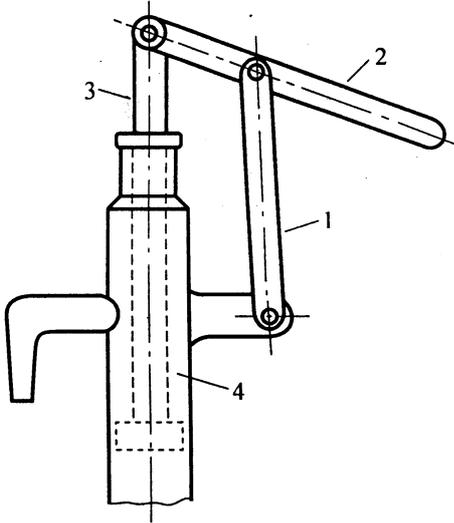


《机械原理》习题解答

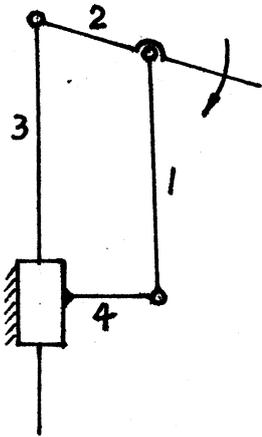
结构分析：习题 1

试画出下列平面机构的机构简图(示意图),并计算其自由度。

(1) 唧筒机构



解



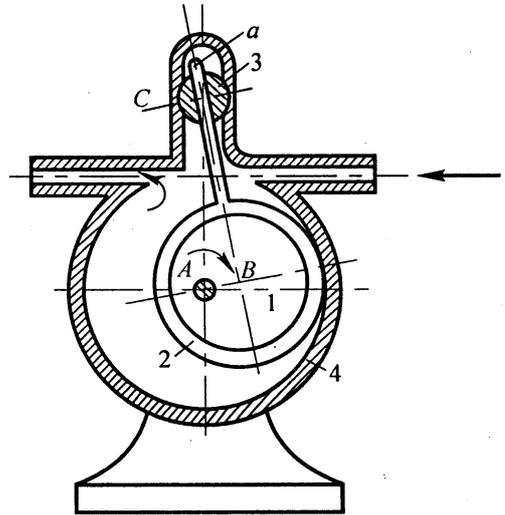
$$n = \underline{3}$$

$$P_L = \underline{4}$$

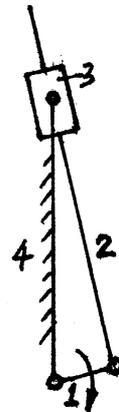
$$P_H = \underline{0}$$

$$F = \underline{3 \times 3 - 2 \times 4 = 1}$$

(2) 偏心油泵机构



解



$$n = \underline{3}$$

$$P_L = \underline{4}$$

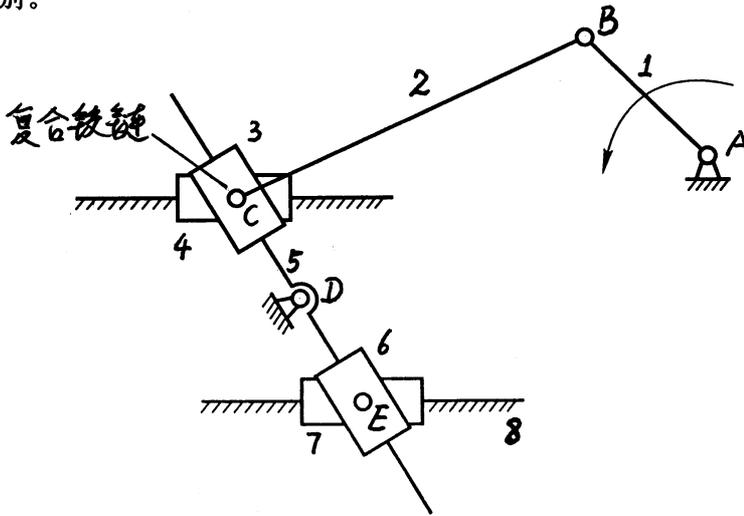
$$P_H = \underline{0}$$

$$F = \underline{3 \times 3 - 2 \times 4 = 1}$$

《机械原理》习题解答

结构分析：习题 2

- (1) 将图示压缩机机构中的所有构件用数字 1, 2, 3, ... 在图上标注出来, 所有运动副用字母 A, B, C, ... 标注出来。
- (2) 试分析图示结构中有无复合铰链、局部自由度和虚约束。如有, 请明确指出来。
- (3) 试计算图示机构的自由度。机构中用圆弧箭头表示的构件为原动件。
- (4) 图示机构是由哪些杆组构成的? 请将那些杆组从机构中一一分离出来, 并注明拆组的顺序及其级别。



解

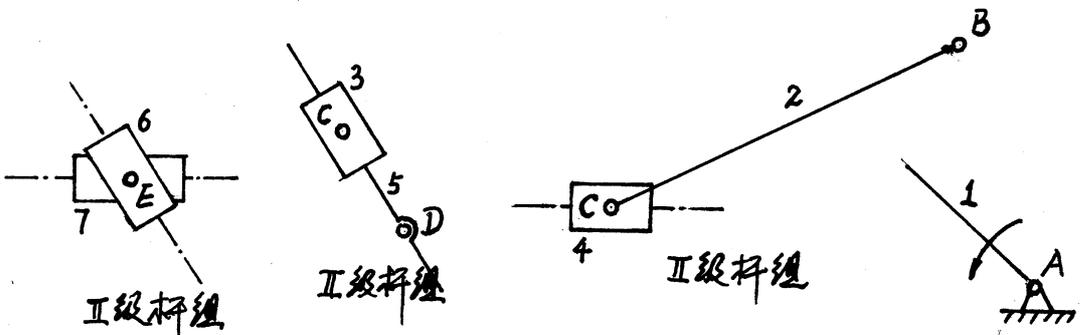
$n = 7$ (构件号: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)

$P_L = 10$ (字母: A, B, C, D, E)

$P_H = \underline{\hspace{2cm}}$ (字母:)

$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 7 - 2 \times 10 = 1$

此机构由 6-7, 3-5, 2-4 三个 II 级杆组组成, 是一个 II 级机构。

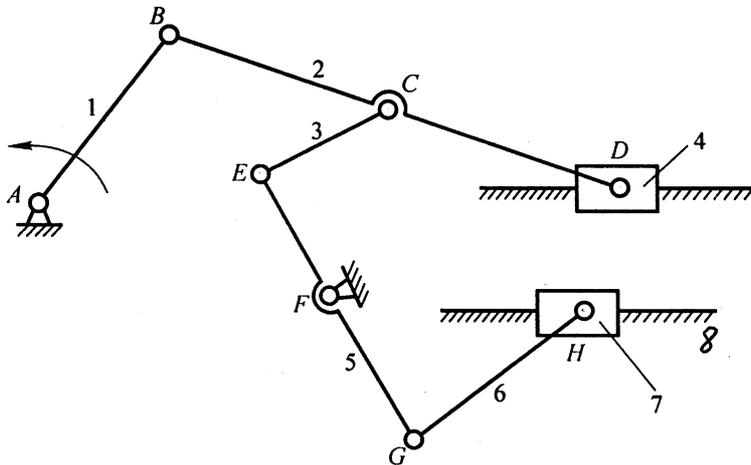


拆组顺序为 6-7, 3-5, 2-4。

《机械原理》习题解答

结构分析：习题 3

- (1) 试计算图示机构的自由度(机构中用圆弧箭头表示的构件为原动件)。
- (2) 图示机构是由哪些杆组构成的? 请将那些杆组从机构中一一分离出来, 并注明拆组的顺序及其级别。
- (3) 若以构件 7 为原动件, 则此机构为几级机构?



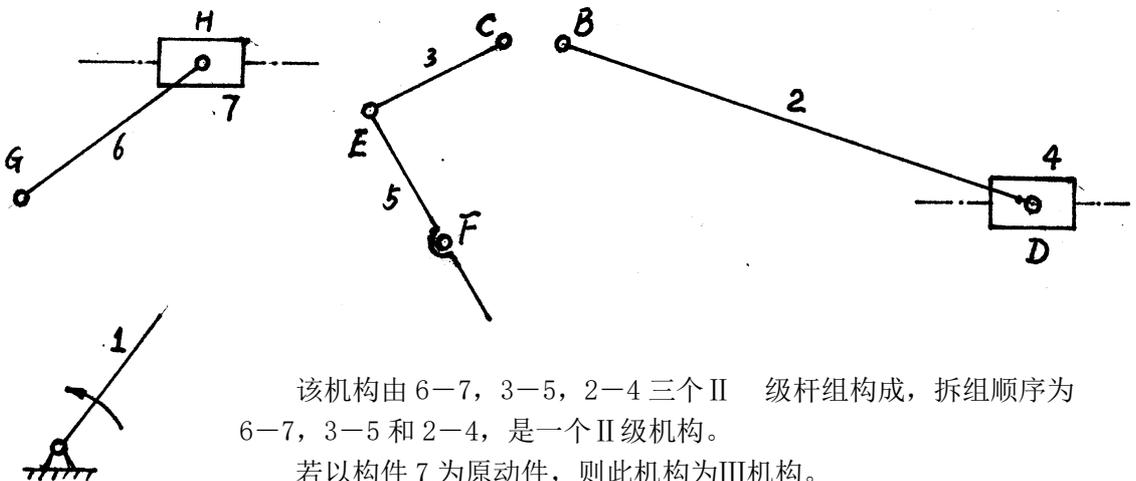
解:

$$n = \underline{7} \quad (\text{构件号: } 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \quad)$$

$$P_L = \underline{10} \quad (\text{字母: } A, B, C, D, E, F, G, H)$$

$$P_H = \underline{0} \quad (\text{字母: } \quad)$$

$$F = \underline{3n - 2P_L - P_H} = 3 \times 7 - 2 \times 10 = 1$$



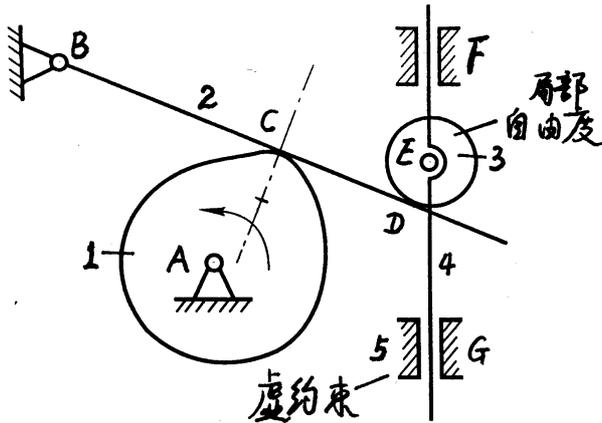
该机构由 6-7, 3-5, 2-4 三个 II 级杆组构成, 拆组顺序为 6-7, 3-5 和 2-4, 是一个 II 级机构。

若以构件 7 为原动件, 则此机构为 III 机构。

《机械原理》习题解答

结构分析：习题 4

- (1) 将图示凸轮拨杆机构中的所有构件用数字 1, 2, 3, ... 在图上标注出来, 所有运动副用字母 A, B, C, ... 标注出来。
- (2) 试分析图示机构中有无复合铰链、局部自由度和虚约束。如有, 请明确指出来。
- (3) 请绘制此机构在图示位置时高副低代后的机构简图。
- (4) 试计算图示机构高副低代前原高副机构的自由度和高副低代后低副机构的自由度。



解:

$$n = \underline{3} \quad (\text{构件号: } 1, 2, 4)$$

$$P_L = \underline{3} \quad (\text{字母: } A, B, F)$$

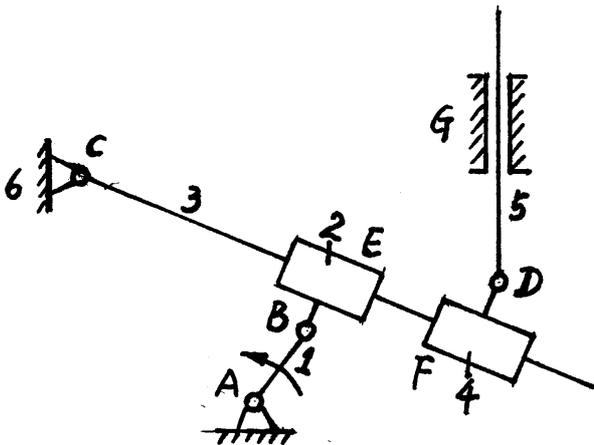
$$P_H = \underline{2} \quad (\text{字母: } C, D)$$

$$F = \underline{3n - 2P_L - P_H} = 3 \times 3 - 2 \times 3 - 1 \times 2 = 1$$

滚子 3 的转动是局部自由度;

移动副 F、G 之一是虚约束;

没有复合铰链。



解:

$$n = \underline{5} \quad (\text{构件号: } 1, 2, 3, 4, 5)$$

$$P_L = \underline{3} \quad (\text{字母: } A, B, C, D, E, F, G)$$

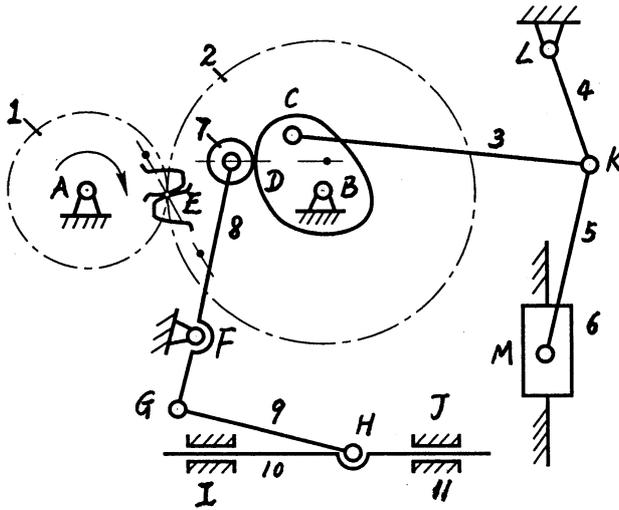
$$P_H = \underline{0} \quad (\text{字母: })$$

$$F = \underline{3n - 2P_L - P_H} = 3 \times 5 - 2 \times 7 = 1$$

《机械原理》习题解答

结构分析：习题 1

- (1) 将图示冲压机构中的所有构件用数字 1, 2, 3, ... 在图上标注出来, 所有运动副用字母 A, B, C, ... 标注出来。
- (2) 试分析图示机构中有无复合铰链、局部自由度和虚约束。如有, 请明确指出来。
- (3) 请绘制此机构在图示位置时高副低代后的机构简图。
- (4) 试计算图示机构高副低代前原高副机构的自由度和高副低代后低副机构的自由度。
(注: 图中大齿轮与凸轮刚性联接在同一轴上。)



解:

$$n = \underline{9} \quad (\text{构件号: } 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$$

$$P_L = \underline{12} \quad (\text{字母: } A, B, C, K, L, M, F, G, H, J)$$

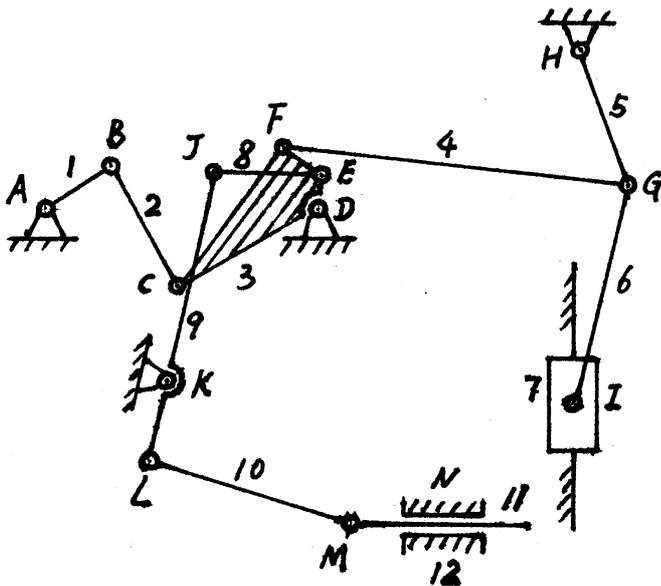
$$P_H = \underline{2} \quad (\text{字母: } E, D)$$

$$F = \underline{3n - 2P_L - P_H} \\ = \underline{3 \times 9 - 2 \times 12 - 1 \times 2 = 1}$$

转动副 K 是复合铰链;

滚子 7 的转动是局部自由度;

移动副 I 或 J 为虚约束。



$$n = \underline{11} \quad (\text{构件号: } 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11)$$

$$P_L = \underline{16} \quad (\text{字母: } A, B, C, D, F, G, H, I, E, J, K, L, M, N)$$

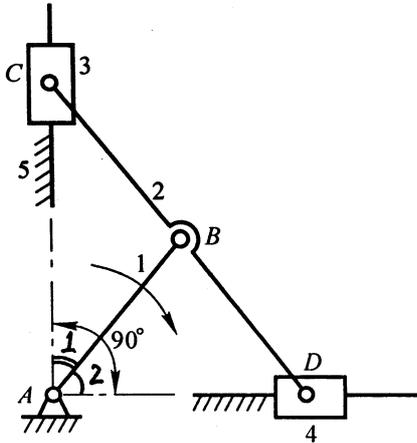
$$P_H = \underline{0} \quad (\text{字母: })$$

$$F = \underline{3n - 2P_L - P_H} = \underline{3 \times 11 - 2 \times 16 = 1}$$

《机械原理》习题解答

结构分析：习题 6

图示为椭圆画器机构。已知 $AB=BC=BD$ 。试证明滑块 4 对连杆 CD 的约束是虚约束。去掉滑块 4 之后计算此机构的自由度。



解

$$n = \underline{3} \quad (\text{构件号: } 1, 2, 3)$$

$$P_L = \underline{4} \quad (\text{字母: } A, B, C)$$

$$P_H = \underline{0} \quad (\text{字母: })$$

$$F = \underline{3 \times 3 - 2 \times 4 = 1}$$

去掉滑块 4，连接 AD，得 $\triangle CAD$ 。

对于 $\triangle CAD$ 来讲，其内角和等于 180° ，即

$$\angle ACB + \angle ADB + \angle CAB + \angle BAD = 180^\circ$$

因为 已知 $AB = BC$ ，有 $\angle BAC = \angle ACB$ ；
已知 $AB = BD$ ，有 $\angle BAD = \angle ADB$ 。

则 $2(\angle CAB + \angle BAD) = 180^\circ$ ，即

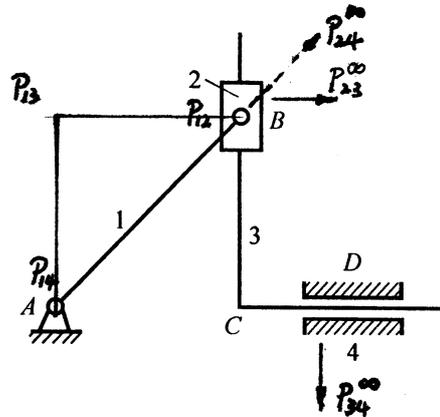
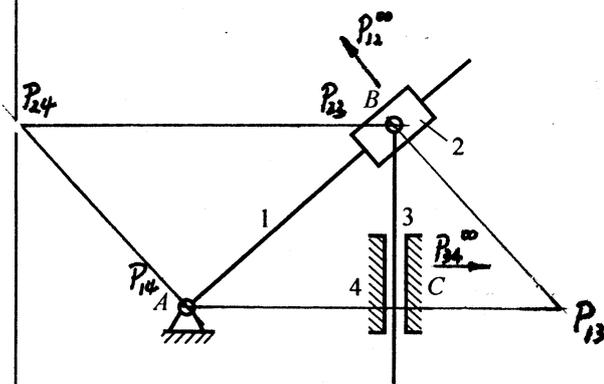
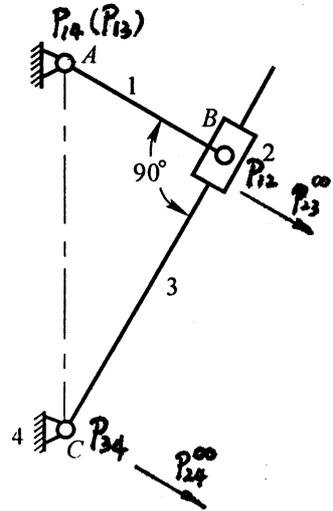
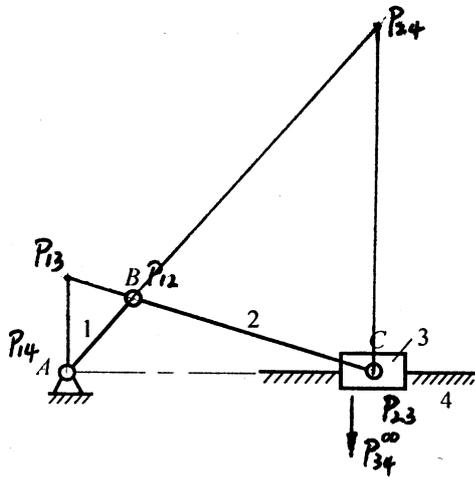
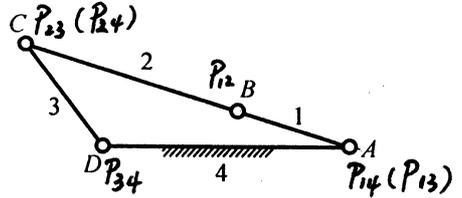
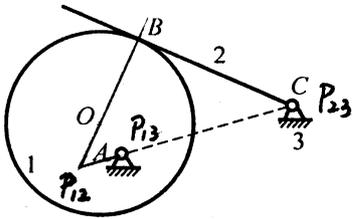
$$\angle CAB + \angle BAD = 90^\circ$$

说明没有滑块 4 时，D 点仍沿水平轴运动，故滑块 4 对连杆 CD 的约束是虚约束。

《机械原理》习题解答

运动分析：习题 1

试求出下列各机构在图示位置的全部瞬心。



《机械原理》习题解答

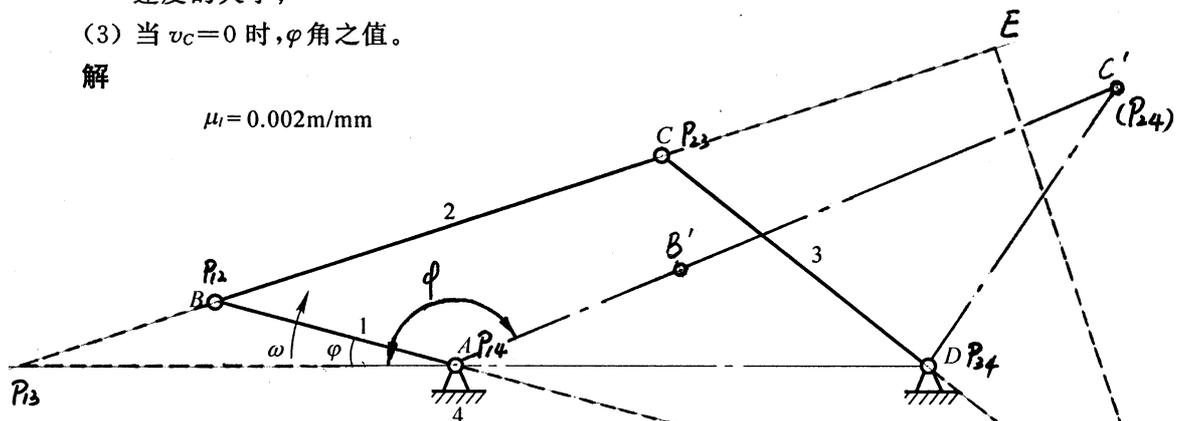
运动分析：习题 2

在图示的四杆机构中， $l_{AB} = 65\text{mm}$ ， $l_{DC} = 90\text{mm}$ ， $l_{AD} = l_{BC} = 125\text{mm}$ ， $\omega = 10\text{rad/s}$ 。试用瞬心法求：

- (1) 当 $\varphi = 15^\circ$ 时，点 C 的速度 v_C ；
- (2) 当 $\varphi = 15^\circ$ 时，构件 BC 上（即 BC 线上或其延长线上）速度最小的一点 E 的位置及其速度的大小；
- (3) 当 $v_C = 0$ 时， φ 角之值。

解

$$\mu_l = 0.002\text{m/mm}$$



$$1. \quad \omega_1 \cdot \overline{P_{13}P_{14}} = \omega_3 \cdot \overline{P_{13}P_{34}}$$

$$\omega_3 = \omega_1 \frac{\overline{P_{13}P_{14}}}{\overline{P_{13}P_{34}}} = 10 \frac{56}{120} = 4.67(\text{rad/s})$$

$$v_C = \omega_3 \cdot l_{CD} = 4.67 \times 0.09 = 0.42(\text{m/s})$$

2. P_{24} 为构件 2 的绝对瞬心，构件 2（即 BC）上速度最小之点 E 必为与 P_{24} 之距离最近之点，作 $P_{24}E \perp BC$ ，则 E 为所求之点。

$$\because v_{B_2} = \omega_1 \cdot l_{AB} = \omega_2 \cdot l_{BP_{24}}$$

$$\therefore \omega_2 = \omega_1 \frac{l_{AB}}{l_{BP_{24}}} = 10 \frac{0.065}{129 \times 0.002} = 2.52(\text{rad/s})$$

$$\text{则 } v_{E_2} = \omega_2 \cdot l_{EP_{24}} = 2.52 \times 71 \times 0.002 = 0.358(\text{m/s})$$

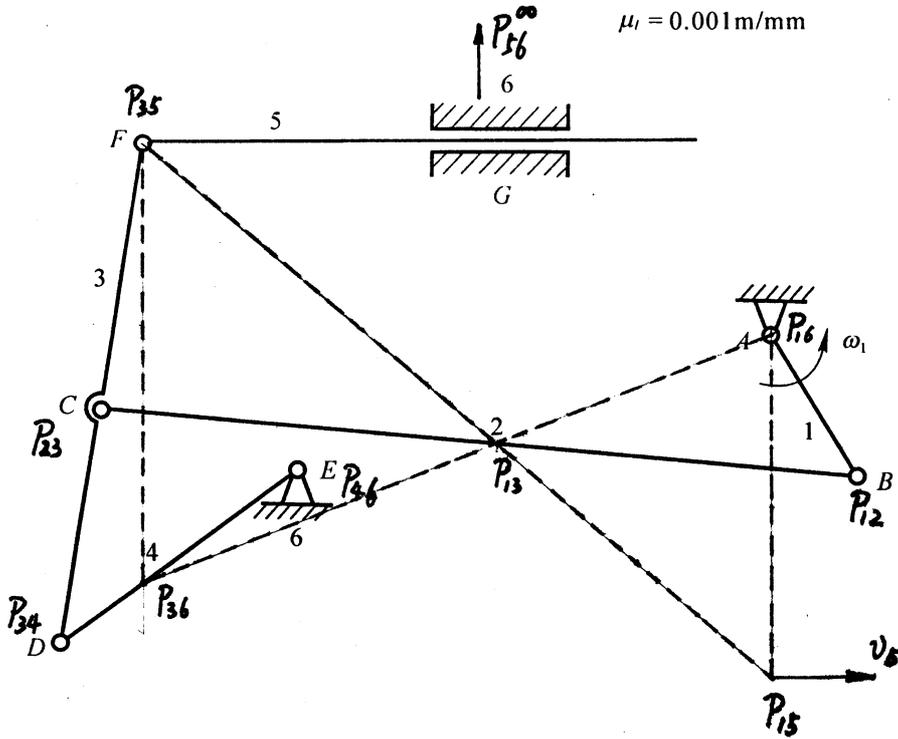
3. 当构件 2 之绝对瞬心 P_{24} 与 C 重合时， $v_C = 0$ ，此时 AB 与 BC 共线，机构如图中 $AB'C'D$ 所示。由图中可量得 $\varphi = 156.6^\circ$ 。

《机械原理》习题解答

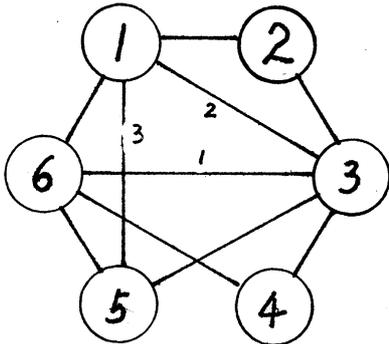
运动分析：习题 3

图示为半自动印刷机的活字移动台机构的运动简图。已知曲柄的等角速度 $\omega_1 = 3 \text{ rad/s}$ ，试用瞬心法求移动台 5 的速度大小和方向。

解



$$\mu_l = 0.001 \text{ m/mm}$$



$$\begin{aligned} v_5 &= \omega_1 \cdot \overline{P_{16}P_{15}} \mu_l = 3 \times 42 \times 0.001 \\ &= 0.126 \text{ (m/s)}, \text{ 方向如图所示。} \end{aligned}$$

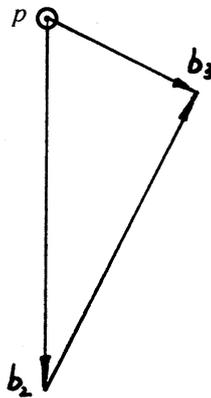
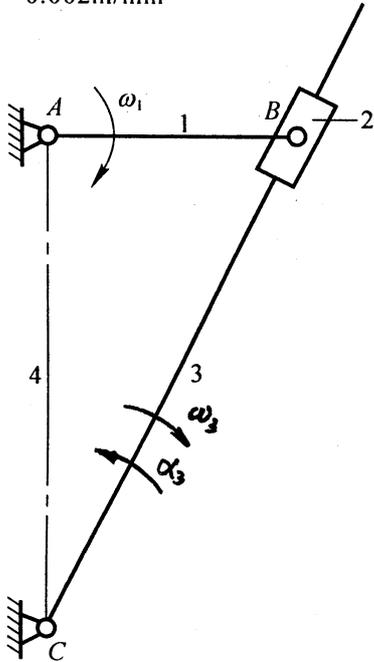
《机械原理》习题解答

运动分析：习题 4

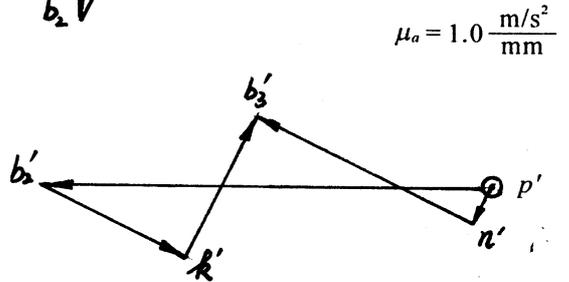
在图示摆导杆机构中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $l_{AB} = 60\text{mm}$ ， $l_{AC} = 120\text{mm}$ ，曲柄 AB 以等角速度 $\omega_1 = 30\text{rad/s}$ 转动，试用相对运动图解法求构件 3 的速度和角加速度。

解

$$\mu_l = 0.002\text{m/mm}$$



$$\mu_v = 0.04 \frac{\text{m/s}}{\text{mm}}$$



$$\mu_a = 1.0 \frac{\text{m/s}^2}{\text{mm}}$$

1. 速度分析

$$v_{B_2} = \omega_1 \cdot l_{AB} = 30 \times 0.06 = 1.8 (\text{m/s})$$

$$\vec{v}_{B_3} = \vec{v}_{B_2} + \vec{v}_{B_3 B_2}$$

$\perp BC \quad \perp AB \quad \parallel BC$
 $? \quad \checkmark \quad ?$

$$v_{B_3} = \overline{pb_3} \cdot \mu_v = 20 \times 0.04 = 0.8 (\text{m/s})$$

$$v_{B_3 B_2} = \overline{b_2 b_3} \cdot \mu_v = 40.5 \times 0.04 = 1.62 (\text{m/s})$$

$$\omega_2 = \omega_3 = v_{B_3} / l_{BC} = \frac{0.8}{67 \times 0.002} = 5.97 (\text{rad/s})$$

2. 加速度分析

$$a_{B_2} = \omega_1^2 \cdot l_{AB} = 30^2 \times 0.06 = 54 (\text{m/s}^2)$$

$$a_{B_3}^n = \omega_3^2 \cdot l_{BC} = 5.97^2 \times 67 \times 0.002 = 4.776 (\text{m/s}^2)$$

$$a_{B_3 B_2}^k = 2\omega_2 \cdot v_{B_3 B_2} = 2 \times 5.97 \times 1.62 = 19.343 (\text{m/s}^2)$$

$$\vec{a}_{B_3}^n + \vec{a}_{B_3}^t = \vec{a}_{B_2} + \vec{a}_{B_3 B_2}^k + \vec{a}_{B_3 B_2}^r$$

$\parallel BC \quad \perp BC \quad \parallel AB \quad \perp BC \quad \parallel BC$
 $\checkmark \quad ? \quad \checkmark \quad \checkmark \quad ?$

作加速度三角形，得

$$a_{B_3}^t = \overline{n'b_3'} \cdot \mu_a = 29 \times 1.0 = 29 (\text{m/s}^2)$$

$$\alpha_3 = a_{B_3}^t / l_{BC} = \frac{29.0}{67 \times 0.002} = 216.418 (\text{rad/s}^2)$$

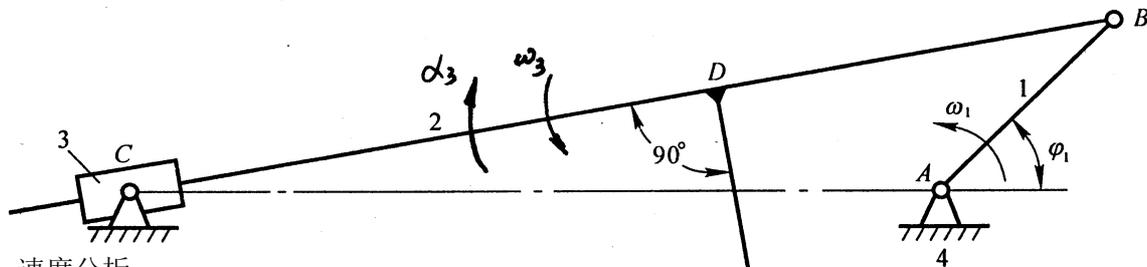
《机械原理》习题解答

运动分析：习题 5

在图示曲柄摇块机构中，已知 $l_{AB}=30\text{mm}$, $l_{BD}=50\text{mm}$, $l_{DE}=40\text{mm}$, $l_{AC}=100\text{mm}$, $\varphi_1=45^\circ$ ，等角速度 $\omega_1=10\text{rad/s}$ ，求点 E 的速度和加速度，以及构件 3 的角速度和角加速度。

解

$$\mu_l = 0.001\text{m/mm}$$



1. 速度分析

$$v_{B2} = \omega_1 l_{AB} = 10 \times 0.03 = 0.3(\text{m/s})$$

$$\vec{v}_{c2} = \vec{v}_{B2} + \vec{v}_{C2B2} = \vec{v}_{C3} + \vec{v}_{C2C3}$$

方向 ? $\perp AB$ $\perp BC$ 0 $\parallel BC$

大小 ? \checkmark ? \checkmark ?

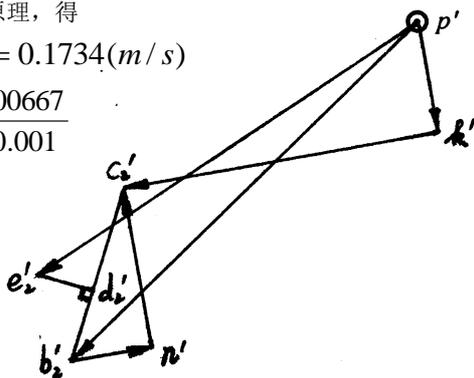
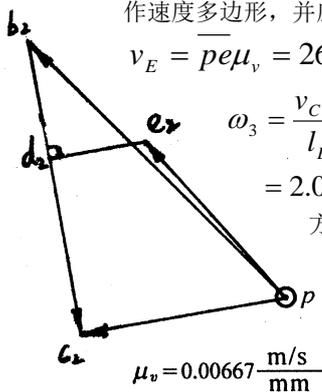
作速度多边形，并应用速度影像原理，得

$$v_E = p e \mu_v = 26 \times 0.00667 = 0.1734(\text{m/s})$$

$$\omega_3 = \frac{v_{C2B2}}{l_{BC}} = \frac{37 \times 0.00667}{123 \times 0.001}$$

$$= 2.015(\text{rad/s})$$

方向如图



2. 加速度分析

$$a_{B2} = \omega_1^2 \cdot l_{AB} = 10^2 \times 0.03 = 3(\text{m/s}^2)$$

$$a_{C2B2}^n = \omega_2^2 \cdot l_{BC} = 2.015^2 \times 123 \times 0.01 = 0.499(\text{m/s}^2)$$

$$a_{C2B2}^k = 2\omega_2 \cdot v_{c2c3} = 2 \times 2.015 \cdot \overline{c_2 p} \cdot \mu_v = 2 \times 2.015 \times 25.5 \times 0.00667 = 0.685(\text{m/s}^2)$$

$$\vec{a}_{c2} = \vec{a}_{B2} + \vec{a}_{C2B2}^n + \vec{a}_{C2B2}^t = \vec{a}_{c3} + \vec{a}_{c3c2}^k + \vec{a}_{c3c2}^r$$

? $\parallel AB$ $\parallel BC$ $\perp BC$ 0 $\perp BC$ $\parallel BC$

? \checkmark \checkmark ? 0 \checkmark ?

作加速度多边形，并应用加速度影像原理，得

$$a_E = p' e' \mu_a = 56.5 \times 0.05 = 2.825(\text{m/s}^2)$$

$$\alpha_3 = a_{C2B2}^t / l_{BC} = \frac{20 \times 0.05}{123 \times 0.001} = 8.13(\text{rad/s}^2), \text{方向如图}$$

《机械原理》习题解答

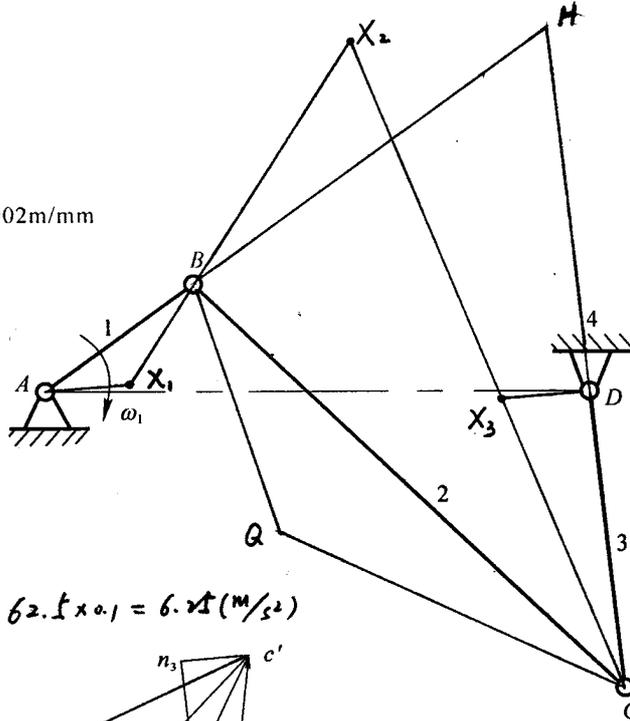
运动分析：习题 6

已知铰链四杆机构的位置、速度多边形和加速度多边形如下图所示。试求：

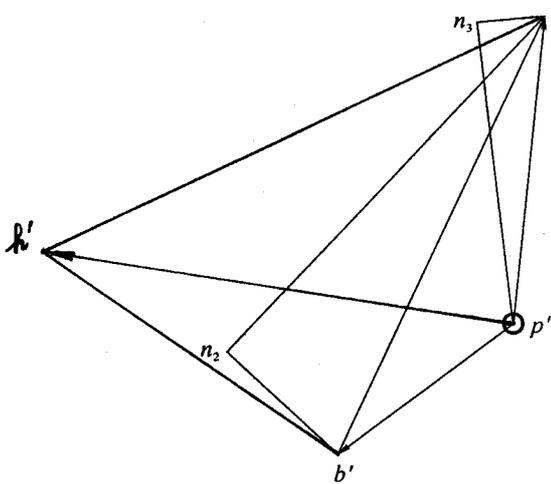
- (1) 构件 1、2 和 3 上速度均为 v_x 的点 X_1 、 X_2 和 X_3 的位置；
- (2) 构件 2 上加速度为零的点 Q 的位置及该点的速度 v_Q ；
- (3) 构件 2 上速度为零的点 H 的位置及该点的加速度 a_H 。

解

$$\mu_l = 0.002 \text{ m/mm}$$

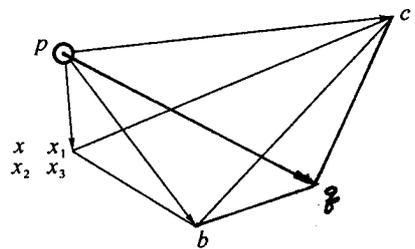


$$a_H = \overline{p'h'} \cdot \mu_a = 62.5 \times 0.1 = 6.25 \text{ (m/s}^2\text{)}$$



$$\mu_a = 0.1 \frac{\text{m/s}^2}{\text{mm}}$$

$$v_Q = \overline{p'q} \cdot \mu_v = 37.5 \times 0.01 = 0.375 \text{ (m/s)}$$



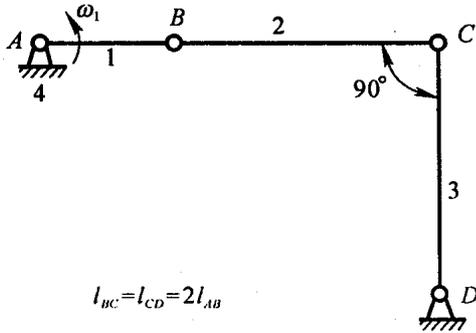
$$\mu_v = 0.01 \frac{\text{m/s}}{\text{mm}}$$

《机械原理》习题解答

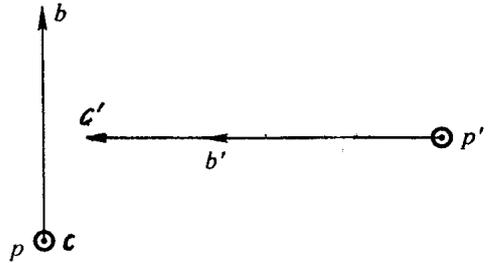
运动分析：习题 7

图示的各机构中, 设已知各构件的尺寸, 原动件 1 以等角速度 ω_1 逆时针方向转动。试用相对运动图解法将下面的速度矢量图和加速度矢量图补充完整, 以求得机构在图示位置时构件 3 上 C 点的速度 v_c 及加速度 a_c 。

解

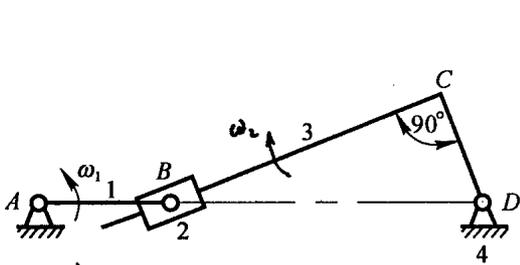


$$l_{BC} = l_{CD} = 2l_{AB}$$



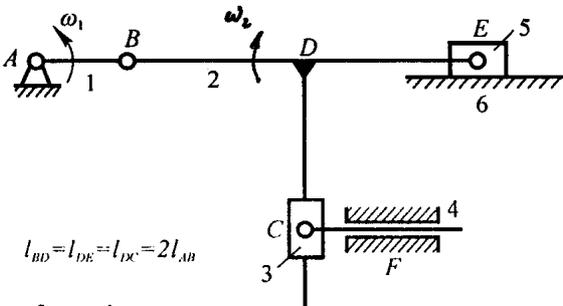
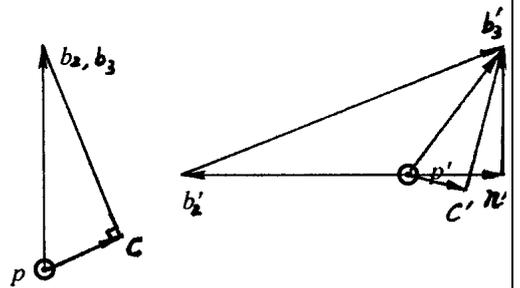
$$\begin{cases} \vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB} \\ \perp BC \quad \perp BC \quad \perp BC \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{a}_C^R + \vec{a}_C^T = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^R + \vec{a}_{CB}^T \\ 0 \quad \perp CD \quad \checkmark \quad C \rightarrow B \quad \perp BC \\ \frac{1}{2} \omega_1^2 l_{AB} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \vec{v}_{B3} = \vec{v}_{B2} + \vec{v}_{B3B2} \\ \perp BD \quad \perp AB \quad \parallel BC \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{a}_{B3}^R + \vec{a}_{B3}^T = \vec{a}_{B2} + \vec{a}_{B3B2}^R + \vec{a}_{B3B2}^T \\ B \rightarrow D \quad \perp BD \quad B \rightarrow A \quad 0 \quad \parallel BC \\ 0.42 a_{B2} \end{cases}$$



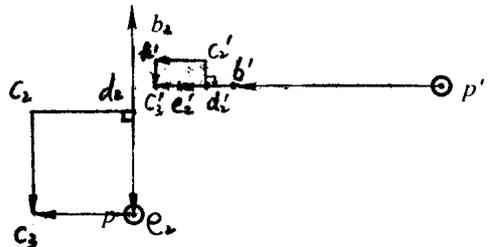
$$l_{BD} = l_{DE} = l_{DC} = 2l_{AB}$$

$$\begin{cases} \vec{v}_E = \vec{v}_B + \vec{v}_{EB} \\ \parallel AB \quad \perp AB \quad \perp AB \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{v}_C = \vec{v}_D + \vec{v}_{C3} \\ \parallel AB \quad \checkmark \quad \perp AB \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{a}_E = \vec{a}_B + \vec{a}_{EB}^R + \vec{a}_{EB}^T \\ \parallel AB \quad \parallel AB \quad E \rightarrow B \quad \perp AB \\ ? \quad \omega_1^2 l_{AB} \quad \frac{1}{4} \omega_1^2 l_{AB} \quad ? \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{a}_{C3} = \vec{a}_{C2} + \vec{a}_{C3C2}^R + \vec{a}_{C3C2}^T \\ \parallel AB \quad \checkmark \quad \parallel AB \quad \perp AB \\ \frac{1}{2} l_{AB} \omega_1^2 \end{cases}$$



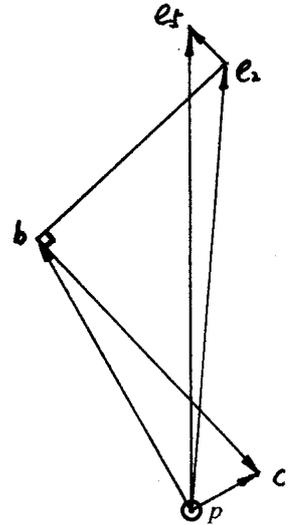
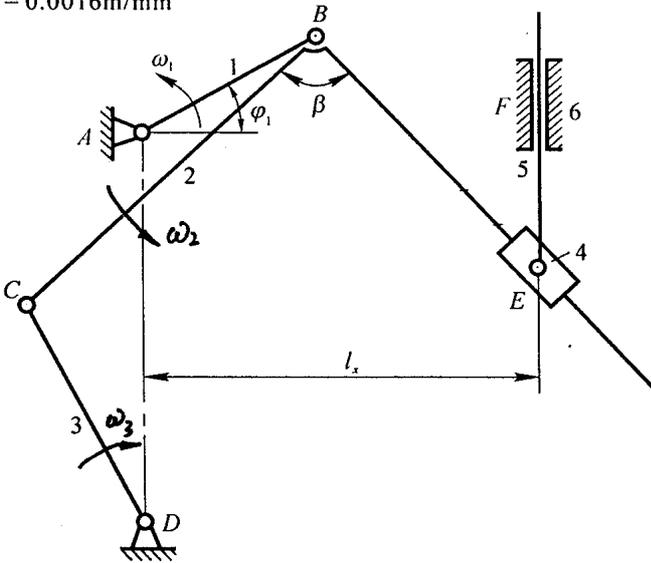
《机械原理》习题解答

运动分析：习题 8

图示六杆机构，已知 $l_{AD}=80\text{mm}$, $l_{AB}=40\text{mm}$, $l_{BC}=80\text{mm}$, $l_{CD}=50\text{mm}$, $l_x=80\text{mm}$, $\beta=90^\circ$ 。原动件 1 以 $\omega_1=10\text{rad/s}$ 按逆时针方向等角速度回转，试用相对运动图解法求当 $\varphi_1=30^\circ$ 时构件 5 的速度 v_5 及加速度 a_5 。

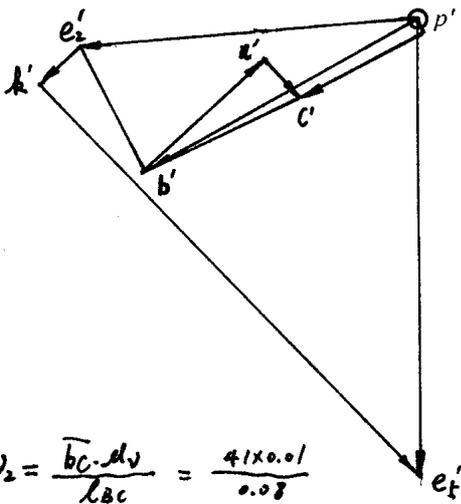
解

$$\mu_l = 0.0016\text{m/mm}$$



$$\mu_a = 0.1 \frac{\text{m/s}^2}{\text{mm}}$$

$$\mu_v = 0.01 \frac{\text{m/s}}{\text{mm}}$$



$$\omega_2 = \frac{\overline{bc} \cdot \omega_1}{l_{BC}} = \frac{4 \times 0.01}{0.08} = 5.125 \text{ (rad/s)}$$

$$\omega_3 = \frac{\overline{pc} \cdot \omega_1}{l_{CD}} = \frac{10 \times 0.01}{0.05} = 2 \text{ (rad/s)}$$

1. 速度分析

$$v_B = \omega_1 \cdot l_{AB} = 10 \times 0.04 = 0.4 \text{ (m/s)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB} \quad \text{作速度多边形, 并应用} \\ \perp CD \quad \perp AB \quad \perp BC \quad \text{影像原理求得:} \\ ? \quad \checkmark \quad ? \end{array} \right.$$

$$v_{E2} = \overline{pe_2} \cdot \omega_2 = 52.5 \times 0.01 = 0.525 \text{ (m/s)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{v}_{E1} = \vec{v}_{E2} + \vec{v}_{E1E2} \quad \text{完成速度多边形,} \\ \parallel EF \quad \checkmark \quad \parallel BE \quad \text{得:} \\ ? \quad \checkmark \quad ? \end{array} \right.$$

$$v_{E1} = \overline{pe_1} \cdot \omega_3 = 62 \times 0.01 = 0.62 \text{ (m/s)}$$

方向如图

$$v_{E1E2} = \overline{e_2e_1} \cdot \omega_2 = 7 \times 0.01 = 0.07 \text{ (m/s)}$$

《机械原理》习题解答

运动分析：习题 8

2. 加速度分析

$$a_B = \omega_1^2 \cdot l_{AB} = 10^2 \times 0.04 = 4(m/s^2)$$

$$a_{CB}^n = \omega_2^2 \cdot l_{BC} = 5.125^2 \times 0.08 = 2.1(m/s^2)$$

$$a_C^n = \omega_3^2 \cdot l_{CD} = 2^2 \times 0.05 = 0.2(m/s^2)$$

$$\bar{a}_C^n + \bar{a}_C^t = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^t$$

$$\begin{array}{ccccccccc} C \rightarrow D & \perp CD & B \rightarrow A & C \rightarrow B & \perp BC & & & & \\ \checkmark & ? & \checkmark & \checkmark & \checkmark & & & & ? \end{array}$$

作加速度多边形，并应用影像原理，得

$$a_{E2} = \overline{p'e'_2} \cdot \mu_a = 42.5 \times 0.1 = 4.25(m/s^2)$$

$$\text{又} \because \bar{a}_{E5} = \bar{a}_{E2} + \bar{a}_{E5E2}^k + \bar{a}_{E5E2}^r$$

$$\begin{array}{ccccccccc} // EF & \checkmark & \perp BE & // BE & & & & & \\ ? & \checkmark & \checkmark & \checkmark & & & & & ? \end{array}$$

$$a_{E5E2}^k = 2\omega_2 \cdot v_{E5E2} = 2 \times 5.125 \times 0.07 = 0.7175(m/s^2)$$

作加速度多边形，得

$$a_{E5} = \overline{p'e'_5} \cdot \mu_a = 59 \times 0.1 = 5.9(m/s^2)$$

方向如图所示。

《机械原理》习题解答

连杆机构：习题 1

在图示铰链四杆机构中，已知 $l_{BC}=50\text{mm}$ ， $l_{CD}=35\text{mm}$ ， $l_{AD}=30\text{mm}$ ， AD 为机架，

(1) 若此机构为曲柄摇杆机构，且 AB 为曲柄，求 l_{AB} 的最大值；

(2) 若此机构为双曲柄机构，求 l_{AB} 的最小值；

(3) 若此机构为双摇杆机构，求 l_{AB} 值的范围。

解：

1. 当 AD 为机架，此机构为曲柄摇杆机构，且 AB 为曲柄，

即 AB 为最短杆。据曲柄存在条件

$$l_{AB} + l_{BC} \leq l_{CD} + l_{AD}$$

$$l_{AB} \leq l_{CD} + l_{AD} - l_{BC} = 35 + 30 - 50 = 15\text{mm}$$

则 l_{AB} 的最大值为 15mm 。

2. 当 AD 为机架，此机构为双曲柄机构，则 AD 为最短杆。

据曲柄存在条件，分两种情况：

① 若 l_{AB} 为最长杆，有 $l_{AB} + l_{AD} \leq l_{BC} + l_{CD}$

$$l_{AB} + 30 \leq 50 + 35, \quad l_{AB} \leq 55\text{mm}$$

此时， l_{AB} 的最小值应据 $50 < l_{AB} \leq 55$ 选取。

② 若 l_{BC} 仍为最长杆，则有 $l_{AD} + l_{BC} \leq l_{AB} + l_{CD}$

$$30 + 50 \leq l_{AB} + 35, \quad l_{AB} \geq 45\text{mm}$$

此时， l_{AB} 的最小值应据 $45 \leq l_{AB} < 50$ 范围中选取。

综合上述两种情况，可知 l_{AB} 的最小值应为 45mm 。

3. 当 AD 为机架，此机构为双摇杆机构，即不符合曲柄存在条件。

如 AB 仍为最短杆，则有 $l_{AB} + l_{BC} > l_{CD} + l_{AD}$

$$l_{AB} + 50 > 35 + 30 \quad l_{AB} > 15\text{mm}$$

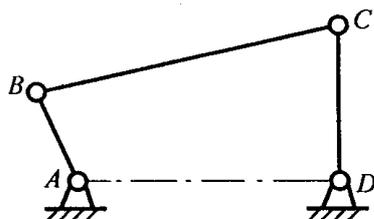
即此时 l_{AB} 应大于 15mm ，但由上述讨论可知：当 $45 \leq l_{AB} \leq 55$ 时，此机构为双曲柄机构，

如此机构为双摇杆机构，则必须满足 $15 < l_{AB} < 45$ 。

如 AB 为最长杆，则 $l_{AB} + l_{AD} > l_{BC} + l_{CD}$ ， $l_{AB} > 55\text{mm}$

但 l_{AB} 又不得大于 $30 + 35 + 50 = 115\text{mm}$ 。

因此， l_{AB} 的取值范围为 $15 < l_{AB} < 45$ ， $55 < l_{AB} < 115$ 。



《机械原理》习题解答

连杆机构：习题 2

试设计一铰链四杆机构。已知其摇杆 CD 的长度 $l_{CD}=75\text{mm}$ ，行程速度变化系数 $K=1.5$ ，机架 AD 的长度 $l_{AD}=100\text{mm}$ 。 $\varphi_1=45^\circ$ 是摇杆 CD 的一个极限位置与机架 AD 间较小的一个夹角。试用图解法求曲柄的长度 l_{AB} 和连杆的长度 l_{BC} 。

解

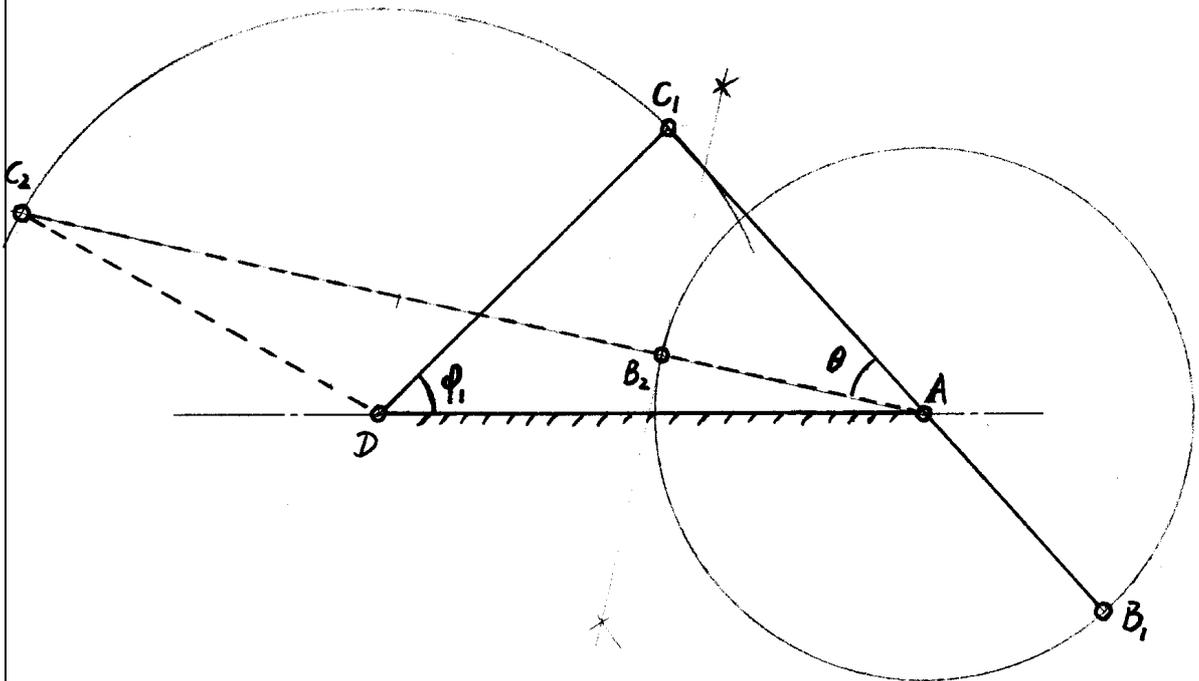
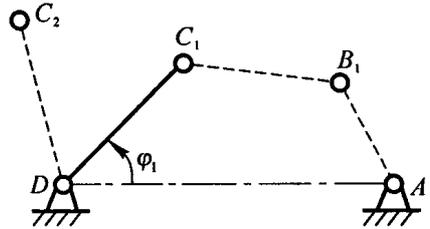
$$\mu_t = 0.0015\text{m/mm}$$

$$\text{由 } \theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1} = 180^\circ \frac{1.5-1}{1.5+1} = 36^\circ$$

作图得

$$l_{AB} = \overline{AB_2} \cdot \mu_l = 33 \times 0.0015 (\text{m}) = 50 (\text{mm})$$

$$l_{BC} = \overline{B_2C_2} \cdot \mu_l = 80 \times 0.0015 (\text{m}) = 120 (\text{mm})$$

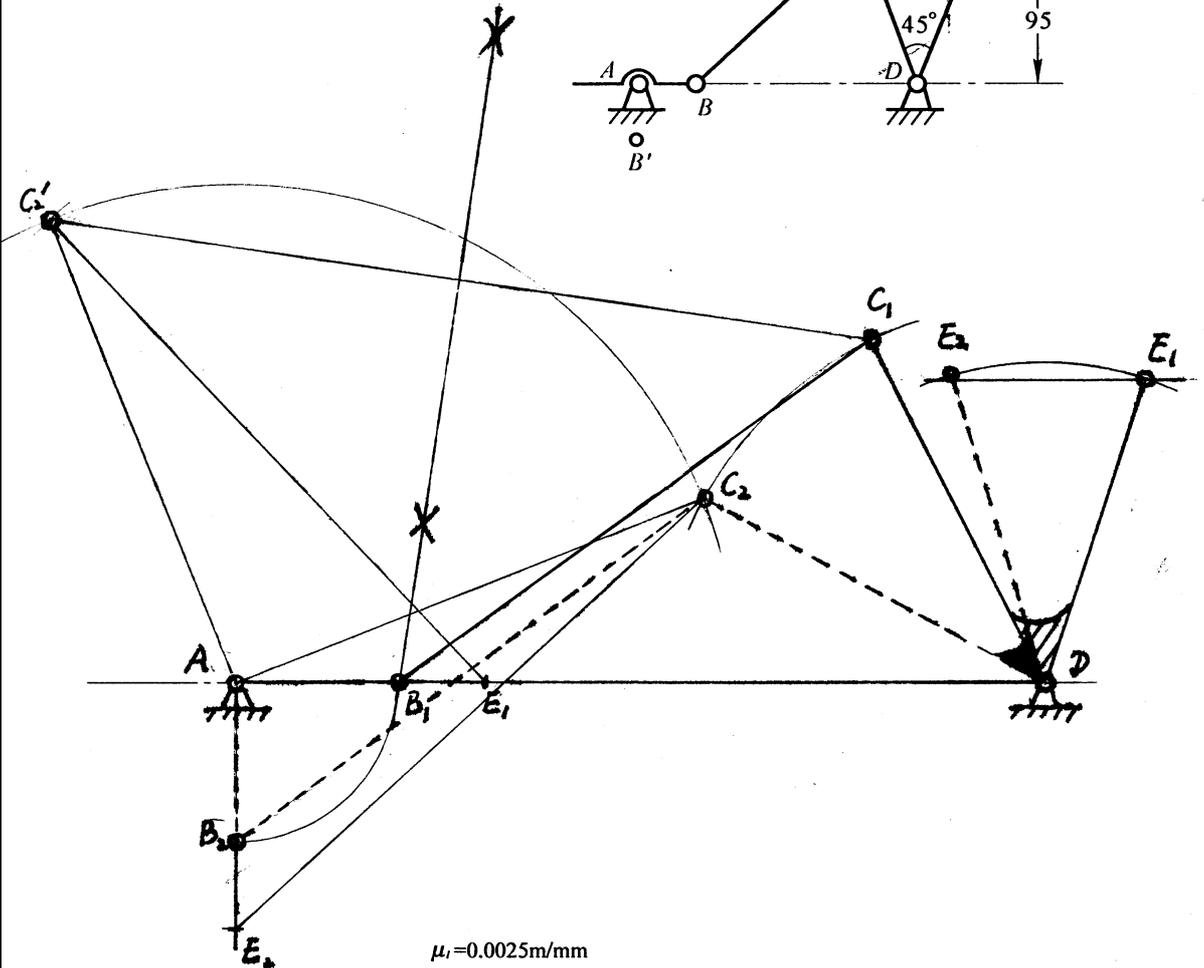
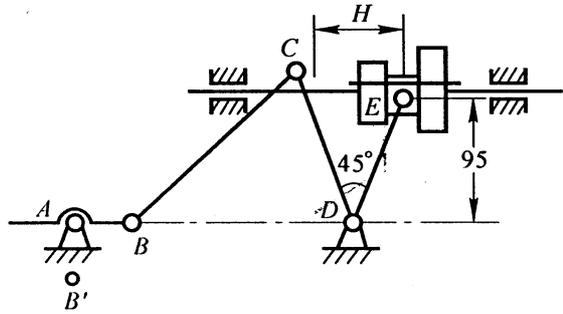


《机械原理》习题解答

连杆机构：习题 3

图示为机床变速箱中操纵双联滑动齿轮的操纵机构。已知双联滑动齿轮的行程 $H=60\text{mm}$, $l_{DE}=100\text{mm}$, $l_{CD}=120\text{mm}$, $l_{AD}=250\text{mm}$, 其相互位置如图所示。当双联滑动齿轮在行程的另一端时, 操纵手柄 AB 为垂直方向。试用图解法设计此机构(求 l_{AB} 及 l_{BC})。

解



在 AB 上任取一点 E_1 , 作图求得

$$l_{AB} = \overline{AB_1} \cdot \mu_r = 20 \times 0.0025 (\text{m}) = 50 (\text{mm})$$

$$l_{BC} = \overline{B_1C_1} \cdot \mu_r = 72 \times 0.0025 (\text{m}) = 180 (\text{mm})$$

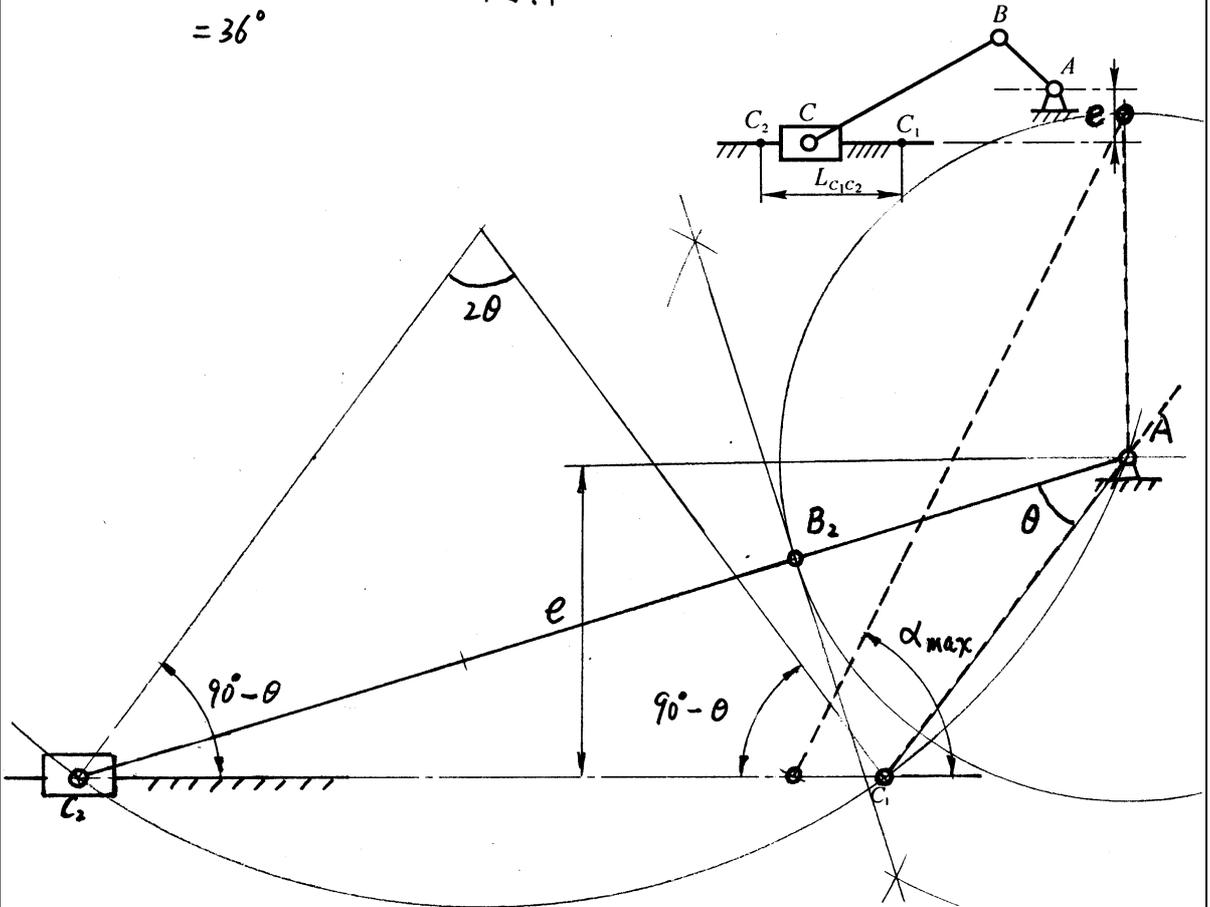
《机械原理》习题解答

连杆机构：习题 4

用图解法设计一偏置曲柄滑块机构。已知滑块的行程速度变化系数 $K=1.5$ ，滑块的冲程 $l_{C_1C_2}=50\text{mm}$ ，导路的偏距 $e=20\text{mm}$ ，求曲柄长度 l_{AB} 和连杆长度 l_{BC} ，以及该机构的最大压力角 α_{\max} 。

α_{\max} 。

$$\begin{aligned} \text{解：由 } \theta &= 180^\circ \frac{K-1}{K+1} = 180^\circ \frac{1.5-1}{1.5+1} \\ &= 36^\circ \end{aligned}$$



$$\mu_l = 0.0005 \text{m/mm}$$

作图求得

$$l_{AB} = \overline{AB_2} \cdot \mu_l = 43 \times 0.0005 (\text{m}) = 21.5 (\text{mm})$$

$$l_{BC} = \overline{B_2C_2} \cdot \mu_l = 93 \times 0.0005 (\text{m}) = 46.5 (\text{mm})$$

$$\alpha_{\max} = 63.5^\circ$$

《机械原理》习题解答

连杆机构：习题 5

在图示插床的转动导杆机构中，如果已知 $l_{AB} = 50\text{mm}$, $l_{DE} = 300\text{mm}$ ，滑块的冲程 $H = 120\text{mm}$ ，行程速度变化系数 $K = 1.5$ ，试求曲柄 BC 的长度 l_{BC} 和曲柄 AD 的长度 l_{AD} 。

解：

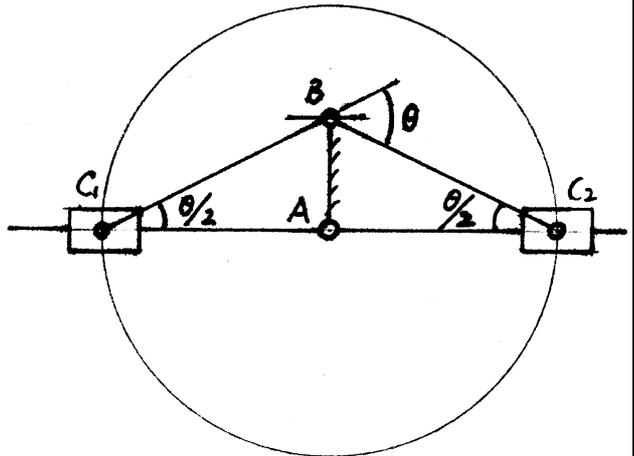
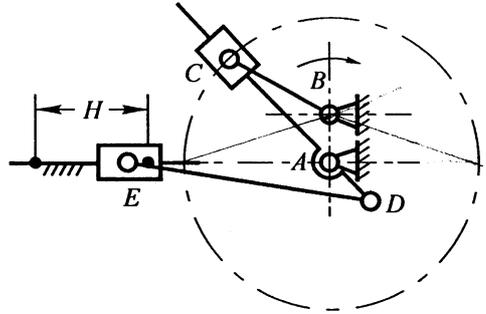
对于曲柄滑块机构 ADE 来讲，
由于滑块行程 $H = 120\text{mm}$ ，所以
曲柄 AD 的长度为

$$l_{AD} = 60\text{mm}$$

$$\begin{aligned} \text{另外，由于 } \theta &= 180^\circ \frac{K-1}{K+1} \\ &= 180^\circ \frac{1.5-1}{1.5+1} = 36^\circ \end{aligned}$$

所以，由下图可得

$$\begin{aligned} l_{BC} &= \frac{l_{AB}}{\sin(\theta/2)} \\ &= \frac{50}{\sin 18^\circ} = 161.8(\text{mm}) \end{aligned}$$



《机械原理》习题解答

连杆机构：习题 6

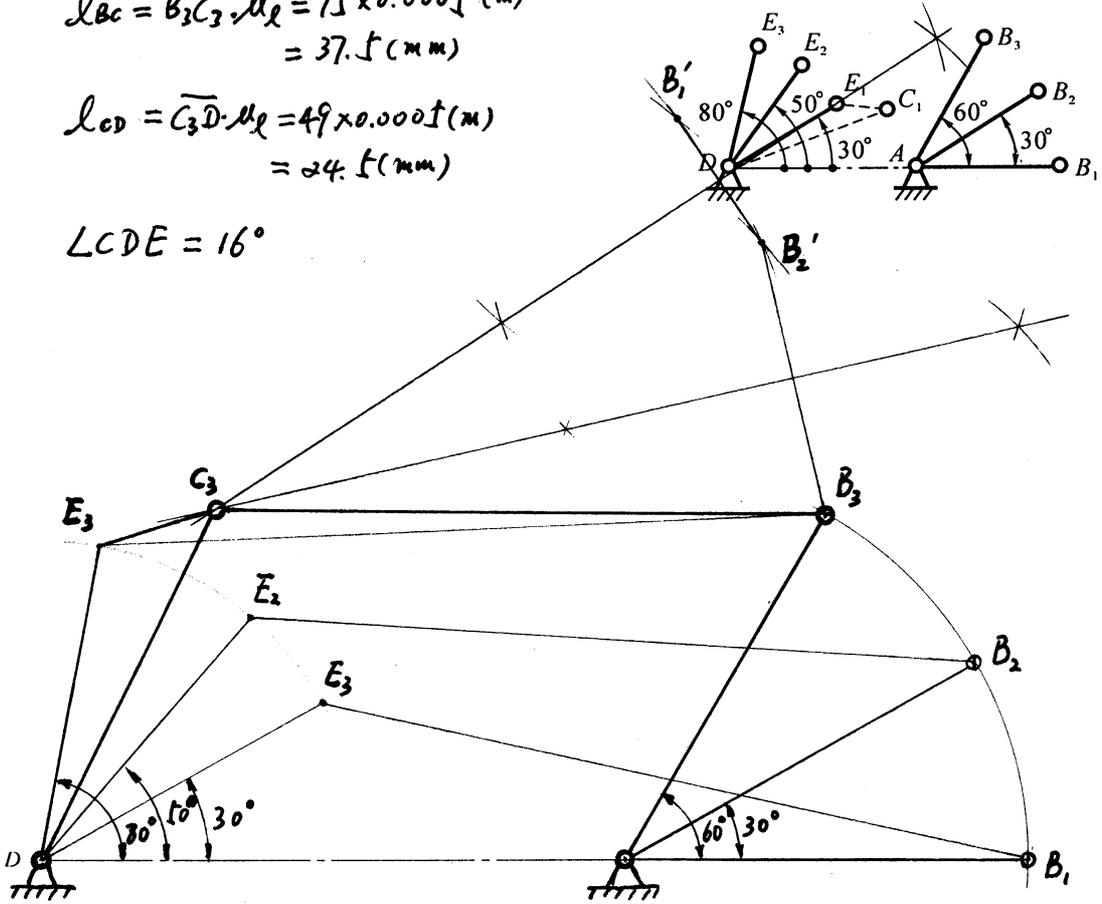
在图示铰链四杆机构中，已知 $l_{AB}=25\text{mm}$, $l_{AD}=36\text{mm}$, $l_{DE}=20\text{mm}$ ，原动件与从动件之间对应的转角关系如图所示。若取 $\mu_l=0.0005\text{m/mm}$ ，试用图解法设计此机构（求 l_{BC} 、 l_{CD} 及 $\angle CDE$ ）。

解

$$l_{BC} = \overline{B_3C_3} \cdot \mu_l = 75 \times 0.0005 \text{ (m)} \\ = 37.5 \text{ (mm)}$$

$$l_{CD} = \overline{C_3D} \cdot \mu_l = 49 \times 0.0005 \text{ (m)} \\ = 24.5 \text{ (mm)}$$

$$\angle CDE = 16^\circ$$

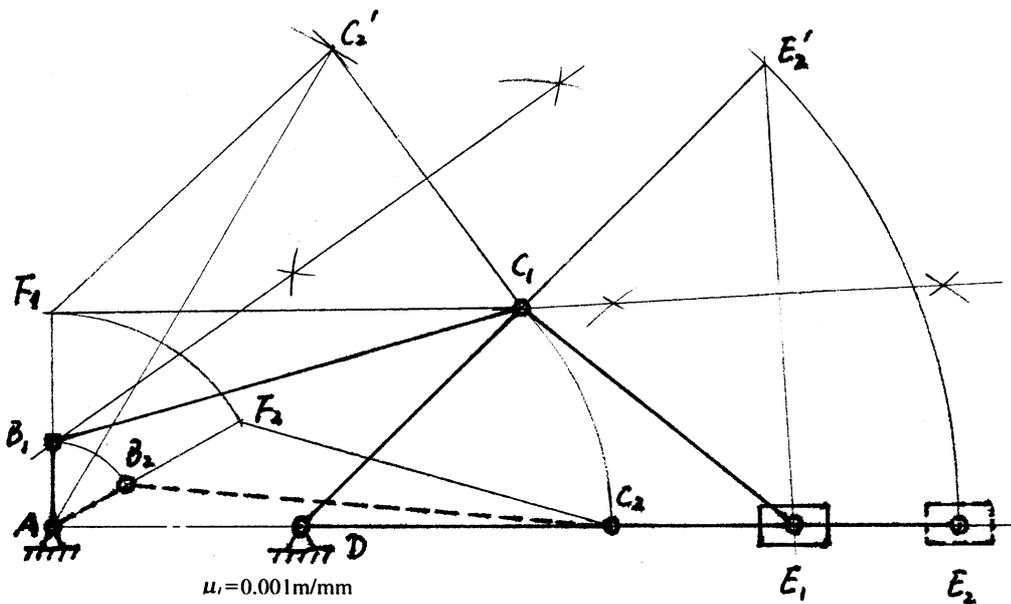
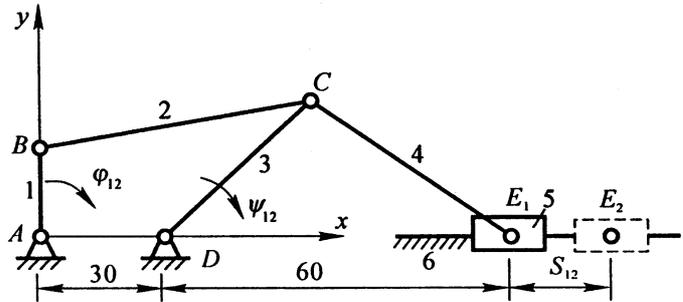


《机械原理》习题解答

连杆机构：习题 7

试设计如图所示的六杆机构。当原动件 AB 自 Ay 轴沿顺时针方向转过 $\varphi_{12} = 60^\circ$ 时，构件 DC 顺时针转过 $\psi_{12} = 45^\circ$ ，恰与 Ax 轴重合。相应地滑块 5 在 Ax 轴上自点 E_1 移动到 E_2 ，位移为 $S_{12} = 20\text{mm}$ ，其余尺寸如图所示，用作图法求构件 1, 2, 3, 4 的长度 $l_{AB}, l_{BC}, l_{CD}, l_{CE}$ 。

解



$$l_{AB} = \overline{AB_1} \cdot \mu_l = 10 \times 0.001 (\text{m}) = 10 (\text{mm})$$

$$l_{BC} = \overline{BC_1} \cdot \mu_l = 59 \times 0.001 (\text{m}) = 59 (\text{mm})$$

$$l_{CD} = \overline{C_1D} \cdot \mu_l = 37 \times 0.001 (\text{m}) = 37 (\text{mm})$$

$$l_{CE} = \overline{C_1E_1} \cdot \mu_l = 42.5 \times 0.001 (\text{m}) = 42.5 (\text{mm})$$

《机械原理》习题解答

凸轮机构：习题 1

1. 凸轮的基圆半径是从 凸轮转动中心 到 凸轮理论廓线 的最短距离。
2. 平底垂直于导路的直动从动件盘形凸轮机构，其压力角等于 0° 。
3. 在凸轮机构从动件的四种常用运动规律中，等速 运动规律有刚性冲击；等加速等减速、简谐 运动规律有柔性冲击；正弦加速度 运动规律无冲击。
4. 凸轮机构从动件运动规律选择原则为：① 满足机器的工作需要，② 考虑机器的工作平稳性，③ 考虑凸轮实际轮廓线便于加工。
5. 设计滚子从动件盘形凸轮机构廓线时，若发现工作廓线有变尖现象时，则尺寸参数上应采取的措施是 增大基圆半径，减小滚子半径。
6. 根据图 1 所示的 $\frac{d^2s}{d\varphi^2} - \varphi$ 运动线图，可判断从动件的推程运动是 等加速等减速运动规律，从动件的回程运动是 简谐运动规律。

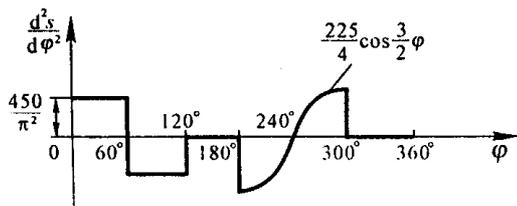


图 1

7. 在直动尖底从动件盘形凸轮机构中，图 2 所示的从动件运动规律尚不完全，试在图上补全各段的 $s - \delta$ ， $v - \delta$ ， $a - \delta$ 曲线，并指出哪些位置有刚性冲击，哪些位置有柔性冲击。

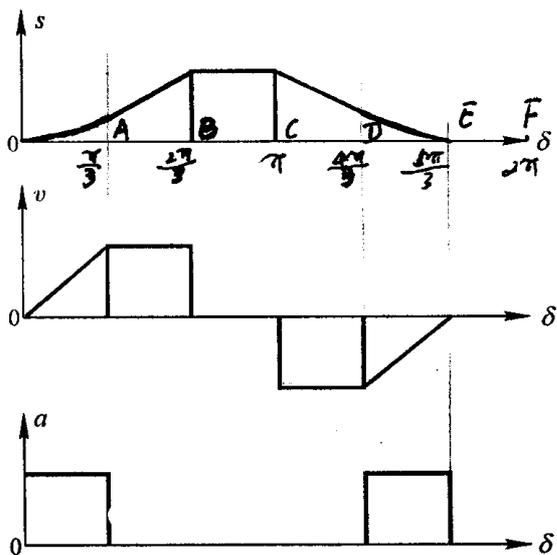


图 2

8. 在凸轮机构的几种常用从动件运动规律中，等速运动规律 只宜用于低速；等加速等减速运动规律 和 简谐运动规律 不宜用于高速；而 正弦加速度运动规律 和 多项式运动规律 都可在高速下应用。

B、C 处有刚性冲击，

O、A、D、E 处有柔性冲击

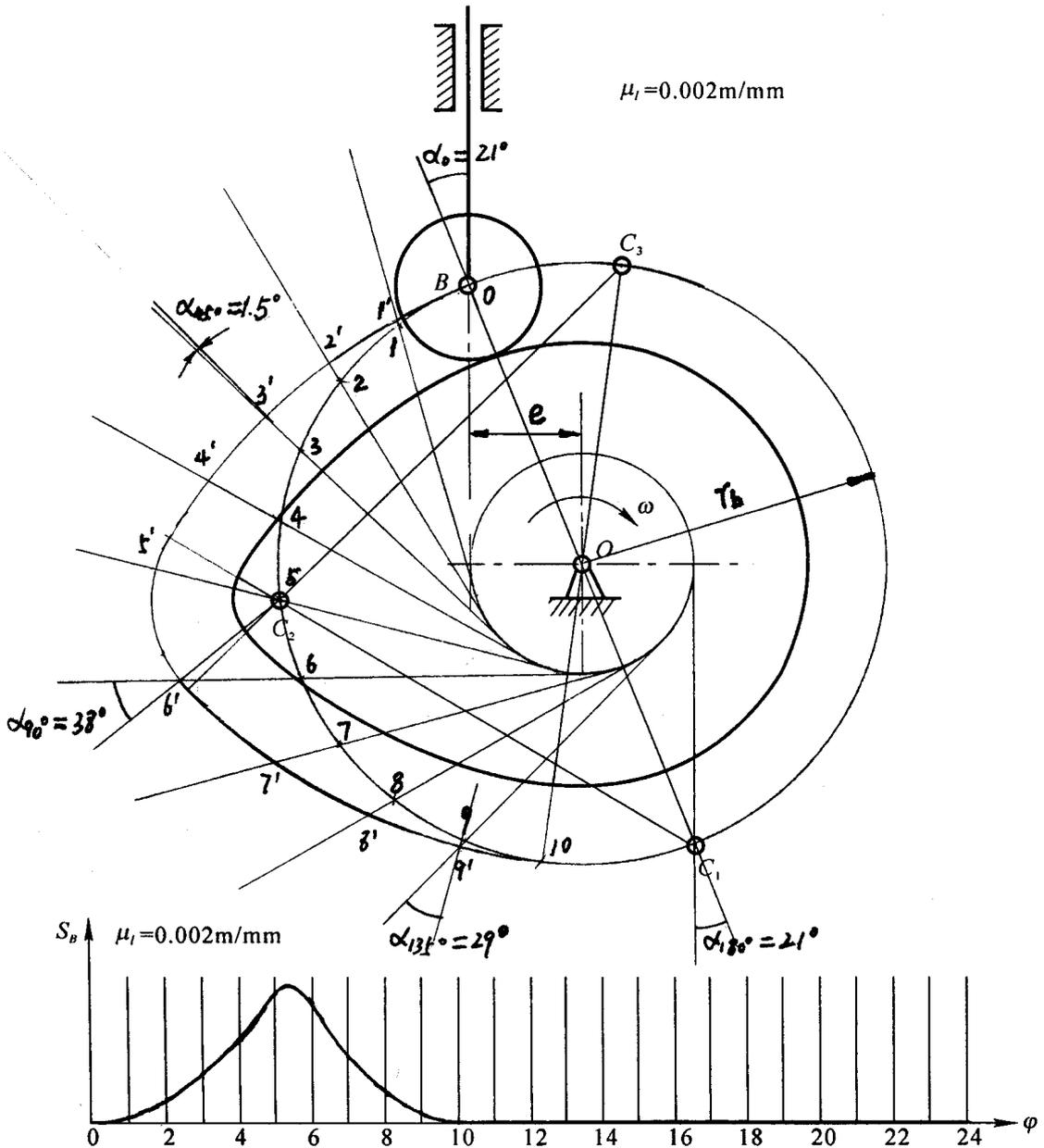
《机械原理》习题解答

凸轮机构：习题 2

图示为一偏置滚子直动从动件盘形凸轮机构运动简图，已知凸轮轮廓由四段圆弧组成，圆弧的圆心分别为 C_1, C_2, C_3 及 O 。试用反转法图解求：

- (1) 从动件的位移线图；
- (2) 凸轮在初始位置以及回转 $45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ 和 180° 时凸轮机构的压力角。

解

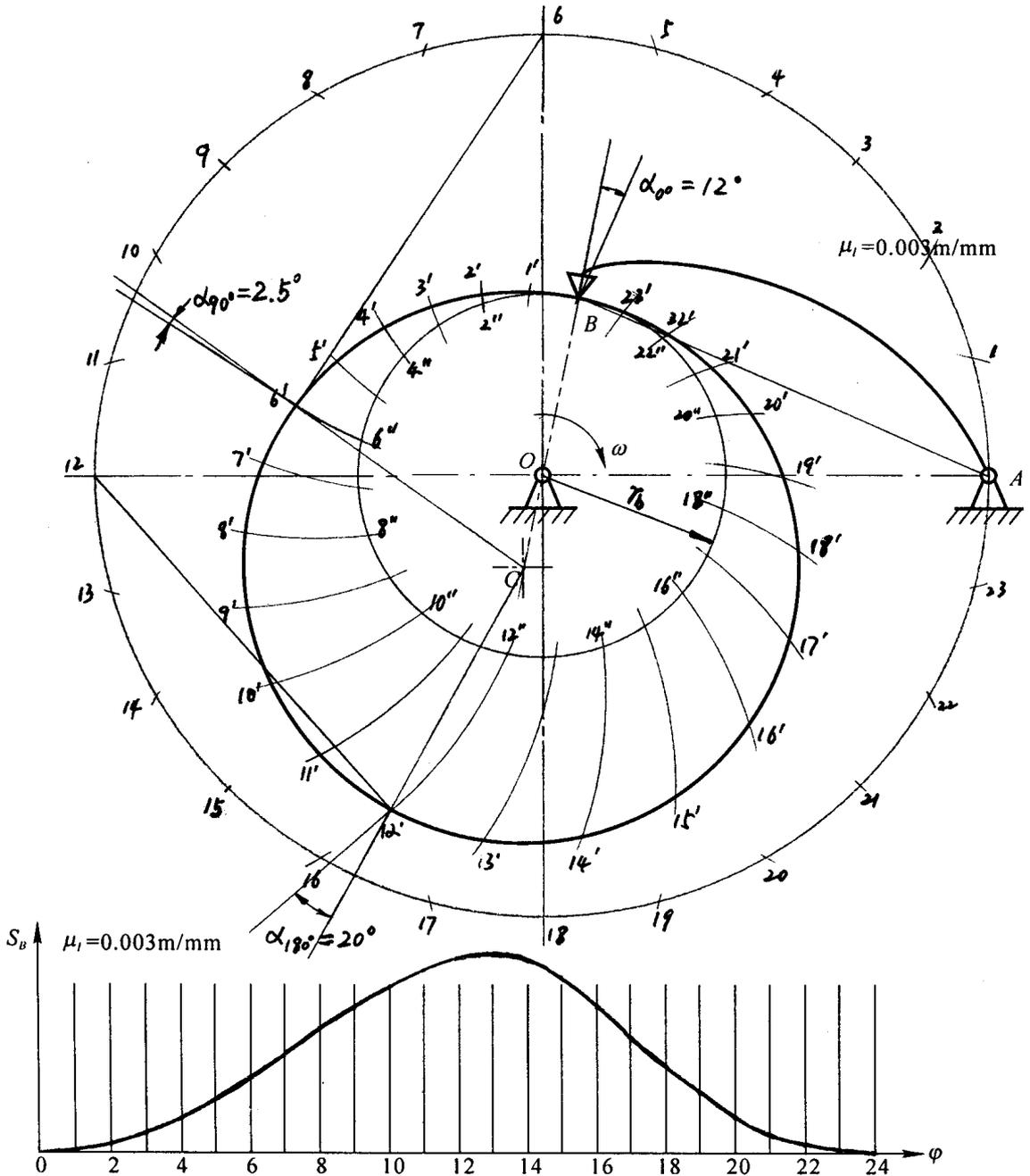


《机械原理》习题解答

凸轮机构：习题 3

图示为一尖底摆动从动件盘形凸轮机构的运动简图。已知凸轮轮廓如图所示，试用反转法图解求：

- (1) 从动件的位移线图；
- (2) 凸轮在初始位置以及回转 90° 及 180° 时凸轮机构的压力角。

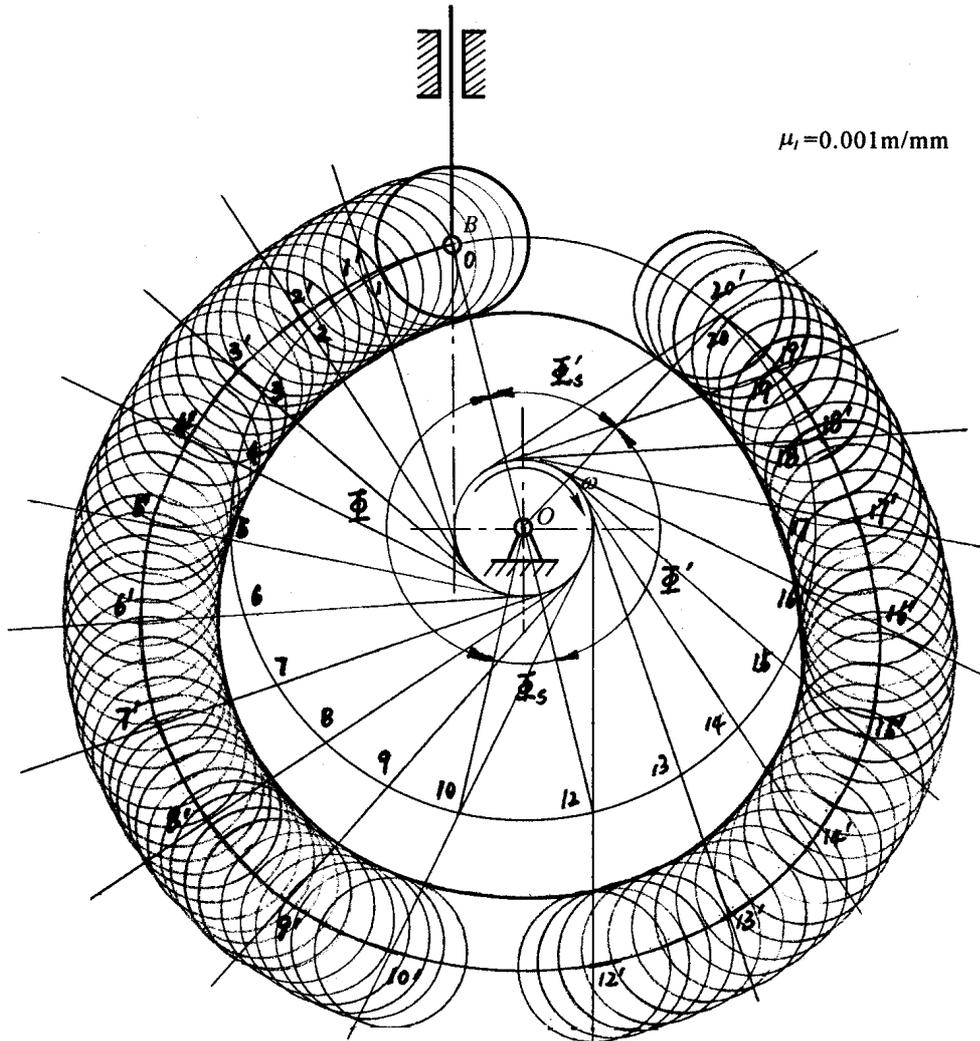
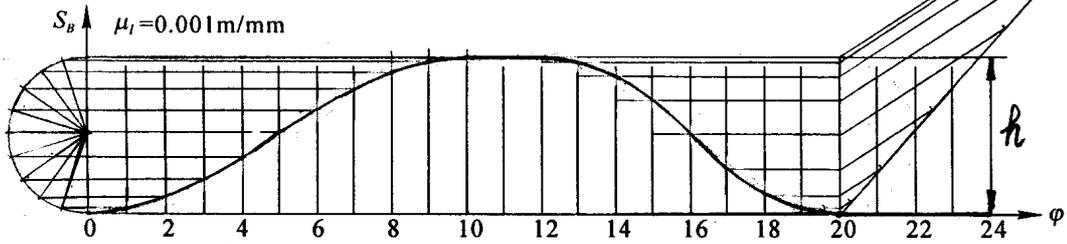


《机械原理》习题解答

凸轮机构：习题 5

用作图法设计一偏置滚子直动从动件盘形凸轮机构，凸轮回转方向及从动件初始位置如图所示。从动件的运动规律如下： $\Phi=150^\circ$ ， $\Phi_s=30^\circ$ ， $\Phi'=120^\circ$ ， $\Phi_s'=60^\circ$ ；从动件在推程时以简谐运动规律上升，行程 $h=20\text{mm}$ ；回程时以等加速等减速运动规律返回原处。试绘出从动件的位移线图及凸轮轮廓。

解

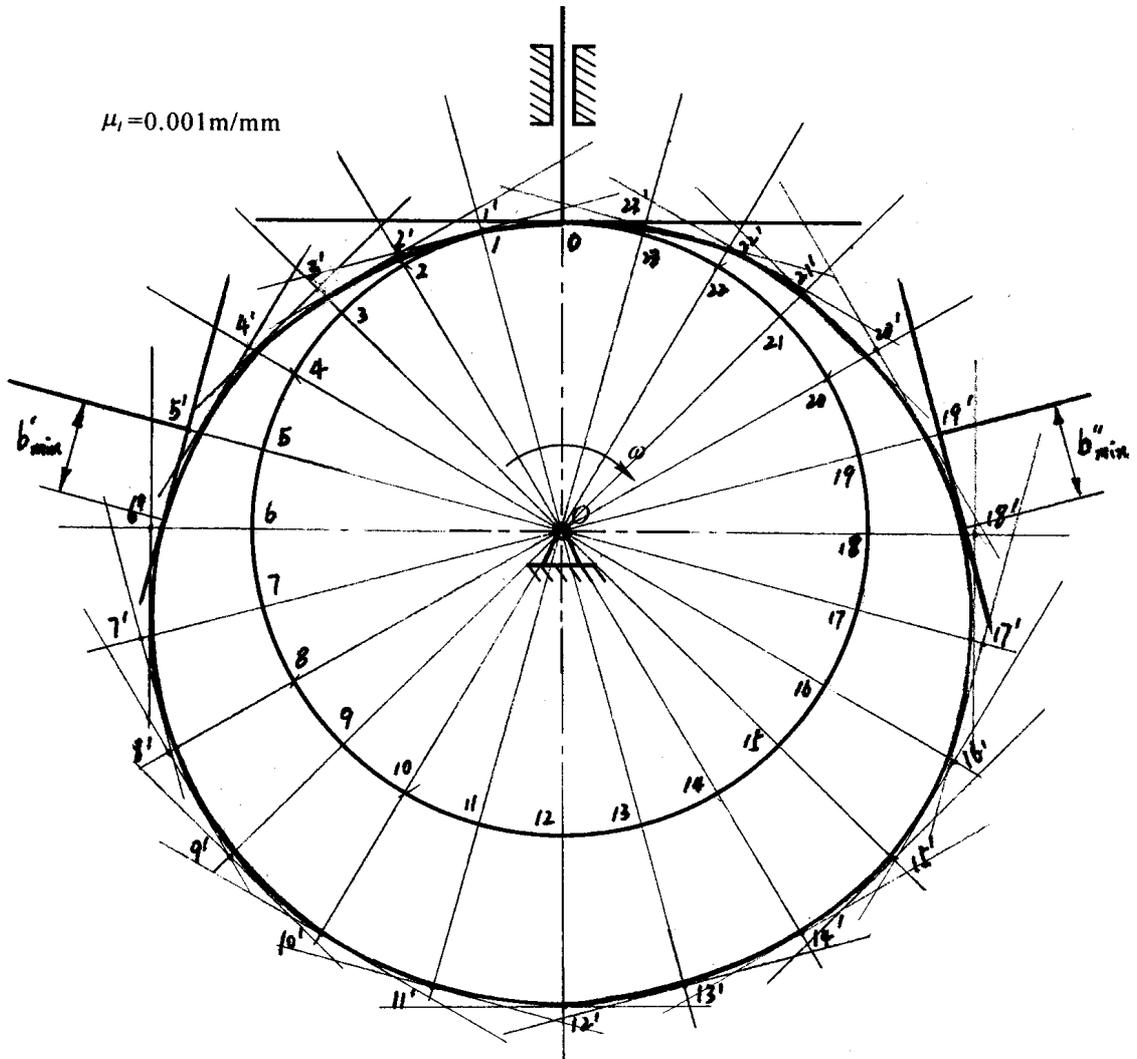
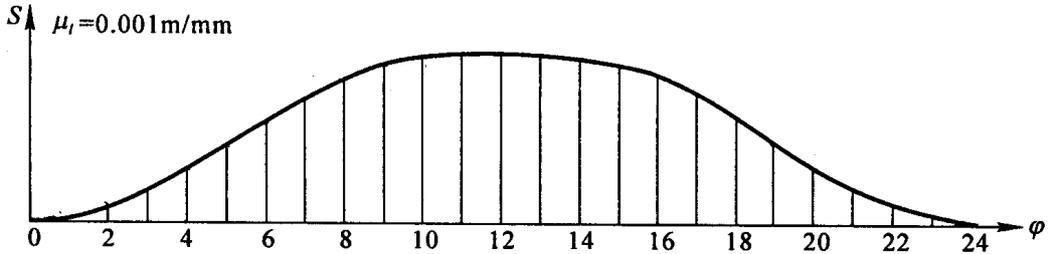


《机械原理》习题解答

凸轮机构：习题 6

用作图法设计一平底直动从动件盘形凸轮机构，凸轮回转方向、从动件的初始位置及从动件的位移线图如图所示。试绘制凸轮轮廓并确定从动件底面在导路左右两侧应有的长度。

解

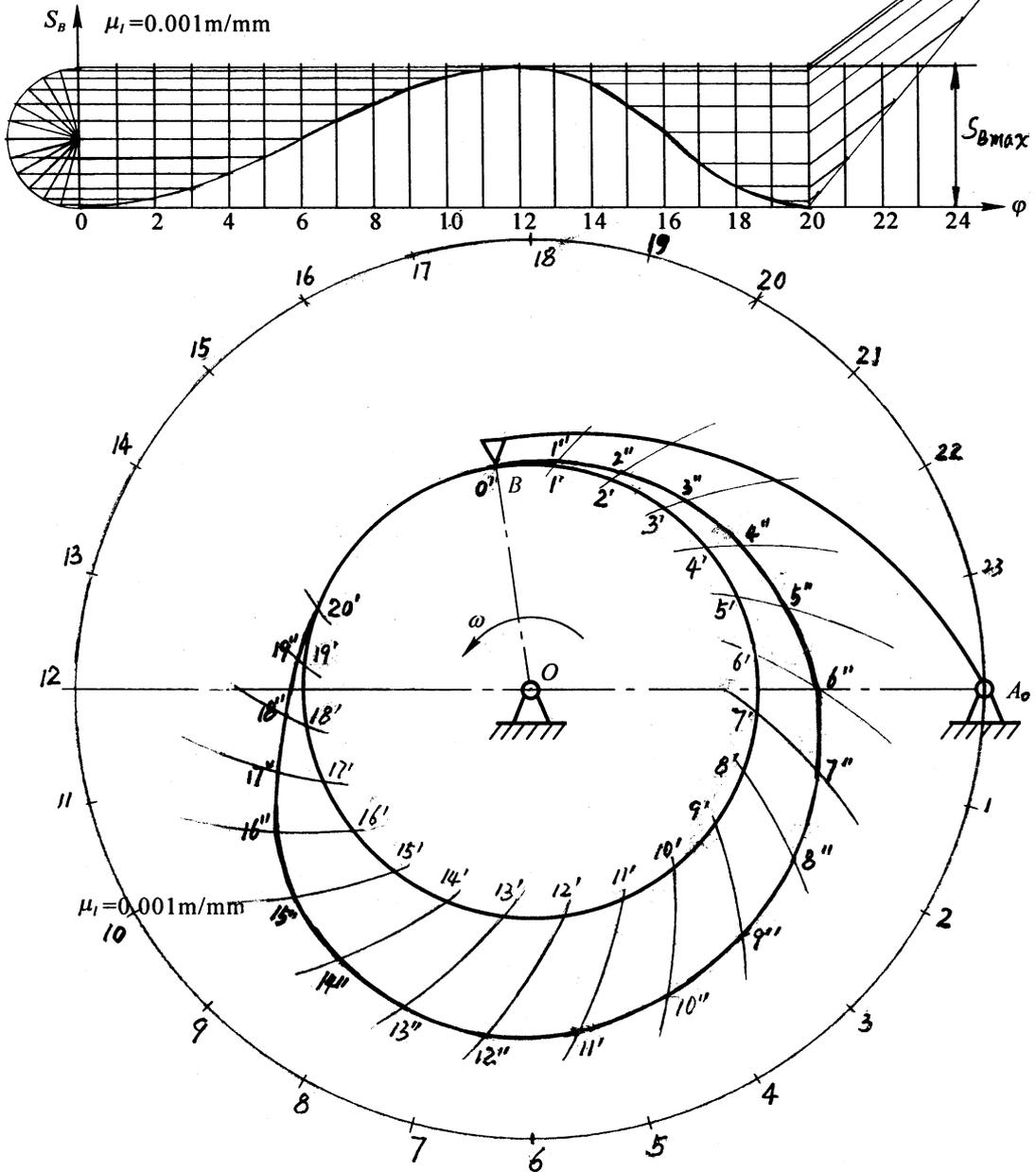


《机械原理》习题解答

凸轮机构：习题 7

用作图法设计一尖底摆动从动件盘形凸轮机构，凸轮回转方向及从动件初始位置如图所示。已知从动件的运动规律如下： $\Phi=180^\circ, \Phi_s=0^\circ, \Phi'=120^\circ, \Phi_s'=60^\circ$ ，从动件在推程时以简谐运动规律摆动，最大摆角 $\Psi_{\max}=15^\circ$ ；回程时以等加速等减速运动规律返回原处。试绘出从动件位移线图及凸轮轮廓。

解：
$$S_{B\max} = \psi_{\max} \cdot l_{AB} = \psi_{\max} \cdot \overline{AB} \cdot \mu_l = 15^\circ \frac{\pi}{180^\circ} \times 71 \times 0.001 (\text{m}) \approx 18.5 (\text{mm})$$

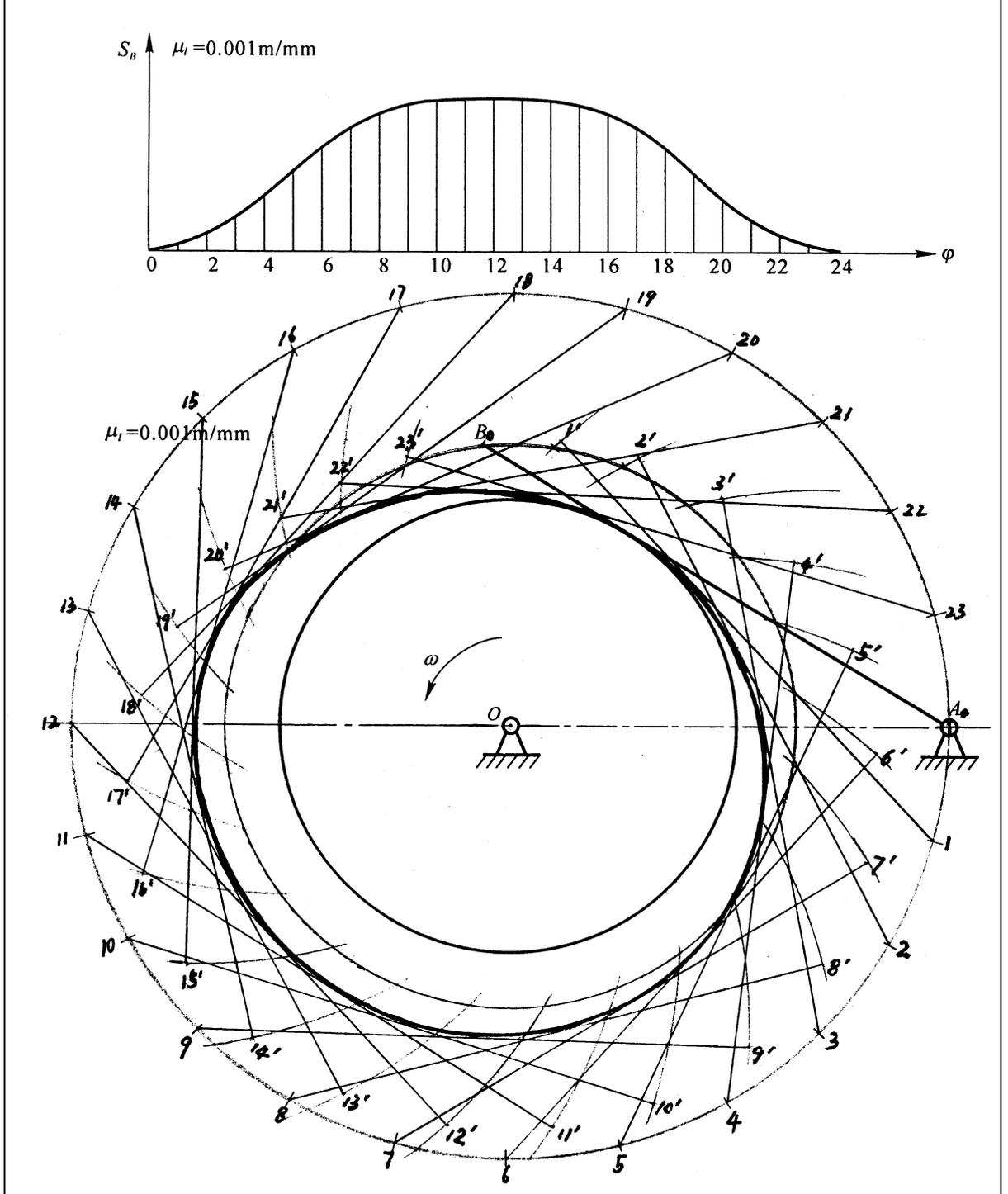


《机械原理》习题解答

凸轮机构：习题 8

用作图法设计一平底摆动从动件盘形凸轮机构，凸轮回转方向、从动件初始位置以及从动件的位移线图如图所示。试绘出凸轮轮廓并确定从动件底面应有的长度。

解

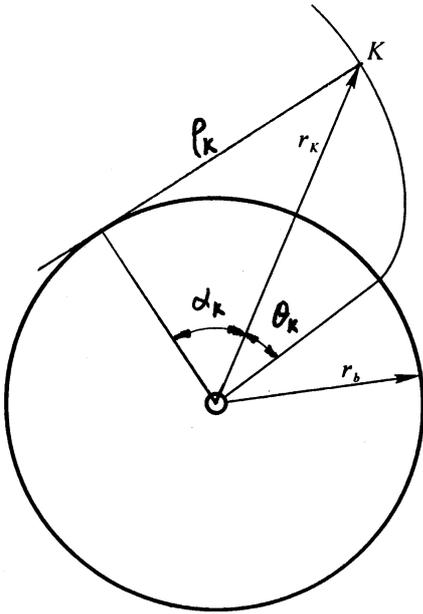


《机械原理》习题解答

齿轮机构：习题 1

已知一条渐开线，其基圆半径 $r_b = 50\text{mm}$ ，试求该渐开线在向径 $r_K = 65\text{mm}$ 的点 K 处的曲率半径 ρ_K 、压力角 α_K 及展角 θ_K 。

解



$$\because r_K = r_b / \cos \alpha_K$$

$$\begin{aligned} \therefore \alpha_K &= \arccos \frac{r_b}{r_K} \\ &= \arccos \frac{50}{65} = 39.715^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_K &= t \tan \alpha_K - \alpha_K \\ &= \tan 39.715^\circ - \frac{39.715^\circ}{180^\circ} \pi \\ &= 0.1375(\text{rad}) = 8^\circ 15' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{另外, } \rho_K &= \sqrt{r_K^2 - r_b^2} \\ &= \sqrt{65^2 - 50^2} = 41.533(\text{mm}) \end{aligned}$$

《机械原理》习题解答

齿轮机构：习题 2

设有一渐开线标准齿轮 $z=20, m=8\text{mm}, \alpha=20^\circ, h_a^*=1$, 试求：(1) 其齿廓曲线在分度圆与齿顶圆上的曲率半径 ρ, ρ_a , 以及齿顶圆压力角 α_a ; (2) 齿顶圆齿厚 s_a 及基圆齿厚 s_b ; (3) 若齿顶变尖 ($s_a=0$) 时, 齿顶圆半径 r'_a 应为多少? (4) 完成图示各尺寸的标注。

解

: (1) 求 ρ 、 α_a 及 ρ_a

$$d = m \cdot z = 8 \times 20 = 160(\text{mm})$$

$$d_a = m \cdot z + 2h_a^* = 8 \times 20 + 2 \times 1 \times 8 = 176(\text{mm})$$

$$d_b = d \cos \alpha = 160 \cos 20^\circ = 150.35(\text{mm})$$

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{(d/2)^2 - (d_b/2)^2} \\ &= \sqrt{80^2 - 75.1755^2} = 27.362(\text{mm}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_a &= \arccos \frac{d_b}{d_a} \\ &= \arccos \frac{150.351}{176} = 31.321^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_a &= \frac{1}{2} \sqrt{d_a^2 - d_b^2} = \frac{1}{2} \sqrt{176^2 - 150.351^2} \\ &= 45.745(\text{mm}) \end{aligned}$$

(2) 求 s_a 及 s_b

$$s = \frac{1}{2} m \pi = \frac{1}{2} \times 8 \pi = 12.5663(\text{mm})$$

$$\begin{aligned} s_a &= s \frac{r_a}{r} - 2r_a (\text{inv} \alpha_a - \text{inv} \alpha) \\ &= 12.5663 \frac{88}{80} - 2 \times 88 (\text{inv} 31.321^\circ - \text{inv} 20^\circ) = 5.559(\text{mm}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_b &= s \frac{r_b}{r} - 2r_b \cdot \text{inv} \alpha \\ &= 12.5663 \frac{75.1755}{80} - 2 \times 75.1755 \text{inv} 20^\circ = 14.049(\text{mm}) \end{aligned}$$

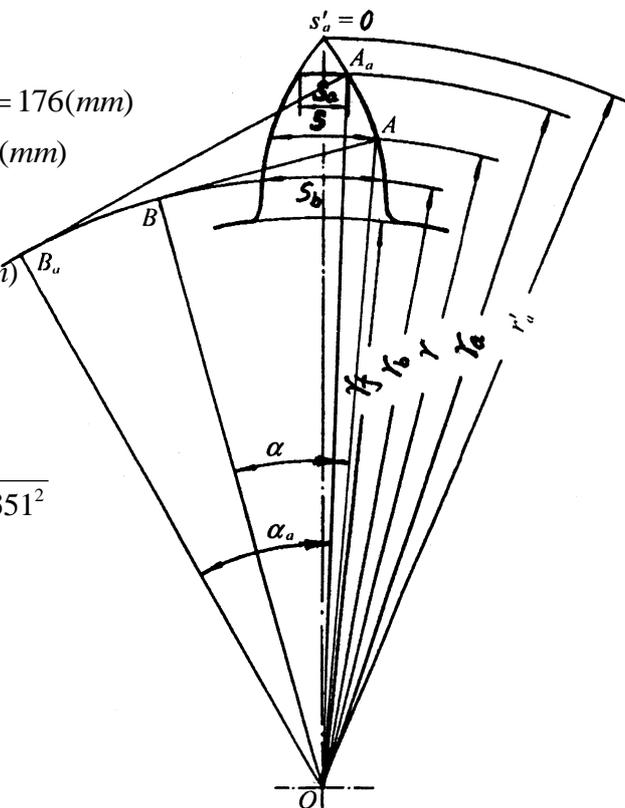
(3) 求当 $s'_a = 0$ 时 r'_a

$$s'_a = s \frac{r'_a}{r} - 2r'_a (\text{inv} \alpha'_a - \text{inv} \alpha) = 0$$

所以 $\text{inv} \alpha'_a = \frac{s}{2r} + \text{inv} \alpha = \frac{12.5663}{2 \times 80} + \text{inv} 20^\circ = 0.09344$

则 $\alpha'_a = 35^\circ 28'$

有 $r'_a = \frac{r_b}{\cos \alpha'_a} = \frac{150.351}{\cos 35^\circ 28'} = 184.604(\text{mm})$



《机械原理》习题解答

齿轮机构：习题 3

已知一对渐开线标准外啮合圆柱齿轮传动，其模数 $m = 10\text{mm}$ ，压力角 $\alpha = 20^\circ$ ，中心距 $a = 350\text{mm}$ ，传动比 $i_{12} = 9/5$ ，试计算这对齿轮传动的几何尺寸。

解：(1) 确定两轮的齿数

$$\because i_{12} = \frac{z_2}{z_1}, \quad a = \frac{1}{2}m(z_1 + z_2)$$

$$\therefore z_1 = \frac{2a}{m(1+i_{12})} = \frac{2 \times 350}{10(1+9/5)} = 25, \quad z_2 = i_{12} \cdot z_1 = \frac{9}{5} \times 25 = 45$$

故 $z_1 = \underline{\quad 25 \quad}$ ， $z_2 = \underline{\quad 45 \quad}$

(2) 计算两轮的几何尺寸如下(将各尺寸名称、计算公式、数据代入式及结果填于表内)

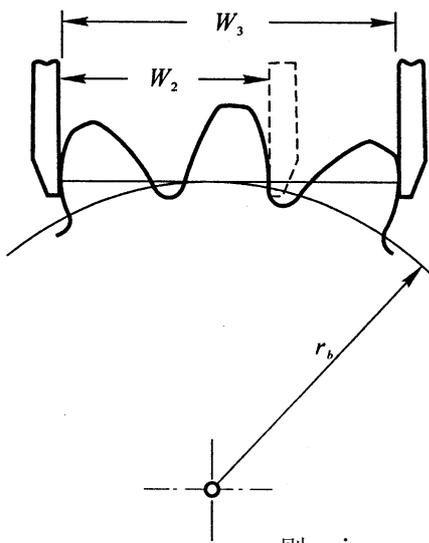
尺寸名称	小齿轮	大齿轮
分度圆直径	$d_1 = mz_1 = 10 \times 25 = 250\text{mm}$	$d_2 = mz_2 = 10 \times 45 = 450\text{mm}$
齿顶圆直径	$d_{a1} = d_1 + 2h_a^*m = 270\text{mm}$	$d_{a2} = d_2 + 2h_a^*m = 470\text{mm}$
齿根圆直径	$d_{f1} = d_1 - 2(h_a^* + c^*)m = 225\text{mm}$	$d_{f2} = d_2 - 2(h_a^* + c^*)m = 445\text{mm}$
基圆直径	$d_{b1} = d_1 \cos\alpha = 234.923\text{mm}$	$d_{b2} = d_2 \cos\alpha = 422.862\text{mm}$
全齿高	$h = (2h_a^* + c^*)m = 2(1 + 0.25) \times 10 = 22.5\text{mm}$	
齿顶高、齿根高	$h_a = h_a^*m = 10\text{mm}$	$h_f = (h_a^* + c^*)m = 12.5\text{mm}$
齿距	$p = m\pi = 31.416\text{mm}$	
齿厚、齿槽宽	$s = \frac{1}{2}m\pi = 15.708\text{mm}$	$e = \frac{1}{2}m\pi = 15.708\text{mm}$
齿圆齿距	$p_b = p \cos\alpha = 31.416 \times \cos 20^\circ = 29.521\text{mm}$	
节圆直径	$d'_1 = \frac{2a}{1+i_{12}} = 250\text{mm}$	$d'_2 = \frac{2ai_{12}}{1+i_{12}} = 450\text{mm}$
径向间隙	$c = c^*m = 0.25 \times 10 = 2.5\text{mm}$	

《机械原理》习题解答

齿轮机构：习题 4

有一个渐开线直齿圆柱齿轮，用卡尺测量其三个齿和两个齿的公法线长度分别为 $W_3=62.16\text{mm}$ 和 $W_2=39.38\text{mm}$ ，齿顶圆直径 $d_a=208\text{mm}$ ，齿根圆直径 $d_f=172\text{mm}$ ，数得其齿数 $z=24$ 。试求：

- (1) 该齿轮的模数 m 、压力角 α 、齿顶高系数 h_a^* 和顶隙系数 c^* ；
- (2) 齿顶圆齿厚 s_a 及齿顶变尖 ($s_k=0$) 时点 k 的向径 r_k 。



解：∵ $W_2 = p_b + s_b$, $W_3 = 2p_b + s_b$

$$p_b = m\pi \cos\alpha$$

$$s_b = s \frac{r_b}{r} + 2r_b \cdot \text{inv}\alpha$$

$$= \frac{1}{2} m\pi \frac{mz \cos\alpha}{mz} + mz \cos\alpha \cdot \text{inv}\alpha$$

$$= m \cos\alpha (\pi/2 + z \cdot \text{inv}\alpha)$$

$$\begin{aligned} \therefore p_b = W_3 - W_2, \text{ 则 } m \cos\alpha &= \frac{W_3 - W_2}{\pi} \\ &= \frac{62.16 - 39.38}{\pi} = 7.251 \end{aligned}$$

$$W_2 = m\pi \cos\alpha + m \cos\alpha (\pi/2 + z \cdot \text{inv}\alpha)$$

$$\text{则 } \text{inv}\alpha = \left(\frac{W_2}{m \cos\alpha} - \frac{3}{2} \pi \right) / z = \left(\frac{39.38}{7.251} - \frac{3}{2} \pi \right) / 24 = 0.02994$$

得 $\alpha = 25^\circ$, $m = 7.251 / \cos 25^\circ = 8\text{mm}$;

$$h_a^* = \frac{d_a - d}{2m} = \frac{208 - 8 \times 24}{2 \times 8} = 1.0, \quad c^* = \frac{d_a - d_f}{2m} - 2h_a^* = \frac{208 - 172}{2 \times 8} - 2 = 0.25$$

$$(2) \quad \therefore r_b = \frac{mz \cos\alpha}{2} = \frac{8}{2} \times 24 \cos 25^\circ = 87.006\text{mm}$$

$$\alpha_a = \arccos \frac{r_b}{r_a} = \arccos \frac{87.006}{104} = 33.218^\circ$$

$$s = \frac{1}{2} m\pi = \frac{1}{2} \times 8\pi = 12.5663\text{mm}, \quad r = \frac{1}{2} mz = \frac{1}{2} \times 8 \times 24 = 96\text{mm}$$

$$\begin{aligned} \therefore s_a = s \frac{r_a}{r} - 2r_a (\text{inv}\alpha_a - \text{inv}\alpha) &= 12.5663 \frac{104}{96} - 2 \times 104 (\text{inv}33.218^\circ - \text{inv}25^\circ) \\ &= 4.2344\text{mm} \end{aligned}$$

当 $s_k = s \frac{r_k}{r} - 2r_k (\text{inv}\alpha_k - \text{inv}\alpha) = 0$, 有

$$\text{inv}\alpha_k = \frac{s}{2r} + \text{inv}\alpha = \frac{12.5663}{2 \times 96} + \text{inv}25^\circ = 0.09542, \quad \alpha_k = 35^\circ 42'$$

$$\text{则 } r_k = \frac{r_b}{\cos\alpha_k} = \frac{87 \cos 25^\circ}{\cos 35^\circ 42'} = 107.1387\text{mm}$$

《机械原理》习题解答

齿轮机构：习题 5

已知一对渐开线标准外啮合直齿圆柱齿轮传动, $m=5\text{mm}$, $\alpha=20^\circ$, $z_1=19$, $z_2=42$ 。

(1) 试求当啮合角 $\alpha'=20^\circ$ 时, 这对齿轮的实际啮合线的长度 $\overline{B_1B_2}$ 及重合度 ε , 并绘出单齿及双齿啮合区。

(2) 试求当中心距增大到刚好能连续传动时, 这对齿轮的啮合角 α' , 节圆半径 r_1' 和 r_2' , 中心距 a' 及顶隙 c 。

解: (1) 求 $\overline{B_1B_2}$ ε

$$r_1 = mz_1/2 = 5 \times 19/2 = 47.5\text{mm}$$

$$r_{b1} = r_1 \cos\alpha = 47.5 \times \cos 20^\circ = 44.635\text{mm}$$

$$r_{a1} = r_1 + h_a^* m = 47.5 + 1 \times 5 = 52.5\text{mm}$$

$$\alpha_{a1} = \arccos \frac{r_{b1}}{r_{a1}} = \arccos \frac{44.635}{52.5} = 31.767^\circ$$

$$r_2 = mz_2/2 = 5 \times 42/2 = 105\text{mm}, \quad r_{b2} = r_2 \cos\alpha = 105 \cos 20^\circ = 98.668\text{mm}$$

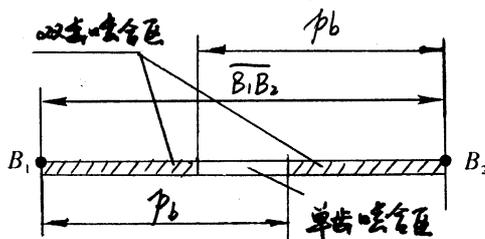
$$r_{a2} = r_2 + h_a^* m = 105 + 1 \times 5 = 110\text{mm}, \quad \alpha_{a2} = \arccos \frac{r_{b2}}{r_{a2}} = \arccos \frac{98.668}{110} = 26.236^\circ$$

$$\overline{B_1B_2} = r_{b1} (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') + r_{b2} (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha')$$

$$= 44.635 (\tan 31.767^\circ - \tan 20^\circ) + 98.668 (\tan 26.236^\circ - \tan 20^\circ) = 24.1087\text{mm}$$

$$p_b = m\pi \cos\alpha = 5\pi \cos 20^\circ = 14.7607\text{mm}$$

$$\varepsilon = \frac{\overline{B_1B_2}}{p_b} = \frac{24.1087}{5\pi \cos 20^\circ} = 1.6333$$



(2) 当刚好能连续传动时, 有: $\varepsilon = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') + z_2 (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha')]$

所以 (将各尺寸参数的计算式、数据代入式及结果写于以下各式)

$$\alpha' = \arctan \frac{z_1 \tan \alpha_{a1} + z_2 \tan \alpha_{a2} - 2\pi}{z_1 + z_2}$$

$$= \arctan \frac{19 \tan 31.767^\circ + 42 \tan 26.236^\circ - 2\pi}{19 + 42} = 23.2293^\circ$$

$$a = \frac{1}{2} m (z_1 + z_2) = \frac{1}{2} \times 5 (19 + 42) = 152.5\text{mm}$$

$$a' = a \cos\alpha / \cos\alpha' = 152.5 \cos 20^\circ / \cos 23.2293^\circ = 155.945\text{mm}$$

$$r_1' = \frac{a'}{1 + i_{12}} = \frac{155.945}{1 + 42/19} = 48.573\text{mm}, \quad r_2' = i_{12} r_1' = \frac{42}{19} \times 48.573 = 107.732\text{mm}$$

$$r_{f2} = r_2 - (h_a^* + c^*) m = 105 - (1 + 0.25) \times 5 = 98.75\text{mm}$$

$$c = a' - r_{a1} - r_{f2} = 155.945 - 52.5 - 98.75 = 4.695\text{mm}$$

《机械原理》习题解答

齿轮机构：习题 6

如图所示为以 $\mu_l = 0.001\text{m/mm}$ 绘制的一对渐开线标准齿轮传动，设轮 1 为原动件，轮 2 为从动件，两轮的转向如图所示，现要求：

- (1) 根据图上尺寸，确定两齿轮的基本参数 ($m, h_a^*, c^*, \alpha, z_1$ 及 z_2)；
- (2) 标出两齿轮的齿顶圆、齿根圆、基圆、分度圆、节圆、分度圆压力角及啮合角；
- (3) 标出理论啮合线 N_1N_2 、开始啮合点 B_2 、终止啮合点 B_1 及实际齿廓工作段 (标在 K 点处齿廓上)；
- (4) 标出实际啮合线 $\overline{B_1B_2}$ 及基圆齿距 p_b ，并按这些尺寸估算重合度 ε_α ；
- (5) 找出轮 2 齿廓上与轮 1 齿廓上 a_1 点相啮合的对应点 a_2 (保留作图线)。

解：(1) 由图量得 $\alpha' = 20^\circ$ ，表明该对齿轮为标准安装。

由 $\tau_1 \approx 21^\circ, \tau_2 \approx 13^\circ$ ，
得 $z_1 = 360^\circ / \tau_1 \approx 17.14$ ，

$$z_2 = 360^\circ / \tau_2 \approx 27.69$$

由 $a = \frac{1}{2}m(z_1 + z_2) = 180\text{mm}$ ，

$$\text{得 } m = \frac{2a}{z_1 + z_2} = \frac{2 \times 180}{17.14 + 27.69} = 8.03\text{mm}，\text{ 取 } m = 8\text{mm}$$

由 $r_1 = \frac{1}{2}mz_1 = 72\text{mm}$

$$r_2 = \frac{1}{2}mz_2 = 108\text{mm}$$

得 $z_1 = 2r_1/m = 18$ ，

$$z_2 = 2r_2/m = 27$$

由 $r_{a1} = r_1 + h_a^*m = 80\text{mm}$

$$r_{f1} = r_1 - (h_a^* + c^*)m = 62\text{mm}$$

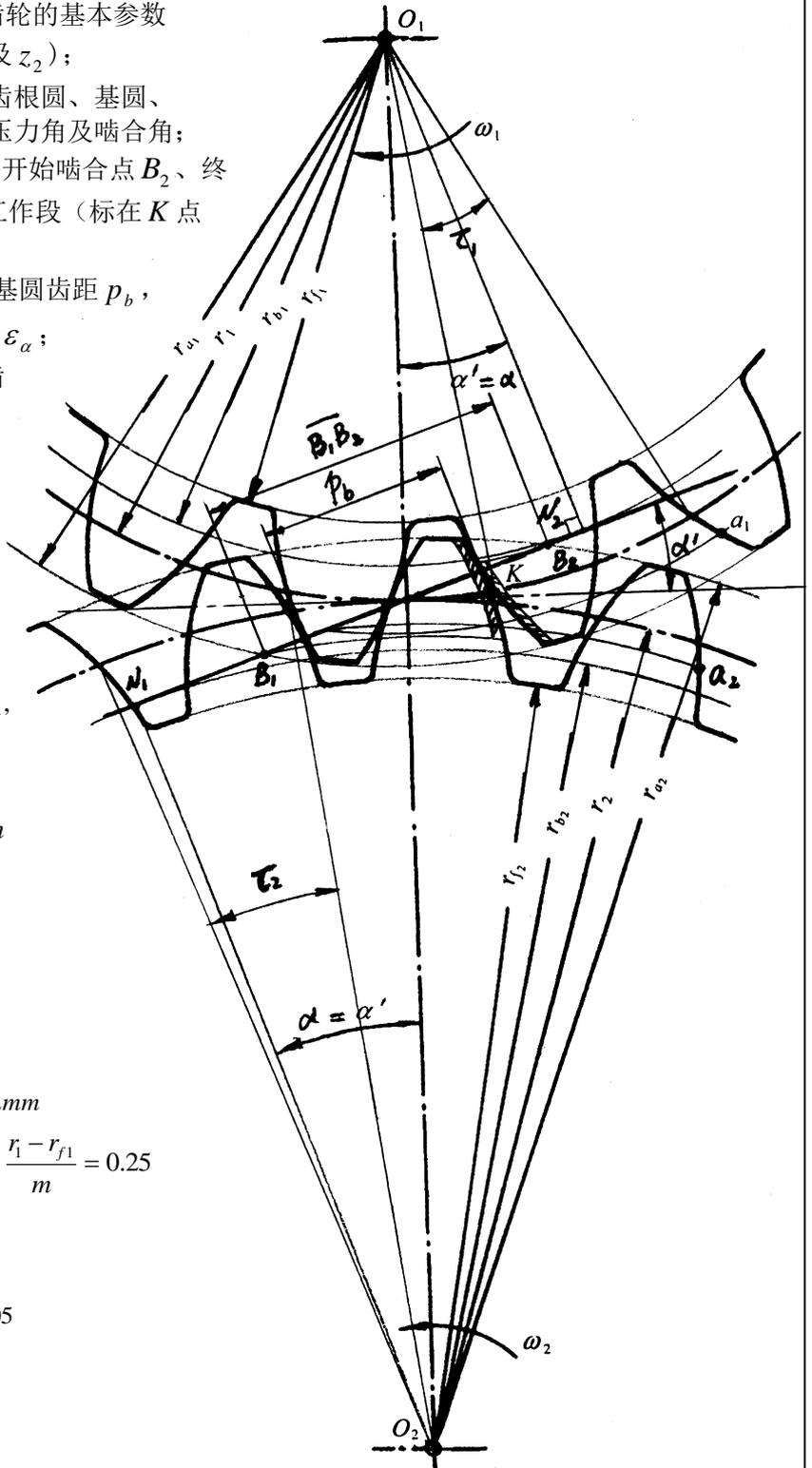
得 $h_a^* = \frac{r_{a1} - r_1}{m} = 1.0, c^* = \frac{r_1 - r_{f1}}{m} = 0.25$

(2) 如图所示。

(3) 如图所示。

$$(4) \quad \varepsilon = \frac{\overline{B_1B_2}}{p_b} = \frac{38.2}{23.8} = 1.605$$

(5) 如图所示。



《机械原理》习题解答

齿轮机构：习题 7

用标准齿条型刀具切制直齿圆柱齿轮，已知齿轮参数 $z = 35$ ， $\alpha = 20^\circ$ ， $h_a^* = 1$ 欲使齿轮齿廓的渐开线起始点在基圆上，试问是否需要变位？如需要变位，其变位系数 x 应取多少？

解：由于该齿轮 $h_a^* = 1.0$ ， $\alpha = 20^\circ$ ， $z = 35$ ，若按标准齿轮加工， $z > z_{\min} = 17$ ，

所以齿廓的渐开线起始点在基圆外，若要使齿廓的渐开线起始点在基圆上，必须变位且采用负变位。

由渐开线起始点在基圆上的条件，得

$$h_a^* m - xm = \frac{1}{2} m z \sin^2 \alpha$$

则
$$x = h_a^* - \frac{1}{2} z \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2} \times 35 \times \sin^2 20^\circ = -1.0471。$$

《机械原理》习题解答

现利用一齿条型刀具(齿条插刀或齿轮滚刀)按范成法加工渐开线齿轮,齿条刀具的基本参数为: $m=4\text{mm}$, $\alpha=20^\circ$, $h_a^*=1$, $c^*=0.25$,又设刀具移动的速度 $v_{\text{刀}}=0.002\text{m/s}$,试就下表所列几种加工情况,求出表列各个项目的值,并表明刀具分度线与轮坯的相对位置关系(以 L 表示轮坯中心到刀具分度线的距离)。

现利用一齿条型刀具(齿条插刀或齿轮滚刀)按范成法加工渐开线齿轮,齿条刀具的基本参数为: $m=4\text{mm}$, $\alpha=20^\circ$, $h_a^*=1$, $c^*=0.25$,又设刀具移动的速度 $v_{\text{刀}}=0.002\text{m/s}$,试就下表所列几种加工情况,求出表列各个项目的值,并表明刀具分度线与轮坯的相对位置关系(以 L 表示轮坯中心到刀具分度线的距离)。

切制齿轮情况	要求计算的项目	图形表示
1. 加工 $z=15$ 的标准齿轮	$r = mz/2 = 4 \times 15/2 = 30\text{mm}$ $r' = r = 30\text{mm}$ $L = 30\text{mm}$ $n_{\text{(轮坯转速)}} = \frac{v_{\text{刀}}}{r'} \cdot \frac{30}{\pi} \times 1000$ $= \frac{0.002}{30} \cdot \frac{30}{\pi} \times 10^3 = 0.6366 \text{ r/min}$	
2. 加工 $z=15$ 的齿轮,要求刚好不根切	$r = mz/2 = 4 \times 15/2 = 30\text{mm}$ $x = x_{\min} = \frac{z_{\min} - z}{z_{\min}} = 0.1176$ $r' = r = 30\text{mm}$ $L = r + xm = 30.471\text{mm}$ $n = \frac{v_{\text{刀}}}{r'} \cdot \frac{3 \times 10^4}{\pi} = \frac{0.002}{30} \cdot \frac{3 \times 10^4}{\pi}$ $= 0.6366 \text{ r/min}$	
3. 如果 v 及 L 的值与情况 1 相同,而轮坯的转速却为 $n = 0.7958\text{r/min}$	$r = \frac{v_{\text{刀}}}{n} \cdot \frac{3 \times 10^4}{\pi} = 24\text{mm}$ $z = \frac{2r}{m} = \frac{2 \times 24}{4} = 12$ $L = 30\text{mm}$ $x = \frac{L - r}{m} = \frac{30 - 24}{4} = 1.5$ $r' = r = 24\text{mm}$	
4. 如果 v 及 L 的值与情况 1 相同,而轮坯的转速却为 $n = 0.5305\text{r/min}$	$r = \frac{v_{\text{刀}}}{n} \cdot \frac{3 \times 10^4}{\pi} = 36\text{mm}$ $z = \frac{2r}{m} = \frac{2 \times 36}{4} = 18$ $L = 30\text{mm}$ $x = \frac{L - r}{m} = \frac{30 - 36}{4} = -1.5$ $r' = r = 36\text{mm}$	

齿轮机构：习题 8

齿轮机构：习题 9

《机械原理》习题解答

欲设计一对渐开线齿轮传动,已知实际中心距为 100mm。现已找到一只正常齿制的渐开线标准直齿圆柱齿轮,其齿数为 20,模数为 3mm,压力角为 20° ,要求传动比为 2.3。

- (1) 试确定另一只齿轮的齿数和传动时的啮合角;
- (2) 若要求无侧隙啮合传动时,这只齿轮是否需要变位? 若需要变位,其变位系数应取多少?
- (3) 试计算这对齿轮啮合传动时的实际顶隙。

解: (1) $z_2 = z_1 i_{12} = 20 \times 2.3 = 46$

$$a = \frac{1}{2} m (z_1 + z_2) = \frac{1}{2} \times 3 (20 + 46) = 99 \text{ mm}$$

$$\alpha' = \arccos\left(\frac{a \cos \alpha}{a'}\right) = \arccos\left(\frac{99}{100} \cos 20^\circ\right) = 21.519^\circ$$

- (2) 因为实际中心距 a' 大于理论中心距, 所以有侧隙存在, 若要求无侧隙啮合传动, 则需要变位。

$$x_\Sigma = \frac{\text{inv} \alpha' - \text{inv} \alpha}{2 \tan \alpha} (z_1 + z_2) = \frac{\text{inv} 21.519^\circ - \text{inv} 20^\circ}{2 \tan 20^\circ} (20 + 46) = 0.3456$$

\therefore 小齿轮是标准齿轮, $x_1 = 0$, $\therefore x_2 = x_\Sigma = 0.3456$ 。

(3) $\therefore r_{a1} = \frac{1}{2} m z_1 + h_a^* m = \frac{3}{2} \times 20 + 1.0 \times 3 = 33 \text{ mm}$

$$r_{f2} = \frac{1}{2} m z_2 - (h_a^* + c^* - x_2) m = \frac{3}{2} \times 46 - (1 + 0.25 - 0.3456) \times 3 = 66.2868 \text{ mm}$$

\therefore 小齿轮齿顶间隙 $c' = a' - r_{a1} - r_{f2} = 100 - 33 - 66.2868 = 0.7132 \text{ mm}$

又 $\therefore y = \frac{a' - a}{m} = \frac{100 - 99}{3} = \frac{1}{3}$ $\Delta y = x_\Sigma - y = 0.3456 - 1/3 = 0.012667$

$$\therefore r_{a2} = \frac{1}{2} m z_2 + (h_a^* + x_2 - \Delta y) m = \frac{3}{2} \times 46 + (1.0 + 0.3456 - 0.012667) \times 3 = 72.9988 \text{ mm}$$

$$r_{f1} = \frac{1}{2} m z_1 - (h_a^* + c^*) m = \frac{3}{2} \times 20 - (1 + 0.25) \times 3 = 26.25 \text{ mm}$$

则大齿轮齿顶间隙

$$c'' = a' - r_{a2} - r_{f1} = 100 - 72.9988 - 26.25 = 0.7512 \text{ mm}$$

《机械原理》习题解答

试设计一对外啮合渐开线直齿圆柱齿轮传动。已知实际中心距 $a' = 125\text{mm}$ ，传动比 $i_{12} = 3$ ，模数 $m = 5\text{mm}$ 。

$$\text{解: } z_1 = \frac{2a'}{m(1+i_{12})} = \frac{2 \times 125}{5 \times (1+3)} = 12.5, \text{ 取 } z_1 = 12, \text{ 则 } z_2 = i_{12} \cdot z_1 = 3 \times 12 = 36$$

$$a = \frac{1}{2}m(z_1 + z_2) = 5 \times (12 + 36)/2 = 120\text{mm}$$

$$\alpha' = \arccos(a \cos \alpha / a') = \arccos(120 \cos 20^\circ / 125) = 25.5638^\circ$$

$$x_\Sigma = \frac{z_1 + z_2}{2 \tan \alpha} (\text{inv} \alpha' - \text{inv} \alpha) = \frac{12 + 36}{2 \tan 20^\circ} (\text{inv} 25.5638^\circ - \text{inv} 20^\circ) = 1.1385$$

$$\therefore x_{\min} = \frac{z_{\min} - z_1}{z_{\min}} = \frac{17 - 12}{12} = 0.2941, \quad \therefore \text{取 } x_1 = 0.3, \quad x_2 = x_\Sigma - x_1 = 0.8385$$

$$\therefore y = \frac{a' - a}{m} = \frac{125 - 120}{5} = 1, \quad \therefore \Delta y = x_\Sigma - y = 1.1385 - 1 = 0.1385$$

$$r_1 = \frac{1}{2}mz_1 = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30\text{mm}, \quad r_2 = \frac{1}{2}mz_2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 36 = 90\text{mm}$$

$$r_{f1} = r_1 - (h_a^* + c^* - x_1)m = 30 - (1 + 1.25 - 0.3) \times 5 = 25.25\text{mm}$$

$$r_{f2} = r_2 - (h_a^* + c^* - x_2)m = 90 - (1 + 1.25 - 0.8385) \times 5 = 87.9425\text{mm}$$

$$r_{a1} = r_1 + (h_a^* + x_1 - \Delta y)m = 30 + (1 + 0.3 - 0.1385) \times 5 = 35.8075\text{mm}$$

$$r_{a2} = r_2 + (h_a^* + x_2 - \Delta y)m = 90 + (1 + 0.8385 - 0.1385) \times 5 = 98.5\text{mm}$$

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha = 30 \cos 20^\circ = 28.1908\text{mm}, \quad r_{b2} = r_2 \cos \alpha = 90 \cos 20^\circ = 84.5723\text{mm}$$

$$s_1 = \frac{1}{2}m\pi + 2x_1m \tan \alpha = \frac{1}{2} \times 5 \times \pi + 2 \times 0.3 \times 5 \tan 20^\circ = 8.9459\text{mm}$$

$$s_2 = \frac{1}{2}m\pi + 2x_2m \tan \alpha = \frac{1}{2} \times 5 \times \pi + 2 \times 0.8385 \times 5 \tan 20^\circ = 10.9059\text{mm}$$

$$\alpha_{a1} = \arccos \frac{r_{b1}}{r_{a1}} = \arccos \frac{28.1908}{35.8075} = 38.0673^\circ, \quad \alpha_{a2} = \arccos \frac{r_{b2}}{r_{a2}} = \arccos \frac{84.5723}{98.5} = 30.8400^\circ$$

$$s_{a1} = s_1 \frac{r_{a1}}{r_1} - 2r_{a1}(\text{inv} \alpha_{a1} - \text{inv} \alpha) = 8.9459 \frac{35.8075}{30} - 2 \times 35.8075(\text{inv} 38.0673^\circ - \text{inv} 20^\circ) = 3.2387\text{mm}$$

$$s_{a2} = s_2 \frac{r_{a2}}{r_2} - 2r_{a2}(\text{inv} \alpha_{a2} - \text{inv} \alpha) = 10.9059 \frac{98.5}{90} - 2 \times 98.5(\text{inv} 30.84^\circ - \text{inv} 20^\circ) = 3.2871\text{mm}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} [z_1(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') + z_2(\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha')]$$

$$= \frac{1}{2\pi} [12(\tan 38.0673^\circ - \tan 25.5638^\circ) + 36(\tan 30.84^\circ - \tan 25.5638^\circ)] = 1.2624$$

《机械原理》习题解答

设已知一对斜齿轮传动, $z_1=20, z_2=40, m_n=8\text{mm}, \alpha_n=20^\circ, h_{a_n}^*=1, c_n^*=0.25, b=30\text{mm}$, 并初取螺旋角 $\beta=15^\circ$, 试求该传动的中心距 a (a 值应圆整为个位数为 0 或 5, 并相应重算螺旋角 β)、几何尺寸、当量齿数和重合度。

齿轮机构：习题 11

解：(1)计算中心距 a 及重算螺旋角 β 。

$$a = \frac{m_n}{2 \cos \beta} (z_1 + z_2) = \frac{8}{2 \cos 15^\circ} (20 + 40) = 248.4663 \text{ mm}, \text{ 取 } a = 250 \text{ mm}$$

$$\text{则 } \beta = \arccos \left[\frac{m_n}{2a} (z_1 + z_2) \right] = \arccos \left[\frac{8}{2 \times 250} (20 + 40) \right] = 16.26^\circ$$

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} = 0.3791, \quad \alpha_t = 20.7635^\circ, \quad m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} = 8.3333 \text{ mm}$$

(2) 计算几何尺寸及当量齿数 (将各尺寸名称、计算公式、数据代入式及结果填于表内)。

尺寸名称	小 齿 轮	大 齿 轮
分度圆直径	$d_1 = \frac{m_n}{\cos \beta} z_1 = 166.6665 \text{ mm}$	$d_2 = \frac{m_n}{\cos \beta} z_2 = 333.3330 \text{ mm}$
齿顶圆直径	$d_{a1} = d_1 + 2h_{an}^* m_n = 182.6665 \text{ mm}$	$d_{a2} = d_2 + 2h_{an}^* m_n = 349.3330 \text{ mm}$
齿根圆直径	$d_{f1} = d_1 - 2(h_{an}^* + c_n^*) m_n = 146.6665 \text{ mm}$	$d_{f2} = d_2 - 2(h_{an}^* + c_n^*) m_n = 313.3330 \text{ mm}$
基圆直径	$d_{b1} = d_1 \cos \alpha_t = 155.8418 \text{ mm}$	$d_{b2} = d_2 \cos \alpha_t = 311.6836 \text{ mm}$
齿顶高和齿根高	$h_a = h_{an}^* m_n = 1 \times 8 = 8 \text{ mm}, \quad h_f = (h_{an}^* + c_n^*) m_n = (1 + 0.25) \times 8 = 10 \text{ mm}$	
齿厚	$s_n = \frac{1}{2} m_n \pi = 12.5664 \text{ mm}, \quad s_t = \frac{1}{2} m_t \pi = 13.0894 \text{ mm}$	
齿距	$p_n = m_n \pi = 25.1327 \text{ mm}, \quad p_t = m_t \pi = 26.1798 \text{ mm}$	
当量齿数	$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = 22.6055$	$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = 45.2111$
重合度	$\alpha_{at1} = \arccos \left(\frac{d_{b1}}{d_{a1}} \right) = \arccos \frac{155.4814}{182.6665} = 31.4441^\circ$ $\alpha_{at2} = \arccos \left(\frac{d_{b2}}{d_{a2}} \right) = \arccos \frac{311.6836}{349.3330} = 26.8458^\circ$ $\varepsilon = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha_t) + z_2 (\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha_t)] + \frac{b \tan \beta}{p_t}$ $= \frac{1}{2\pi} [20 (\tan 31.4441^\circ - \tan 20.7635^\circ) + 40 (\tan 26.8458^\circ - \tan 20.7635^\circ)] + \frac{30 \tan 16.26^\circ}{26.1798} = 1.8823$	

图示同轴线输入输出的齿轮减速机构中，已知 $z_1=19, z_2=48, m_{1,2}=2\text{mm}; z_3=19, z_4=36, m_{3,4}=2.5\text{mm}$ ；各齿轮的压力角 $\alpha=20^\circ, h_a^*=1, c^*=0.25$ 。试分析这组减速机构可以有几种传动类型方案？哪一种传动类型比较合理？

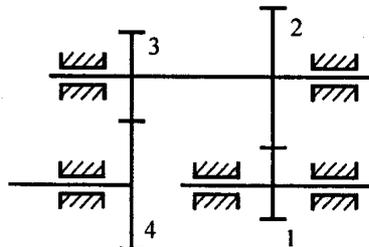
解： $a_{12} = \frac{1}{2} m_{1,2} (z_1 + z_2) = \frac{2}{2} (19 + 48) = 67. \text{mm}$

$a_{34} = \frac{1}{2} m_{3,4} (z_3 + z_4) = \frac{2.5}{2} (19 + 36) = 68.75 \text{mm}$

要保证两对齿轮的中心距相等，有六种方案可供选择：

方案选择：

方案	齿轮 1、2	齿轮 3、4
I	正传动	标准传动
II	正传动	可变位传动
III	标准传动	负传动
IV	可变位传动	负传动
V	斜齿轮传动	标准传动
VI	斜齿轮传动	可变位传动



由于负传动会削弱齿轮强度，降低齿轮的承载能力；斜齿轮传动会产生轴向力；另外，由于可变位传动不仅可以减小轴径尺寸，而且还可以提高承载能力，改善磨损情况；而正传动除了可以减小轴径尺寸，减轻轮齿的磨损，提高承载能力，还可以配套并满足不同中心距的要求。因此，采用第 II 种传动类型比较合理。但是，从互换性角度考虑，则以第 I 种方案传动较为合理。

1. 设计一铣床进给系统中带动工作台转动的阿基米德蜗杆传动。要求 $i_{12} = 20.5$, $m = 5\text{mm}$, $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0.20$, 试求该蜗杆机构的基本参数 (z_1, z_2, q, γ_1 及 β_2)、几何尺寸 (d_1, d_2, d_{a1} 及 d_{a2}) 和中心距 a 。

解

(1) 确定基本参数

选取 $z_1 = 2$ (因为 $i = 14 \sim 27$ 时, z_1 取 2 或 3, 而 z_2 必须为奇数)

$$z_2 = i_{12} \cdot z_1 = 20.5 \times 2 = 41$$

查表确定 $d_1 = 50$ mm, 计算 $q = \frac{d_1}{m} = \frac{50}{5} = 10$

$$\gamma_1 = \arctan \frac{z_2 \cdot m}{d_1} = \arctan \frac{20.5 \times 5}{50} = 11.31^\circ$$

$$\beta_2 = \gamma_1 = 11.31^\circ$$

(2) 计算几何尺寸

$$d_1 = m q = 5 \times 10 = 50 \text{ mm}$$

$$d_2 = m z_2 = 5 \times 41 = 205 \text{ mm}$$

$$d_{a1} = d_1 + 2 h_a^* m = 50 + 2 \times 1 \times 5 = 60 \text{ mm} \quad d_{a2} = d_2 + 2 h_a^* m = 205 + 2 \times 1 \times 5 = 215 \text{ mm}$$

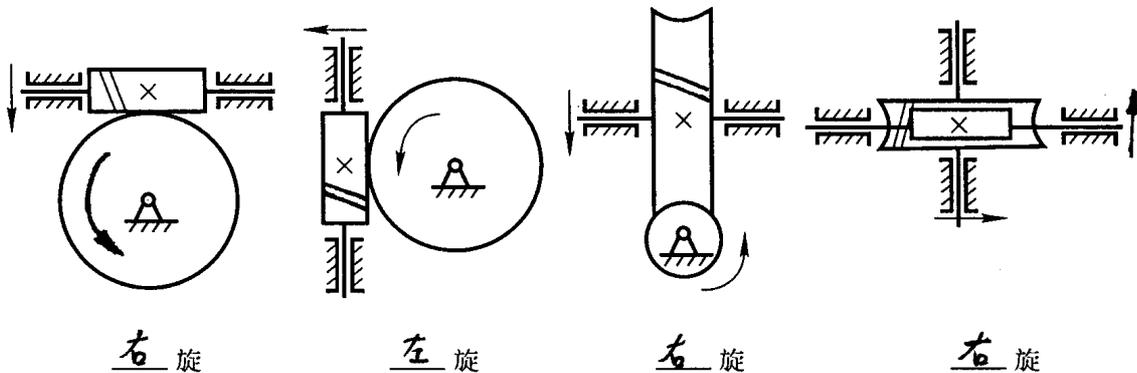
$$d_{f1} = d_1 - 2(h_a^* + c^*)m = 50 - 2(1 + 0.2) \times 5 = 38 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2(h_a^* + c^*)m = 205 - 2(1 + 0.2) \times 5 = 193 \text{ mm}$$

(3) 中心距 a

$$a = \frac{1}{2} m (q + z_2) = \frac{1}{2} \times 5 (10 + 41) = 127.5 \text{ mm}$$

2. 在图示的各蜗杆机构中, 蜗杆均为主动, 试确定各图中蜗杆、蜗轮的转向或螺旋线的方向。



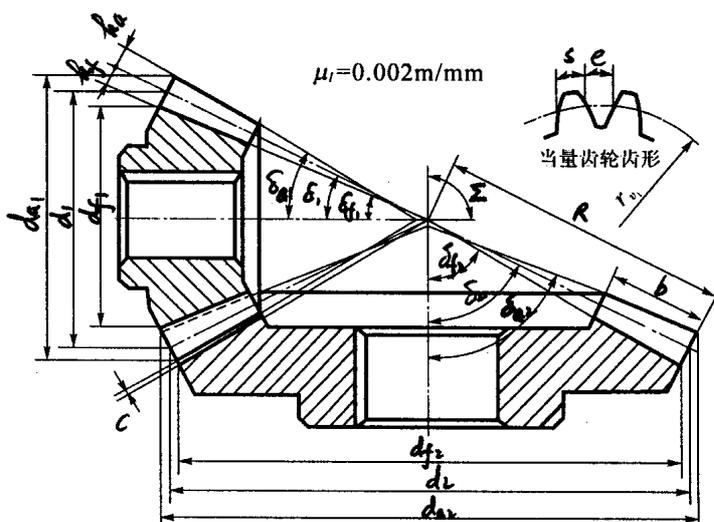
齿轮机构：习题 14

已知一对等顶隙直齿圆锥齿轮传动, $z_1=15, z_2=30, h_a^*=1, c^*=0.20, m=5\text{mm}, \Sigma=90^\circ$ 。
试求这对圆锥齿轮机构的几何尺寸。

解 (将各参数尺寸名称、几何尺寸计算式及其计算结果填入下表)。

尺寸名称	小 齿 轮	大 齿 轮
分度圆锥角	$\delta_1 = \arctan \frac{z_2}{z_1} = \arctan \frac{15}{30} = 26.565^\circ$	$\delta_2 = \Sigma - \delta_1 = 63.435^\circ$
分度圆直径	$d_1 = m z_1 = 5 \times 15 = 75 \text{ mm}$	$d_2 = m z_2 = 5 \times 30 = 150 \text{ mm}$
齿顶圆直径	$d_{a1} = d_1 + 2h_a^* m \cos \delta_1 = 83.9443 \text{ mm}$	$d_{a2} = d_2 + 2h_a^* m \cos \delta_2 = 154.472 \text{ mm}$
齿根圆直径	$d_{f1} = d_1 - 2h_f \cos \delta_1 = 64.2669 \text{ mm}$	$d_{f2} = d_2 - 2h_f \cos \delta_2 = 144.6334$
齿顶高	$h_{a1} = h_a^* m = 1 \times 5 = 5 \text{ mm}$	$h_{a2} = h_a^* m = 1 \times 5 = 5 \text{ mm}$
齿根高	$h_{f1} = (h_a^* + c^*) m = (1 + 0.2) \times 5 = 6 \text{ mm}$	$h_{f2} = (h_a^* + c^*) m = (1 + 0.2) \times 5 = 6$
径向间隙	$c = c^* m = 0.2 \times 5 = 1.0 \text{ mm}$	
齿厚, 齿槽宽	$s = \frac{1}{2} m \pi = 7.8540 \text{ mm}, \quad e = \frac{1}{2} m \pi = 7.8540 \text{ mm}$	
锥距, 齿宽	$R = \frac{m}{2} \sqrt{z_1^2 + z_2^2} = 82.8525 \text{ mm}, \quad b = 28.00 \text{ mm (圆整)}$	
齿根角	$\theta_f = \arctan \frac{h_f}{R} = \arctan \frac{6}{82.8525} = 4.0928^\circ$	
齿顶圆锥角	$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_f = 30.6578^\circ$	$\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_f = 67.5278^\circ$
齿根圆锥角	$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_f = 22.4722^\circ$	$\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_f = 59.3422^\circ$
齿顶齿数	$z_{v1} = z_1 / \cos \delta_1 = 16.7705$	$z_{v2} = z_2 / \cos \delta_2 = 67.0822$

将各部分尺寸标注在右图上。



《机械原理》习题解答

轮系：习题 1

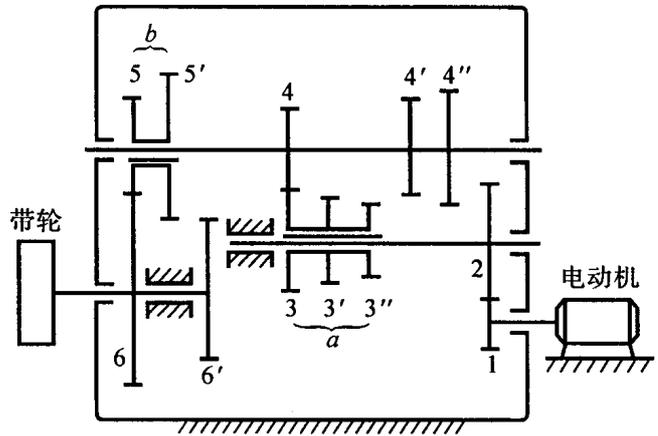
在图示的车床变速箱中，移动三联齿轮 a 使齿轮 $3'$ 和 $4'$ 啮合。又移动双联齿轮 b 使齿轮 $5'$ 和 $6'$ 啮合。已知各轮的齿数为 $z_1=42, z_2=58, z_3'=38, z_4'=42, z_5'=50, z_6'=48$ ，电动机的转速 $n_1=1445\text{r/min}$ ，求带轮转速的大小和方向。

解：

$$\begin{aligned}
 i_{16} &= (-1)^3 \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4'}{z_3'} \cdot \frac{z_6'}{z_5'} \\
 &= (-1)^3 \frac{58}{42} \cdot \frac{42}{38} \cdot \frac{48}{50} \\
 &= -1.4653
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 n_6 &= n_1 / i_{16} \\
 &= 1445 / (-1.4653) \\
 &= -986.1710 (\text{r/min})
 \end{aligned}$$

转向电动机相反。



《机械原理》习题解答

轮系：习题 2

图示轮系中，已知各轮齿数为 $z_1=60, z_2=20, z_2'=20, z_3=20, z_4=20, z_5=100$ ，试求传动比 i_{41} 。

解：该轮系为一复合轮系，它由 $1-2-2'-5-H$ 和 $4-3-2'-5-H$ 两个周转轮系组成。

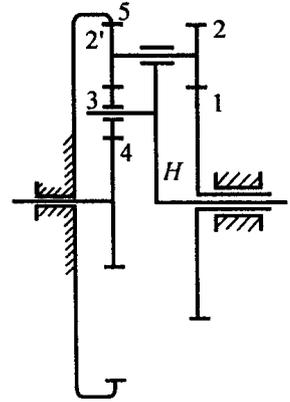
$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_5 - \omega_H} = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_5}{z_2'} = -\frac{20}{60} \cdot \frac{100}{20} = -\frac{5}{3}$$

$$\frac{\omega_4 - \omega_H}{\omega_5 - \omega_H} = +\frac{z_3}{z_4} \cdot \frac{z_5}{z_2'} = +\frac{20}{20} \cdot \frac{100}{20} = +5$$

$$\because \omega_5 = 0,$$

$$\therefore \omega_1 = \left(1 + \frac{5}{3}\right) \omega_H, \quad \omega_4 = (1-5) \omega_H.$$

$$\text{则 } i_{41} = \frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{-4 \omega_H}{\left(1 + \frac{5}{3}\right) \omega_H} = -1.5.$$



《机械原理》习题解答

轮系：习题 3

在图示的双级行星齿轮减速器中，各齿轮的齿数为 $z_1 = z_4 = 20, z_3 = z_6 = 40, z_2 = z_5 = 10$ ，试求：

(1) 固定齿轮 6 时的传动比 i_{1H} ；

(2) 固定齿轮 3 时的传动比 i_{1H} 。

解：(1) 当齿轮 6 固定时，该轮系为一由行星轮

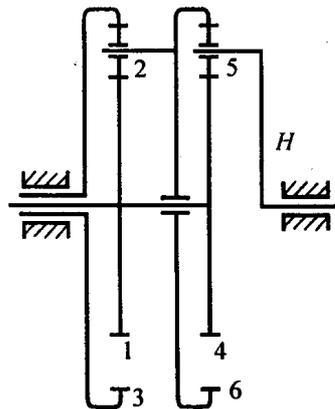
系 4-5-6-H 和定轴轮系 1-2-3 组

成的复合轮系。

$$\frac{\omega_4 - \omega_H}{\omega_6 - \omega_H} = -\frac{z_6}{z_4} = -\frac{40}{20} = -2$$

$$\because \omega_4 = \omega_1, \omega_6 = 0,$$

$$\therefore i_{1H} = \frac{\omega_H}{\omega_1} = \frac{1}{3}$$



(2) 当齿轮 3 固定不动时，该轮系为一由行星轮系 4-5-6-H 和行星轮系 1-2-3-6 组成的复合轮系。

$$\frac{\omega_4 - \omega_H}{\omega_6 - \omega_H} = -\frac{z_6}{z_4} = -2 \quad (a)$$

$$\frac{\omega_1 - \omega_6}{\omega_3 - \omega_6} = -\frac{z_3}{z_1} = -2 \quad (b)$$

由于 $\omega_4 = \omega_1, \omega_3 = 0$ ，所以，由 (b) 式 $\omega_1 = 3\omega_6$ ，代入 (a) 式，有

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\frac{1}{3}\omega_1 - \omega_H} = -2$$

$$2) \quad i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{3}{1 + \frac{2}{3}} = 1.8$$

《机械原理》习题解答

轮系：习题 4

图示的轮系中，已知各轮齿数为 $z_1=32, z_2=34, z_2'=36, z_3=64, z_4=32, z_5=17, z_6=24$ 。若轴 A 按图示方向以 1250r/min 的转速回转，轴 B 按图示方向以 600r/min 的转速回转，试确定轴 C 的转速大小和方向。

解：该轮系为一内差动轮系

1-2-2'-3-4 和定轴轮系

4-5-6 组成的混合轮系。

$$\begin{aligned} \frac{\omega_1 - \omega_4}{\omega_3 - \omega_4} &= -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2'} \\ &= -\frac{34}{32} \cdot \frac{64}{36} = -\frac{17}{9} \end{aligned}$$

$$\frac{\omega_4}{\omega_6} = (-1)^2 \frac{z_6}{z_4} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$$

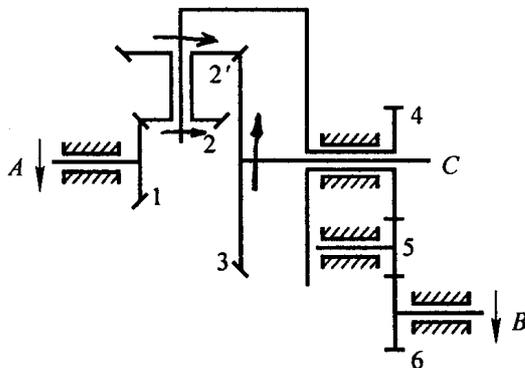
$$\therefore \omega_4 = \frac{3}{4} \omega_6$$

$$\therefore \frac{\omega_1 - \frac{3}{4}\omega_6}{\omega_3 - \frac{3}{4}\omega_6} = -\frac{17}{9}, \quad \text{则} \quad \omega_3 = \frac{3}{4}\omega_6 - (\omega_1 - \frac{3}{4}\omega_6) \times \frac{9}{17}$$

假定齿轮 1、6 的转向为正， ω_1, ω_6 用正值代入，则 C 轴的转速大小为

$$\omega_3 = \frac{3}{4} \times 600 - \frac{9}{17} (1250 - \frac{3}{4} \times 600) = 26.47 \text{ rpm.}$$

方向与 A、B 轴相同。



《机械原理》习题解答

轮系：习题 5

在图示自行车里程表的机构中，C 为车轮轴。已知各轮的齿数为 $z_1=17, z_3=23, z_4=19, z_4'=20, z_5=24$ 。设轮胎受压变形后使 28 英寸车轮的有效直径为 0.7m。当车行 1000m 时，表上的指针 P 刚好回转一周，求齿轮 2 的齿数。

解：该轮系为一混合轮系，由定轴轮系

1-2 和行星轮系 3-4-4'-5-2 组成。

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1}$$

$$\frac{\omega_5 - \omega_2}{\omega_3 - \omega_2} = \frac{z_4'}{z_5} \cdot \frac{z_3}{z_4}$$

$$1 - \frac{\omega_5}{\omega_2} = \frac{20}{24} \cdot \frac{23}{19}$$

$$\frac{\omega_5}{\omega_2} = 1 - \frac{20 \times 23}{24 \times 19} = -\frac{1}{114}$$

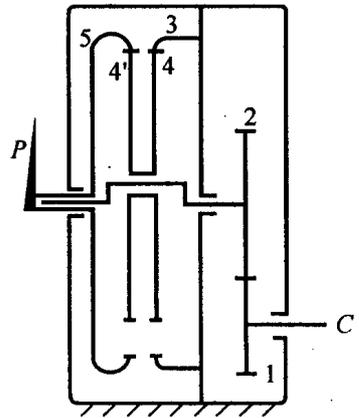
$$\text{则 } i_{51} = \frac{\omega_5}{\omega_1} = \frac{1}{114} \cdot \frac{z_1}{z_2} \quad (*)$$

另外，当车行 1 公里时 C 轴的转数为 $n_1 = \frac{1000}{\pi \times 0.7}$ 转，此时指针 P (即轮 5) 转过一周，因此

$$i_{51} = \frac{n_5}{n_1} = \frac{1}{\frac{1000}{\pi \times 0.7}} \quad (**)$$

将 (*)、(**) 两式联立，有

$$z_2 = \frac{z_1}{114} \cdot \frac{1000}{\pi \times 0.7} = \frac{17}{114} \times \frac{1000}{\pi \times 0.7} = 67.31 \approx 68.$$



《机械原理》习题解答

轮系：习题 6

图示轮系中，已知各轮齿数为 $z_1=18, z_2=27, z_{2'}=20, z_3=25, z_4=18, z_5=42, z_{5'}=24, z_6=36$ ，又轴 A 以 450r/min 按图示方向回转，轴 B 以 600r/min 按图示方向回转。试求轴 C 转速的大小和方向。

解 1. 定轴基本轮系

定轴轮系 1-2-2'-3

差动轮系 4-5-5'-6-3

2. 列出传动比计算式

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_{2'}}$$

$$\frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_6 - \omega_3} = \frac{z_5 z_6}{z_4 z_{5'}}$$

3. 联立求解

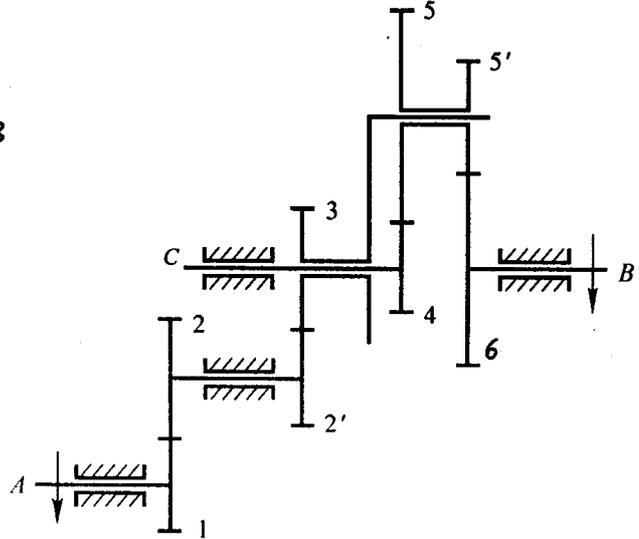
$$\begin{aligned} \omega_3 &= \omega_1 \cdot \frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} \\ &= \omega_1 \cdot \frac{18 \times 20}{27 \times 25} = \frac{8}{15} \omega_1 \end{aligned}$$

$$\omega_4 = \omega_3 + \frac{z_5 z_6}{z_4 z_{5'}} (\omega_6 - \omega_3) = \frac{8}{15} \omega_1 + \frac{42 \times 36}{18 \times 24} \left(\omega_6 - \frac{8}{15} \omega_1 \right)$$

将 $\omega_1 = 450 \text{ rpm}$, $\omega_6 = 600 \text{ rpm}$ 代入，得

$$\omega_4 = \frac{8}{15} \times 450 + \frac{7}{2} \left(600 - \frac{8}{15} \times 450 \right) = 1500 \text{ rpm}$$

则 $\omega_c = 1500 \text{ rpm}$ ，方向与 A、B 轴同向。



《机械原理》习题解答

轮系：习题 7

在图示的轮系中，已知各轮的齿数 $z_1=2$ (右旋)， $z_2=60$ ， $z_4=40$ ， $z_5=20$ ， $z_6=40$ ，且各轮均为正确安装的标准齿轮，各齿轮的模数相同。当轮 1 以 $n_1=900\text{r/min}$ 按图示方向转动时，求轮 6 转速 n_6 的大小和方向。

解：(1) 定轴轮系

定轴轮系 1-2

行星轮系：6-5-4-3-2

(2) 列方程的约束式

$$\frac{n_2}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{60}{2} = 30 \quad (a)$$

$$\frac{n_6 - n_2}{n_3 - n_2} = -\frac{z_4}{z_6} \cdot \frac{z_3}{z_4} \quad (b)$$

(3) 联立求解

因为各轮均为标准齿轮正确安装且模数相同，所以有

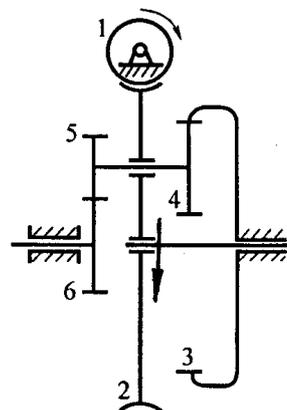
$$\frac{1}{2}(z_5 + z_6) = \frac{1}{2}(z_3 - z_4)$$

$$\text{则 } z_3 = z_5 + z_6 + z_4 = 20 + 40 + 40 = 100$$

由式(a)得 $n_2 = n_1/30 = 900/30 = 30 \text{ rpm}$ ，方向如图。

$$\begin{aligned} \text{由式(b)得 } n_6 &= \left(1 - \frac{z_4 z_3}{z_6 z_4}\right) n_2 = \left(1 - \frac{20 \times 100}{40 \times 40}\right) \times 30 \\ &= -7.5 \text{ rpm} \end{aligned}$$

转速方向与轮 2 相反。



《机械原理》习题解答

轮系：习题 8

在图示的减速装置中，齿轮 1 联于电动机的轴上。已知各齿轮的齿数为 $z_1 = z_2 = 20$, $z_3 = 60$, $z_4 = 90$, $z_5 = 210$ ，又电动机的转速为 $n_d = 1440 \text{ r/min}$ 。求轴 B 的转速 n_B 及其回转方向。

(提示： $n_d = n_1 - n_B$)

解：本轮系为双差周转轮系，

1. 对行星轮系 4-5-B，

$$\frac{n_4 - n_B}{n_5 - n_B} = \frac{z_5}{z_4}$$

$$\begin{aligned} n_4 &= \left(1 - \frac{z_5}{z_4}\right) n_B \\ &= \left(1 - \frac{210}{90}\right) n_B = -\frac{4}{3} n_B \end{aligned}$$

2. 对差动轮系 1-2-3-H，

$$\frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = \frac{z_1 - z_4}{z_3 - z_4} = -\frac{z_3}{z_1} = -\frac{60}{20} = -3$$

$$\therefore n_3 = n_B$$

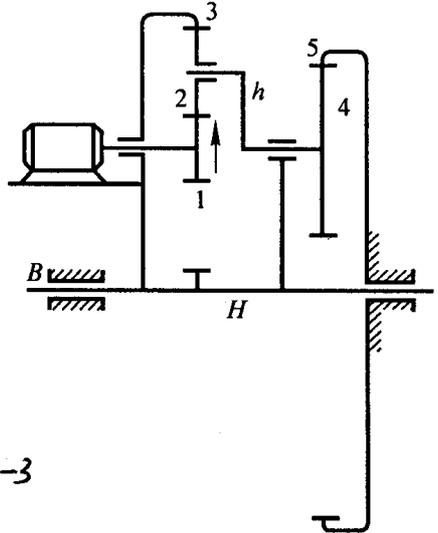
$$\therefore \frac{n_1 + \frac{4}{3} n_B}{n_B + \frac{4}{3} n_B} = -3, \quad n_1 = -\frac{4}{3} n_B$$

$$\text{又 } \because n_d = n_1 - n_B \quad \therefore n_1 = n_d + n_B$$

$$n_d + n_B = -\frac{4}{3} n_B$$

$$\text{则 } n_B = -\frac{3}{7} n_d = -\frac{3}{7} \times 1440 = -154.2857 \text{ rpm.}$$

轴 B 与电动机相反。



《机械原理》习题解答

其他机构：习题 1

在单万向联轴节中，主动轴 1 以 1500r/min 等速回转，若从动轴 3 的最高转速为 1732 r/min，试求

- (1) 轴 3 的最低转速；
- (2) 轴 1 转到哪几个位置时两轴的转速相等；
- (3) 轴 3 的速度波动系数；
- (4) 轴 3 达到最高转速和最低转速时所对应的主动轴位置。

解：(1) 设主动轴 1 与从动轴 3 的夹角为 α ，则

$$\therefore \frac{n_{3\max}}{n_1} = 1/\cos\alpha \quad \therefore \alpha = \arccos \frac{n_1}{n_{3\max}} = \arccos \frac{1500}{1732} = 30^\circ$$

$$\text{又} \quad \therefore \frac{n_{3\min}}{n_1} = \cos\alpha, \quad \therefore n_{3\min} = n_1 \cdot \cos\alpha = 1500 \cos 30^\circ = 1299 \text{ (r/min)}$$

$$\text{(2)} \quad \therefore \frac{n_3}{n_1} = \frac{\cos\alpha}{1 - \rho^2 \cos^2 \varphi_1} = 1$$

$$\therefore \cos\varphi_1 = \pm \frac{\sqrt{1 - \cos\alpha}}{\sin\alpha} = \pm 0.732 \text{ 时, 则 } \varphi_1 = 42.9414^\circ, 137.0586^\circ,$$

$$\text{或 } 22.9414^\circ, 317.0586^\circ.$$

$$\text{(3)} \quad \therefore n_{3m} \approx \frac{n_{3\min} + n_{3\max}}{2} = \frac{1299 + 1732}{2} = 1515.5 \text{ r/min}$$

$$\therefore \text{速度波动系数 } \delta = \frac{n_{3\max} - n_{3\min}}{n_{3m}} = \frac{1732 - 1299}{1515.5} = 0.2857$$

$$\text{(4)} \quad \therefore \frac{n_{3\max}}{n_1} = \frac{\cos\alpha}{1 - \rho^2 \cos^2 \varphi_1} = \frac{1732}{1500}, \quad \cos^2 \varphi_1 = \frac{1 - \frac{1500}{1732} \cos 30^\circ}{\rho^2} = 1$$

\therefore 轴 3 达到最高转速时，主动轴 1 的位置为 $\varphi_1 = 0^\circ$ 或 180° 。

当从动轴 3 为最低转速时，有 $\frac{\cos\alpha}{1 - \rho^2 \cos^2 \varphi_1} = \frac{1299}{1500}$ 。

$$\cos^2 \varphi_1 = \frac{1 - \frac{1500}{1299} \cos\alpha}{\rho^2} = \frac{1 - \frac{1500}{1299} \cos 30^\circ}{\sin^2 30^\circ} = 0,$$

则 主动轴 1 的位置为 $\varphi_1 = 90^\circ$ 或 270° 。

《机械原理》习题解答

其他机构：习题 2

在六角车床的六角外接槽轮机构中，已知槽轮的槽数 $z=6$ ，槽轮静止时间 $t_j = \frac{5}{6} \text{ s/r}$ ，运动时间是静止时间的两倍。求：

- (1) 槽轮机构的运动系数 τ ；
- (2) 圆销数 k ；
- (3) 当主动曲柄的角速度 $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$ ，求槽轮的最大角速度和最大角加速度。

解：(1) \therefore 运动时间 $t_d = 2t_j = 2 \times \frac{5}{6} = \frac{5}{3} (\text{s/r})$

\therefore 槽轮机构的运动系数

$$\tau = \frac{t_d}{t_d + t_j} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{3} + \frac{5}{6}} = \frac{2}{3}$$

(2) $\therefore \tau > 0.5$, \therefore 由 $\tau = k \frac{z-2}{2z}$ 得.

圆销数 $k = \tau \times \frac{2z}{z-2} = \frac{2}{3} \times \frac{2 \times 6}{6-2} = 2$.

(3) $\therefore \omega_2 = \frac{\lambda(\cos\phi_1 - \lambda)}{1 - 2\lambda\cos\phi_1 + \lambda^2} \omega_1$, 令 $\frac{d\omega_2}{d\phi_1} = 0$, 得 $\phi_1 = 0^\circ$,

又 $\therefore \lambda = \rho \frac{r_2}{r_1} = \rho \frac{r}{r} = 0.5$

$\therefore \omega_{2\max} = \frac{\lambda(1-\lambda)}{(1-\lambda)^2} \omega_1 = \frac{\lambda}{1-\lambda} \omega_1 = \frac{0.5}{1-0.5} \times 10 = 10 (\text{rad/s})$

其次, $\therefore \varepsilon_2 = \frac{\lambda(\lambda^2-1)\rho\phi_1}{(1-2\lambda\cos\phi_1+\lambda^2)^2} \omega_1^2$, 令 $\frac{d\varepsilon_2}{d\phi_1} = 0$, 得,

$\cos\phi_1(1-2\lambda\cos\phi_1+\lambda^2) - 4\lambda\rho^2\phi_1 = 0$, 整理后, 得方程

$$2\lambda\cos^2\phi_1 + (1-\lambda^2)\cos\phi_1 - (1+2\lambda) = 0.$$

将 $\lambda = 0.5$ 代入方程得 $\cos\phi_1 = 0.9217$, 解得 $\phi_1 = \pm 22.9031^\circ$,

当 $\phi_1 = -22.9031^\circ$ 时, $\varepsilon_{2\max} = \frac{0.5(0.5^2-1)\rho(-22.9031^\circ)}{(1-\cos(-22.9031^\circ)+0.5^2)^2} \times 10^2 = 134.9637$
(rad/s^2)

当 $\phi_1 = 22.9031^\circ$ 时, $\varepsilon_{2\min} = -134.9637 (\text{rad/s}^2)$.

《机械原理》习题解答

其他机构：习题 3

图示为一机床上带动溜板 2 在导轨 3 上移动的微螺旋机构。螺杆 1 上有两段旋向均为右旋的螺纹，A 段的导程 $l_A=1\text{mm}$ ，B 段的导程 $l_B=0.75\text{mm}$ 。试求当手轮按 K 向顺时针转动一周时，溜板 2 相对于导轨 3 移动的方向及距离。又若将 A 段的螺纹改为左旋，而 B 段的旋向及其他参数不变，试问结果如何？

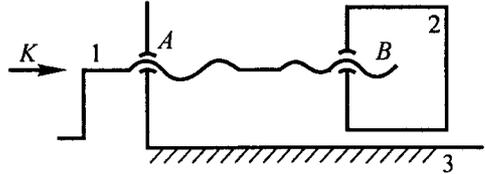
解：两段螺纹均为右旋时，手轮顺时针方向转动一周，溜板 2 相对于导轨 3 移动的距离为

$$S_2 = (l_A - l_B) = 0.25 \text{ mm},$$

方向向右。

若 A 段改为左旋，则溜板 2 相对于导轨 3 移动的距离为

$$S_2 = l_A + l_B = 1.75 \text{ mm}, \quad \text{方向向左。}$$



《机械原理》习题解答

其他机构：习题 4

图示为一磨床的进刀机构。棘轮 4 与行星架 H 固联，齿轮 3 与丝杆固联。已知行星轮系中各轮齿数 $z_1=22, z_2=18, z_2=z_3=20$ ，进刀丝杆的导程为 $l=5\text{mm}$ 。如果要求实现最小进刀量 $s=0.01\text{mm}$ ，试求棘轮的最少齿数 z_{\min} 。

解：又按要求实现的进刀量

进刀量 $s=0.01\text{mm}$ ，丝杆导程

为 $l=5\text{mm}$

$$\varphi_{3\min} = \frac{2\pi}{l} \cdot s$$

$$= \frac{2\pi}{5} \times 0.01 = 0.0012566 \text{ rad}$$

对于行星轮系 $1-2-2'-3-H$ ，

$$\text{有 } \frac{n_2 - n_H}{n_1 - n_H} = \frac{z_2'}{z_3} \cdot \frac{z_1}{z_2}$$

$$\text{则 } i_{3H} = \frac{n_3}{n_H} = 1 - \frac{z_2'}{z_3} \frac{z_1}{z_2}$$

$$= 1 - \frac{18 \times 22}{20 \times 20} = \frac{1}{100}$$

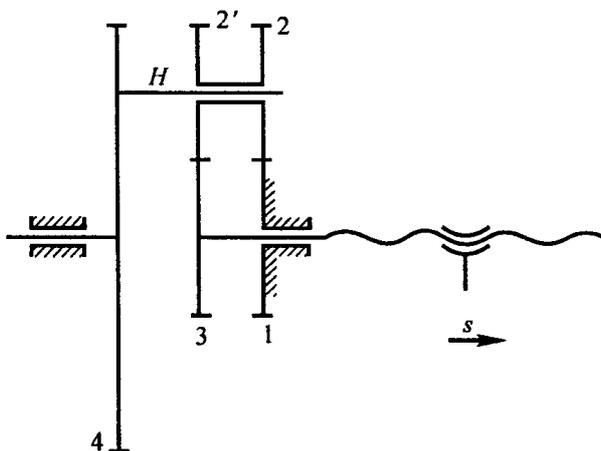
$$\text{因此，行星架的最小转角 } \varphi_{H\min} = \varphi_{3\min} / i_{3H} = \frac{0.0012566}{1/100} = 0.12566 \text{ rad}$$

求棘轮的最少齿数 z_{\min}

$$z \geq 2\pi / \varphi_{H\min} = 2\pi / 0.12566 = 50$$

故 取棘轮的最少齿数

$$z_{\min} = 50$$



《机械原理》习题解答

平面机构力分析：习题 1

在图示机构中，已知 $x=250\text{mm}$, $y=200\text{mm}$, $l_{AS_2}=128\text{mm}$, P 为驱动力, Q 为有效阻力。
 $m_1=m_3=2.75\text{kg}$, $m_2=4.95\text{kg}$, $J_{S_2}=0.012\text{kgm}^2$, 又原动件以等速 $v=5\text{m/s}$ 向下移动。

(1) 试确定作用在各构件上的惯性力。

(2) 如已知转动副 A 、 B 的轴颈半径 r 及当量摩擦系数 f_v , 且各构件的惯性力和重力均略去不计, 试作出各运动副中总反力的作用线。

解:

(1) $AB^2=x^2+y^2 \quad \therefore AB=320.1562\text{mm}$
 AB 的水平倾角 $\alpha = \arctan y/x = 38.66^\circ$

$\therefore V_A = V_B + V_{AB}$

大小 ? \checkmark ?

方向 \checkmark \checkmark \checkmark

\therefore 可求得 $V_A = V_B \tan \alpha = 4 \text{ m/s}$

$V_{AB} = (V_A^2 + V_B^2)^{1/2} = 6.043 \text{ m/s}$

$\omega_2 = V_{AB} / AB = 20 \text{ 1/s}$

$\therefore a_A = a_B + a_{AB}^n + a_{AB}^t$

大小 ? \checkmark \checkmark ?

方向 \checkmark \checkmark \checkmark \checkmark

其中: $a_B = 0$, $a_{AB}^n = \omega_2^2 \cdot AB = 128.0625 \text{ m/s}^2$

$\therefore a_A = a_{AB}^n / \cos \alpha = 128 / 0.781 = 164.0 \text{ m/s}^2$

$a_{AB}^t = a_{AB}^n \cdot \tan \alpha = 128 \cdot 0.8 = 102.4 \text{ m/s}^2$

$\varepsilon_2 = a_{AB}^t / AB = 102.4 / 0.32 = 320 \text{ 1/s}^2$

根据加速度影像, 可求得 s_2 点的加速度:

$a_{s_2} = a_A [(l_{AB} - l_{AS_2}) / l_{AB}] = 164 [(320.1562 - 128) / 320.1562] = 98.432 \text{ m/s}^2$

惯性力计算:

$P_1 = m_1 a_A = 2.75 \cdot 164.0 = 451 \text{ N}$

$P_2 = m_2 \cdot a_{s_2} = 4.95 \cdot 98.432 = 487.2384 \text{ N}$

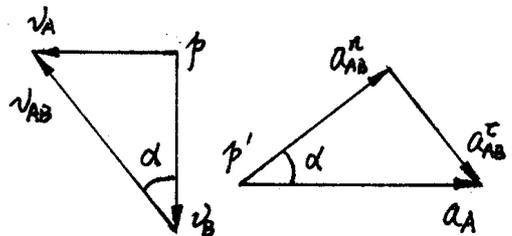
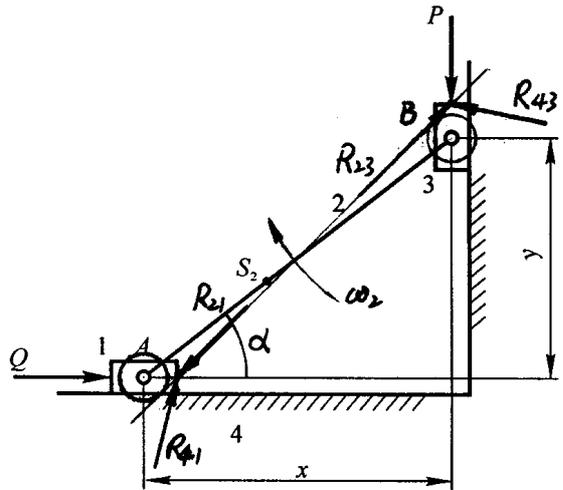
$M_{S_2} = J_{S_2} \cdot \varepsilon_2 = 0.012 \cdot 320 = 3.84 \text{ Nm}$

$P_3 = 0$

(2) 取滑块 1、3 为研究对象, 画出示力图如左。

注意转动副中总反力 $R_{12} = -R_{21}$, $R_{32} = -R_{23}$,

图中未示出。



《机械原理》习题解答

平面机构力分析：习题 2

图示小车上上的载荷 $Q=30000\text{N}$ ，其轮轴轴颈的直径 $d=40\text{mm}$ ，轴承中的当量摩擦系数 $f_0=0.1$ ，车轮的直径 $D=250\text{mm}$ ，车轮与铁轨间的滚动摩擦系数 $k=0.1$ ，求使小车在水平铁轨 $x-x$ 上等速运动的水平牵引力 P 的大小？

解：不考虑水平牵引力 P 引起的摩擦阻力矩时，车轮受力如图 (a) 所示，由该图可得

$$\sum M = \frac{P}{2} \cdot \frac{D}{2} - \frac{Q}{2} (p+k) = 0$$

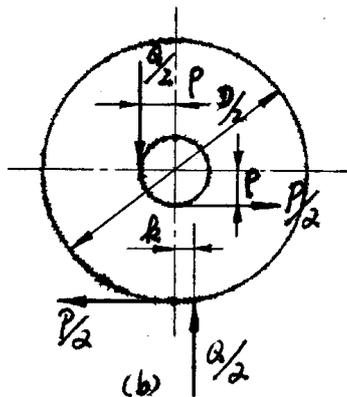
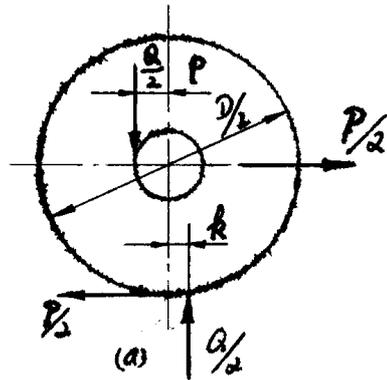
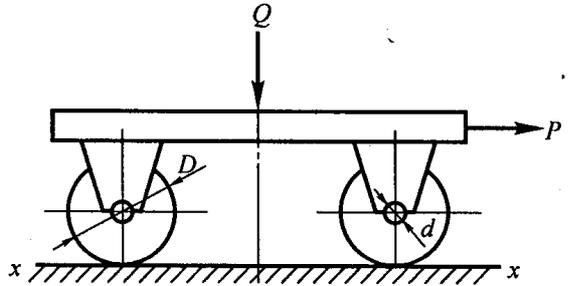
$$\begin{aligned} \text{则 } P &= \frac{2Q(p+k)}{D} \\ &= \frac{2 \times 30000 (2+0.1)}{250} = 504 \text{ N} \end{aligned}$$

式中， $p = f_0 \frac{d}{2} = 0.1 \times \frac{40}{2} = 2 \text{ mm}$

如计及水平牵引力 P 引起的摩擦阻力矩时，车轮的受力如图 (b) 所示，由该图可得

$$\sum M = \frac{P}{2} (\frac{D}{2} - p) - \frac{Q}{2} (p+k) = 0$$

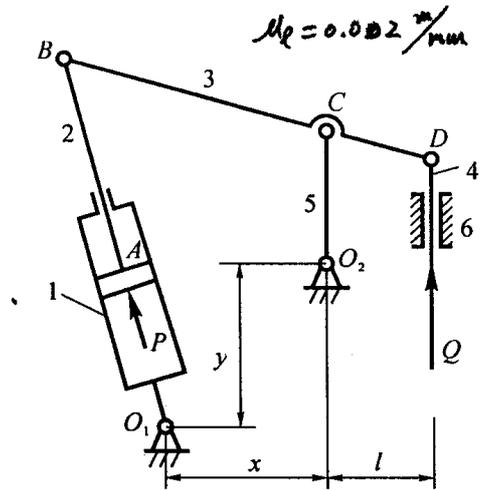
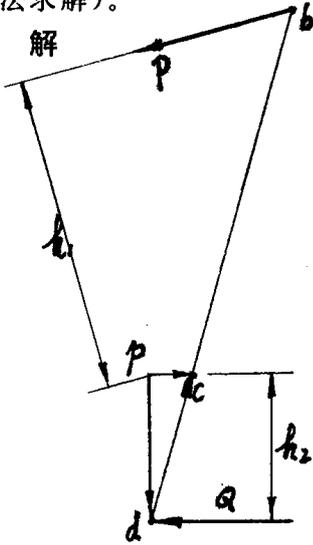
$$\begin{aligned} \therefore P &= \frac{Q(p+k)}{(\frac{D}{2} - p)} \\ &= \frac{3000 (2+0.1)}{(\frac{250}{2} - 2)} = 512.2 \text{ N} \end{aligned}$$



《机械原理》习题解答

平面机构力分析：习题 4

在图示的轴承衬套压缩机中，已知 $x=400\text{mm}$, $l=260\text{mm}$, $y=400\text{mm}$, $l_{CO_2}=340\text{mm}$, $l_{CD}=270\text{mm}$, $l_{BC}=690\text{mm}$, $l_{AB}=580\text{mm}$, 压缩力 $Q=50000\text{N}$, 如不考虑构件重力、惯性力和摩擦力，求当构件 CO_2 在垂直位置时，作用在汽缸活塞上的平衡力 P (要求用速度多边形杠杆法求解)。



任取速度比例尺

设 v_D 已知，由下列矢量方程式，作速度多边形求得 v_C 和 v_B ，再利用相似原理求得 v_P 。

$$\vec{v}_C = \vec{v}_D + \vec{v}_{CD}$$

大小	?	✓	?
方向	✓	✓	✓

由于构件 2 可视为二力杆，所以有 $R_{B2} = P$ 。

将平衡力 P 和压缩力 Q 角程 90° ，然后转至速度多边形的相关点。

由 $\sum M_P = 0$ ，可得

$$P \cdot h_1 = Q \cdot h_2$$

则
$$P = Q \frac{h_2}{h_1} = 50000 \times \frac{18}{39} = 23077 (N)$$

《机械原理》习题解答

机械效率：习题 1

在图示缓冲器中，已知滑块斜面的倾角 λ ，各摩擦面间的摩擦系数 f 及弹簧的压力 Q ，求力 P 的大小和该缓冲器的效率。又为了使该缓冲器能正常工作，应该如何选择倾角 λ 的值？

解：1. 正行程：在驱动力 P 作用下滑块 1 下移。

当滑块下移时，各运动副反作用力作用线如图所示，其中 $\phi = \arctan f$ 。

以滑块 2 为示力体，有

$$\vec{Q} + \vec{R}_{12} + \vec{R}_{42} = 0$$

作力垂线到 abc ，可得 R_{42} 和 R_{12} 。

取滑块 1 为示力体，有

$$\vec{P} + \vec{R}_{21} + \vec{R}_{31} = 0$$

作力垂线到 bcd ，由图可得

$$P = Q / \tan(\lambda - \phi) \quad \text{令 } \phi = 0, \text{ 可得}$$

理想驱动力 P_0 为 $P_0 = Q / \tan \lambda$ ，则机构的效率为

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{\tan(\lambda - \phi)}{\tan \lambda}$$

2. 反行程：在驱动力 Q 作用下滑块 1 上行。

上述式中，以 $(-\phi)$ 代替 ϕ 即可得反行程时表达式

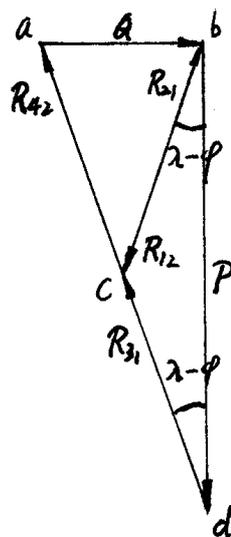
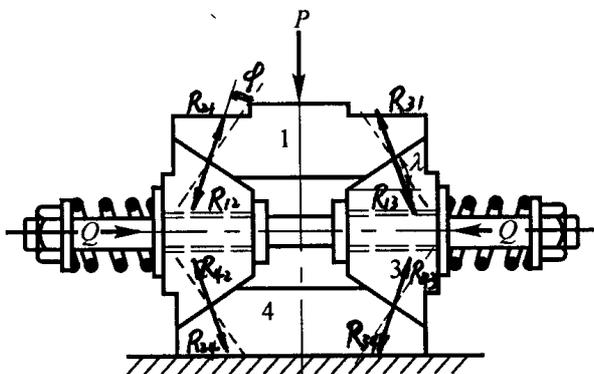
$$P = Q / \tan(\lambda + \phi)$$

理想驱动力 $P_0 = Q / \tan \lambda$ ，则机构的效率为

$$\eta' = \frac{P}{P_0} = \frac{\tan \lambda}{\tan(\lambda + \phi)}$$

3. 为使该缓冲器能正常工作，其正、反行程均不能自锁，即 $\eta > 0$ 和 $\eta' > 0$ 。

那么有 $\phi < \lambda < (90^\circ - \phi)$ 。



《机械原理》习题解答

机械效率：习题 2

在图示的矩形螺纹千斤顶中，已知螺纹的外径 $d=24\text{mm}$ ，内径 $d_1=20\text{mm}$ ，螺距 $p=4\text{mm}$ ，顶头环形摩擦面的外径 $D=50\text{mm}$ ，内径 $D_1=42\text{mm}$ ，手柄长度 $l=300\text{mm}$ ，所有摩擦面的摩擦系数均为 $f=0.1$ 。求该千斤顶的机械效率；若 $P=100\text{N}$ ，被举起的重量 Q 为多少？

解：1. 求千斤顶的总力矩

工作时在矩形螺纹和顶头各处均发生摩擦。顶头各处的摩擦力的方向环向已考虑，可按平衡状态考虑，此时的摩擦力矩为 M'

$$M' = \frac{1}{3} f Q \frac{D^2 - D_1^2}{D^2 - D_1^2}$$

$$= \frac{1}{3} \times 0.1 Q \frac{50^2 - 42^2}{50^2 - 42^2} = 2.036 Q \text{ N}\cdot\text{mm}$$

螺纹中径为 $d_2 = (d + d_1) / 2$

$$= (24 + 20) / 2 = 22 \text{ mm}$$

螺纹升角为 $\alpha = \arctan\left(\frac{p}{\pi d_2}\right)$

$$= \arctan\left(\frac{4}{\pi \times 22}\right) = 3.312^\circ$$

摩擦角为 $\phi = \arctan f = \arctan 0.1 = 5.711^\circ$

螺纹工作时的摩擦力矩 M'' 为

$$M'' = Q \cdot \frac{d_2}{2} \tan(\alpha + \phi) = Q \cdot \frac{22}{2} \tan(3.312^\circ + 5.711^\circ)$$

$$= 1.747 Q \text{ N}\cdot\text{mm}$$

因此，总力矩为 $M = M' + M'' = 3.783 Q \text{ N}\cdot\text{mm}$

不是平衡时，顶头各处的摩擦力的方向环向已考虑，可按平衡状态考虑，此时的摩擦力矩 M_0 可按 M'' 的计算公式，令 $\phi = 0^\circ$ ，得

$$M_0 = Q \cdot \frac{d_2}{2} \tan \alpha = Q \cdot \frac{22}{2} \tan 3.312^\circ = 0.6366 Q \text{ N}\cdot\text{mm}$$

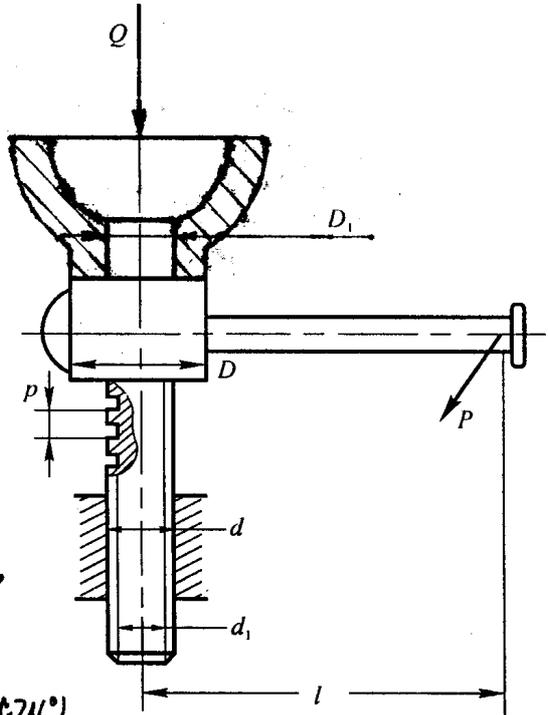
因此，该千斤顶的总力矩为

$$\eta = \frac{M_0}{M} = \frac{0.6366 Q}{3.783 Q} = 16.83\%$$

2. 如果 $P=100\text{N}$ ，求举起的重量 Q

由于不是平衡时的总力矩为 $M = 3.783 Q \text{ (N}\cdot\text{mm)}$ ，力臂 $l = 300 \text{ mm}$ ，即 $M = P \cdot l$ ，因此，有 $3.783 Q = 100 \times 300$

即 $Q = \frac{100 \times 300}{3.783} = 7930 \text{ N}$



《机械原理》习题解答

机械效率：习题 3

在图示的电动卷扬机中，已知其每一对齿轮的效率 $\eta_{1,2}$ 和 $\eta_{2',3}$ ，以及鼓轮的效率 η_4 均为 0.95，滑轮的效率 η_5 为 0.96，载荷 $Q=50\text{kN}$ ，其上升的速度 $v=0.2\text{m/s}$ ，求电动机的功率。

解：该机总的机械效率为

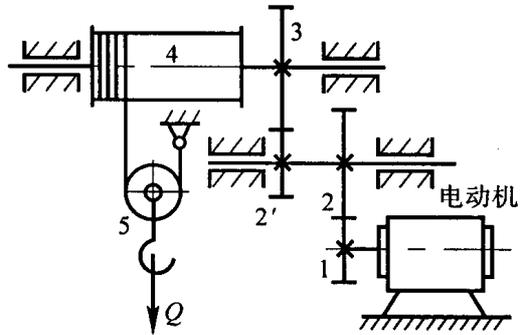
$$\eta = \eta_{1,2} \eta_{2',3} \eta_4 \eta_5$$

$$= 0.95^3 \times 0.96 = 82.31\%$$

故电动机所需功率为

$$N = \frac{Qv}{1000\eta} = \frac{50 \times 10^3 \times 0.2}{10^3 \times 82.31\%}$$

$$= 12.149 \text{ kW}$$



《机械原理》习题解答

机械效率：习题 4

在图示的滚柱传动机构中，已知其局部效率 $\eta_{1,2}=0.95$, $\eta_{3,4}=\eta_{5,6}=\eta_{7,8}=0.94$, $\eta_{9,10}=0.93$ ，求该机构的总效率 η 。

解：假设圆锥齿轮传动 3-4。

5-6、7-8 和 9-10 的齿出功率

分别为 $N_{3,4}$ 、 $N_{5,6}$ 、 $N_{7,8}$ 和 $N_{9,10}$ ，则

该并联系统的传动效率为

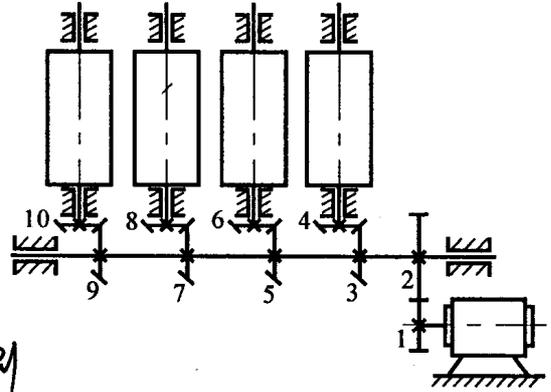
$$\eta_{3,10} = \frac{N_{3,4} + N_{5,6} + N_{7,8} + N_{9,10}}{\frac{N_{3,4}}{\eta_{3,4}} + \frac{N_{5,6}}{\eta_{5,6}} + \frac{N_{7,8}}{\eta_{7,8}} + \frac{N_{9,10}}{\eta_{9,10}}}$$

假设每个滚柱所传递的功率相同， \sqrt{N} 则为 N 。

$$\eta_{3,10} = \frac{4N}{N\left(\frac{1}{\eta_{3,4}} + \frac{1}{\eta_{5,6}} + \frac{1}{\eta_{7,8}} + \frac{1}{\eta_{9,10}}\right)} = \frac{4}{\frac{1}{0.94} + \frac{1}{0.94} + \frac{1}{0.94} + \frac{1}{0.93}} = 93.75\%$$

因此，该机构的总效率为

$$\eta = \eta_{1,2} \cdot \eta_{3,10} = 0.95 \times 93.75\% = 89.06\%$$

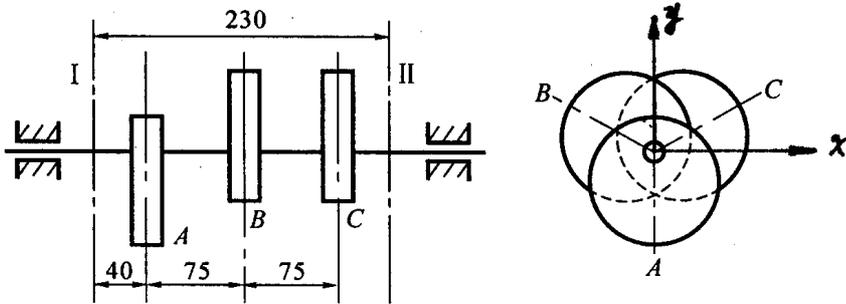


《机械原理》习题解答

机械平衡：习题 1

高速水泵的凸轮轴由三个相互错开 120° 的相同偏心轮组成，每个偏心轮的质量为 4kg ，偏心距为 12.7mm ，若分别选择 I、II 为两平衡面，求所加平衡质量的大小和方位（设平衡质量回转半径为 10mm ，其他有关尺寸如图所示）。

解：



将 A、B、C 三个质径积分别分解到 I、II 两个平面内，得

$$(m_A r_A)_I = m_A r_A \frac{190}{230} = 41.9652 \text{kg} \cdot \text{mm}, \quad (m_A r_A)_{II} = m_A r_A \frac{40}{230} = 8.8348 \text{kg} \cdot \text{mm}$$

$$(m_B \bar{r}_B)_I = m_B r_B \frac{115}{230} = 25.4 \text{kg} \cdot \text{mm}, \quad (m_B r_B)_{II} = m_B r_B \frac{115}{230} = 25.4 \text{kg} \cdot \text{mm}$$

$$(m_C r_C)_I = m_C r_C \frac{40}{230} = 8.8348 \text{kg} \cdot \text{mm}, \quad (m_C r_C)_{II} = m_C r_C \frac{190}{230} = 41.9652 \text{kg} \cdot \text{mm}$$

由 $(m_A \bar{r}_A)_I + (m_B \bar{r}_B)_I + (m_C \bar{r}_C)_I + m_I \bar{r}_I = 0$ 求得

$$\begin{aligned} m_I r_I &= \sqrt{\left\{[(m_C r_C)_I - (m_B r_B)_I] \cos 30^\circ\right\}^2 + \left\{[(m_B r_B)_I + (m_C r_C)_I] \sin 30^\circ - (m_A r_A)_I\right\}^2} \\ &= \sqrt{(8.8348 - 25.4)^2 \cos^2 30^\circ + [(25.4 + 8.8348) \sin 30^\circ - 41.9652]^2} \\ &= 28.6917 \text{kg} \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

$$m_I = \frac{m_I r_I}{r_I} = \frac{28.6917}{10} = 2.8692 \text{kg}$$

$$\tan \alpha_I = \frac{41.9652 - (25.4 + 8.8348) \sin 30^\circ}{(25.4 - 8.8348) \cos 30^\circ} = 1.7320, \quad \alpha_I = 60^\circ$$

由 $(m_A \bar{r}_A)_{II} + (m_B \bar{r}_B)_{II} + (m_C \bar{r}_C)_{II} + m_{II} \bar{r}_{II} = 0$ 求得

$$\begin{aligned} m_{II} r_{II} &= \left\{ [(m_A r_A)_{II} \cos 270^\circ + (m_B r_B)_{II} \cos 150^\circ + (m_C r_C)_{II} \cos 30^\circ]^2 \right. \\ &\quad \left. + [(m_A r_A)_{II} \sin 270^\circ + (m_B r_B)_{II} \sin 150^\circ + (m_C r_C)_{II} \sin 30^\circ]^2 \right\} = 28.6917 \text{kg} \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

$$m_{II} = 2.8692 \text{kg}$$

$$\tan \alpha_{II} = \frac{-(m_A r_A)_{II} \sin 270^\circ - (m_B r_B)_{II} \sin 150^\circ - (m_C r_C)_{II} \sin 30^\circ}{-(m_A r_A)_{II} \cos 270^\circ - (m_B r_B)_{II} \cos 150^\circ - (m_C r_C)_{II} \cos 30^\circ} = 1.7320$$

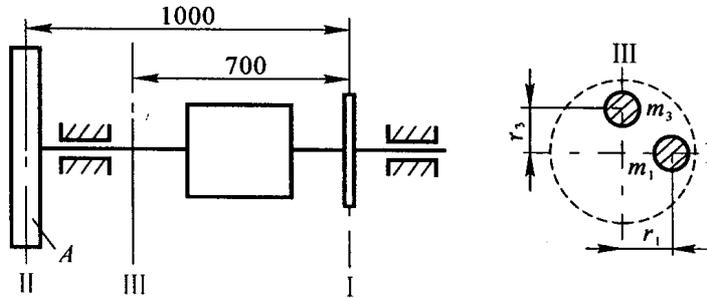
$$\alpha_{II} = 240^\circ$$

《机械原理》习题解答

机械平衡：习题 2

带有刀架盘 A 的机床主轴需要做动平衡试验，现取 I、II 两回转面为校正平面，但所用动平衡机只能测量在两支承范围内的校正平面的不平衡量。现测得 I、III 平面内应加质径积为 $m_1 r_1 = 1 \text{ gm}$, $m_3 r_3 = 1.2 \text{ gm}$ ，方向如图。问能否在 I、II 两回转面内校正？如何校正？

解



将平面 III 测得的质径积 $m_3 r_3$ 分派到 I、II 平面。

$$(m_3 r_3)_I = m_3 r_3 \cdot \frac{300}{1000} = 1.2 \times 0.3 = 0.36 \text{ gm}$$

$$(m_3 r_3)_{II} = m_3 r_3 \cdot \frac{700}{1000} = 1.2 \times 0.7 = 0.84 \text{ gm}$$

显然， $m_{II} r_{II} = (m_3 r_3)_{II} = 0.84 \text{ gm}$ ， $\alpha_{II} = 90^\circ$ 。

将 I 平面内的 $(m_3 r_3)_I$ 与 $m_1 r_1$ 相迭加，即可得

$$m_I r_I = \sqrt{(m_1 r_1)^2 + (m_3 r_3)_I^2} = \sqrt{1^2 + 0.36^2} = 1.06283 \text{ gm}$$

$$\theta_I = \frac{(m_3 r_3)_I}{m_1 r_1} = \frac{0.36}{1.0} = 0.36 \text{，} \alpha_I = 19.8^\circ$$

《机械原理》习题解答

机械平衡：习题 3

在立式单缸内燃机的曲柄连杆机构中，已知 $l_{AB} = 66\text{mm}$, $l_{BC} = 330\text{mm}$ ，杆 1, 2 的质心 S_1, S_2 的位置分别为 $l_{AS_1} = 44\text{mm}$, $l_{BS_2} = 100\text{mm}$ ，各构件的质量分别为 $m_1 = 5\text{kg}$, $m_2 = 8\text{kg}$, $m_3 = 6\text{kg}$ 。试问加在曲柄上 $r = 60\text{mm}$ 处的平衡质量 m 应多大，才能平衡第一级惯性力的 60%。

解：将构件 2 的质量 m_2 代换到 B、C 两点，有

$$m_{2B} = m_2 \frac{l_{BC} - l_{BS_2}}{l_{BC}} = 8 \frac{330 - 100}{330} = 5.5758 \text{ kg}$$

$$m_{2C} = m_2 \frac{l_{BS_2}}{l_{BC}} = 8 \frac{100}{330} = 2.4242 \text{ kg}$$

在曲柄反方向 r 处加一平衡量 m_1' ，使其产生的惯性力平衡 m_{2B} 和 m_1 所产生的惯性力

$$m_1' r = m_1 l_{AS_1} + m_{2B} l_{AB}$$

$$\begin{aligned} m_1' &= \frac{1}{r} (m_1 l_{AS_1} + m_{2B} l_{AB}) \\ &= \frac{1}{60} (5 \times 44 + 5.5758 \times 66) = 9.8 \text{ kg} \end{aligned}$$

另外，在曲柄反方向 r 处另加一平衡量 m_1'' ，使其产生的惯性力平衡 m_{2C} 和 m_3 所产生的第一级惯性力的

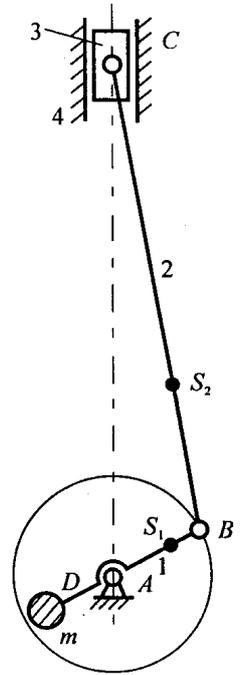
60%，有 $F_{6x} = 60\% F_I$ ，即

$$m_1'' r \omega^2 \cos \varphi = (m_3 + m_{2C}) l_{AB} \omega^2 \cos \varphi \times 60\%$$

$$m_1'' = \frac{(m_3 + m_{2C}) l_{AB}}{r} \times 60\% = \frac{(6 + 2.4242) \times 66}{60} \times 60\% = 5.56 \text{ kg}$$

因此，平衡量 $m = m_1' + m_1'' = 9.8 + 5.56 = 15.36 \text{ kg}$ 。

最后加的质量



《机械原理》习题解答

机械平衡：习题 4

在图示铰链四杆机构中，已知各杆尺寸分别为 $l_{AB}=150\text{mm}$, $l_{BC}=360\text{mm}$, $l_{CD}=300\text{mm}$, $l_{AD}=400\text{mm}$ ；各杆质量分别为 $m_1=0.4\text{kg}$, $m_2=0.7\text{kg}$, $m_3=0.5\text{kg}$ ；各杆质心位置 S_1, S_2 和 S_3 分别在 $l_{AS_1}=95\text{mm}$, $l_{BS_2}=180\text{mm}$, $l_{CS_3}=140\text{mm}$ 处。求完全静平衡时在 $r_1'=110\text{mm}$, $r_2'=160\text{mm}$ 及 $r_3'=100\text{mm}$ 处的配重质量 m_1', m_2' 和 m_3' 。

解：首先，在 DC 的延长线上加平衡重 m_3' ，使构件 3 的质心位于 C 点。

$$m_C = m_3' + m_3 = 0.7 + 0.5 = 1.2\text{kg}$$

$$m_3' \cdot r_3' = m_3 \cdot l_{CS_3}$$

$$m_3' = m_3 \frac{l_{CS_3}}{r_3'} = 0.5 \frac{140}{100} = 0.7\text{kg}$$

其次，在 CB 延长线上加平衡重 m_2' ，使构件 2 的质心位于 B 点。

$$m_B = m_2' + m_2 + m_C = 3.4875 + 0.7 + 1.2 = 5.3875\text{kg}$$

$$m_2' \cdot r_2' = m_2 \cdot l_{BS_2} + m_C \cdot l_{BC}$$

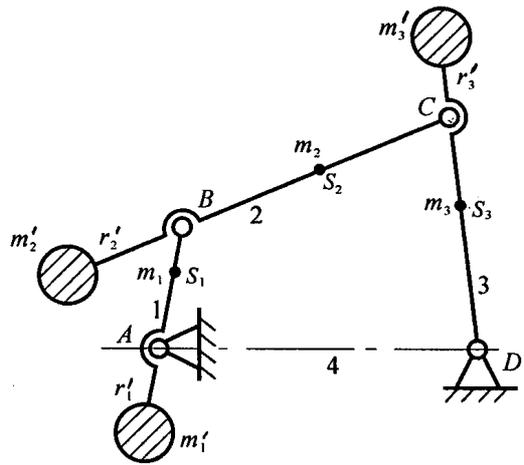
$$m_2' = \frac{1}{r_2'} (m_2 \cdot l_{BS_2} + m_C \cdot l_{BC}) = \frac{1}{160} [0.7 \times 180 + (0.7 + 0.5) \times 360] = 3.4875\text{kg}$$

最后，在 BA 延长线上加平衡重 m_1' ，使构件 1、2、3 的质心位于 A 点。

$$m_A = m_1' + m_1 + m_B = 7.692 + 0.4 + 5.3875 = 13.4795\text{kg}$$

$$m_1' \cdot r_1' = m_1 \cdot l_{AS_1} + m_B \cdot l_{AB}$$

$$\begin{aligned} m_1' &= \frac{1}{r_1'} (m_1 \cdot l_{AS_1} + m_B \cdot l_{AB}) = \frac{1}{110} [0.4 \times 95 + (3.4875 + 0.7 + 1.2) \times 150] \\ &= 7.692\text{kg} \end{aligned}$$

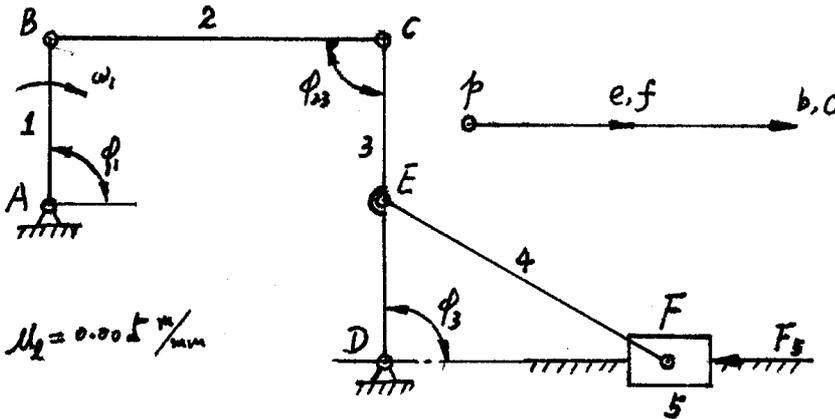
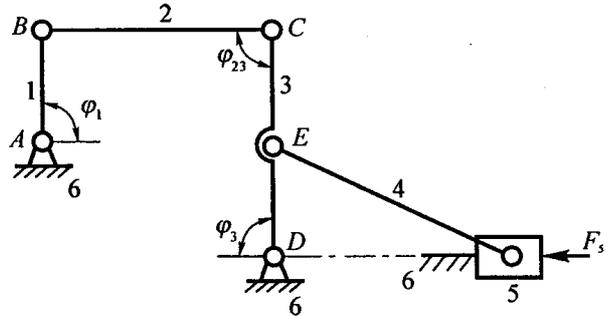


《机械原理》习题解答

运转调速：习题 1

在图示的搬运器机构中，已知滑块质量 $m = 20\text{kg}$ ， $l_{AB} = l_{ED} = 100\text{mm}$ ， $l_{BC} = l_{CD} = l_{EF} = 200\text{mm}$ ， $\varphi_1 = \varphi_{23} = \varphi_3 = 90^\circ$ 。求由作用在滑块 5 上的阻力 $F_5 = 1\text{kN}$ ，而换算到构件 1 的轴 A 上的等效阻力矩 M_T 及换算到轴 A 的滑块质量的等效转动惯量 J 。

解



$$\mu_2 = 0.005 \text{ mm}$$

1. 求可变速力矩 M_T

以任意比例作速度多边形，得 $v_5 = \frac{1}{2} \omega_1 \cdot l_{AB}$ ，即

$$M_T = F_5 \cdot \frac{v_5}{\omega_1} = 1000 \times \frac{\frac{1}{2} \omega_1 \cdot 0.1}{\omega_1} = 50 \text{ Nm}$$

2. 求可变速的惯量 J

$$J = m \left(\frac{v_5}{\omega_1} \right)^2 = 20 \left(\frac{\frac{1}{2} \omega_1 \cdot 0.1}{\omega_1} \right)^2 = 0.05 \text{ kgm}^2$$

《机械原理》习题解答

运转调速：习题 2

图示质量 $m=2.75\text{kg}$ ，转动惯量 $J=0.00785\text{kgm}^2$ 的飞轮由转速 $n=200\text{r/min}$ 开始停车，其停车的时间 $t=2\text{min}$ 。如轴颈直径 $d=10\text{mm}$ ，而飞轮的角速度按直线规律降低，求飞轮轴承中的摩擦系数 f_0 。

解：∵ $J \cdot \varepsilon = M_d - M_f$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{0 - \omega_0}{t} = \frac{-200 \cdot \frac{\pi}{30}}{2 \times 60} \\ &= -0.174533 \text{ rad/s}^2 \end{aligned}$$

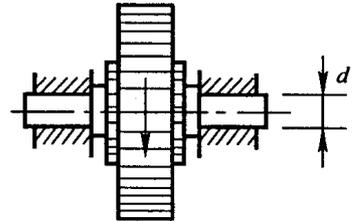
$$M_d = 0$$

$$M_f = mg f_0 \cdot \frac{d}{2} = 2.75 \times 9.8 \times \frac{10 \times 10^{-3}}{2} f_0 = 0.13475 f_0$$

$$J = 0.00785 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$\therefore \text{由 } 0.00785 \times (-0.174533) = -0.13475 f_0$$

得
$$f_0 = \frac{0.00785 \times 0.174533}{0.13475} = 0.01$$



《机械原理》习题解答

运转调速：习题 3

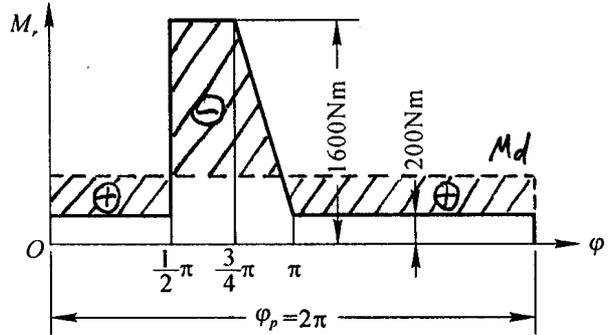
在电动机驱动剪床的机组中，已知电动机的转速为 1500r/min，作用在剪床主轴上的阻力矩 $M_r = M_r(\varphi)$ (如图所示)。设驱动力矩为常数，机组各构件等效转动惯量可以忽略不计。求保证运转不均匀系数 δ 不超过 0.05 的安装在电动机轴上的飞轮转动惯量 J_F 。

解：根据已知条件，可列力矩

M_r 在一个运动循环中消耗

的能量为

$$\begin{aligned} A_r &= 200 \times 2\pi + \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right) \times \\ &\quad (1600 - 200) / 2 \\ &= 2905.9732 \text{ N}\cdot\text{m} \end{aligned}$$



平均驱动力矩为常数，所以

$$M_d = \frac{A_r}{2\pi} = \frac{2905.9732}{2\pi} = 462.5 \text{ N}\cdot\text{m}$$

作 $M_d - \varphi$ 线图，从图中看出最大盈亏功

$$\begin{aligned} A_{\max} &= (1600 - 462.5) \times \frac{\pi}{4} + \frac{1600 - 462.5}{2} \times \frac{1600 - 462.5}{1600 - 200} \times \frac{\pi}{4} \\ &= 1256.3303 \text{ N}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

$$\therefore J_F = \frac{A_{\max}}{\delta \omega_m^2} = \frac{1256.3303}{0.05 \times \left(\frac{1500 \times \pi}{30}\right)^2} = 1.0183 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

《机械原理》习题解答

运转调速：习题 4

已知曲柄互相错开 120° 的单向三缸原动机的等效力矩 $M_d = M_d(\varphi)$ (如图所示), 曲柄的转速为 600r/min 。假设等效阻力矩 M_r 为常数, 且不计机械所有其余运动构件的转动惯量, 求:

- (1) 该原动机的功率;
- (2) 能保证不均匀系数 δ 不超过 0.064 的安装在曲柄轴上的飞轮的转动惯量 J_F 。

解: (1) 求原动机的功率 N_d 。

由原动机的等效驱动力矩 M_d 可知, 在一个运动循环中, 驱动力矩所做的功为

$$A_d = 63 \cdot \frac{\pi}{2} \times 3 \\ = 296.8805 \text{ N}\cdot\text{m}$$

由于一个运动循环所对应

的时间 $t = \frac{1}{600} \times 60 = \frac{1}{10} \text{ (Sec)}$, 所以原动机的功率为

$$N_d = \frac{A_d}{t} = \frac{296.8805}{\frac{1}{10}} = 2968.805 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{Sec}$$

(2) 求飞轮的转动惯量 J_F

假设阻力矩 M_r 为常数, 所以 $M_r = \frac{A_d}{2\pi} = 47.25 \text{ N}\cdot\text{m}$

作出 $M_r - \varphi$ 线后, 从图中可以看出最大盈亏功

$$A_{\max} = (63 - 47.25) \times \frac{\pi}{3} / 2 = 8.2467 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\therefore J_F = \frac{A_{\max}}{\delta \omega_m^2} = \frac{8.2467}{0.064 \times \left(\frac{600\pi}{30}\right)^2} = 0.03264 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

