想以及电动力学中的电磁场理论,而传统的光学多层介质膜主要来源于在衍射光学基础上发展起来的薄膜光学。多层介质膜系大都在  $\lambda/4$  波片基础上发展起来,而一维光子晶体只要存在周期性结构即可。传统的光学多层介质膜是一维光子晶体的一个特例<sup>[4]</sup>。

由于一维光子晶体在结构上与光学多层介质膜相似,因此它们的光学传输特性有相同之处。利用研究多层介质膜系的特征矩阵法<sup>[5]</sup>可以进一步考察不同偏振光入射时光子带隙的演化特点。

在前一节中,我们分析了光垂直入射光子晶体时的光子带隙结构及特征,这一节将着重讨论一维光子带隙与光的入射角及偏振状态的关系。

### 2.3.2 一维光子晶体的特征矩阵及反射率

设一维光子晶体是由折射率为  $n_1$  和  $n_2$ 、对应的介质厚度分别为  $a$  和  $b$  的介质层周期排列组成,即在垂直于晶体表面的方向上,介质的折射率呈现出周期性的阶跃式的变化,如图 7 所示。这一结构与光学多层介质膜相同,因此可用薄膜光学的特征矩阵方法计算一维光子晶体的反射率随偏振光入射角度及波长的变化关系。

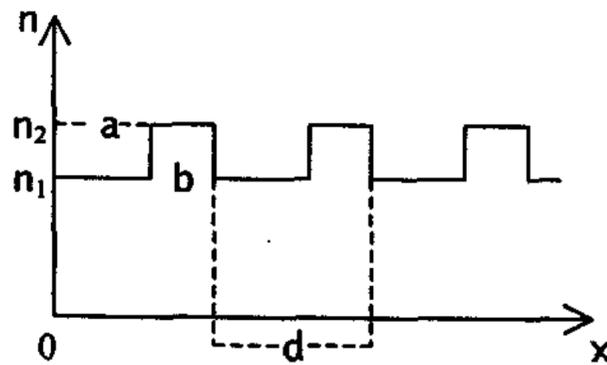


图 7. 一维光子晶体折射率分布曲线

Fig 7. Profile of refractive index of 1-D photonic crystals.

根据薄膜光学理论,光在每层介质中的传输特性可用一个  $2 \times 2$  的特征矩阵表示<sup>[5]</sup>。对于第  $j$  层介质,其特征矩阵为:

$$\begin{bmatrix} \cos \delta_j & i\eta_j^{-1} \sin \delta_j \\ i\eta_j \sin \delta_j & \cos \delta_j \end{bmatrix} \quad (20)$$

其中:  $\delta_j = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) n_j d_j \cos \theta_j$ ,  $n_j$ 、 $d_j$  是该介质层的折射率和几何厚度,  $\theta_j$  是光线在该介质层中与界面法线方向的夹角。  $\eta_j$  是介质的有效导纳, 对于 p 偏振光,  $\eta_j = n_j / \cos \theta_j$ ; 对于 s 偏振光,  $\eta_j = n_j \cos \theta_j$ . (1)式是一个单位模矩阵, 它包含了介质层的全部有用参量.

对于上述由  $n_1$  和  $n_2$  两层介质组成的一个基本周期单元来说, 其特征矩阵为:

$$\begin{aligned} M_0 &= \begin{bmatrix} \cos \delta_1 & i\eta_1^{-1} \sin \delta_1 \\ i\eta_1 \sin \delta_1 & \cos \delta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta_2 & i\eta_2^{-1} \sin \delta_2 \\ i\eta_2 \sin \delta_2 & \cos \delta_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

其中下标 1 和 2 分别表示折射率为  $n_1$  和  $n_2$  的两层介质.  $m_{11}$ 、 $m_{12}$ 、 $m_{21}$ 、 $m_{22}$  表示特征矩阵  $M_0$  的矩阵元.

如果一维光子晶体是由  $N$  个这样的基本周期组成, 则光子晶体的总的特征矩阵为:

$$M = M_0^N = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (22)$$

当一维光子晶体处于折射率为  $n_0$  的外部介质中, 令

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} + \eta_0 M_{12} \\ M_{21} + \eta_0 M_{22} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$\eta_0$  是光在外部介质中的有效导纳. 此时, 光子晶体的组合导纳为:

$$y = \frac{C}{B} = \frac{M_{21} + \eta_0 M_{22}}{M_{11} + \eta_0 M_{12}} \quad (24)$$

则光波的反射系数为:

$$r = \frac{\eta_0 - y}{\eta_0 + y} \quad (25)$$

反射率为:

$$R = |r|^2 \quad (26)$$

## 2.3.3 光子带隙随入射角及偏振状态的变化

当给定一维光子晶体的结构参数和入射光的偏振状态及入射角,根据上(21)-(26)式就可以计算出一维光子晶体的高反射波长区域,这些波长区域就对应着光子的带隙.

下面仍以  $\lambda/4$  结构一维光子晶体为例计算.组成该结构一维光子晶体的两层介质的光学厚度都是某一确定波长  $\lambda_0$  的  $1/4$ , 即  $n_1a=n_2b=\lambda_0/4$ , 令归一化波长  $g=\lambda_0/\lambda$ , 当光垂直入射于晶体界面时,光子带隙出现在  $g=1,3,5\dots$  等奇数处.在光线正入射时, p 偏振光与 s 偏振光的有效导纳相同,而在光线斜入射时, p 偏振光与 s 偏振光在晶体中的传播情况不同.

为了求出反射率 R 随入射波长的变化,令  $\delta_1=\delta_{10}g$ ,  $\delta_2=\delta_{20}g$ , 则

$$\delta_{10} = \frac{\pi}{2} \cos \theta_1, \quad \delta_{20} = \frac{\pi}{2} \cos \theta_2$$

对于 p 偏振光,可求出单个周期的特征矩阵为:

$$M_{op} = \begin{bmatrix} \cos \delta_1 \cos \delta_2 - \frac{\eta_2}{\eta_1} \sin \delta_1 \sin \delta_2 & i \left( \frac{1}{\eta_2} \sin \delta_2 \cos \delta_1 + \frac{1}{\eta_1} \sin \delta_1 \cos \delta_2 \right) \\ i(\eta_1 \sin \delta_1 \cos \delta_2 + \eta_2 \sin \delta_2 \cos \delta_1) & \cos \delta_1 \cos \delta_2 - \frac{\eta_1}{\eta_2} \sin \delta_1 \sin \delta_2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

由以上各矩阵,可求出单个周期的特征矩阵  $M_{op} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}_p$ , 假定光子

晶体由 N 个基本周期组成,利用矩阵乘法就可以求出整个一维光子晶体的特征矩阵为:

$$M_p = M_{op}^N = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}_p \quad (28)$$

然后由(24)——(26)式即可算出 p 偏振光入射时的反射率.

对于 s 偏振光,也可以得到类似的特征矩阵.用同样的计算方法可以求出 s 偏振光入射时的反射率.

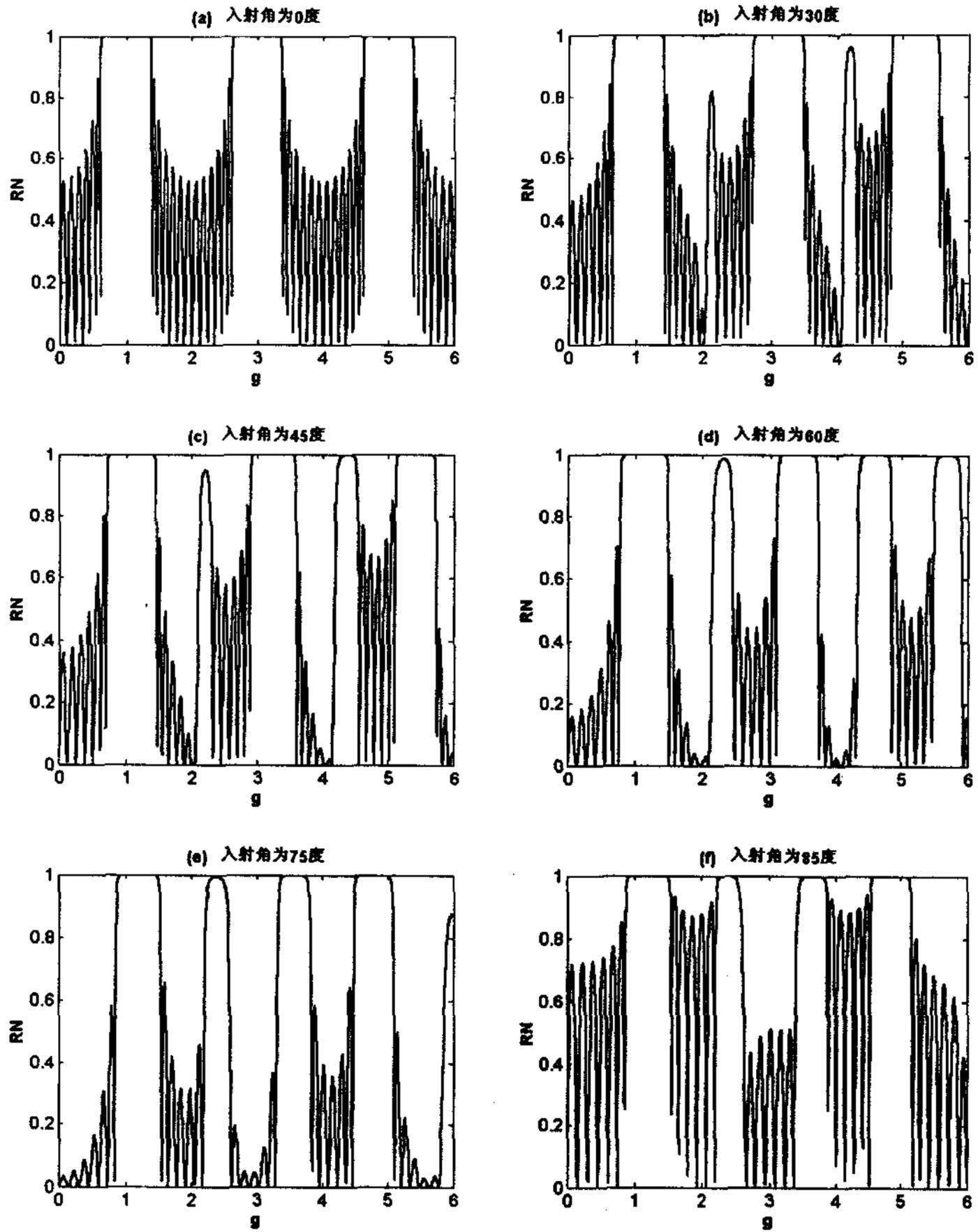


图 8. p 偏振光在不同入射角时 N 个周期  $\lambda/4$  波片堆的反射率曲线  
 ( $n_1=1.35, n_2=4.6, N=7$ )

Fig.8 The Reflectivity curves of N-period,quarter-wave stack  
 at different incidence angles of p-polarized waves.

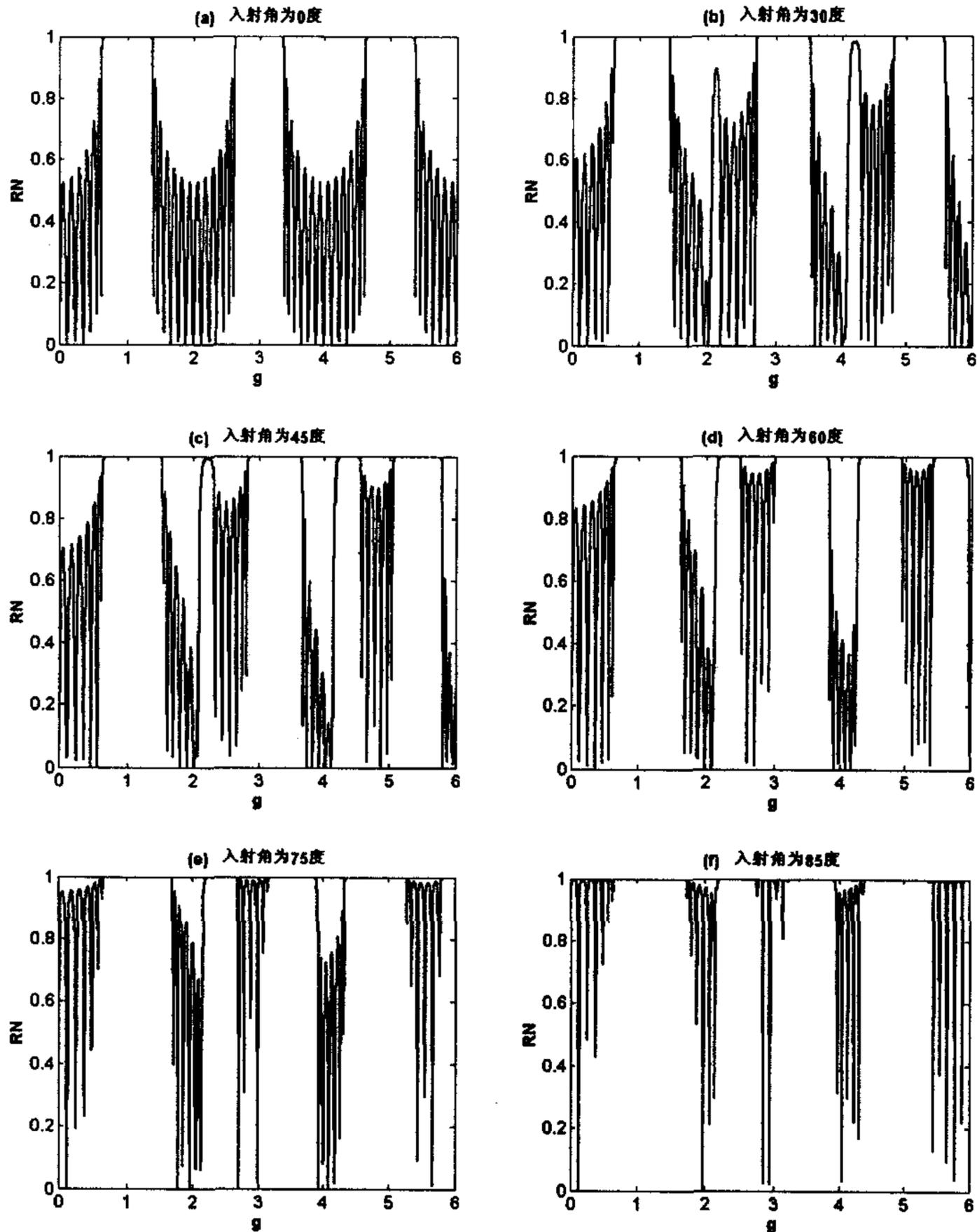


图 9. s 偏振光在不同入射角时 N 个周期  $\lambda/4$  波片堆的反射率曲线

( $n_1=1.35, n_2=4.6, N=7$ )

Fig.9 The Reflectivity curves of N-period,quarter-wave stack  
at different incidence angles of s-polarized waves.

设  $n_1 = 1.35$  (氟化镁),  $n_2 = 4.6$  (聚苯乙烯),  $\lambda_0 = 1\mu\text{m}$ ,  $N=7$ . 分别计算出不同入射角时 p 偏振光及 s 偏振光的反射率  $R_p$  和  $R_s$ , 图 8 和图 9 表示了数值计算的结果. 图中的(a)—(f)分别表示入射角为  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ,$

85° 时, 反射率随归一化波长  $g$  的变化情况. 并分别对第一光子带隙宽度以及边沿位置随偏振光入射角的变化情况进行了比较, 图 10 中的 (a) 和 (b) 分别表示了相应的变化曲线.

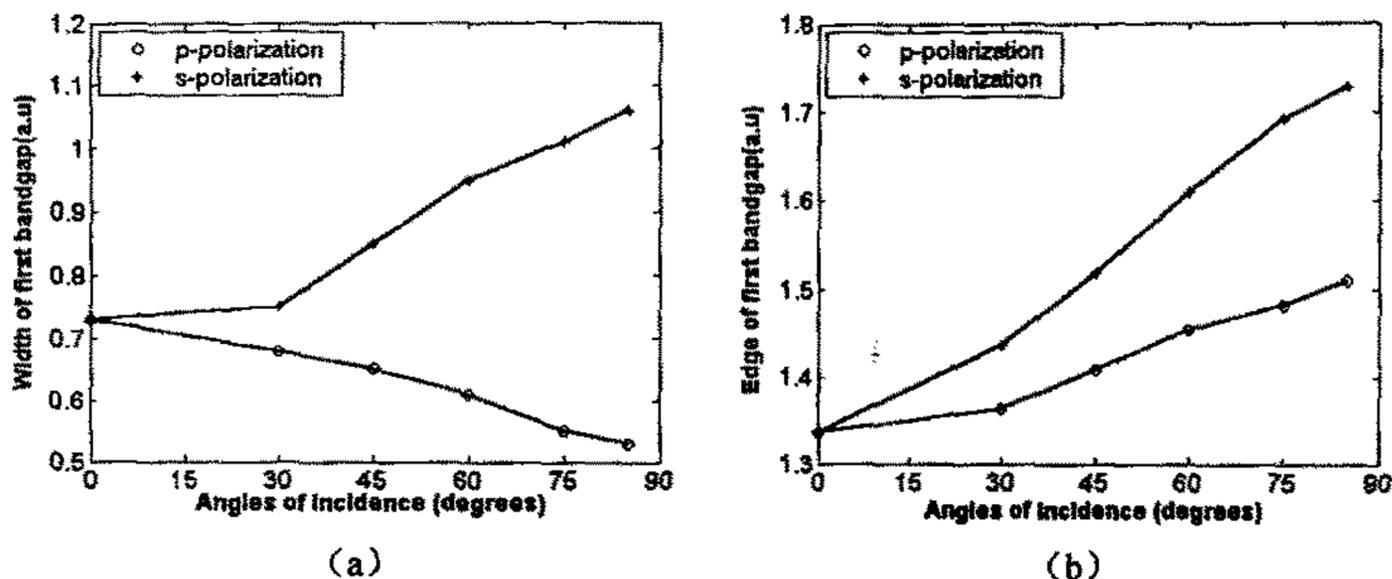


图 10. 第一光子禁带宽度、边沿随偏振光入射角的变化曲线

Fig.10 The width and edge of the first photonic bandgap changed with angles of incidence

#### 2.3.4 结论

从图中可以看出, 不同入射角度和偏振状态下光子带隙有以下特点:

(1) 在光线正入射时, 如图 2 和图 3 中的 (a), 在  $g=1, 3, 5$  等奇数处反射率为 1, 出现光子禁带, 且 p 偏振光和 s 偏振光的禁带位置完全相同; 在不同禁带之间为光子透射带, 其中均匀分布着反射率的局域极大值和极小值.

(2) 随着入射角度的增加, p 偏振光和 s 偏振光的禁带中心位置均向短波方向移动, 从图 2 和图 3 的 (a)-(f) 图中可以明显地看出这一点.

(3) 从图 4 中可以看出, 随着入射角度的增加, s 偏振光的第一禁带宽度有明显增宽, 而 p 偏振光的第一禁带宽度略有减小.

(4) 从图 5 中可以看出, 对于第一禁带, p 偏振光和 s 偏振光的禁带边沿均向短波方向移动, 随着入射角度的增加, s 偏振光的禁带边沿比 p 偏振光移动更为显著.

(5) 随着入射角度的增加, 透射带中间的一个反射率局域极大值逐渐增大, 其分布的波长范围加宽, 并逐渐演变为反射率为 1 的子禁带, 且 p 偏振光和 s 偏振光的子禁带宽度都随着入射角度的增加而增大; 对比图 4 和图 5

则会发现, 在同样的角度范围内, s 偏振光比 p 偏振光的演变过程更为迅速。

从以上计算结果可以看出, 一维光子晶体光子禁带的分布特征与入射光的性质有关。入射光的偏振状态不同, 将形成不同的禁带结构, 这体现在禁带中心位置及禁带宽度的差异。当入射角度连续变化时, p 偏振光和 s 偏振光的光子禁带表现出不同的演化特点。因此在设计和构造光子晶体时必须考虑光的偏振状态和入射角度等因素对带隙结构的影响。

一般说来, 光子晶体应具有完全的、三维的光子带隙, 在光子带隙范围内, Maxwell 方程没有任何传播模式的解。也就是说, 在某些共同的频率范围内, 任何偏振光以任何入射角度入射都不能在光子晶体中传播, 这些共同的频率范围就是光子晶体的完全带隙, 具有完全带隙的一维光子晶体又称为全方位反射镜<sup>[6]</sup>。利用这一特征可以制造高品质的全方位反射镜及超低损耗波导。

在这一节中用特征矩阵法得到了一维光子晶体反射率的计算公式, 并以  $\lambda/4$  结构为例, 计算了不同入射角度和偏振状态的入射光的反射率, 分析了偏振状态和入射角度的改变对光子带隙分布的影响。本节得到的结果对于研究一维光子晶体完全带隙产生的条件有一定的参考价值。

参考文献

1. J.M.Bendickson, J.P.Dowling, M. Scalora. *Phys.Rev.E.* 1996,53(4): 4107—4121
2. 黄昆原著, 韩汝琦改编. 固体物理学. 北京: 高等教育出版社, 1988, p153—157
3. A.L.Rabenstein, *Elementary Differential Equations with Linear Algebra*, 3rd ed. (Academic, New York, 1982) Sec.4.5.
4. 顾国昌, 李宏强等. 一维光子晶体材料中的光学传输特征. *光学学报*, 2000, 20 (6): 728—734
5. 唐晋发, 顾培夫编. 薄膜光学与技术. 北京: 机械工业出版社. 1987: 17—20
6. Yoel Fink, Joshua N. Winn, Shanhui Fan, et al. *Science*, 1998, 282(27):1679—1682

### 第三章 一维光子晶体中的电磁模密度

#### 3.1 引言

在研究光子晶体的最初工作中,人们希望利用光子晶体的性质实现对原子自发偶极辐射的控制,因而光子晶体的电磁特性就成为理论工作者的研究课题之一。在研究光与光子晶体相互作用过程中,光波场的电磁模密度(EDOM)是一个重要的物理量。光子晶体实际上是一种特殊的介质腔,光在其中发生的散射和干涉产生了腔限制效应,引起了光子晶体中电磁模式的改变,从而影响到光波场的电磁模密度的分布。

根据 Fermis golden rule<sup>[1]</sup>,原子的自发辐射几率及黑体辐射的谱密度都正比于EDOM,因此如果能够控制或调制EDOM的分布,就能够改变与EDOM有关的各种量子力学过程,如增强或抑制自发辐射,进而制成光子带边激光器<sup>[2]</sup>,光学频率转换晶体材料<sup>[3]</sup>等。因此人们采用各种方法调制EDOM分布,以改变电偶极子辐射几率,如金属腔、介质腔、超晶格等,这些都是利用了均匀介质加了边界条件限制或是不均匀介质。本章从电磁模密度的概念出发,着重讨论一维光子晶体中的电磁模密度的分布特征及与光子带隙结构的关系。

#### 3.2 在各向同性、有限大小的均匀介质中的EDOM

1865年,J.C.Maxwell提出了电磁波的概念,1888年,H.Hertz从实验上证实了光波是电磁波。根据Maxwell方程,在高斯单位制和库仑规范下可导出电磁场的矢量势 $\vec{A}$ 所满足的波动方程:

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

假定电磁场被限制在一个边长为L的立方腔内,或更普遍地说,电磁场在x、y、z三个空间方向上满足周期性的边界条件:

$$E(\alpha, t) = E(\alpha + L, t) \quad \alpha = x, y, z \quad (2)$$

这时可得到方程(1)的一般解<sup>[4]</sup>。

用分离变量法把矢量势分解为时间部分和空间部分的乘积,即

$$\vec{A}(r, t) = q(t)\vec{A}(\vec{r})$$

代入方程 (1), 可得

$$\nabla^2 \vec{A}(\vec{r}) + K^2 \vec{A}(\vec{r}) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 q(t)}{\partial t^2} + \omega^2 q(t) = 0 \quad (4)$$

方程 (3) 的解是一个平面驻波<sup>[4]</sup>:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \left(\frac{4\pi c^2}{V}\right)^{1/2} \vec{e} \exp(i\vec{K} \cdot \vec{r}) \quad (5)$$

$$K = \frac{\pi}{L}(l_x, l_y, l_z) \quad (6)$$

$$l_x, l_y, l_z = 0, \pm 1, \pm 2 \dots (\text{但不能同时为零}).$$

每一组  $(l_x, l_y, l_z)$  对应于一个波矢  $\vec{K}_j$ , 因此,  $\vec{K}_j$  是一个分离的量。

$$\vec{A}_j(\vec{r}) = \left(\frac{4\pi c^2}{V}\right)^{1/2} \vec{e}_j \exp(i\vec{K}_j \cdot \vec{r}) \quad (7)$$

$\vec{e}_j$  为  $\vec{A}_j$  方向上的单位矢量,  $\vec{A}_j$  的极化方向与传播方向垂直,  $\vec{A}_j$  在与  $\vec{K}_j$  垂直的平面内有两个独立的正交极化分量。

与  $\vec{K}_j$  相对应的时间部分的解为:

$$q_j(t) \propto \exp(-i\omega_j t) \quad (8)$$

一个确定的  $\vec{K}_j$  对应着电磁场的一个模式, 每个模式包含了两个极化分量。因此,  $\vec{A}$  的一般解可以表示为上述空间部分特解和时间部分特解乘积的线性组合。

从以上分析可以看出, 在周期性边界条件的限制下, 波矢  $\vec{K}_j$  的取值不是任意的, 所有允许的波矢  $\vec{K}_j$  在  $K$  空间内构成一个三维点阵, 每一点对应一个  $\vec{K}_j$  值, 代表一个电磁模式。因此, 在  $\vec{K} \rightarrow \vec{K} + \Delta\vec{K}$  之间的电磁场的模式数就是  $K$  空间中  $\vec{K} \rightarrow \vec{K} + \Delta\vec{K}$  之间的点数, 这个区域是以  $K$  为半径和以  $\vec{K} + d\vec{K}$  为半径的球壳间的体积, 其值近似为  $4\pi K^2 dK$ , 假定  $K$  和  $dK$  均为正, 只计算第一象

限即可。在  $K$  空间中，每个格点占有的体积为  $(\frac{\pi}{L})^3$ ，因此可求出  $\vec{K} \rightarrow \vec{K} + d\vec{K}$  间的格点数为： $\frac{4}{8}\pi K^2 dK (\frac{\pi}{L})^{-3}$ 。

在  $\vec{K} \rightarrow \vec{K} + d\vec{K}$  之间的电磁场的模式数为：

$$2 \times (\frac{4}{8}\pi) K^2 dK (\frac{\pi}{L})^{-3} = K^2 dK \cdot L^3 / \pi^2 \quad (9)$$

定义电磁场的模密度 (EDOM) 为单位体积含有某一特定波矢范围的模的个数：

$$\rho_{K_j} dK_j = K_j^2 dK_j / \pi^2 \quad (10)$$

由于  $K_j = \omega_j / c$ ，所以 EDOM 又可表示为

$$\rho_{\omega_j} d\omega_j = \omega_j^2 d\omega_j / \pi^2 c^3 \quad (11)$$

由此可见，在各向同性的、有限大小的均匀介质中，EDOM 在  $K$  空间是均匀分布的，由 (10) 式和 (11) 式可知，EDOM 的大小正比于波矢  $K_j$  的平方，或频率  $\omega_j$  的平方。如图 1 所示。

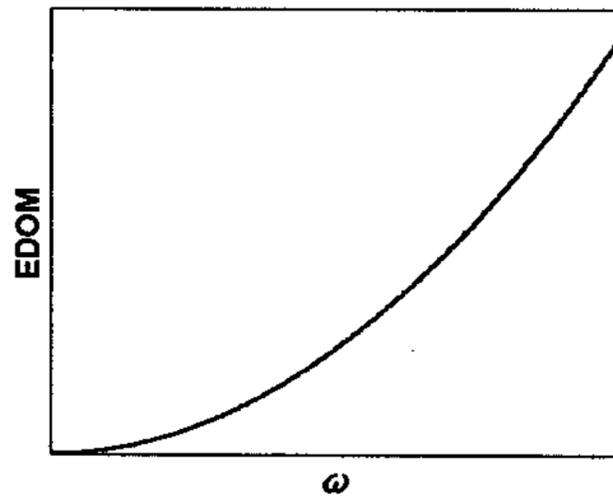


图 1 有限均匀介质中的电磁模密度

Fig.1 The EDOM in finite homogeneous medium

### 3.3 一维光子晶体中的 EDOM 的定义及解析表达式

在一维光子晶体中，折射率在一维方向上周期性地变化， $n = n(x)$ 。

方程(3)写成一维的形式是：

$$\frac{d^2 A_k(x)}{dx^2} + \frac{\omega_k^2}{c^2} n^2(x) A_k(x) = 0 \quad (12)$$

$c$  是真空中的光速, 频率  $\omega_k$  通过色散关系  $K = K(\omega)$  与  $K$  相联系。若一个频率是  $\Omega_0$  的谐振子掩埋在一维光子晶体的  $0 \rightarrow d$  的基本周期内部, 例如  $x_0$  处, 这个非均匀的  $n(x)$  分布将改变它在自由空间的发射几率, 这个发射几率相对于自由空间是  $\gamma$ <sup>[5]</sup>:

$$\gamma = \Omega_0 |A_k(x_0)|^2 \frac{dK}{d\omega} \Big|_{\omega=\Omega_0} \quad (13)$$

根据 Fermi's golden rule<sup>[1]</sup>, 在原子微腔内的自发辐射几率  $\gamma$  正比于原子自身电场强度的平方  $|E_k(x_0)|^2$  和 EDOM  $\rho(\omega)$ , 由于  $|E_k(x_0)|^2 \propto |A_k(x_0)|^2$ , 所以我们可以定义在一维光子晶体中的 EDOM 为:

$$\rho(\omega) = \frac{dK}{d\omega} \quad (14)$$

(14) 式的表观含义是 EDOM 代表了一维光子晶体中每单位频率内的波数。利用定义式 (14) 可由色散关系  $K = K(\omega)$  直接计算 EDOM, 即解方程(12)的本征值。在第二章中用传输矩阵方法和一维散射理论<sup>[6]</sup>, 已经推导出了一维光子晶体的透射系数和透射率, 在此基础上可进一步求出  $\rho(\omega)$  的解析表达式。

假设一个频率为  $\omega$ 、单位振幅的电磁波, 在  $x=0$  处的位相为零, 从左边垂直入射到一维光子晶体的一个基本周期中, 则透射波的复透射系数  $t$ <sup>[5]</sup> 可表示为:

$$t(\omega) = X(\omega) + iY(\omega) = \sqrt{T} e^{i\phi} \quad (15)$$

$$\text{tg}\phi = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} \quad (16)$$

式中  $T$  为透过率:  $T = t \cdot t^*$ ,  $X(\omega), Y(\omega)$  分别是复透射系数的实部和虚部;  $\phi$  是光通过一个基本周期后相位的变化, 因此,  $\phi = Kd$ ,  $K$  是光波在介质中的波数,  $d$  是基本周期的物理长度。这样, 色散关系可以写成:

$$\text{tg}Kd = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} \quad (17)$$

微分两边可得到:  $\frac{d}{d\omega}(\text{tg}Kd) = \frac{d}{d\omega} \left[ \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} \right]$

即：

$$\sec^2(Kd) \frac{dK}{d\omega} = \frac{1}{d} \frac{Y'X - X'Y}{X^2}$$

这里  $X'$ 、 $Y'$  均为  $X$ 、 $Y$  对  $\omega$  的微分，利用  $tg^2\theta + 1 = \sec^2\theta$ ，可解出  $\frac{dK}{d\omega}$ ：

$$\rho(\omega) = \frac{dK}{d\omega} = \frac{1}{d} \frac{Y'X - X'Y}{X^2 + Y^2} \quad (18)$$

不论一个基本周期折射率的空间分布如何，(18)式都是成立的，它是关于  $\rho(\omega)$  的普遍表达式。由(18)式可知，只要求出介质的透射系数的实部和虚部，就可以得到  $\rho(\omega)$  的值，这个结论同样适用于由  $N$  个基本周期组成的一维光子晶体。

我们已经知道单位振幅的光波穿过光子晶体的一个基本周期时的传输矩阵为<sup>[6]</sup>：

$$M = \begin{bmatrix} 1/t & r^*/t^* \\ r/t & 1/t^* \end{bmatrix}$$

通过引入无限多个这种基本周期单元组成的介质材料的 Bloch 函数  $u_B$  和 Bloch 位相  $\beta$ ，可得到透射系数  $t$  的倒数的实部与 Bloch 位相  $\beta$  的关系式<sup>[5]</sup>：

$$\text{Re}\{1/t\} = \cos\beta。$$

利用 Cayley-Hamilton 定理<sup>[7]</sup>求出  $N$  个基本周期组成的一维光子晶体的传输矩阵为：

$$M^N = M \frac{\sin N\beta}{\sin\beta} - I \frac{\sin(N-1)\beta}{\sin\beta} \quad (19)$$

式中， $I$  为单位矩阵。

$M^N$  可以表示为：

$$M^N = \begin{bmatrix} 1/t_N & r_N^*/t_N^* \\ r_N/t_N & 1/t_N^* \end{bmatrix} \quad (20)$$

把(19)式写成矩阵形式，与(20)式对照可得：

$$\frac{1}{t_N} = \frac{1}{t} \frac{\sin N\beta}{\sin\beta} - \frac{\sin(N-1)\beta}{\sin\beta} \quad (21a)$$

$$\frac{r_N}{t_N} = \frac{r}{t} \frac{\sin N\beta}{\sin\beta} \quad (21b)$$

这样, 分别求出  $t_N$  的实部  $X_N$  和虚部  $Y_N$ , 就可以求出 EDOM。

对于由  $N$  个基本周期组成的一维光子晶体, EDOM 为  $\rho_N = \frac{dK_N}{d\omega}$ , 透射系数为:

$$t_N = X_N + iY_N = \sqrt{T_N} e^{i\phi_N} \quad (22)$$

利用关系式  $\text{Re}\{1/t\} = \cos \beta$  和 (21a) 式及单个周期的透射系数  $t=X+iY$ , 可以求出:

$$X_N = \frac{X \sin N\beta \sin \beta - (X^2 + Y^2) \sin \beta \sin(N-1)\beta}{\sin^2 N\beta - 2X \sin N\beta \sin(N-1)\beta + (X^2 + Y^2) \sin^2(N-1)\beta} \quad (23a)$$

$$Y_N = \frac{Y \sin N\beta \sin \beta}{\sin^2 N\beta - 2X \sin N\beta \sin(N-1)\beta + (X^2 + Y^2) \sin^2(N-1)\beta} \quad (23b)$$

这样就得到了一维光子晶体中的 EDOM 的解析表达式:

$$\rho_N(\omega) = \frac{dK_N}{d\omega} = \frac{1}{Nd} \frac{Y_N' X_N - X_N' Y_N}{X_N^2 + Y_N^2} \quad (24)$$

从原则上讲, 直接微分  $X_N$  和  $Y_N$  就可以求出  $\rho_N$ , 但是由于它们都是  $\omega$  的复杂函数, 因此直接求微分计算将是很繁琐的, 可以采取以下的简化方法:

令  $Z_N = \frac{Y_N}{X_N}$ , 则  $\phi_N = K_N D = \text{tg}^{-1}(Z_N)$ , EDOM 可表示为:

$$\rho_N(\omega) = \frac{dK_N}{d\omega} = \frac{1}{D} \frac{d}{d\omega} (\text{tg}^{-1} Z_N) = \frac{1}{D} \frac{Z_N'}{1 + Z_N^2} \quad (25)$$

式中  $D=Nd$ , 是  $N$  个周期的一维光子晶体的总长,  $Z_N'$  表示  $Z_N$  对  $\omega$  的微分。

$$Z_N = \frac{Y \sin N\beta}{X \sin N\beta - (X^2 + Y^2) \sin(N-1)\beta} \quad (26)$$

由于透过率  $T = X^2 + Y^2$ , 引入两个参数  $\xi, \eta$  且  $\xi = \frac{X}{T}, \eta = \frac{Y}{T}$ , 再根据  $\text{Re}\left\{\frac{1}{t}\right\} = \text{Re}\left\{\frac{1}{X+iY}\right\} = \frac{X}{X^2+Y^2} = \xi = \cos \beta$ , (26) 式可化简为:

$$Z_N = Z \text{tg} N\beta \text{ctg} \beta \quad (27)$$

因此,  $\text{tg} \phi_N = \text{tg}(K_N D) = Z_N = Z \text{tg} N\beta \text{ctg} \beta$  (28)

式中  $Z = \frac{Y}{X}$ 。

现在利用 (25) 式和  $Z_N$  的表达式, 就可以计算出  $\rho_N$ :

$$\rho_N = \frac{1}{D} \cdot \frac{\frac{1}{2} [\sin(2N\beta) / \sin \beta] [\eta' + \eta \xi \xi' / (1 - \xi^2)] - N \eta \xi' / (1 - \xi^2)}{\cos^2 N\beta + \eta^2 [\sin(N\beta) / \sin \beta]^2} \quad (29)$$

上式表明:  $\rho_N$  是周期数  $N$ , Bloch 位相  $\beta$  和透射系数  $t$  的函数。(29) 式是  $\rho_N$  的普遍解析表达式, 没有作任何近似, 对于一维光子晶体任何一种基本周期的折射率分布  $n = n(x)$ , 该公式都是适用的。

### 3.4 有限周期 $\lambda_0/4$ 结构一维光子晶体的 EDOM

利用上述的  $\rho_N$  的普遍解析表达式, 我们以  $\lambda_0/4$  薄片组成的一维光子晶体为例计算有限周期一维光子晶体的 EDOM。这种一维光子晶体的一个基本周期是由折射率分别为  $n_1$ 、 $n_2$  ( $n_1 < n_2$ ) 的两种介质组成, 每层介质的几何厚度分别是  $a$ 、 $b$ , 而每层介质的光学厚度是某一参考波长  $\lambda_0$  的  $1/4$ 。它符合下面的关系:

$$n_1 a = n_2 b = \frac{\lambda_0}{4} = \frac{\pi c}{2\omega_0}$$

$\omega_0$  为参考波长  $\lambda_0$  的相应频率。

对于这种一维光子晶体可以计算出它的复透射系数  $t$  的实部和虚部, 以及两个参数  $\xi$  和  $\eta$  的值<sup>[5]</sup>, 将这些参数代入 (29) 式, 即可求出  $\rho_N$  随相对频率  $g = \frac{\omega}{\omega_0}$  变化的关系。

定义一个体材料的群速度为:

$$v^{bulk} = \frac{c}{2} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \quad (30)$$

式中  $c$  是真空中光速。对于由确定的两种介质组成的光子晶体,  $v^{bulk}$  是一个常数。

设  $n_1 = 1.35(MgF_2)$ ,  $n_2 = 2.35(TiO_2)$ ,  $\lambda_0 = 1\mu m$ , 可计算出  $\rho_N$  随  $g$  变化的值, 其

数值解表示在图 2 和图 3 中，图中横坐标为  $g = \frac{\omega}{\omega_0}$ ，纵坐标为  $v^{bulk} \rho_N$ ，乘  $v^{bulk}$

是为了使  $\rho_N$  在数值上归一化。

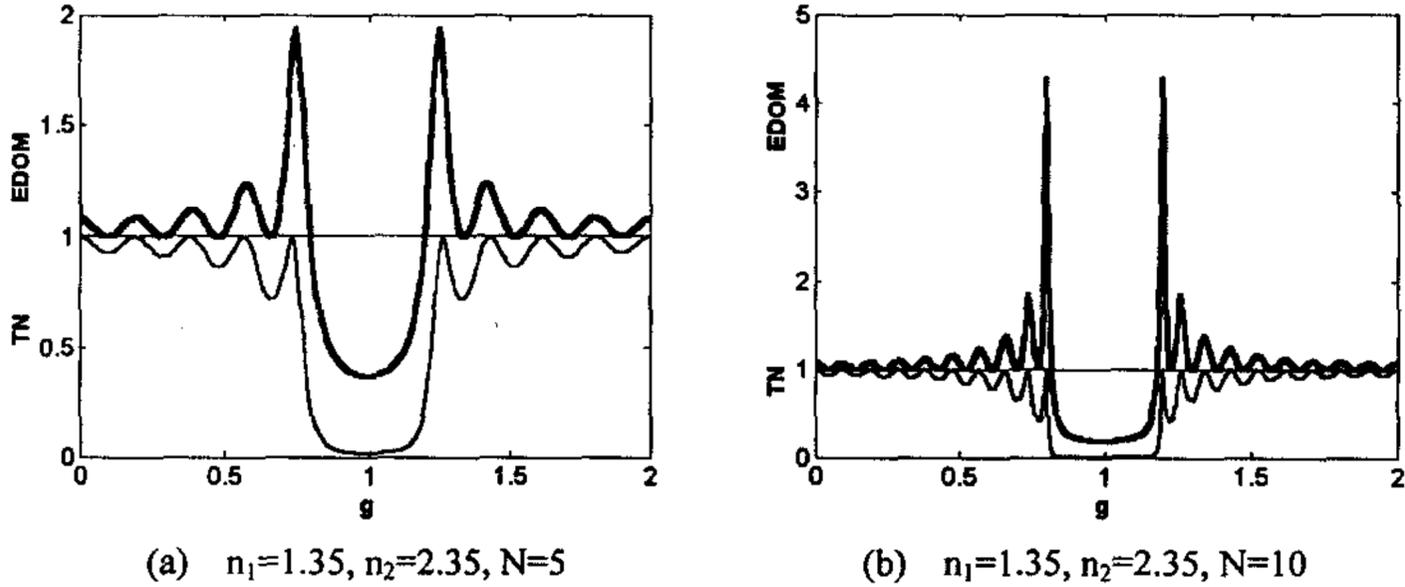
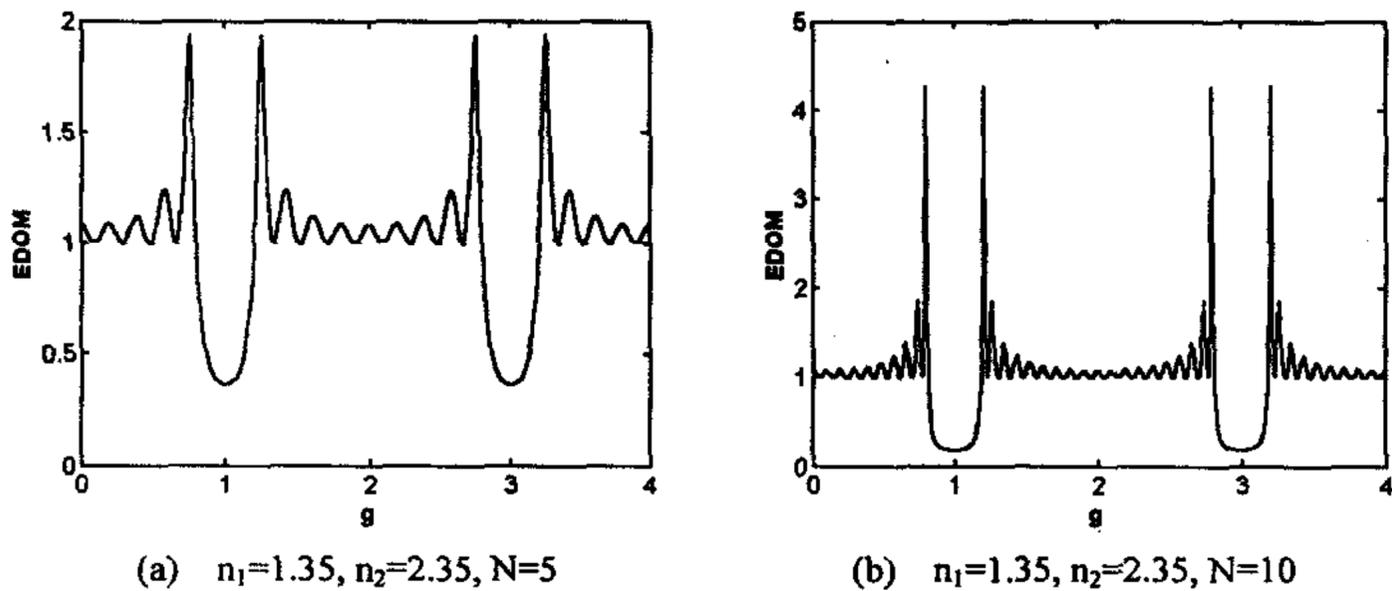


图 2 有限周期  $\lambda_0/4$  结构一维光子晶体的 EDOM 和透过率

Fig.2 The EDOM and transmittance of N-period, quarter-wave 1D photonic crystal

在图 2 中用粗实线和细实线分别描绘了  $N$  个周期  $\lambda_0/4$  结构一维光子晶体的 EDOM 和透过率  $T_N$ ，(a) 和 (b) 分别表示了  $N$  为 5 和 10 的情况。对于  $\lambda_0/4$  结构一维光子晶体，其光子禁带发生在  $g=1, 3, 5, \dots$  等位置。从图 2 中可以看出，EDOM 受到光子晶体带结构的调制，和在均匀介质中的分布完全不同。EDOM 在光子禁带很小，在光子透射带是有限的振荡起伏的值，特别值得注意的是 EDOM 在透射带与禁带的边缘处突然地增强，这是一个非常重要的特征。



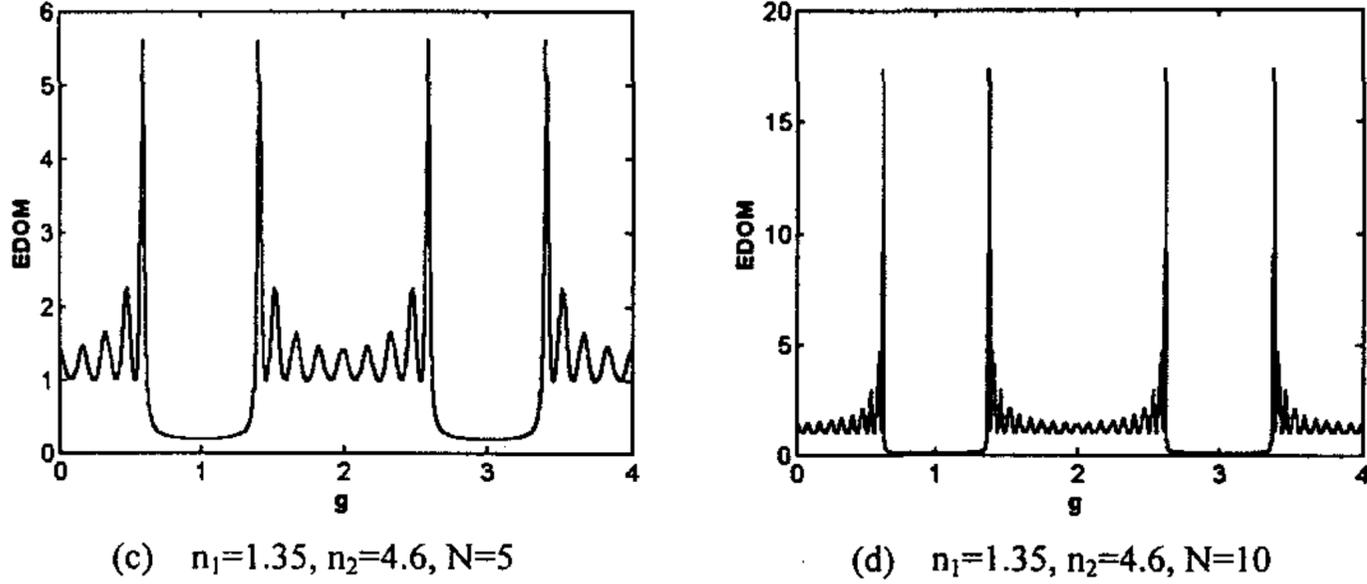

 图 3 有限周期  $\lambda_0/4$  结构一维光子晶体的 EDOM

Fig.3 The EDOM of N-period, quarter-wave 1D photonic crystal

### 3.5 光子带隙边缘处 EDOM 的增强

在 (29) 式中, 当  $N\beta = m\pi (m = 0, 1, 2, \dots, N-1)$  时,  $\beta$  从 0 逐渐变到  $\pi$ , 在这些值处,  $\sin N\beta = 0, \sin 2N\beta = 0, \cos^2 N\beta = 1$ ,  $\rho_N$  的分母中随  $\beta$  快速变化的项等于 1, 为极小值;  $\rho_N$  的分子为:  $-N\eta\xi'/(1-\xi^2)$ 。即当  $\beta$  从 0 变到  $\pi$  时,  $\rho_N$  有  $N$  个局域的最大值:

$$\rho_N^{\max} \Big|_{\beta=\frac{m\pi}{N}} = -\frac{1}{D} \frac{N\eta\xi'}{1-\xi^2} \Big|_{\beta=\frac{m\pi}{N}} \quad (31)$$

对于  $\lambda_0/4$  结构的一维光子晶体, 由于  $n_1a = n_2b = \frac{\pi c}{2\omega_0}$ , 因此:

$$a+b = d = \frac{\pi c}{2\omega_0} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) = \frac{\pi}{\omega_0} v^{\text{bulk}} \quad (32)$$

把 (32) 式代入 (31) 式, 经过代数运算可以得到  $\lambda_0/4$  结构一维光子晶体的  $\rho^{\max}$  为:

$$\rho_N^{\lambda_0/4-\max} \Big|_{\beta=\frac{m\pi}{N}} = \frac{1}{v^{\text{bulk}}} \frac{1 - 2T_{12} \sin^2(m\pi/2N)}{T_{12} \cos^2(m\pi/2N)} \quad (33)$$

当  $m = N-1$  时,  $\rho_N$  是最靠近第一禁带左边边缘处的 EDOM 局域最大值, 将  $m = N-1$  代入 (33) 式可得该最大值为:

$$\rho_N^{\lambda_0/4-\max} \Big|_{\beta=\frac{(N-1)\pi}{N}} = \frac{1}{v^{bulk}} \frac{1 - 2T_{12} \cos^2\left(\frac{\pi}{2N}\right)}{T_{12} \sin^2\left(\frac{\pi}{2N}\right)} \quad (34)$$

根据式 (34) 进行数值模拟计算, 其结果表示在图 3 (以  $N$  为横坐标,  $v^{bulk} \rho_N^{\lambda_0/4-\max}$  为纵坐标) 中。从图 3 中可以直观地看到该局域最大值随周期数  $N$  的变化趋势。

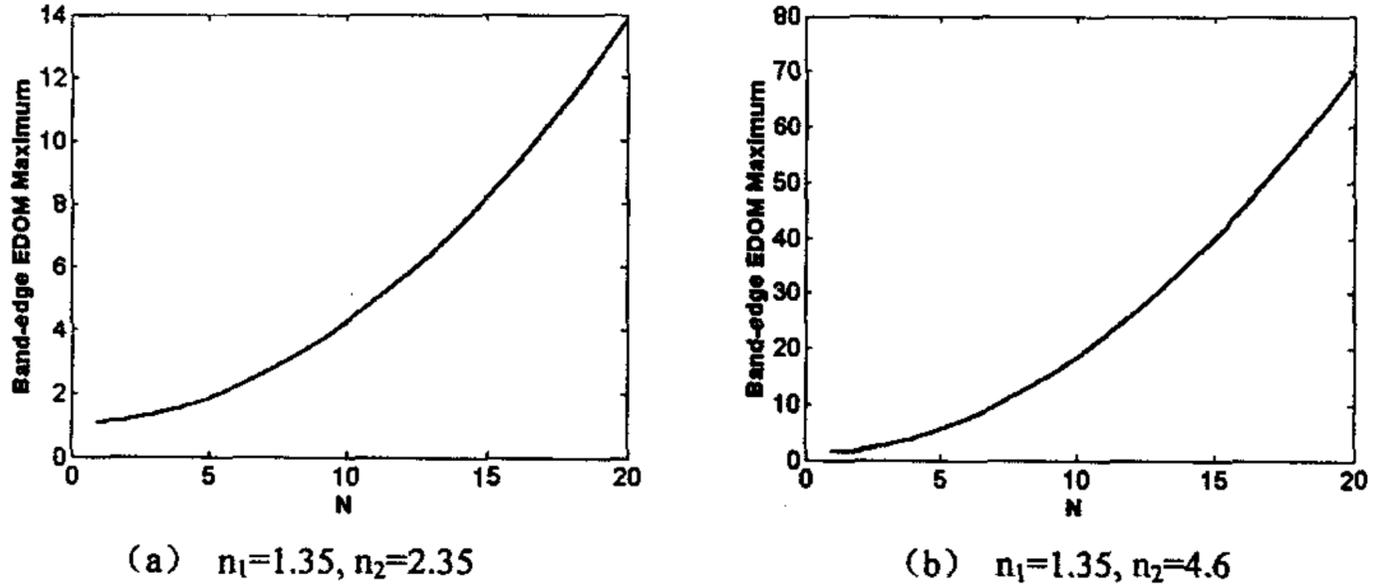


图 4 有限周期  $\lambda_0/4$  结构一维光子晶体的带边 EDOM 最大值

Fig.4 The Band-edge EDOM maximum of  $N$ -period, quarter-wave 1D photonic crystal

当  $N$  足够大时,  $\frac{\pi}{2N}$  是小量, 可对 (34) 式中的三角函数进行泰勒展开, 得到:

$$\rho_N^{\lambda_0/4-\max} \Big|_{\beta=\frac{(N-1)\pi}{N}} \approx \frac{1}{\pi^2 v^{bulk}} \frac{(n_1 - n_2)^2 N^2}{4n_1 n_2} \quad (35)$$

(35) 式的结果表示, 对于足够大的  $N$ , 带边缘处的 EDOM 值近似正比于  $N^2$ 。当  $\beta$  的值在  $[\pi, 3\pi]$ 、 $[3\pi, 5\pi]$ ... 范围内变化时,  $\rho_N$  都有相同的情况。即在透射带与禁带的边缘处的 EDOM 被极大地增强。由数值计算的结果图 3 (a) 和 (b) 的对比中可以明显看出这一点。

另外, 由 (35) 式可知, 带边缘处的 EDOM 还近似正比于  $(n_1 - n_2)^2 / (n_1 n_2)$ , 即两种介质折射率的差值越大, EDOM 越大。图 3 中的 (c) 和 (d) 表示的是当  $n_1=1.35$  (MgF<sub>2</sub>),  $n_2=4.6$  (聚苯乙烯) 时进行数值模拟计算的结果, 其带边缘处的 EDOM 的值比图 (a)、(b) 中要高得多。对比图 4 (a) 和 (b) 会发现,

在周期数相同的情况下，介质折射率的差别越悬殊，带边缘处的 EDOM 增强的幅度越大。

(35) 式的结果是当  $N$  很大时，对 (34) 式求泰勒级数展开且取近似得到的，由于计算的结果只是当  $N=5$  和  $10$  的情况，因此图 2 所得到 EDOM 的值不能严格符合(35)式的 EDOM 与  $N^2$  及  $(n_1 - n_2)^2 / (n_1 n_2)$  成正比的关系。但是 EDOM 随这些参量变化的趋势相同。数值计算结果与近似理论公式 (35) 基本相符。从原则上讲，可以从 (29) 式出发讨论 EDOM 的极大值问题，由于各参数都是频率的复合函数，并与结构有关，其数学运算非常复杂，因而很难得到直观的结果。

### 3.6 结论

以上用一维光子晶体透射系数求出了 EDOM 的解析表达式，并对一种典型结构的一维光子晶体的 EDOM 进行了计算和分析。数值计算的结果表明光子晶体中 EDOM 的分布与在均匀介质中完全不同。EDOM 在光子禁带很小，在光子透射带是有限的振荡起伏的值，其分布明显受到光子带结构的调制。EDOM 在透射带与禁带的边缘处突然地增强，这是一个非常重要的特征。它可以大大增强在此处的自发辐射强度，从而可以制作光子频率转换器、光学延迟线、激光二极管等。

参考文献

1. W. Heitler. *The Quantum Theory of Radiation*. 3rd ed., New York, Dover. 1984:251~286
2. Michael Scalora, Jonathan P. Dowling, et al. *J. Appl. Phys.*, 1994, 76(4): 2023~2026
3. Vladimir V. Konotop, Vladimir Kuzmiak. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1999, 16 (9): 1370~1376
4. 王忠和, 张光寅. *光子学物理基础*. 北京, 国防工业出版社. 1998: 6~20
5. Jon M. Bendickson, Jonathan P. Dowling, Michael Scalora. *Phys. Rev. E*. 1996, 53 (4): 4107~4121
6. M. G. Rozman, P. Reineker, R. Tehver. *Phys. Lett. A*. 1994, 187(1): 127~131
7. A.L.Rabenstein. *Elementary differential Equations with linear Algebra*. 3rd ed. New York, Academic. 1982: 178~226

## 第四章 一维光子晶体的有效折射率及色散特性

## 4.1 引言

近年来,周期性结构的光子晶体由于具有独特的性质和广泛的应用前景引起人们极大的关注,越来越多的科研工作者投入到光子晶体的研究工作中。光子晶体中最简单的类型是一维光子晶体,其折射率在一定的空间方向上周期性地变化。一维光子晶体以光子禁带的存在为主要特征,具有物理模型简单直观的特点。理论和实验研究表明一维光子晶体材料中可以存在高增益的局域光场以及显著的时间延迟效应<sup>[1]</sup>,可以预期与之相关的一系列非线性光学效应,如高次谐波的产生、光学双稳态等<sup>[2]</sup>。

相对于其他高维的光子晶体,一维光子晶体结构简单、易于制造,同时也具备二维或三维光子晶体的性质,因此潜在的应用价值巨大。作为一种新型人工材料,光子晶体最具有潜力的应用是制作各种线性或非线性光学器件,包括非线性光子晶体限幅器<sup>[3]</sup>、光子带边激光器<sup>[4]</sup>、高增益光学参量放大器<sup>[5]</sup>等等。这些光学器件将会为光传输领域和非线性光学带来全新的应用,其特性有可能改变一些传统光学器件的工作方式。作为光学参量相互作用的器件,如二次谐波、频率上转换或下转换材料,要求光学材料本身可以实现光学相位匹配,才能保证较高的转换效率。因此研究光子晶体的色散特性具有重要的实际意义。

## 4.2 有限周期一维光子晶体的复有效折射率

一维光子晶体是由不同折射率的介质薄片叠合而成的空间周期性结构材料,其组成介质通常是各向同性的,有确定的折射率。一般说来,色散特性是指介质的折射率随频率变化的关系。对于光子晶体这种折射率受到周期性调制的特殊结构材料,我们引入“复有效折射率”的概念来描述其色散特性。

考虑一维有限周期光子晶体,对于频率为 $\omega$ 的入射光场,设其复透射系数为:

$$t(\omega) = x(\omega) + iy(\omega) = \sqrt{T}e^{i\phi} \quad (1)$$

$$\text{其中} \quad \phi_r = \text{tg}^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \pm m\pi \quad (2)$$

在(1)式中,  $x(\omega)$  和  $y(\omega)$  分别为复透射系数的实部和虚部,  $T$  表示入射

光场的透过率,  $T = |t(\omega)|^2$ 。

$\phi_i$  是光通过光子晶体传播时总的相位变化, 它包含了分层介质结构的所有信息, 如各层介质的折射率、几何厚度及总的层数等。(2)式中的  $m$  为整数, 且  $m$  的取值应使  $\phi_i(\omega)$  为单调递增函数, 同时满足当频率  $\omega$  趋于 0 时,  $m=0$ 。复透射率  $t(\omega)$  可利用传输矩阵的方法计算<sup>[6]</sup>。

对于透射光场, 我们可以仿照光在均匀介质中传播的情况, 把透射光场总的相位积累表示为:

$$\phi_i = K(\omega)D = \frac{\omega}{c} n_{eff}(\omega)D \quad (3)$$

其中,  $K(\omega)$  是有效波矢,  $D$  是一维光子晶体的几何长度,  $c$  是真空中光速, 而  $n_{eff}(\omega)$  是与光子晶体结构有关的有效折射率<sup>[7]</sup>。

当一束白光入射到光子晶体时, 由于光子禁带的存在, 在某些频率范围内的光子不能在光子晶体中传播。因此, 光子晶体的有效折射率应为一个复数, 并且在光子禁带范围内有较大的虚部值, 以至于在光子禁带有接近 100% 的散射衰减。因此, 可将透射率改写如下:

首先假定  $\sqrt{T} = |t| = e^{-\gamma D}$ , 表示单位振幅的入射光场被衰减了  $e^{-\gamma D}$ 。这里  $\gamma = \left(\frac{\omega}{c}\right) n_i$ ,  $n_i$  是有效折射率的虚部成分。按照这个构思, 把  $\sqrt{T}$  改写成  $\sqrt{T} = e^{\ln \sqrt{T}}$ 。这样, 复透射系数变为:

$$t = e^{\ln \sqrt{T}} e^{i\phi_i} = e^{i\phi} = x + iy \quad (4)$$

因此  $i\phi = i\phi_i + \ln \sqrt{T}$

$$\text{令 } i\phi = i\left(\frac{\omega}{c} \hat{n}_{eff} D\right) \quad (5)$$

透射光场相位  $\phi_i$  仍由 (2) 式表示, 这里  $\hat{n}_{eff}$  是复有效折射率, 用上置的 “^” 符号表示该量是复数。

由(5)式可得:

$$\hat{n}_{eff}(\omega) = \frac{c}{\omega D} \left[ \phi_i - \frac{i}{2} \ln(x^2 + y^2) \right] \quad (6)$$

(6) 式表明, 在光的透射带, 透射率  $T = x^2 + y^2$  不为零, 复有效折射率的虚部不为零; 而在透射带的某些频率处,  $x^2 + y^2 = 1$ , 这时复有效折射率的虚部为零。而在光子禁带,  $T \ll 1$ , 散射损耗很大, 导致光波逐渐消失, 形成消散电磁场模式, 此时  $\hat{n}_{eff}(\omega)$  有一个较大的虚部值。

由以上分析可知, 复有效折射率  $\hat{n}_{eff}(\omega)$  能够较全面地描述光在光子晶体中的传播行为。它的实部就是 (3) 式定义的光子晶体的有效折射率  $n_{eff}(\omega)$ , 它的虚部表示光在光子禁带内衰减的特性。

我们还可以把复有效折射率定义为真空中的光速与光在介质中的有效位相速度  $\omega / \hat{K}(\omega)$  的比值<sup>[7]</sup>。即:

$$\hat{n}_{eff}(\omega) = \frac{c}{\omega / \hat{K}(\omega)} = \frac{c}{\omega} \hat{K}(\omega)$$

其中  $\hat{K}(\omega)$  是复有效波矢, 上式可写为:

$$\hat{K}(\omega) = \frac{\omega}{c} \hat{n}_{eff}(\omega) \quad (7)$$

通常周期性结构的色散关系可通过求解周期性边界条件下的波方程得到, 定义了复有效折射率后, (7) 式就表示了光子晶体的一般色散关系, 而不需要附加任何特定的周期性条件。

### 4.3 一维光子晶体复有效折射率的计算实例

利用复有效折射率的定义, 通过考察其实部和虚部的变化规律, 可以进一步分析光子晶体的色散特性。用上面推导出的 (6) 式和 (7) 式, 我们来具体分析一个实例, 即  $N$  个周期  $\lambda/4$  结构一维光子晶体。

这种光子晶体的一个基本周期是由折射率和几何厚度分别为  $(n_1, n_2)$  和  $(a, b)$  的两种介质组成, 并满足下面的关系:

$$n_1 a = n_2 b = \frac{\lambda_0}{4} = \frac{\pi c}{2\omega_0} \quad (8)$$

上式中  $\lambda_0$  表示参考波长,  $\omega_0$  为与参考波长  $\lambda_0$  相对应的圆频率。

利用传输矩阵的方法<sup>[6]</sup>可推导出  $N$  个周期  $\lambda/4$  结构光子晶体的复透射率  $t_N$ , 设  $t_N = x_N + iy_N$ , 则虚部  $y_N$  与实部  $x_N$  的比值为:

$$z_N = \frac{y_N}{x_N} = \frac{y_1 \sin N\beta}{x_1 \sin N\beta - (x_1^2 + y_1^2) \sin(N-1)\beta} \quad (9)$$

其中,  $x_1$  和  $y_1$  分别是这种结构的光子晶体一个基本周期的复透射系数  $t_1$  的实部和虚部,  $\beta$  是 Bloch 位相。它们可分别由以下三式得出:

$$x_1 = T_{12} \frac{\cos \pi g - R_{12}}{1 - 2R_{12} \cos \pi g + R_{12}^2} \quad (10)$$

$$y_1 = T_{12} \frac{\sin \pi g}{1 - 2R_{12} \cos \pi g + R_{12}^2} \quad (11)$$

$$\beta = \cos^{-1} \left( \frac{\cos \pi g - R_{12}}{T_{12}} \right) \quad (12)$$

式中,  $g = \omega / \omega_0$ 。

当光垂直于光子晶体分层界面入射时, 有

$$T_{12} = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}, \quad R_{12} = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$

根据 (6) 式, 复有效折射率  $\hat{n}_{eff}(\omega)$  的实部为:

$$\text{Re}[\hat{n}_{eff}(\omega)] = \frac{c}{\omega D} \phi_t = \frac{c}{\omega D} \left[ \text{tg}^{-1} \frac{y_N}{x_N} \pm m\pi \right] \quad (13)$$

整数  $m$  的取值应使  $\phi_t$  为单调递增函数, 可将它表示为 Bloch 位相  $\beta$  的函数<sup>[6]</sup>:

$$m = \text{int} \left[ \frac{N\beta}{\pi} + \frac{1}{2} \right] \quad (14)$$

上式中的 int 为取整函数。

把(9)、(14)式代入(13)式, 经化简可得:

$$\text{Re}[\hat{n}_{eff}(\omega)] = \frac{c}{\omega D} \left\{ \text{tg}^{-1} [z_1 \text{tg}(N\beta) \text{ctg}\beta] + \text{int} \left[ \frac{N\beta}{\pi} + \frac{1}{2} \right] \pi \right\} \quad (15)$$

其中,  $z_1 = y_1 / x_1$ 。

复有效折射率  $\hat{n}_{eff}(\omega)$  的虚部为:

$$\text{Im}[\hat{n}_{eff}(\omega)] = -\frac{c}{2\omega D} \ln(x_N^2 + y_N^2) = -\frac{c}{2\omega D} \ln T_N \quad (16)$$

上式中的  $T_N$  为  $N$  个周期光子晶体的透射率<sup>[5]</sup>：

$$T_N = \left\{ 1 + \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta} \left[ \frac{1}{T} - 1 \right] \right\}^{-1}$$

$T$  是  $\lambda/4$  结构光子晶体单个周期的透射率：

$$T = \frac{T_{12}^2}{1 - 2R_{12} \cos \pi g + R_{12}^2}$$

#### 4.4 数值计算结果与分析

设  $\lambda/4$  结构光子晶体由  $n_1=1.35(\text{MgF}_2)$  和  $n_2=2.35(\text{TiO}_2)$  两种介质组成，周期数  $N=100$ ，参考波长  $\lambda_0=1 \mu\text{m}$ 。把这些参数值代入 (15) 及 (16) 式，可得到复有效折射率的实部与虚部随相对频率  $g = \omega/\omega_0$  变化的曲线，如图 1 所示。

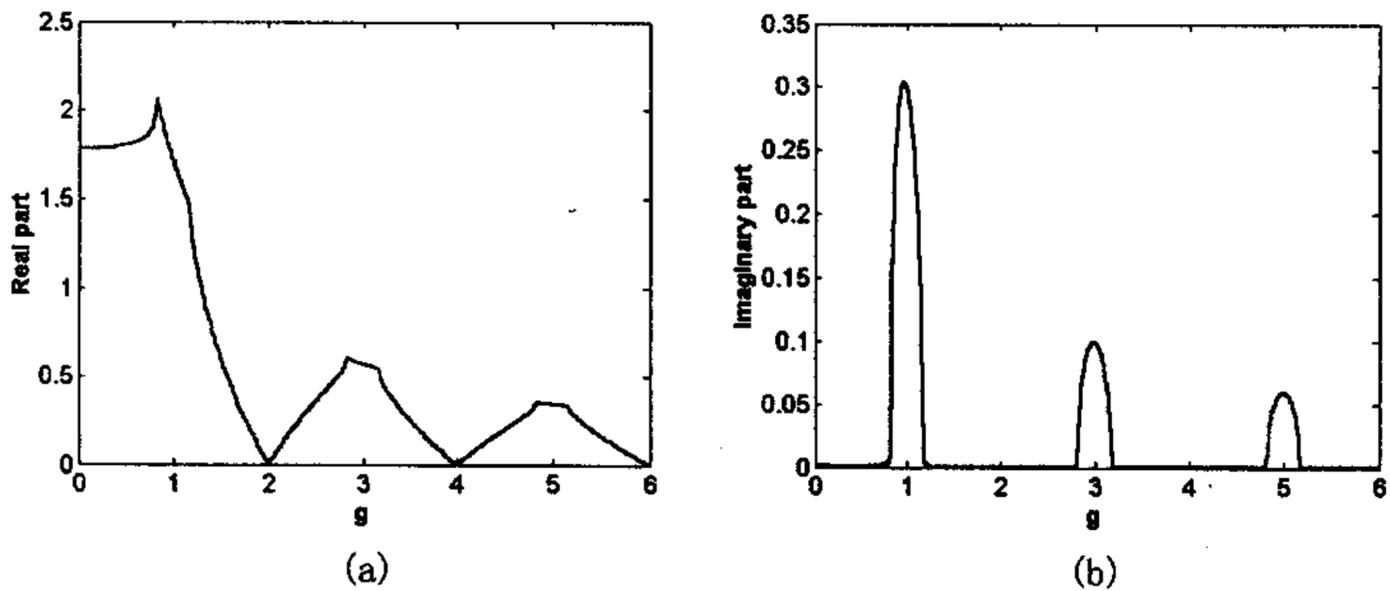


图 1.  $\lambda/4$  结构一维光子晶体复有效折射率的实部 (a) 与虚部 (b)  
( $n_1=1.35, n_2=2.35, N=100$ )

Fig.1 The real part and imaginary part of effective refractive index  
of  $N$ -period, quarter-wave 1D photonic crystal

在前一章中，我们曾用光学薄膜特征矩阵方法讨论了  $\lambda/4$  结构光子晶体的透射特征，当光垂直于光子晶体入射时，光子禁带出现在  $g = 1, 3, 5, \dots$  等处，从图 1 (b) 中可以看到，光子禁带出现的位置与前一章讨论的结果完全相同，

复有效折射率的虚部在禁带和透射带有规律地变化。在每个禁带， $\hat{n}_{eff}(\omega)$ 的虚部有较大的值，在禁带中心位置虚部达到极大值，随着  $g$  的增大，虚部极值逐渐减小，从第一禁带到第二禁带，虚部极值的衰减尤为明显。而光子透射带的虚部值远小于禁带范围内的虚部值，并且维持着微弱的振荡，这个振荡与透射率的振荡相关联，在透射率等于 1 的地方，复有效折射率的虚部为零。由此可见， $\hat{n}_{eff}(\omega)$  的虚部反映了光在光子禁带被衰减，而在光子透射带，光的损耗较小、光能透过特性。

$\hat{n}_{eff}(\omega)$  的实部反映了一维光子晶体的色散特性。从图 1 (a) 中可明显看出，在光子第一透射带，有效折射率的实部随频率升高而增加，为正常色散；而在光子禁带， $g=1, 3, 5\dots$  等处以及其他透射带的前半部分，出现了反常色散，即  $\hat{n}_{eff}(\omega)$  的实部随频率升高而减少。光子晶体在不同的频率范围表现出不同的色散特征，在第一光子禁带及第二透射带的前半部分， $\hat{n}_{eff}(\omega)$  的实部有较大幅度的变化。在第一光子禁带低频带边  $\hat{n}_{eff}(\omega)$  的实部达到极大值；在  $g=2, 4, 6\dots$  等偶数处  $\hat{n}_{eff}(\omega)$  的实部从左、右两个方向趋于零，在  $g=2, 4, 6\dots$  点， $\hat{n}_{eff}(\omega)$  的实部是具有不确定值的间断点。由以上分析可以看出，光子晶体的色散曲线受到了光子带隙结构的调制。

从图 1 (a) 还可以看出， $\hat{n}_{eff}(\omega)$  的实部在很大的频率范围内变得小于 1。这一点是普通均匀光学介质所不可能做到的。在普通的光学介质中，折射率总是大于或等于 1 的，而由它们组成的分层介质结构，即一维光子晶体，其有效折射率可以小于 1，有人把小于 1 的折射率称为反常折射率<sup>[8]</sup>，将光子晶体中这种特殊现象称为反常折射现象<sup>[9]</sup>。我们知道，普通的分光元件如光学棱镜是利用其对不同波长的光的折射率不同，产生不同的偏折角度，而把各种波长的光在空间上区分开。由于普通光学棱镜的折射率对于波长的敏感性不高，因而对于波长接近的光不能有效地分开。光子晶体材料中存在着显著的非线性色散关系，其有效折射率对于入射光频率的变化十分敏感，因此可以用来制备高分光能力的棱镜<sup>[10]</sup>。与普通光学棱镜相比，这种棱镜具有对波长变化极为敏感和体积小的优点，是研制微型分光仪和波分复用器的理想材料。

如果将组成光子晶体的两种介质折射率  $n_1$  与  $n_2$  的差别增大, 如设  $n_1 = 1.35, n_2 = 4.6$  (聚苯乙烯), 其他晶体参数与图 1 相同, 计算出有效折射率的实部和虚部随相对频率  $g = \omega/\omega_0$  的变化, 并将结果表示在图 2 中。从图 2 可以看出, 两种介质的折射率差别越大, 光子禁带越宽,  $\hat{n}_{eff}(\omega)$  的实部和虚部越大, 色散曲线受到了光子晶体带结构的调制越深。然而, 色散曲线的变化规律是相同的。

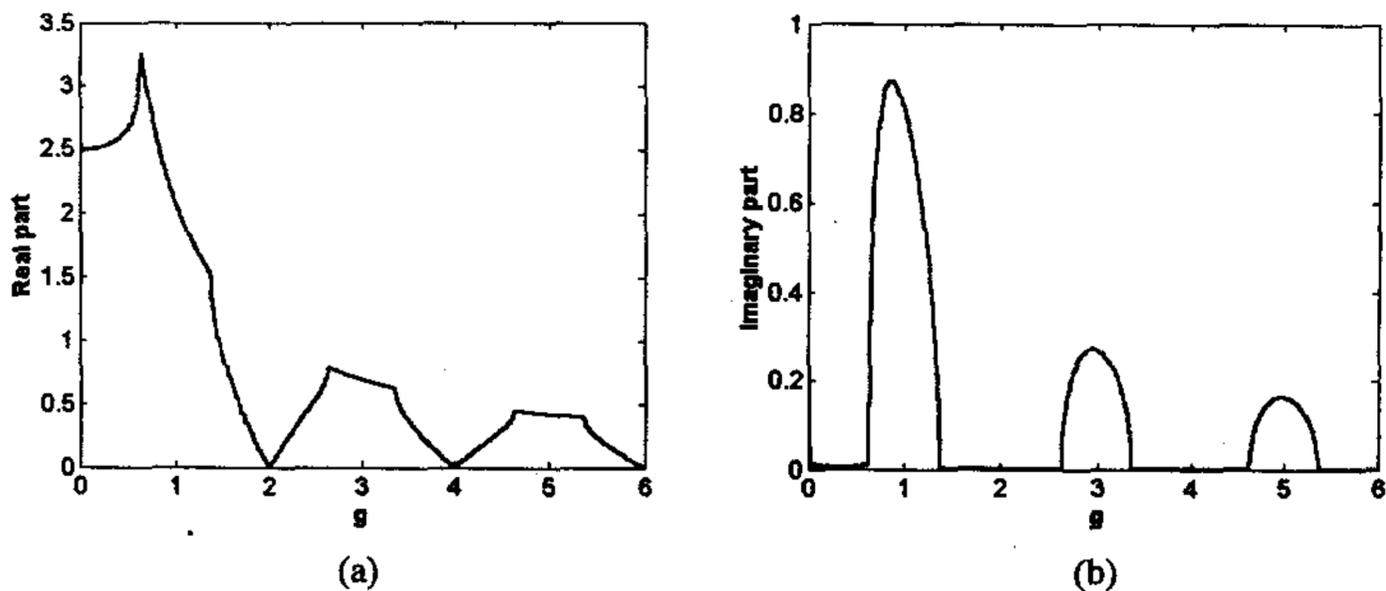


图 2.  $\lambda/4$  结构一维光子晶体复有效折射率的实部 (a) 和虚部 (b)  
( $n_1=1.35, n_2=4.6, N=100$ )

Fig.1 The real part and imaginary part of effective refractive index  
of N-period, quarter-wave 1D photonic crystal

#### 4.5 结论

本章对有限长度一维光子晶体引入了复有效折射率的概念。它的实部描述了一维光子晶体的色散特性, 虚部则反映了光在光子禁带被衰减而消失的特征。从具体计算  $\lambda/4$  结构一维光子晶体复有效折射率的结果可以看到, 光子晶体的色散特性受到光子带隙结构的调制, 在光子禁带及透射带中的一部分出现反常色散现象。这一特性为光子晶体作为非线性光学材料提供了达到相位匹配的可能性。光子晶体的色散特性可以通过调节其结构参数而改变, 只要合理选择晶体结构和非线性参量过程中相互作用的光的频率, 就可以实现相位匹配, 达到高的转换效率。这些特点为一维光子晶体作为有发展前景的非线性光学材料奠定了基础, 这一领域还有很多课题值得研究和探讨。

参考文献

1. Shamino Wang, Hernan Erlig, Harold R. Fetterman, Eli Yablonovitch et al. *Micro. Opt. Tech. Lett.* 1999,20:17~21
2. T.Hattori, N.Tsurumachi and H.Nakatsuka. *J. Opt. Soc. Am. B.* 1997,14:348~355
3. M.Scalora, J.P.Dowling, C.M.Bowden et al. *Phys. Rev. Lett.* 1994, 73:1368~1371
4. J. P.Dowling, M.Scalora, M.J. Bloemer, et al. *J. Appl. Phys.* 1994,75: 1896~1899
5. Scalora, M.J.Bloemer, A.S.Manka, et al. *Phys. Rev. A*, 1997, 56: 3166~3174
6. J. M. Bendickson, J.P. Dowling and M.Scalora. *Phys. Rev. E*, 1996, 53: 4107~4121
7. M..Centini, C.Sibilia, M.Scalora, et al. *Phys. Rev. E*, 1999, 60: 4891~4898
8. P.Dowling and C.M.Bowden. *J. Mod. Opt.* 1994,41: 345~351
9. D. Felbacq, B.Guizal and F.Zolla. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 2000,2: L30~L32
10. Yong-Hong Ye, D.Y. Jeong and Q.M.Zhang. *Appl. Phys. Lett.* 2003,82: 2380~2382

## 致 谢

首先我将诚挚的谢意献给我的导师陈慰宗教授，感谢她在我攻读硕士学位期间的悉心培养 and 在学习、生活上无微不至的关怀。导师渊博的学识，严谨求实的治学态度将使我终生受益。没有导师的精心指导和谆谆教诲，我的硕士论文不可能顺利完成。

感谢西北大学光子所王诺老师、张纪岳老师、杨志勇老师亲自授课并答疑解惑，在我学习期间给予的指导和帮助。

感谢西北大学物理系忽满利老师、王百齐老师、郑新亮老师及各位物理系辛勤的园丁的培养和帮助。

感谢刘军和西北大学物理系、光子所和物理所各位同学在我学习期间给予的帮助：

感谢我的家人在我完成学业和论文期间的全力支持和协助，使我最终能顺利完成学习和深造。