

國立雲林科技大學
光電工程研究所碩士班

碩士論文

建立適合波前像差分析研究之
人眼數值模擬

Study of numerical simulation of the human eye and wave-
front analysis

研究生：廖博涵

指導教授：林慶煌 博士

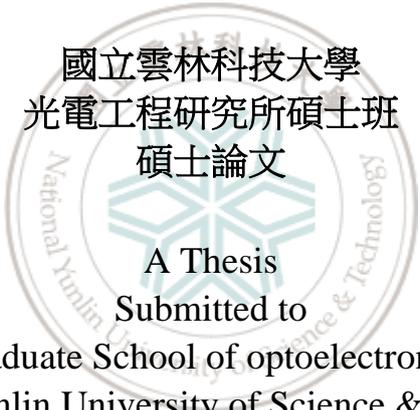
中華民國 99 年 6 月

建立適合波前像差分析研究之人眼數值模擬

Study of numerical simulation of the human eye and wavefront analysis

研究生：廖博涵
指導教授：林慶煌 博士

國立雲林科技大學
光電工程研究所碩士班
碩士論文



A Thesis
Submitted to
Graduate School of optoelectronics
National Yunlin University of Science & Technology
in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master of Science
in
Optoelectronics

June 2010
Douliu, Yunlin, Taiwan, Republic of China
中華民國 99 年 6 月

建立適合波前像差分析研究之人眼數值模擬

學生：廖博涵

指導教授：林慶煌 博士

國立雲林科技大學 光電工程研究所碩士班

摘要

眼球是人類最敏感的器官，其所能接受的光強度有一定的限制，雖然 ANSI 已明確規範醫用雷射的安全準則，但不可否認的是人為因素與儀器本身的誤差不在此限制內。為避免量測時的失誤對靈魂之窗造成永久性的傷害，我們建立了一組系統，用來模擬人眼波前的量測。

波前像差，即理想波前與實際波前的光程差，我們可以用一個完全集合且單位圓內具有正交性的澤爾尼克多項式來表示這些像差，該多項式優點是各項次互相為線性獨立，不會相互干擾，使波前還原過程簡單化。我們使用 Hartmann-Shack 演算法來還原波前像差，該演算法主要是以微透鏡陣列來切割待測波前，而切割後每個子波前之平均斜率與原待測波前之平均斜率，存在一非線性關係；因此，我們可以利用矩陣運算，進一步還原待測波前。

文中主要研究工作分二個部分，第一部分為人眼數值模型的建立，我們以 ZEMAX 軟體根據 Isabel 人眼模型為基底進行優化，得到成像質量良好的人眼模型；同時分別將眼軸長度拉長與縮短 0.5% 以模擬出近視眼與遠視眼之離焦人眼模型；再來，將離焦人眼模型分別加入聚焦及發散隱形眼鏡作修正，得到二個離焦矯正模型。最後，將所建立之參數匯入 TracePro 模擬量測系統。第二部分為波前量測模擬系統之建立，第一步，我們先在 TracePro 上分別匯入我們先前所建立之人眼數值模型。在這裡我們建立了下面幾個量測模型 1. 正常人眼 2. 正常人眼配戴散隱形眼鏡 3. 正常人眼配戴聚焦隱形眼鏡 4. 近視眼配戴發散隱形眼鏡 5. 遠視眼配戴聚焦隱形眼鏡。第二步，加入模擬 Hartmann-Shack 量測系統之微透鏡陣列，並於焦距處建立一偵測面；經光線追跡後，我們可以在偵測面上得到一組光點陣列。將之匯入程式進行運算還原波前。第三步，為模擬出離軸像差量以及色像差對人眼之影響，我們將眼球相對光源作二維的偏移，使光線斜向入射眼球。接著，將模型以 632.8 nm、550 nm、450 nm，三個波長來分析。結果顯示，離軸像差係數與眼球偏移之角度有正比關係；而波長與像差係數有反比關係，眼球材質添加阿貝數後色差更加明顯。

本研究以 ZEMAX 模擬之澤爾尼克係數作為基準值，用以分析系統演算法的誤差，

由 14*14 微透鏡分割後重建的波前，與 ZEMAX 的誤差比值皆在 0.84% 以下，還原之結果非常相似。最後，我們以平移偵測面以及旋轉偵測面之方法用以模擬出系統內部誤差量，結果顯示，平移誤差比大約每 10 μ m 產生 2.23%；旋轉誤差大約每度 1.75%，知道這些誤差量後我們可以找出方法校正這些像差量，使得系統精確度更提升。

關鍵字：波前像差、澤爾尼克、Hartmann-Shack、Zemax



Study of numerical simulation of the human eye and wavefront analysis

Student : Po-Han Liao

Advisor : Chin-Huang Lin

Graduate School of Optoelectronics
National Yunlin University of Science & Technology

ABSTRACT

Eye is the most sensitive organ of human being, it can accept light intensity which has certain restrictions. Though ANSI has obviously ordered the safety rules of medical laser, but these do not include the artificial factors and error of equipment. To avoid causing permanent damage on eyes by the mistakes of measurement, we have set up a system used to simulate the human eye wavefront measurement.

Wavefront aberration is optical path difference between the ideal wavefront and the actual wavefront. There we use Zernike polynomial to express these aberrations, it is a complete assembly and orthogonality on unit circle. The advantage of the polynomial is that each orders are linear independence, they will not effect to each others, so make more simplifier for reconstructing wavefront. We use the Hartmann-Shack algorithm to reconstruct wavefront aberrations. When light is incident, the lenslet array separate wavefront and there have a non-linear relationship between the average rate of slope on both each wavelet and orininally tested wavefront.

This study have two parts. First, we use ZEMAX software to optimize the Isabel model to get one which has good image quality for setting up an numerical model. At the same time, we establish shorter axial Myopia and longer axial Hyperopia to simulate the disfocus eye models, and we add a focus and divergent contact lenses for the correction models. Then we use the parameters of above eye models from Zemax as reference value.

Secondly, setting up a simulation system of wavefront measurement. First step, we establish the following few models which parameters were gotten from ZEMAX: 1. Normal eye, 2. Myopic eye, 3. Hyperopic eye, 4. Myopic correction, 5. Hyperopic correction. Second step, we use lenslet array to simulate Hartmann-shack system and adding a surface on focus of the lenslet. After ray tracing, we get a group of lightspot arrays on the detective surface, take it to Matlab redusing wavefront. Third step, we make eye model shifted 2-dimension in opposition to light source to simulate off-axis wavefront aberrations. Then, we analyze eye models by 3 wavelength: 632.8 nm, 550 nm and 450 nm. The results showed that off-axis aberrations are increased when the shifted-angle of eye model is increased, and the disfocus aberration is in-

creased absolutely for shorter wavelength when we use abbe value for eye models .

This study use the Zernike coefficients generated by Zemax software as reference value, and analyze the errors of the Zernike coefficients between reference value and which we get from our system . The ratio of errors are under 0.84% for all eye models compared to reference value . Finally, we rotate and shift detective surface to simulate the inside error of our system, the results showed that translation errors generated about 2.23% per 10 μ m , rotation errors generated about 1.75% per degree. After computing these errors ,we can find a way to correct these aberrations , which can elevate the accuracy for our system.

Keywords : Wavefront Aberration, Zernike, Hartmann-Shack, Zemax



誌 謝

兩年來的研究所生活，雖然還未能碩果累累、博學多聞，但求學精進可以期待在未來的奮發努力，因此，學生我常懷著感謝之心。

論文能夠順利完成，最要感謝我的指導教授 林慶煌 博士的細心指導與諄諄教誨，老師在專業研究、待人處世以及學習態度上的指導，都給了我很大的啟發，令學生我獲益良多；也感謝老師的耐心，不時的導正學生我並耐心的指導與鼓勵，老師寬廣的胸懷和高尚的人格令我終生難忘，在此致上由衷的感謝。也感謝口試委員 陳志成教授與 周學韜教授給予論文上的問題與指導，讓我能更加完善的改進研究，在此向兩位口試委員致上最深的感謝。

衷心的感謝生醫光子實驗室以及應用光學實驗室的所有夥伴：常一起深入研究周星星，唱著雙簧的張簡、電腦要重灌，找他準沒錯的冠榮、佛山無敵光頭王的信瑋、新一代腦波先進明達，因為你們熱心的幫忙，使我可以專心的架設實驗跑數值模擬並且撰寫論文。和大家相處之點點滴滴難以忘懷，不論是一起熬夜爆肝，還是聊八卦看妹，是你們讓我碩士二年的生活更加精彩，謝謝你們，在此祝福大家都鵬程萬里。

衷心的感謝光電所的所有老師，因為你們專業精闢的教學，學生我在光電方面的理論收穫很多，謝謝所有老師；並感謝所辦助理淑茹姊，陪著我們一年多替我們處理了大大小小不論是學業上還是行政上的繁瑣事情，你是雲林科技大學最好的行政助理，謝謝你。

最後，僅將本文獻給我最愛的父親、母親、弟弟、妹妹和可愛的女朋友，謝謝你們這兩年來的關懷與支持，你們的加油打氣是我遭受挫折時最好的特效藥，謝謝你們。

目 錄

中文摘要	-----	i
英文摘要	-----	iii
誌謝	-----	v
目錄	-----	vi
表目錄	-----	viii
圖目錄	-----	ix
一、	緒論-----	1
1.1	前言-----	1
1.2	研究背景與動機-----	1
1.3	文獻回顧-----	2
1.4	論文架構-----	6
二、	理論基礎-----	8
2.1	像差-----	8
2.1.1	澤爾尼克多項式-----	12
2.2	波前量測技術-----	15
2.2.1	橫向剪切干涉-----	15
2.2.2	Hartmann-Shack 波前量測系統-----	16
三、	眼球的生理與數值模型-----	20
3.1	眼球生理學-----	20
3.1.1	瞳孔-----	21
3.1.2	角膜-----	21
3.1.3	水晶體-----	22
3.1.4	虹膜-----	22
3.1.5	玻璃體-----	23
3.1.6	視網膜-----	23
3.2	人眼數值模型回顧-----	24
3.2.1	數值模型之建立-----	25
3.2.2	像質評估-----	25
3.2.3	斑點圖-----	25
3.2.4	調製傳遞函數-----	26
3.2.5	Isabel 人眼模型-----	26
四、	光學系統模擬-----	30
4.1	Hartmann-shack 架構模擬-----	30
4.2	模擬正常眼配戴隱形眼鏡-----	39
4.3	近視眼與遠視眼模型-----	46

4.4	建立離軸模型-----	53
4.5	系統誤差模擬-----	57
4.6	系統色差之影響-----	60
4.7	結果與討論-----	65
五、	結論與未來展望-----	66
5.1	結論-----	66
5.2	未來展望-----	67
參考文獻	-----	68



表 目 錄

表 2.1	五階 21 項澤爾尼克多項式及像差係數-----	14
表 3.1	Gullstrand 建立之三種模型眼-----	24
表 3.2	界面折射率-----	25
表 3.3	Isabel 眼球模型初始結構參數-----	26
表 3.4	優化過後參數-----	27
表 4.1	透鏡陣列規格-----	30
表 4.2	軟體應用說明-----	30
表 4.3	Zernike 係數比較-----	36
表 4.4	正常眼加聚焦眼鏡模型 zernike 係數比較-----	41
表 4.5	正常眼加發散眼鏡模型 zernike 係數比較-----	43
表 4.6	遠視眼加聚焦眼鏡模型 zernike 係數比較-----	48
表 4.7	近視眼加發散眼鏡模型 zernike 係數比較-----	51
表 4.8	離軸眼模型 zernike 係數比較-----	54
表 4.9	平移量與波前誤差關係-----	57
表 4.10	旋轉角度與波前誤差關係-----	59
表 4.11	眼球生理材質柯西色散常數與阿貝數-----	63

圖 目 錄

圖 1.1	Scheriner's disk 架構圖-----	2
圖 1.2	Scheriner's disk 獲得偏移量架構圖-----	3
圖 1.3	Hartmann screenr 架構示意圖-----	4
圖 1.4	Hartmann-Shack 波前量測儀架構-----	4
圖 1.5	Hartmann-Shack 架構以兩個 relay lens 聚焦於視網膜內-----	5
圖 1.6	眼睛無像差時擷取的影像-----	5
圖 1.7	眼睛存在像差時擷取的影像-----	6
圖 2.1	球差示意圖-----	10
圖 2.2	慧差示意圖-----	11
圖 2.3	像散示意圖-----	11
圖 2.4	場曲示意圖-----	12
圖 2.5	畸變示意圖-----	12
圖 2.6	待測波面為近似平面波之橫像剪切干涉儀-----	16
圖 2.7	待測波面為近似球面波之橫像剪切干涉儀-----	16
圖 2.8	Hartmann 波前量測示意-----	17
圖 2.9	相對偏移量示意-----	18
圖 3.1	人眼生理構造圖-----	20
圖 3.2	人類感官色素的敏感性之曲線圖-----	23
圖 3.3	ZEMAX 下 Isabel 眼模型-----	27
圖 3.4	優化後之 MTF 曲線與三維波前圖-----	28
圖 3.5	球差係數對系統孔徑作圖縱軸為係數-----	29
圖 3.6	離焦係數對系統孔徑作圖縱軸為係數-----	29
圖 4.1	AutoCAD 建立之平面圖元-----	31
圖 4.2	平面圖元建中心線-----	31
圖 4.3	旋轉填料後立體化之眼球模型-----	32
圖 4.4	微陣列透鏡-----	32
圖 4.5	聚焦與發散眼鏡-----	33
圖 4.6	系統流程圖-----	33
圖 4.7	Tracepro 模擬 Hartmann-shack 系統架構-----	34
圖 4.8	Tracepro 模擬之系統架構圖(光線追跡後)-----	34
圖 4.9	微透鏡陣列與偵測面部分放大圖-----	35
圖 4.10	偵測面上捕捉到之光點陣列-----	35
圖 4.11	澤爾尼克係數比較值方圖-----	37
圖 4.12	正常眼還原誤差比較-----	38
圖 4.13	ZEMAX 係數還原之波前-----	38

圖 4.14	TracePro 係數還原之波前-----	39
圖 4.15	ZEMAX 模擬正常眼配戴發散眼鏡-----	40
圖 4.16	ZEMAX 模擬正常眼配戴聚焦眼鏡-----	40
圖 4.17	澤爾尼克係數直方圖(加聚焦眼鏡)-----	42
圖 4.18	正常眼加聚焦眼鏡還原誤差比較圖-----	42
圖 4.19	澤爾尼克係數直方圖(加發散眼鏡)-----	44
圖 4.20	正常眼加發散眼鏡還原誤差比較圖-----	44
圖 4.21	正常眼波前-----	45
圖 4.22	正常眼加聚焦眼鏡波前-----	45
圖 4.23	正常眼加發散眼鏡波前-----	46
圖 4.24	ZEMAX 模擬近遠視眼-----	47
圖 4.25	近遠視眼矯正後-----	47
圖 4.26	澤爾尼克係數直方圖(遠視眼加聚焦眼鏡)-----	49
圖 4.27	遠視眼加聚焦眼鏡還原誤差比較圖-----	49
圖 4.28	遠視眼加聚焦眼鏡波前圖-----	50
圖 4.29	澤爾尼克係數直方圖(近視眼加發散眼鏡)-----	52
圖 4.30	近視眼加發散眼鏡還原誤差比較圖-----	52
圖 4.31	近視眼加發散眼鏡波前圖-----	53
圖 4.32	澤爾尼克係數直方圖(離軸眼模型)-----	55
圖 4.33	離軸眼還原誤差比較圖-----	55
圖 4.34	離軸眼還原波前圖-----	56
圖 4.35	微透鏡數目還原誤差比較-----	56
圖 4.36	平移誤差示意-----	57
圖 4.37	旋轉誤差示意-----	57
圖 4.38	平移量對應均方根誤差值-----	58
圖 4.39	平移量對應均方根誤差比-----	58
圖 4.40	旋轉角度對應均方根誤差比-----	59
圖 4.41	正常眼模型三色波長下澤爾尼克係數-----	61
圖 4.42	近視眼矯正模型三色波長下澤爾尼克係數-----	61
圖 4.43	遠視眼矯正模型三色波長下澤爾尼克係數-----	62
圖 4.44	正常眼離軸模型三色波長下澤爾尼克係數-----	62
圖 4.45	正常眼模型加阿貝數後三色波長澤爾尼克係數-----	63
圖 4.46	正常眼離軸模型加阿貝數後三色波長澤爾尼克係數-----	64

一、緒論

1.1 前言

人體，是一個奇妙的生物組織，可以感受各種感覺。如物體的形狀、顏色、聲音、溫度、味道...等等，而這些感覺分別為視覺、嗅覺、聽覺、觸覺和味覺，即大家所稱之為的(五感)。而這些感覺又各自對應於專屬的感受器，分別是眼、鼻、耳、皮膚和舌，其中最重要的就是眼睛，人假使看不見行動就有如瞎子摸象般。

眼睛，是人類的靈魂之窗，也是吸收資訊最快速的方法，舉凡食、衣、住、行、娛樂舉手投足間皆須要眼睛的輔助。然而由於電腦 3C 與電視娛樂產業的發達，以至於過多的學童太早使用眼睛，因此產生一連串視力不良的問題，這不僅僅是國家，更是世界性的問題。

上述視力不良的症狀簡單來說就是像差的產生，光線打向遠方的物體，其反射光經過角膜、房水、晶狀體以及玻璃體的折射，準確地落在視網膜上，眼睛所得到的資訊便是清楚的影像。但是如果這些構造的匹配出現了問題或是存在既有的缺陷，成像時就會有像差的產生，眼睛所得到的資訊便是模糊的影像。

1.2 研究與動機

眼睛如果存在像差的話，便會影響成像品質，這些惱人的像差包括了球差、慧差、場曲、像散和畸變。雖然部分低階的像差目前已經可以透過配戴眼鏡的方式給予矯正，如近視(Myopia)、遠視(Hyperopia)、散光(Astigmatism)..等等。然而更高階的像差如球差 (spherical aberration)、慧差 (coma) 等等，可能就必須進行屈光手術來予以修正，不單單只是配戴眼鏡能解決的。然而術後需要一個對照，以達到比對的效用，所以要建立一干涉系統來還原眼球波前的資訊，用以評估成像方面的問題和缺陷。首先建立實驗室裡的人眼模型，對基本的成像像差分析、系統優化，再將 Hartmann-shack 與人眼數值模型做一結合，以光學軟體 Tracepro 模擬整個系統，進一步達到人眼波前像差分析的應用上。

1.3 文獻回顧

要談起Hartmann-Shack波前量測儀，首先是1619年，Christopher Scheiner在圓盤上開了兩個孔徑，假使平行的兩道光經過一個完美的眼睛系統，光線會聚焦於視網膜上，可以看到一個影像點；反之，假使平行的兩道光經過有缺陷的眼睛，此時，光並不會聚焦在視網膜上，而看到的是兩個影像點，我們稱此架構為Scheriner's disk[1]，如圖1.1 所示；如果要量測人眼的初階像差，我們先用一道雷射光由人眼中間入射，在視網膜上形成影像，這個影像當成參考點，然後再入射一道光調整光源位置，使兩個影像重疊，而第二道光的位置與孔徑中心之水平軸比較，就可以得到偏移量，量測出像差，改變圓盤上孔徑的位置可以測量不同位置的像差。

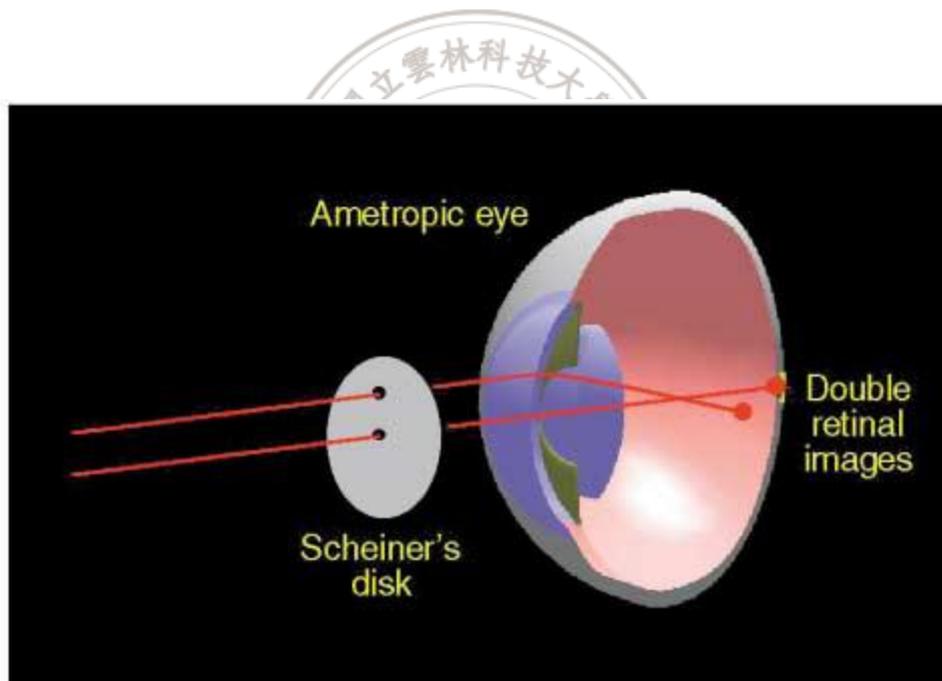


圖1.1 Scheriner's disk架構圖

(Source : Larry N.Thibos. Principles of Hartmann-Shack Aberrometry)

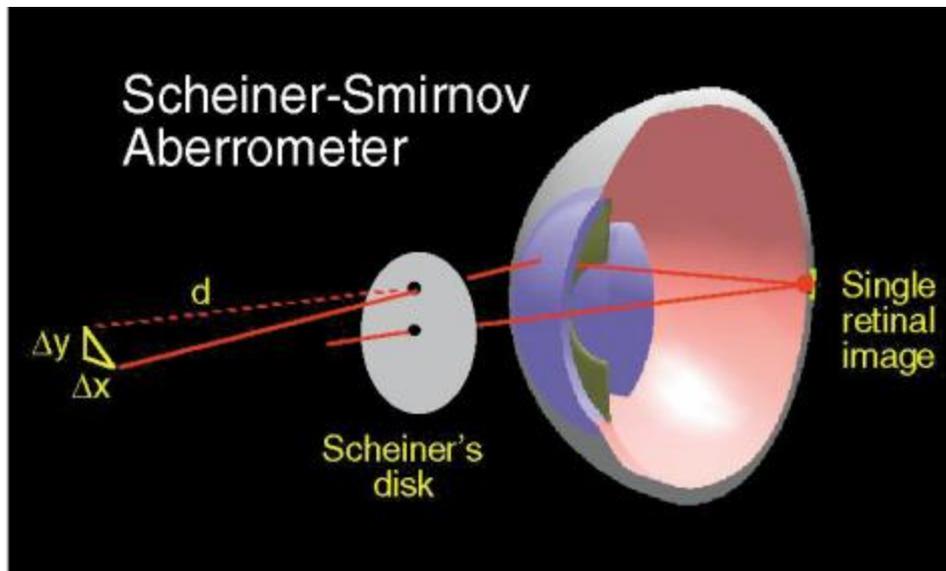


圖1.2 Scheriner's disk架構圖，入射兩道光源以獲得偏移量
(Source : Larry N.Thibos. Principles of Hartmann-Shack Aberrometry)

後來1900年，Hartmann在Scheriner's disk上額外多開幾個孔徑，我們稱這個架構為Hartmann screen，如圖1.2所示。但是與Scheiner的量測方法有點不同，Hartmann是將光路反轉，先用雷射在視網膜上產生一個光點的影像，我們將光點影像當成點光源，光線由眼睛內射出來經過Hartmann screen，將通過孔洞的光線投影在CCD上，而CCD上每道光的位置與每個孔洞的中心比較就可以計算出x、y方向的偏移量，利用偏移量計算出像差，而Hartmann screen除了改變光路方向，與Scheriner's disk最大的差異，是Hartmann screen可以同時量測很多光點偏移量的數據，改善了量測的速度。

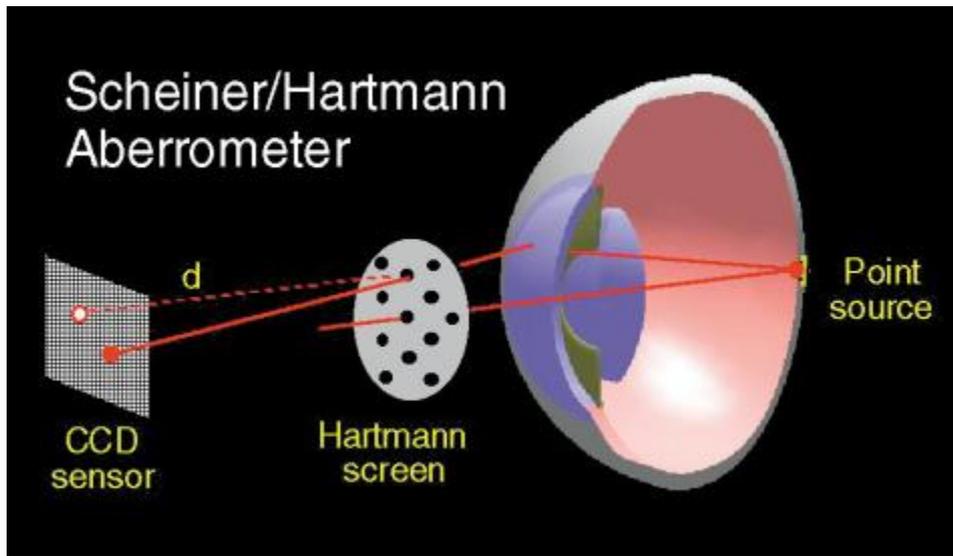


圖1.3 Hartmann screen架構示意圖

(Source : Larry N.Thibos. Principles of Hartmann-Shack Aberrometry)

80年後，亞利桑那大學Roland Shack教授使用Hartmann的原理作為基礎，改進了Hartmann的技術，就是利用微陣列透鏡取代Hartmann screen圓盤上的孔洞 [2,3]，開發了Hartmann-Shack波前量測儀如圖1.3、1.4所示，我們再將CCD放在微透鏡的焦平面上，觀察光點陣列的偏移量，來計算出波前像差。Dr. Shack用微陣列透鏡取代，主要就是要利用微透鏡聚焦的能力，將光波波前的能量聚焦在CCD上，減少能量損耗，也改善了光點的解析度，讓處理光數據更為方便和準確。

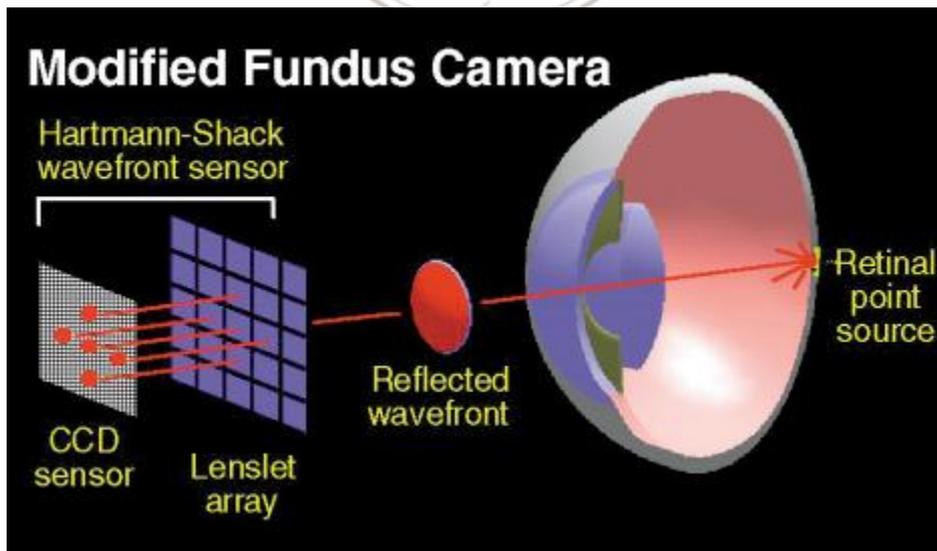


圖1.4 Hartmann-Shack波前量測儀架構

(Source : Larry N.Thibos. Principles of Hartmann-Shack Aberrometry)

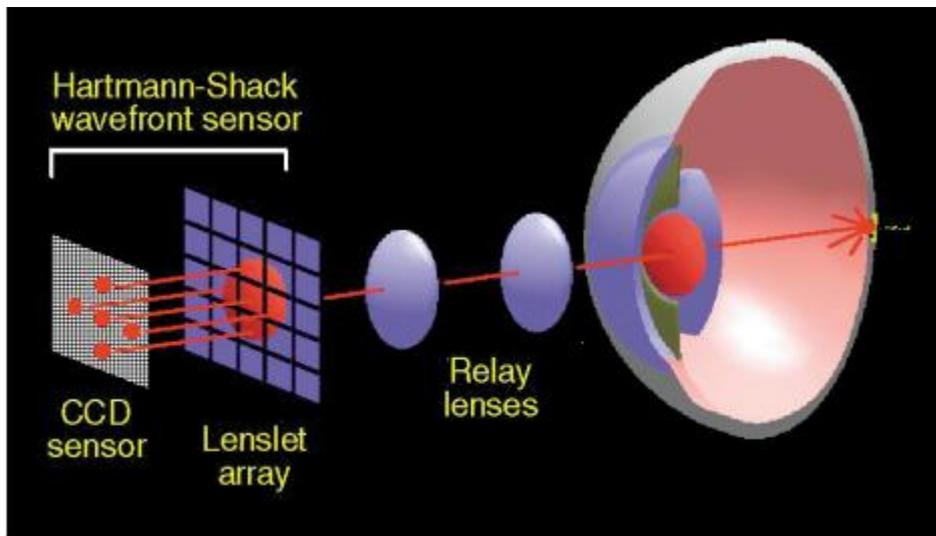


圖1.5 Hartmann-Shack波前量測儀架構，以兩個relay lens聚焦於視網膜內
 (Source : Larry N.Thibos. Principles of Hartmann-Shack Aberrometry)

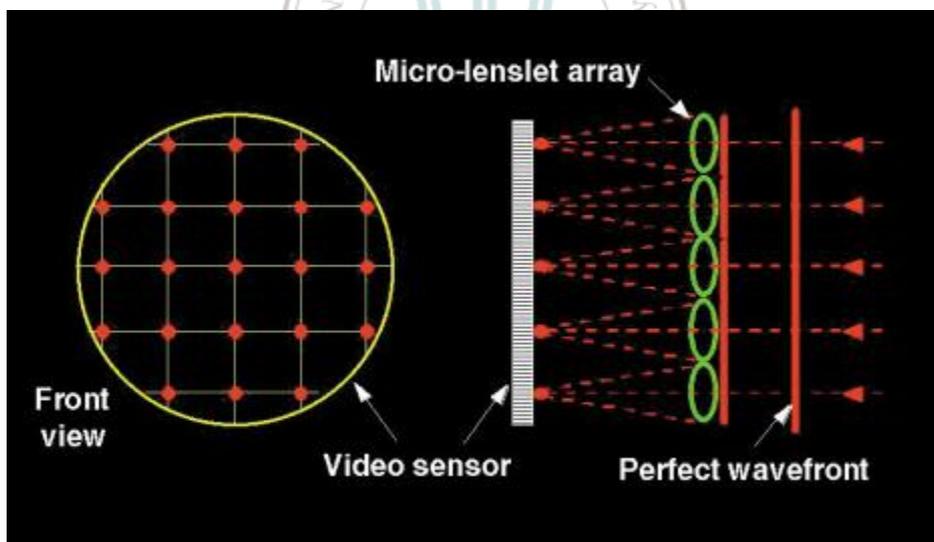


圖1.6 眼睛無像差時CCD sensor擷取的影像
 (Source : Larry N.Thibos. Principles of Hartmann-Shack Aberrometry)

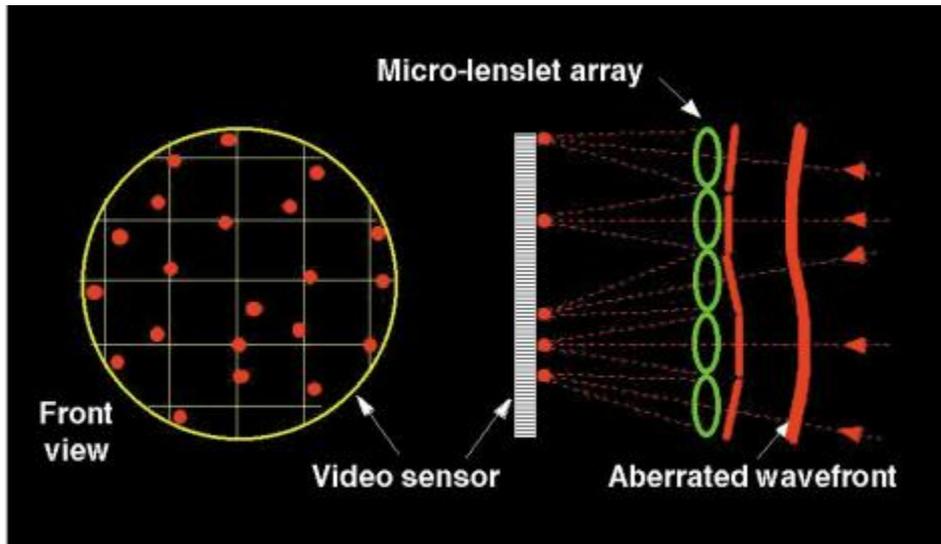


圖1.7 眼睛存在像差時CCD sensor擷取的影像

(Source : Larry N.Thibos. Principles of Hartmann-Shack Aberrometry)

Hartmann-Shack波前量測儀早期被廣泛的應用在天文學上，太空人用於測量大氣引起的光學像差應用於光學加工檢測及雷射光束品質檢測...等方面。1994年，Liang首次發表將Hartmann-Shack波前量測儀的技術應用在量測人眼波前像差[4]，開啟了量測人眼波前技術[5,6,7]以及自適應光學(Adaptive Optics)上的應用[8]。

1.4 論文架構

本論文共分五個架構來對應用人眼數值模型波前像差分析來加以說明，第一章為緒論，簡單介紹了動機與研究目的。且回顧了 Hartmann 與 Hartmann-Shack 波前量測儀演進的歷史，並論述此項技術其他應用層面以及重要性。

第二章為理論分析，介紹了像差以及澤爾尼克多項式，提到目前常用的波前量測技術，最後再對 Hartmann-shack 波前量測儀的原理、以及其演算法和重心求法加以闡述。

第三章為眼球的生理與數值模型，主要針對眼球生理學作探討，包括角膜、晶狀體、玻璃體、瞳孔等等之生理解剖構造，以及視網膜對顏色之吸收峰..等等，接著說到人眼模型的發展建立與像質評估，最後，根據 Isabel 的數值人眼模型以 ZEMAX 光學軟體進行優化，優化之參數可以套用於光學系統模擬上。

第四章為光學系統模擬，主要利用 Tracepro 軟體針對 Hartmann-shack 人眼波前量測架構作一模擬，最後經由光點陣列比對，經由 Matlab[9,10]演算法推出各項 zernike 係數恢復波前並與 ZEMAX 模擬之 zernike 係數做一比較，同時，將數值模型前緣分別加入一模擬隱形眼鏡，使貼合於角膜前端。該隱形眼鏡分別為一凹透鏡及一凸透鏡，將在 TracePro 所建立之模擬系統中模擬近視眼以及遠視眼之離焦模型，藉由還原待測波前之澤爾尼克係數，以 ZEMAX 數值模型之係數為標準，分析此系統誤差值，進一步建立實體量測系統。

第五章為結論，說明初步的結論與未來方向。



二、 理論基礎

光線打向遠方的物體，其反射光經過角膜、房水、晶狀體以及玻璃體的折射，準確地落在視網膜上，眼睛所得到的資訊便是清楚的影像。但是如果這些構造的匹配出現了問題或是存在既有的缺陷，成像時就會有像差的產生，眼睛所得到的資訊便是模糊的影像。

2.1 像差

像差用簡單的定義來描述，就是實際與理想的幾何成像位置間的誤差量[11,12]。理想影像的形成，物與像之間的關係必須遵守近軸光學的定律，也就是說每一個物點上所發出的光線會通過其近軸的共軛像點。且每一條光線在物與像之間有著相同的光程差，然而在實際上，由於鏡片具有不可忽略的厚度，以及入射光線有著某個範圍的頻寬，成像位置會和共軛像點有所偏差[13]，因此形成了像差。

Seidel 在1856 年即提出像差的理論[14]，光學像差大致可分為兩大類：(1)因入射波之波長不同造成材料折射係數隨之改變所產生的色差(Chromatic aberration)，包括縱向色差與橫向色差；(2)因光學系統不完美所產生之單色像差。

對於一個光學系統，當滿足近軸條件時不會有像差產生，而近軸條件為 $\sin\theta \cong \theta$ 。

但實際上， $\sin\theta$ 可以用泰勒級數展開為：

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots \quad (2.1)$$

當只考慮三次項，而忽略高次項時，會存在有5種像差，我們稱為初級像差或三階像差，下面是它的表示式：

$$O(S) = {}_0C_{40}r^4 + {}_1C_{31}hr^3 \cos\theta + {}_2C_{22}h^2r^2 \cos^2\theta + {}_2C_{20}h^2r^2 + {}_3C_{11}h^3r \cos\theta \quad (2.1)$$

這裡每一階為各自獨立的像差， ${}_0C_{40}r^4$ 為球面像差， ${}_1C_{31}hr^3\cos\theta$ 為彗星像差， ${}_2C_{22}h^2r^2\cos^2\theta$ 為像散像差， ${}_2C_{20}h^2r^2$ 場曲像差， ${}_3C_{11}h^3r\cos\theta$ 畸變像差。當更高階的像差出現時，我們可以以(2.2)表示k階像差：

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n \rho^n (a_{nm} \cos^m \theta + b_{nm} \sin^m \theta) \quad (2.2)$$

下面對像差作簡單的介紹：

1. 色差(Chromatic aberration)

當光線入射介質，不同波長的光波在傳遞時有不同的速度，折射率也會隨之改變，由於各色光水平面聚焦深度不一而有縱向色差；垂直面聚焦不一使得成像放大率隨光波長改變而產生橫向色差。常用來消色差的方法為選用色散係數差異較大之材質組成雙透鏡(凸透鏡加凹透鏡)。

2. 球差(Spherical aberration)

如圖2.1 所示，當光線入射球面鏡，主光線與邊緣光線成像點不同，以致無法完好的聚焦，此即為球差。按照賽德的定義，為焦點隨通光孔徑的變化。理論上，一個完美的透鏡可將平行光軸上所發出不同高度的光線匯集於一點，而事實上，曲光能力越好的透鏡球差越大，可藉由搭配非球面鏡來消除球差。

3. 彗差(Coma)

離軸光線進入光學系統時，隨著視角及入射光高度不同而造成焦長及橫向放大率的改變，因此無法聚焦於一點，呈現如彗星狀的像差，如圖2.2。分為弧矢彗差與子午彗差兩種，可藉由控制光線入射角度來進行消除。

4. 像散(Astigmatism)

軸外物點之光線經透鏡折射後，形成水平面和垂直面聚焦深度不同，如圖2.3。像點聚焦在水平焦平面上則垂直影像變模糊；反之，當聚焦在垂直焦平面則水平變模糊。和彗差一樣，可藉由控制光線的入射角度進行消除。

5. 場曲(Curvature of field)

場曲就是像平面彎曲，由於成像距離隨物體高度改變，使成像點位置不同成為曲面，如圖2.4。

6. 畸變(Distortion)

球差、慧差、像散、和場曲都會影響成像的清晰度，至於還有一種不影響清晰度的單色像差，此像差使得像與物不為相似圖形，稱之為畸變。造成畸變是因為放大率隨物體的高度或視角的改變，造成像的形變，如圖2.5 所示。當像點所在位置遠離光軸時畸變為正，也可稱為針插畸變(Pincushion distortion)；實際像點位置貼近光軸時畸變為負，稱為筒形畸變(Barreldistortion)，如遊樂園之哈哈鏡，路口之廣角鏡..等等。

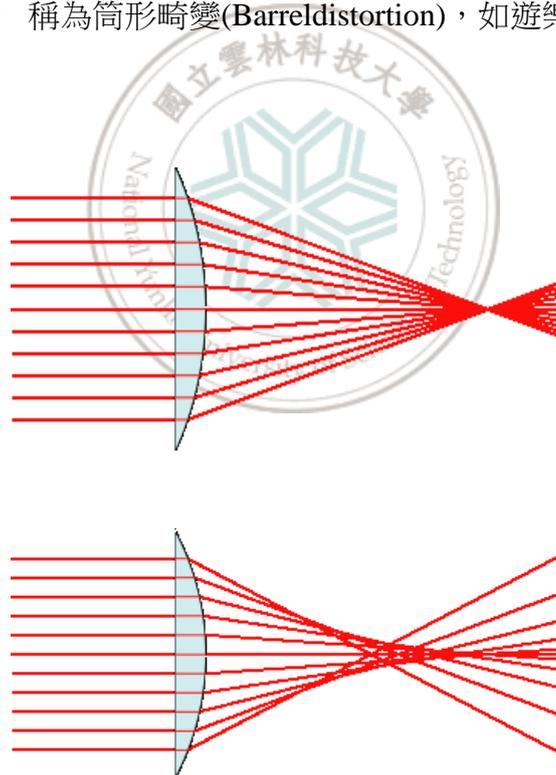


圖 2.1 球差示意圖，上為光學系統無球差時。下為光學系統存在球差時。

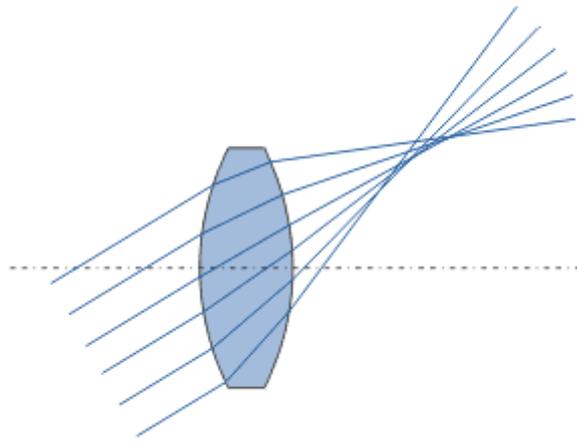


圖 2.2 慧差示意圖

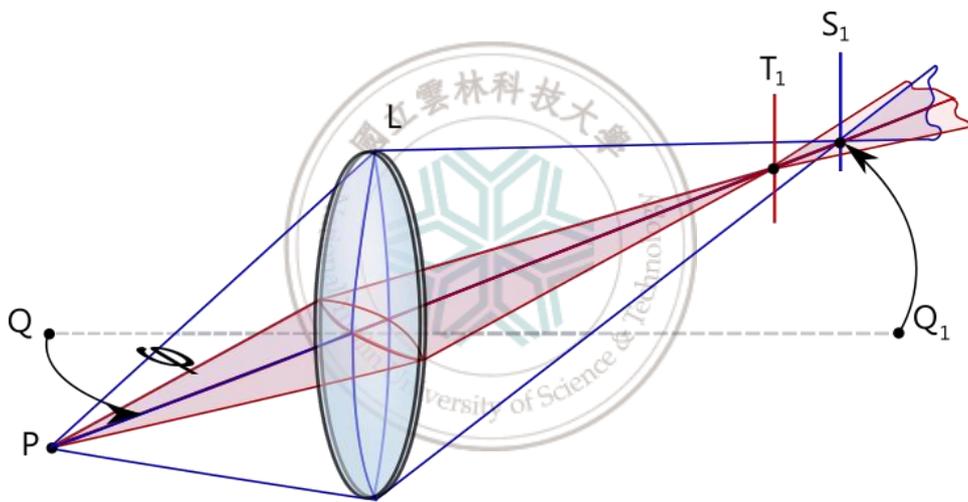


圖 2.3 像散示意圖

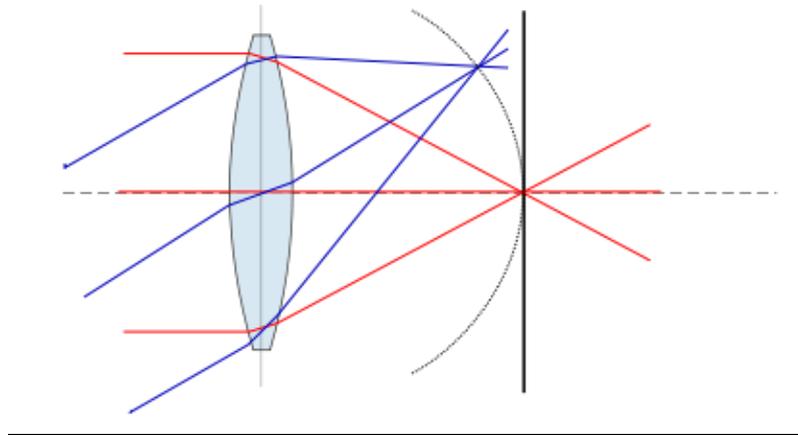


圖 2.4 場曲示意圖

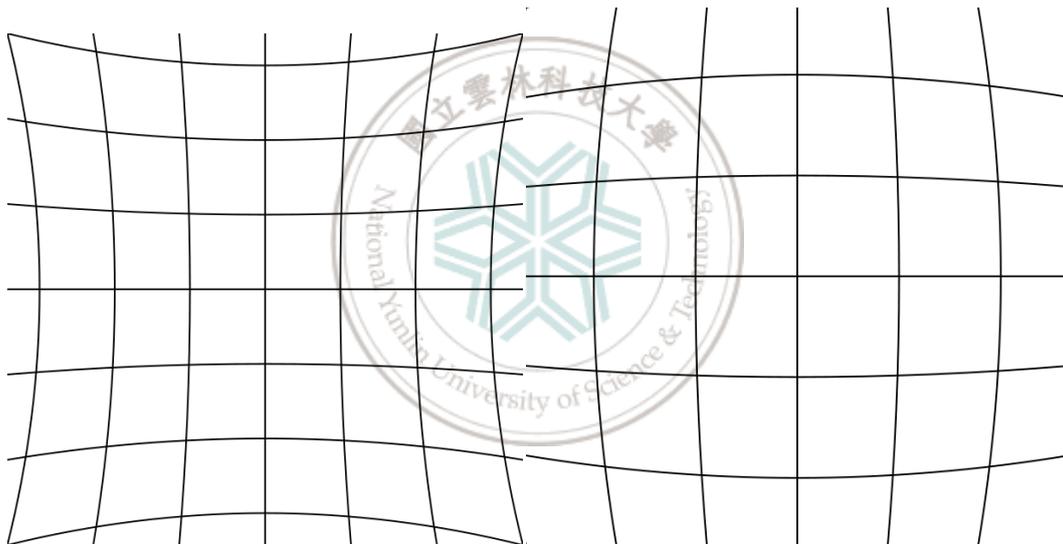


圖 2.5 畸變示意圖，左為正畸變，又為負畸變

2.1.1 澤爾尼克(Zernike)多項式

澤爾尼克(Zernike)多項式是為了表示單位圓上的波面像差而發展出的集合，而且此多項式符合下列兩個性質：

(1) 澤爾尼克多項式是一完全正交的無窮集合[15]：

意義為任何函數(或波前) k 階之 $w(\rho, \theta)$ 可以用澤爾尼克多項式的線性組合來表示，如下式：

$$w(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=-n}^n C_{nm} R_n^{|m|} e^{-jm\theta} \quad (2.3)$$

其中 $w(\rho, \theta)$ 必須是實數，且 $R_n^{|m|}$ 為 ρ 的函數，也必須是實數，而 C_{nl} 可能為實數或虛數，必須滿足：

$$C_{n,m} = C_{n,-m}^* \quad (2.4)$$

且因為完全正交的特性，所以每一階的係數皆為線性獨立，假如欲單獨刪除某外部擾動造成之特定像差量時，可以直接刪除所代表的像差量而不需再作波前擬合，非常便利於計算，故被大量光學量測系統所使用。

(2) 此多項式在單位圓內（即波前邊界內）有正交的特性：

$$\int_0^1 \int_0^{2\pi} Z_n^m Z_{n'}^{m'} \rho d\rho d\theta = \frac{\pi}{\pi+1} \delta_{nn'} \delta_{mm'} \quad (2.5)$$

$$\delta_{nn'} = \begin{cases} 0, & n \neq n' \\ 1, & n = n' \end{cases}$$

由於澤爾尼克多項式多以徑向，故將 Z_n^m 寫成 $R(\rho)C(\theta)$ 的形式， $R(\rho)$ 為徑向座標函數， $C(\theta)$ 為角向座標函數且為一周期 2π 的連續函數，我們分別以極座標和直角座標的形式來描述澤爾尼克多項式，如下：

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n A_{nm} U_{nm} = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n A_{nm} R_n^{n-2m} \begin{cases} \sin(n-2m)\theta, & n-2m > 0 \\ \cos(n-2m)\theta, & n-2m < 0 \end{cases}$$

$$W(x, y) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n A_{nm} U_{nm}$$

$$W(x, y) = \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^{l-j} (-1)^{i+j} \begin{bmatrix} n-2m \\ 2i+p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m-j \\ k \end{bmatrix} \frac{(n-j)!}{j!(m-j)!(n-m-j)!} x^{2(i+k)+p} y^{n-2(i+j+k)-p}$$

$$= A_{nm} \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^i h_{ijnm} x^j y^{i-j}$$

表 2.1 五階 21 項澤爾尼克多項式及像差係數

n	m	n-2m	Zernike polynomial	Monomial representation	Meaning
0	0	0	1	1	常數
1	0	1	$\rho \sin \theta$	y	Y 方向傾斜
1	1	-1	$\rho \cos \theta$	x	X 方向傾斜
2	0	2	$\rho^2 \sin 2\theta$	2xy	45 度像散
2	1	0	$2\rho^2 - 1$	$-1 + 2y^2 + 2x^2$	離焦
2	2	2	$\rho^2 \cos 2\theta$	$y^2 - x^2$	0 度、90 度像散
3	0	3	$\rho^3 \sin 3\theta$	$3xy^2 - x^3$	
3	1	1	$(3\rho^3 - 2\rho)\sin \theta$	$-2x + 3xy^2 + 3x^3$	X 軸向慧差
3	2	-1	$(3\rho^3 - 2\rho)\cos \theta$	$-2y + 3y^3 + 3x^2y$	Y 軸向慧差
3	3	-3	$\rho^3 \cos 3\theta$	$y^3 - 3x^2y$	
4	0	4	$\rho^4 \sin 4\theta$	$4y^3x - 4x^3y$	
4	1	2	$(4\rho^4 - 3\rho^2)\sin 2\theta$	$-6xy + 8y^3x + 8x^3y$	
4	2	0	$6\rho^4 - 6\rho^2 + 1$	$-6y^2 - 6x^2 + 6y^4 + 12x^2y^2 + 6x^4$	球差
4	3	-2	$(4\rho^4 - 3\rho^2)\cos 2\theta$	$-3y^2 + 3x^2 + 4y^4 - 4x^2y^2 - 4x^4$	
4	4	-4	$\rho^4 \cos 4\theta$	$y^4 - 6x^2y^2 + x^4$	
5	0	5	$\rho^5 \sin 5\theta$	$5xy^4 - 10x^3y^2 + x^5$	
5	1	3	$(5\rho^5 - 4\rho^3)\sin 3\theta$	$-12xy^2 + 4x^3 + 15xy^4 + 10x^3y^2 - 5x^5$	
5	2	1	$(10\rho^5 - 12\rho^3 + 3\rho)\sin \theta$	$3x - 12xy^2 - 12x^3 + 10xy^4 + 20x^3y^2 + 10x^5$	
5	3	-1	$(10\rho^5 - 12\rho^3 + 3\rho)\cos \theta$	$3y - 12y^3 - 12x^2y + 10y^5 + 20x^2y^3 + 10x^4y$	
5	4	-3	$(5\rho^5 - 4\rho^3)\cos 3\theta$	$-4y^3 + 12x^2y + 5y^5 - 10x^2y^3 - 15x^4y$	
5	5	-5	$\rho^5 \cos 5\theta$	$y^5 - 10x^2y^3 + 5x^4y$	

2.2 波前量測法

波前量測技術[16-18]，就是將待測波前之相位以及振幅詳細量測出來的方法，目前最常見的波前量測技術有下面兩種[19]：

(1) 橫向剪切干涉(lateral shearing interferometry)

此方法主要是將所要量測的波前剪切成兩道相同相位分佈之波前，其中一道波前相對於另一道波前側向位移或旋轉一段距離，其中部分波前相互疊合產生干涉條紋，再依剪切的位移或旋轉距離從干涉圖形中計算並還原出原光束的波前分佈。

(2) Hartmann 與Shack-Hartmann 波前量測技術

此兩種技術的量測原理皆相同，先以孔鏡陣列或微透鏡陣列對待側波前進行取樣，分割成小區塊，並量測每區塊平均波前的斜率，再集合所有取樣區域的波前斜率，以非線性關係建構出相位分佈，兩種波前量測技術的差別是Hartmann 波前量測技是使用孔徑陣列(aperturearray)；而Shack-Hartmann 波前量測技術是運用微透鏡陣列(lenslet array)，使用微透鏡陣列主要目的是利用透鏡將取樣光線聚焦，使較微弱的光線也能被截取得到，更詳細的部分在下面會說明。

2.2.1 橫向剪切干涉儀

剪切干涉是將待測波前利用光學上的機制予以複製，產生和原波相同大小但在空間上與之偏離一位移量的剪切波，再和原波相互干涉形成剪切干涉。相對於傳統形式干涉儀，此種干涉儀不需要參考光，架構較為簡單；同時，因為共光路的特性，能使外在環境的干擾同時對兩個波產生相似的影響，所以在互相干涉後，可以將外在之環境干擾降到最低。

基本形式的橫向剪切干涉術架構有兩種，如圖2.6、2.7 所示，若待側波前近似平面波(collimated light)，則將光束沿著自身光束進行平行位移剪切出另一道光束；若待測波前為近似球面波(spherical light)，則以聚合點為曲率中心當轉軸，從原光束中旋轉一個角度剪切出另一道光束進行干涉，本文並無使用此類干涉儀來做波前還原的動作，詳細過程可以參考[20]。

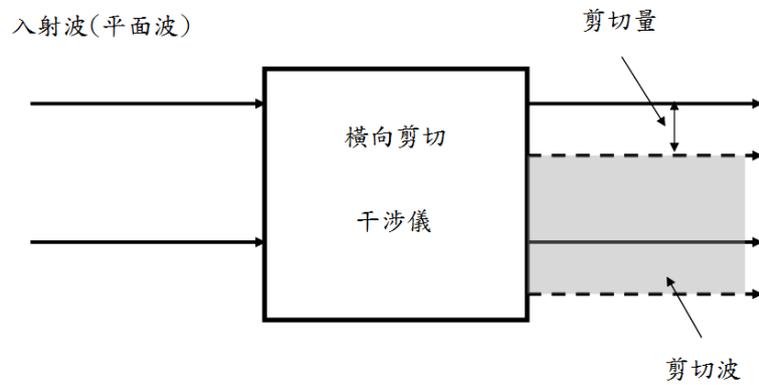


圖2.6 待測波面為近似平面波之橫像剪切干涉儀

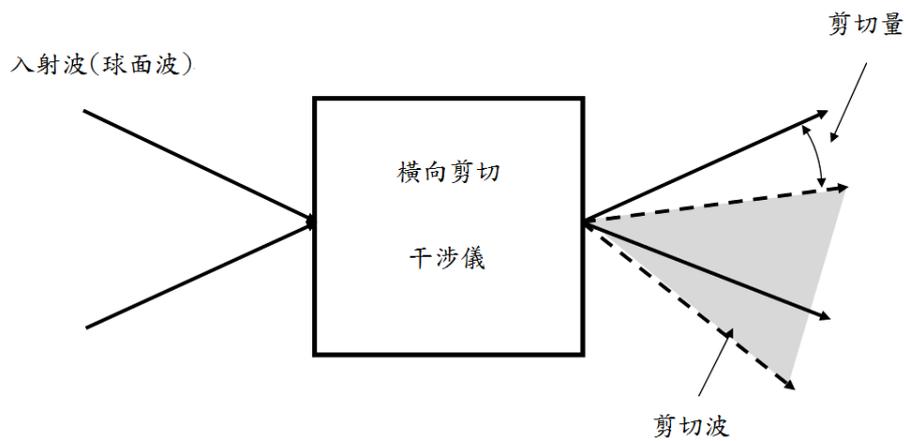


圖2.7 待測波面為近似平面波之橫像剪切干涉儀

2.2.2 Hartmann與Hartmann-shack 波前量測系統

上一小節所提及的橫向剪切干涉術，在波前量測上有非常良好的解析度，然而量測雷射光束所需外加的透鏡元件亦會造成待測波前在相位分佈上有不確定的扭曲，所以在不加外來光學元件的前提下，Hartmann波前量測技術則符合此種要求。

Hartmann波前量測技術大概在一個世紀前是由德國天文物理學家Johannes Hartmann所發明出來的，原本是運用在量測天文單筒望遠鏡 (telescope) 中鏡片的

品質，近年來常被運用在適應性光學 (adaptive optics)、眼科學 (ophthalmology)、及雷射波前的量測中。

西元1980年，Roland Shack根據Hartmann 波前量測儀進行改良，利用微透鏡陣列(lenslet array)來取代原來之孔徑陣列(aperture array)，其主要目的是利用透鏡增加對光的收集性，以便能量測到更微弱的光，其波前量測的原理與操作基本上與Hartmann 波前量測儀是一樣。下面將會介紹Hartmann與Hartmann-Shack波前量測儀的基本原理和波前量測的方法。

Hartmann波前量測裝置如圖2.8所示，此量測裝置分為兩個部分，一個是孔徑陣列(aperture array)，其功用是對待測光束進行取樣，形成一道道較小的取樣光束；另一個是CCD陣列(charge-coupled device)其功用是對取樣的光束進行能量分佈的紀錄與分析。當入射光波前(incident wavefront)朝z軸前進，經過孔徑陣列(aperture array)，進入孔徑後之取樣光束會在CCD陣列上產生繞射光點，由CCD紀錄其光點的能量分佈，每一個孔徑皆配對一個相對應的CCD區域。

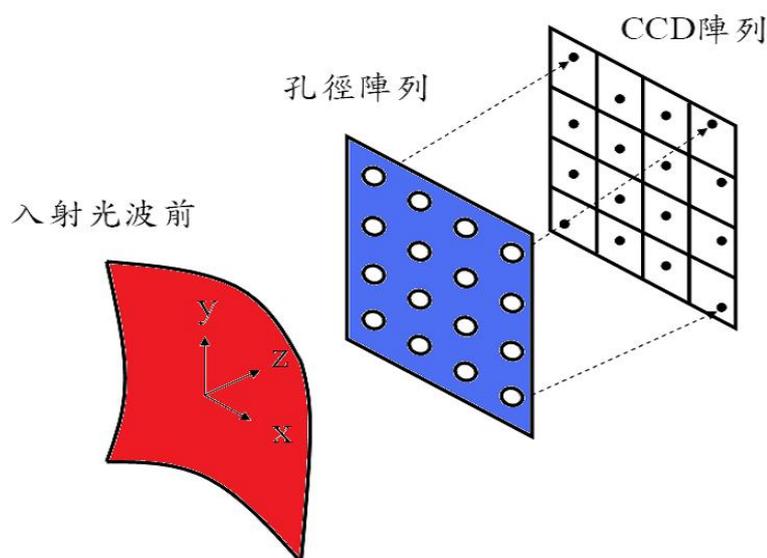


圖2.8 Hartmann 波前量測示意

待測光波前由左方往z方向入射，孔徑陣列對待測光束進行取樣，孔徑陣列中每一個孔徑大小皆遠小於待測光束，所以當光通過第*i*個孔徑時，我們可以假設通過此孔徑的光近幾乎為平行光，且能量均勻分佈於孔徑上，等效於一平面波通過一小孔徑，光經過孔徑繞射於CCD上，在CCD上產生繞射光點 (diffracted spot)，此時該孔徑所對應的CCD區域上每個像數(pixel)所記錄下的能量，依像素的位置計算出繞射光點能量重心 (centroid) 的位置[21]，能量重心*y* 計算如公式(2.6)，我們

亦可把他推廣到二維方向，則重心位置 x 及 y 如式(2.5)。

$$y = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} I(y) \cdot y \cdot dy}{\int_{-\infty}^{\infty} I(y) \cdot dy} \quad (2.6)$$

$$x = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} I(x, y) \cdot x \cdot dx \cdot dy}{\iint_{-\infty}^{\infty} I(x, y) \cdot dx \cdot dy}, \quad y = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} I(x, y) \cdot y \cdot dx \cdot dy}{\iint_{-\infty}^{\infty} I(x, y) \cdot dx \cdot dy} \quad (2.7)$$

如果數值為離散點的形式，則(2.4)(2.5)將可以 (2.6)(2.7)取代

$$x = \frac{\sum_i \sum_j x_{ij} I_{ij}}{\sum_i \sum_j I_{ij}} \quad (2.8)$$

$$y = \frac{\sum_i \sum_j y_{ij} I_{ij}}{\sum_i \sum_j I_{ij}} \quad (2.9)$$

計算出 x, y 之能量重心，取得光點陣列後，經由比較完美波前和帶有像差之波前入射時之光點陣列，可以計算出每個孔徑在 x, y 方向之相對偏移量 $\Delta x, \Delta y$ ，如圖2.9所示。



圖2.9 相對偏移量

如果孔徑陣列焦距 f ，每個子孔徑在 x, y 方向上的平均斜率為

$$G_x = \frac{\Delta x}{f}, \quad G_y = \frac{\Delta y}{f} \quad (2.10)$$

假設將入射光波前以 $W(x, y)$ 形式表示，子孔徑對應的每一點的平均斜率[18]為

$$G_x = \frac{\partial W(x, y)}{\partial x}, \quad G_y = \frac{\partial W(x, y)}{\partial y} \quad (2.11)$$

我們將等號兩邊連立：

$$\begin{cases} \frac{\partial W(x, y)}{\partial x} = \frac{\Delta x}{f} \\ \frac{\partial W(x, y)}{\partial y} = \frac{\Delta y}{f} \end{cases} \quad (2.12)$$

這裡我們是以Zernike多項式擬合來重建波前，所以可以將待測波前以Zernike多項式形式來表示，則：

$$W(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k * Z_k(x, y) \quad (2.13)$$

將式 (2.8.3) 帶入式 (2.9)，可以得到式 (2.10)、(2.11)

$$\frac{\partial W(x, y)}{\partial x} = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k \frac{\partial Z_k(x, y)}{\partial x} = \frac{\Delta x}{f} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial W(x, y)}{\partial y} = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k \frac{\partial Z_k(x, y)}{\partial y} = \frac{\Delta y}{f} \quad (2.15)$$

根據上面的推導過程，我們可以將式(2.14)、(2.15)表示成矩陣之形式，方便計算

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta x(x_1, y_1)}{f} \\ \frac{\Delta x(x_1, y_2)}{f} \\ \dots \\ \frac{\Delta x(x_i, y_i)}{f} \\ \frac{\Delta y(x_1, y_1)}{f} \\ \frac{\Delta y(x_1, y_2)}{f} \\ \dots \\ \frac{\Delta y(x_i, y_i)}{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Z_1(x_1, y_1)}{\partial x} & \frac{\partial Z_2(x_1, y_1)}{\partial x} & \dots & \frac{\partial Z_k(x_1, y_1)}{\partial x} \\ \frac{\partial Z_1(x_1, y_2)}{\partial x} & \frac{\partial Z_2(x_1, y_2)}{\partial x} & \dots & \frac{\partial Z_k(x_1, y_2)}{\partial x} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial Z_1(x_k, y_k)}{\partial x} & \frac{\partial Z_2(x_k, y_k)}{\partial x} & \dots & \frac{\partial Z_k(x_k, y_k)}{\partial x} \\ \frac{\partial Z_1(x_1, y_1)}{\partial y} & \frac{\partial Z_2(x_1, y_1)}{\partial y} & \dots & \frac{\partial Z_k(x_1, y_1)}{\partial y} \\ \frac{\partial Z_1(x_1, y_2)}{\partial y} & \frac{\partial Z_2(x_1, y_2)}{\partial y} & \dots & \frac{\partial Z_k(x_1, y_2)}{\partial y} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial Z_1(x_k, y_k)}{\partial y} & \frac{\partial Z_2(x_k, y_k)}{\partial y} & \dots & \frac{\partial Z_k(x_k, y_k)}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \\ \beta_6 \\ \dots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

其中， β_k 就是我們要重建波前的係數，所以由上述的數學理論推導，我們可以藉由光點的位移量，經由矩陣的運算來得到波前像差對應每項Zernike多項式的係數，而藉由這些Zernike係數來重建波前。

三、眼球的生理系統

3.1 眼球生理學[22]

眼球是精密的光學系統。每一層介質的折射率都不太一樣，同時也都具有不同的作用，光線經角膜、前房、水晶體、玻璃體折射後抵達視網膜成像。由於物體的反射光，包括了物體本身的顏色、形狀，在眼球接收到後，傳遞至腦部，如果沒有光線的照明，眼球就接收不到資訊。所以，眼球是一個光的感受器，正常人的眼球構造，如圖3.1所示。

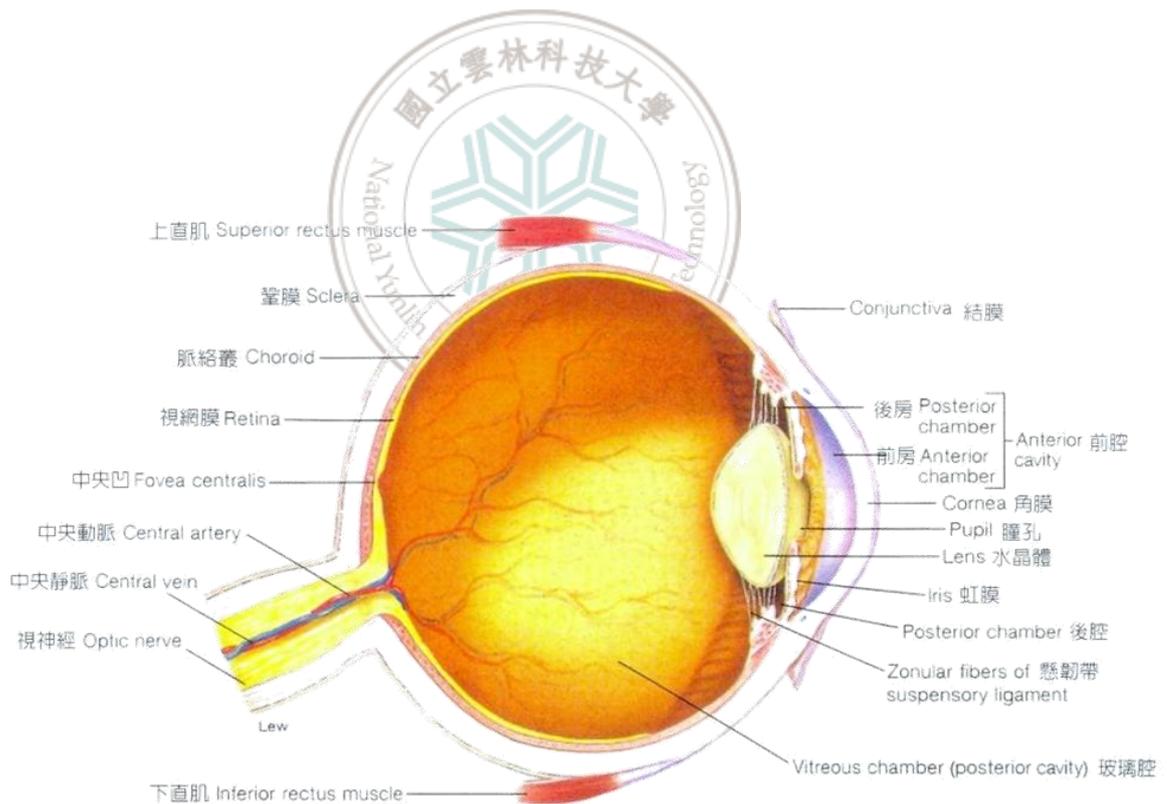


圖 3.1 人眼生理構造圖

3.1.1 瞳孔(pupil)

正常人瞳孔直徑平均為 4.5 mm，瞳孔直徑大小會受到下述幾個因素而變化其大小：

(1) 光線明亮度：

(瞳孔直徑大小與光線明亮度成反比)瞳孔在最暗暗室可放大到 8 mm，而在最亮時可縮小到 1~2mm。當瞳孔受到光線刺激時，它縮小的反應速度很快，但相反地由亮到暗，它放大的反應速度就很慢，有時甚至要幾分鐘才能完成。

(2) 年紀的關係：

瞳孔直徑隨著年紀增長而變小，而感光也較遲鈍。

(3) 接近反應：

當眼球調視及內聚時，瞳孔的直徑會縮小，稱為接近反應。

(4) 因心理因素而改變：

如害怕、愉快、受驚嚇會使瞳孔放大，反之，不愉快、憂愁會使瞳孔縮小。

(5) 受藥物而改變：

散瞳劑會使瞳孔放大，反之；縮瞳劑會使瞳孔縮小。

3.1.2 角膜

角膜(Cornea)，位於眼球前表面六分之一，有保護眼球內容物的作用，同時具有43.0 度屈光度，在眼球中具有最大的曲光作用，佔整個眼球光線折射的70%，為一透明無血管分布之組織，平均直徑約為11.0 mm ~ 11.5 mm；折射率約1.377，前表面屈光度為48.8D，後表面屈光度為-5.8D；前表面曲率半徑為7.8mm，後表面曲率半徑為6.8mm，中央厚度為0.52 mm，且年紀愈大，角膜愈厚，愈平。可將之視為一凹透鏡，假若角膜各方向曲率不一，將會造成散光。

顯微解剖學下角膜可細分為五層：

(1) 上皮層：

為非角質化複層扁平上皮約50 um厚，佔整個角膜的10%，分為4-6 層，每7 天更換細胞一次。

(2) 包氏層(Bowman's layer)：

為8-10 um 是個沒有細胞的結構，由膠膜纖維(collagen fibril)及顆粒狀物質(granulesubstance)所組成，前與上皮細胞的基底膜相連，後與角膜基質相連。不具再生能力，若受到傷害將會留下疤痕。

(3) 基質層：

約500 um，佔角膜厚度90%，由200-300 層規則排列的膠原層夾著角膜基質(keratocyte) 及基礎物質包括粘蛋白(mucoprotein)及糖蛋白(glycoprotein)所組成。

(4) 後彈力膜：

厚度為10 um，前1/3為帶層(band layer)，後2/3為非帶層(non-band layer)均勻的結構，可算是內皮細胞的基底膜，隨著年齡會逐漸增厚。

(5) 內皮細胞：

由單層六角形細胞組成，胚胎來源為神經外胚層，所以不會再生，且隨年齡會逐漸減少。出生嬰兒約每毫米3500-4000 個細胞，成人正常為2500-3000 個細胞，若細胞數目小於500 則會產生角膜水腫，必須作角膜移植。

3.1.3 水晶體

水晶體(Lens)，無血管，富有彈性，位於虹膜之後，玻璃體之前，為一具有雙凸透鏡形狀之透明體，由晶狀體懸韌帶與睫狀體聯系。藉由睫狀肌帶動可以使其厚度增加或減少，使影像得以聚焦於視網膜上，折射率約 1.4085，前表面曲率半徑 10 mm，後表面曲率半徑 6 mm；晶狀體直徑為 9~10mm，厚度約 4~5 mm。它是眼球屈光間質的重要組成部分，屈光指數為 1.41。前表面的屈光力約為 +7.52D，後面為 +12.08D，總屈光力為 19.11D。其營養來自房水。主要功能為屈光功能、調節功能及可濾除部分紫外線，保護視網膜。

3.1.4 虹膜

虹膜(Iris)，位於角膜和水晶體間，上有兩種排列方向不同的平滑肌，可調整瞳孔(Pupil)大小以控制進入眼睛的光量。

3.1.5 玻璃體

玻璃體(Vitreous humor)，為無色透明的膠質體(gel-like)，充滿於玻璃體腔內。主要成分為水，佔 99%。玻璃體充滿眼球後 4/5 的空腔內，容積約 4.5mL。屈光指數 1.336。無血管，代謝緩慢，不能再生，其營養來自於脈絡膜和房水。主要功能為屈光功能及對視網膜和眼球壁起支持作用。

3.1.6 視網膜

視網膜(Retina)，位於眼球壁之內層，佔眼球內表面的 4/5，除血管外，基本上是透明的，由無數的細胞，色素層及神經纖維層組成。視網膜最後一層為光感受細胞，分別為錐狀細胞(cones)及桿狀細胞(rods)，錐狀細胞約 500 萬個，幾乎分布在眼球中心窩，掌管眼球知明視視覺及色彩視覺，具 3 種不同感光色素，分別對紅、藍、綠感應。由圖 3.2 可知，紅色錐細胞感應 475nm 至 700nm 波長的紅色光譜，而在 564nm 左右波長感應最強，吸收最多紅色光；綠色錐細胞感應 435nm 至 635nm 波長之綠色光，而以 534nm 左右波長感光最強；藍色錐細胞對 400nm 至 550nm 波長的藍色光感應最強，而以 420nm 左右波長感應最強；桿狀細胞約 10 億個，掌管眼球的暗視視覺。

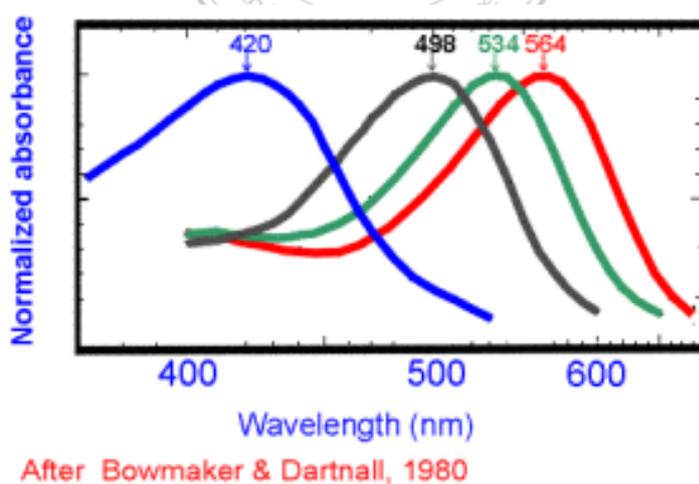


圖 3.2 人類感官色素的敏感性之曲線圖

(Source : Spectral Sensitivity Curves of Rods and Cones. htm, 2002)

視網膜與脈絡膜上，光吸收體分別為黑色素 (melanin)、血紅素 (hemoglobin)

及黃斑區葉黃素 (macular xanthophyll)，其中黑色素為最主要之光吸收體，血紅素次之，對光的吸收隨波長增加而減少。在黃光 555 nm 下，血紅素有一吸收峰值，而含氧血紅素分別在 542 nm 綠光及 577 nm 黃光各有一吸收峰，當我們要觀察眼球內部之影像，對於眼球組織於不同波長的吸收與穿透程度都必須有所考量。

3.2 人眼數值模型回顧

人類歷史上最早的人眼模型是由高斯的學生Listing在1851年提出的近軸眼模型，包括三個折射球面[23]。Listing假定眼球有一凸出的表面介於空氣和眼內液兩個介質之間，眼內液的折射率 and 水的折射率相當。後來被Donders進一步簡化為單個折射球面的簡單眼，眼內充滿折射率為1.33的均勻介質。

應用最廣泛的眼光學模型是二十世紀初瑞典眼科專家Gullstrand提出的示意眼[24,25]，他用六個折射球面來表示人眼的光學系統，將晶狀體分成折射率分別為1.386、1.406、1.386三部分。1903年，他在對眼睛成像的解剖學結構進行了精細研究，特別是對其調節功能系統研究之後，發明了裂隙燈。由於在眼屈光學等領域的巨大貢獻，他獲得了1911年度諾貝爾生理學與醫學獎。他把人眼作為一個光學系統，最早研究了角膜的散光，並提出了模型眼的概念。

Gullstrand設計了三種模型眼，按照從簡單到複雜，可以把Gullstrand模型眼分成三類，如表3.1所示。

表 3.1 Gullstrand 建立之三種模型眼

類別	名稱	折射面	角膜系統	晶體系統
1	簡化模型眼	2	1	1 薄透鏡
2	二號模型眼	3	1	2 後透鏡
3	精密模型眼	6	2	4 有晶體核

之後，在 Gullstrand 模型眼的基礎下，更多人相繼提出了多種眼模型示意[26,27]。1971 年瑞典作者 W·Lotmar 在美國光學學會雜誌上發表了非球面的理論眼模型一文，提出了一個與 Gullstrand 眼模型相似的四面人眼模型，其角膜前表面和晶狀體前表面採用了旋轉對稱的非球面，用一個二次拋物面表示晶體後表面。1979 年美國學者 Warren Blaker 提出了一個可調節的人眼模型。這是首次提出人眼可調節模型，該模型中包括漸變折射率特性的調節性晶狀體。1985 年西班牙光學研究機構

的 Navarro 等人提出了角膜前表面、晶狀體前表面和晶狀體後表面用圓錐曲面係數表示的非球面的人眼調節模型，給出了調節過程中人眼屈光力量的增加量。

3.2.1 數值模型的建立

本節主要工作為根據 1999 年 Isabel 在 Navarro 提出的模型加以優化[28]，使其成像質量良好，在下一章將其所有參數原封不動套用至軟體 TRACEPRO 上，並且建立光源及微透鏡陣列，模擬整個 Hartmann-shack 量測系統應用於分析人眼波前像差。表 3.2 所示，為本節眼球模型各部位套用之折射率。

表 3.2 界面折射率

角膜	1.377
房水	1.337
晶狀體	1.411
玻璃體	1.336

3.2.2 像質評估

光學設計的目的在建立出一個光學系統可以用來執行某些工作，並達到一定的準確度，而通常這個目標是成像好壞。也就是說，光分佈能重現物體，過程中必要部份就是決定成像的品質。而當面對兩個或多個光學系統時，很自然地「經過比較，那個光學系統好？」是我們要選擇的。這時候需要一個評價光學系統效能的方法來佐証。

3.2.3 光斑點圖(Spot Diagram)

光束的分佈被稱作斑點圖，即使一道光束涵蓋的範圍遠遠超過一個光點。可以直接反映出成像品質的好壞，理想情況下光斑點圖應為一小點，而由於光學系統存在像差使得光斑點圖產生成像點擴散的情形。另外斑點圖並不見得要對應到像平面輻射的強度分佈，因為整個描光並不見得把各個光束的權重給表現出來；如果瞳孔 (pupil) 是均勻照射，而且光束是均勻分佈在瞳孔上，則斑點圖所顯示光束切面密度 (ray intersection density) 是正比於空間上輻射強度分佈。

3.2.4 調製傳遞函數(Modulation Transfer Function)

MTF是比較普遍的一種對於成像好壞的評價指標，與光學系統的像差與光學系統的繞射效應有關，它是光學傳遞函數(OTF)的絕對值，橫軸表示將成像面上的空間頻率以每毫米的周期數(degree/mm)來表示，常用術語為”每毫米的線對數”，縱軸表示成像的對比度，這裡我們是以FFT MTF曲線來評價成像好壞。

在使用MTF進行像質評價時，對光學系統要根據物面特徵，確定評價時的截止頻率和對比度深度，確定截止頻率處的MTF最小值，否則無法確定MTF曲線的好壞。

當瞳孔直徑為2 mm時，人眼能分辨的最小視角為70”。角距離70”對應的線距離大約為6微米。人眼視網膜上，單一錐體細胞的直徑約為3微米，所以視網膜上的視神經能夠分辨兩個物體在網膜上成像點處的分辨率應至少為一視神經的大小，也就是說至少要與兩個細胞的直徑相等6微米。因此人眼MTF函數的空間截止頻率可通過下面的公式計算得到：

$$\omega = \frac{1}{6 \times 10^3} \approx 167 \text{ Hz}$$

所以，在本節的模型眼系統的MTF曲線分析中，選擇167/mm為最大頻率。

3.2.5 Isabel 模型眼

表 3.3 Isabel 眼球模型初始結構參數

Surface	Type	Radius	Thickness	Conic
OBJ	Standard	Infinity	Infinity	0
1	Standard	7.72	0.55	-0.26
2	Standard	6.50	3.05	0
STO	Standard	Infinity	0	0
4	Standard	10.2	4.00	-3.1316
5	Standard	-6	16.3203	-1.0
IMA	Standard	-12		0

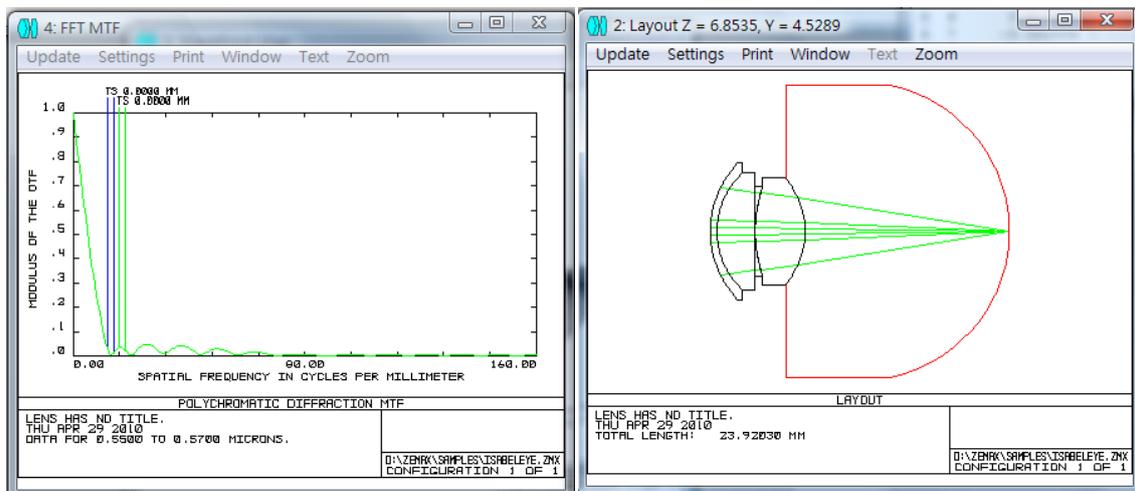


圖 3.3 ZEMAX 下 Isabel 眼模型 (a) MTF 曲線(b) 2D Layout。

以 ZEMAX 還原 Isabel 模型的參數，其中孔徑4.5 mm 時之 Zernike 像差的 RMS值達到 1.842個波長。由圖3.4中可以看出，該模型的成像品質不是很好。為了提高系統的成像品質，在保證其他參數不變的情況下，將Isabel模型中各介質的圓錐曲面係數(Conic)設為 0。選擇曲率半徑和水晶體後表面之厚度作為變數進行優化，優化時評價函數的控制符(operand)包括：CWA (控制角膜前表面曲率半徑)、EFFL (控制系統的有效焦距)。優化後之參數如表3.4所示。

表 3.4 優化過後參數

Surface	Type	Radius	Thickness	Conic
OBJ	Standard	Infinity	Infinity	0
1	Standard	7.80	0.55	0
2	Standard	6.50	3.05	0
STO	Standard	Infinity	0	0
4	Standard	10.2	4.00	0
5	Standard	-6	17.136315	0
IMA	Standard	-12		0

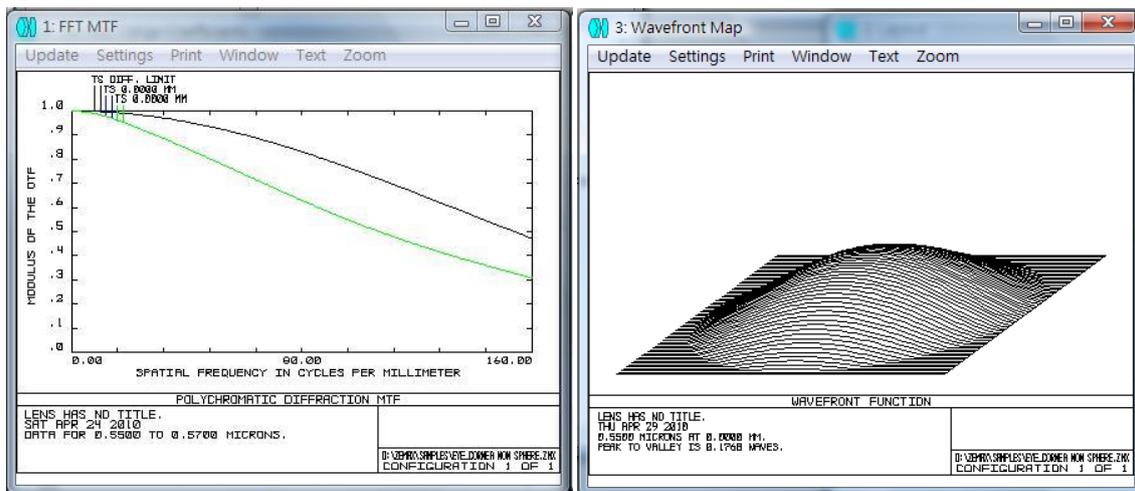


圖 3.4 優化後模型眼分析 (a) MTF 曲線 (b)三維波前圖。

經過優化後，孔徑 4.5 mm 時之 Zernike 像差的 RMS 值為 0.235 個波長；同時可以看見 MTF 曲線已較接近繞射極限。相對於 Isabel 模型，此優化後之眼模型較接近真人之眼睛，所以，這個參數將帶到第四章模擬 Hartmann-shack 人眼波前量測系統的眼球參數中。

同時，為了模擬近視與遠視等 defocus 像差造成之影響，我們將優化後之眼軸長度分別增加 1.1 倍、1.05 倍以及減少 1.1 倍、1.05 倍，只增加晶狀體後表面至視網膜的倍率。原眼軸長度為 24.736 mm，經過 1.1、1.05、0.95、0.9 倍率後 4.5 mm 孔徑下之 Zernike RMS 值分別為 4.544、2.444、2.308、4.989 個波長，圖 3.5 為球差係數對系統孔徑作圖，3.6 為離焦係數對系統孔徑作圖

表 3.5 眼軸長度對應 RMS 值

眼軸倍率	1.10	1.05	Original	0.95	0.90
RMS 值(λ)	4.5447	2.4445	0.2357	2.3084	4.9890

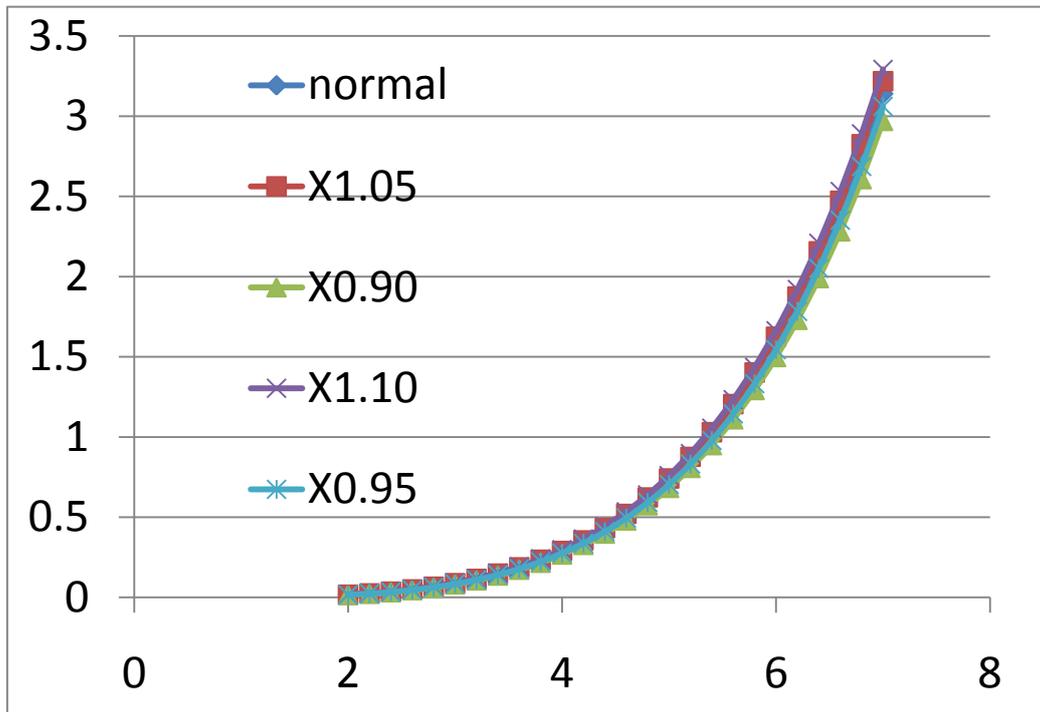


圖 3.5 為球差係數對系統孔徑作圖縱軸為係數，橫軸為孔徑(mm)

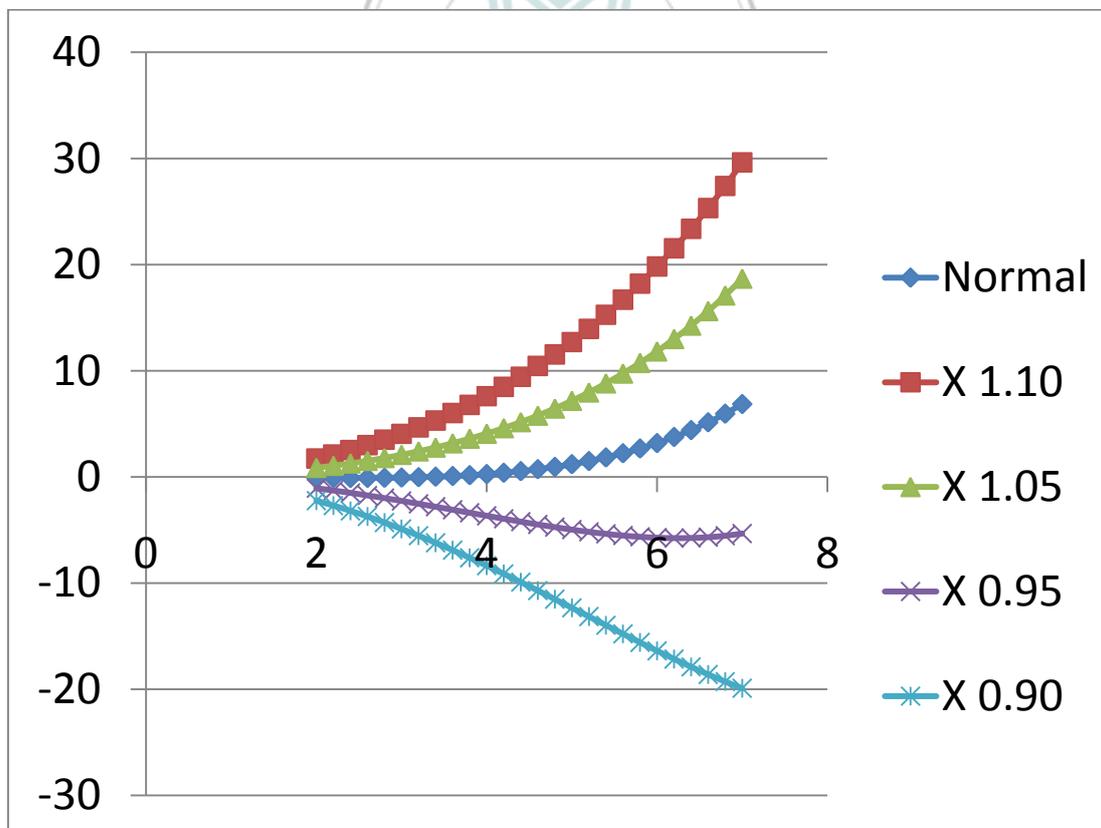


圖 3.6 為離焦係數對系統孔徑作圖縱軸為係數，橫軸為孔徑(mm)

四、光學系統模擬

本章依據前一章以光學軟體 ZEMAX 優化之數值人眼模型的參數，欲建立一套針對人眼波前量測分析的系統，這裡我們以光機軟體 TracePro[29,30]來實現這個想法。首先，我們先假定微陣列透鏡規格，如表 4.1 所示。

表 4.1 透鏡陣列規格

材質(Material)	BK7
半徑(Radius)	0.1~0.4 mm
焦距(Focal Length)	0.5 mm

4.1 Hartmann-shack 架構模擬

前置準備

表 4.2 軟體應用說明

名稱	用途
AutoCAD 2009	繪製精細之平面圖
SolidWorks 2008	物件三維化
Matlab 2007	波前演算法重建

(1) 切平面參數之建立

依據表 3.4 優化後之長度、半徑等參數，先以 AutoCAD 2D 繪圖軟體描繪出整個眼球的平面架構，包括角膜前曲率半徑 7.80、角膜後曲率半徑 6.50、晶狀體前曲率半徑 10.2、晶狀體後曲率半徑-6、視網膜脈絡膜曲率半徑-12 等，將繪製好之圖形以.dwg 格式儲存，如圖所示。

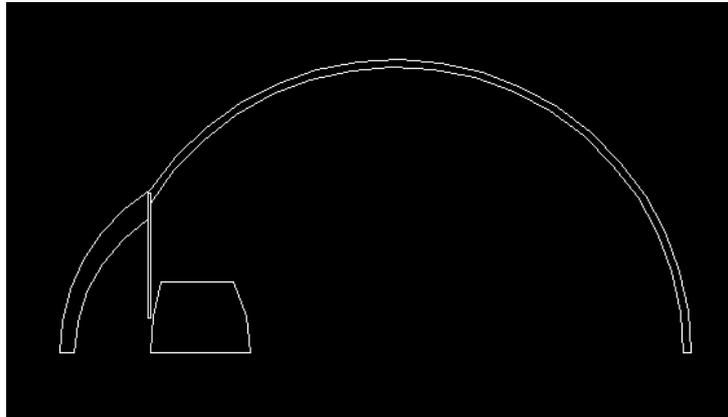


圖 4.1 以 AutoCAD 建立之平面圖元

(2)3 維立體成形

使用 SolidWorks 軟體開啟該 dwg 檔案，於草圖底部建立一中心線，連接角膜、晶狀體及視網膜，如圖 4.2 所示。

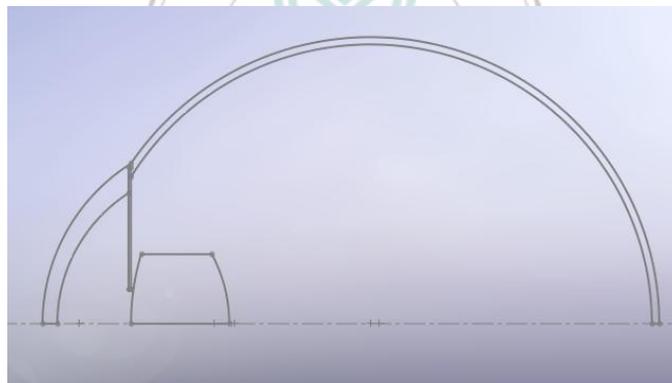


圖 4.2 以 Solidworks 建中心線

使用特徵旋轉填充，該指令將依據選擇之旋轉軸，向其中一邊(或二邊同時)環狀填充，填充後之三維透視圖，如圖 4.3 所示。

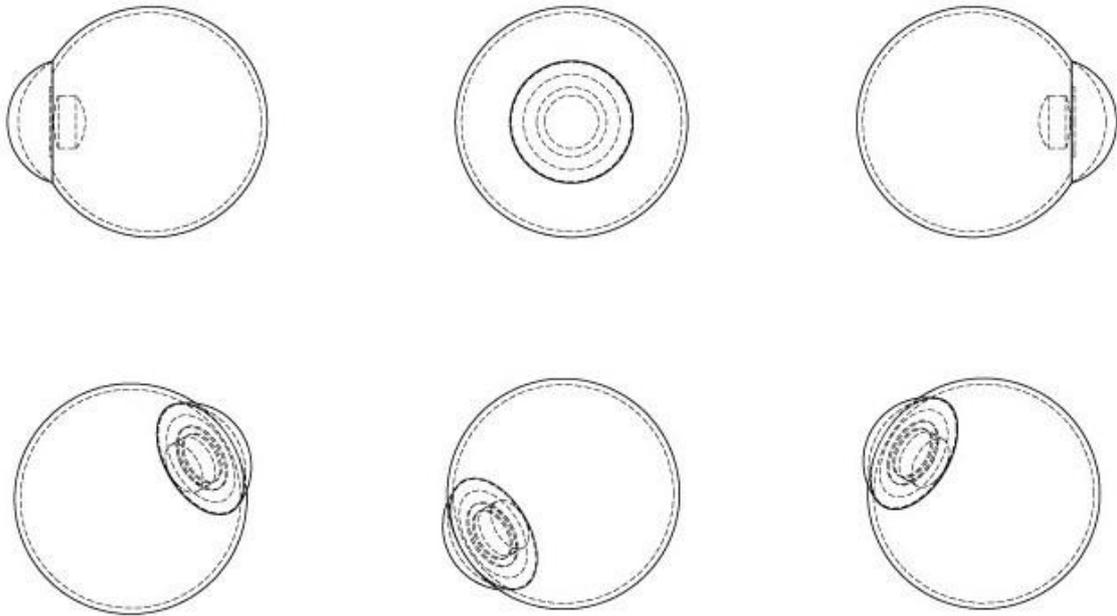


圖 4.3 經旋轉填料後之眼球模型

重複上述步驟，繪製透鏡陣列以及隱形眼鏡，將檔案轉存為.STEP 檔，匯入 Tracepro。

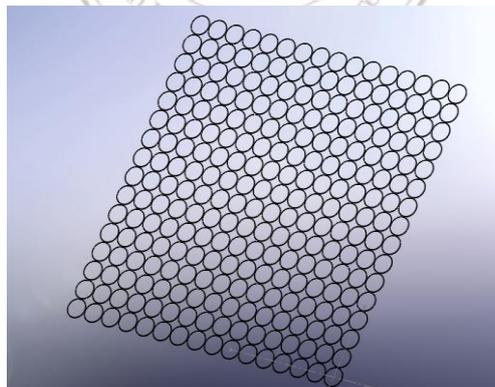


圖 4.4 微陣列透鏡

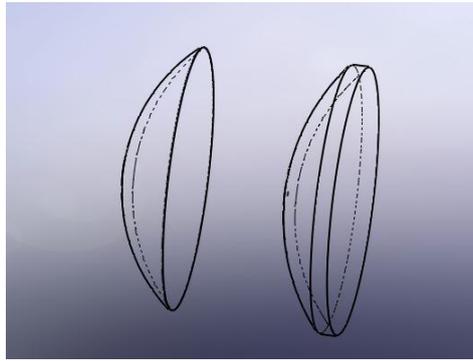


圖 4.5 左為聚焦隱形眼鏡，右為發散隱形眼鏡

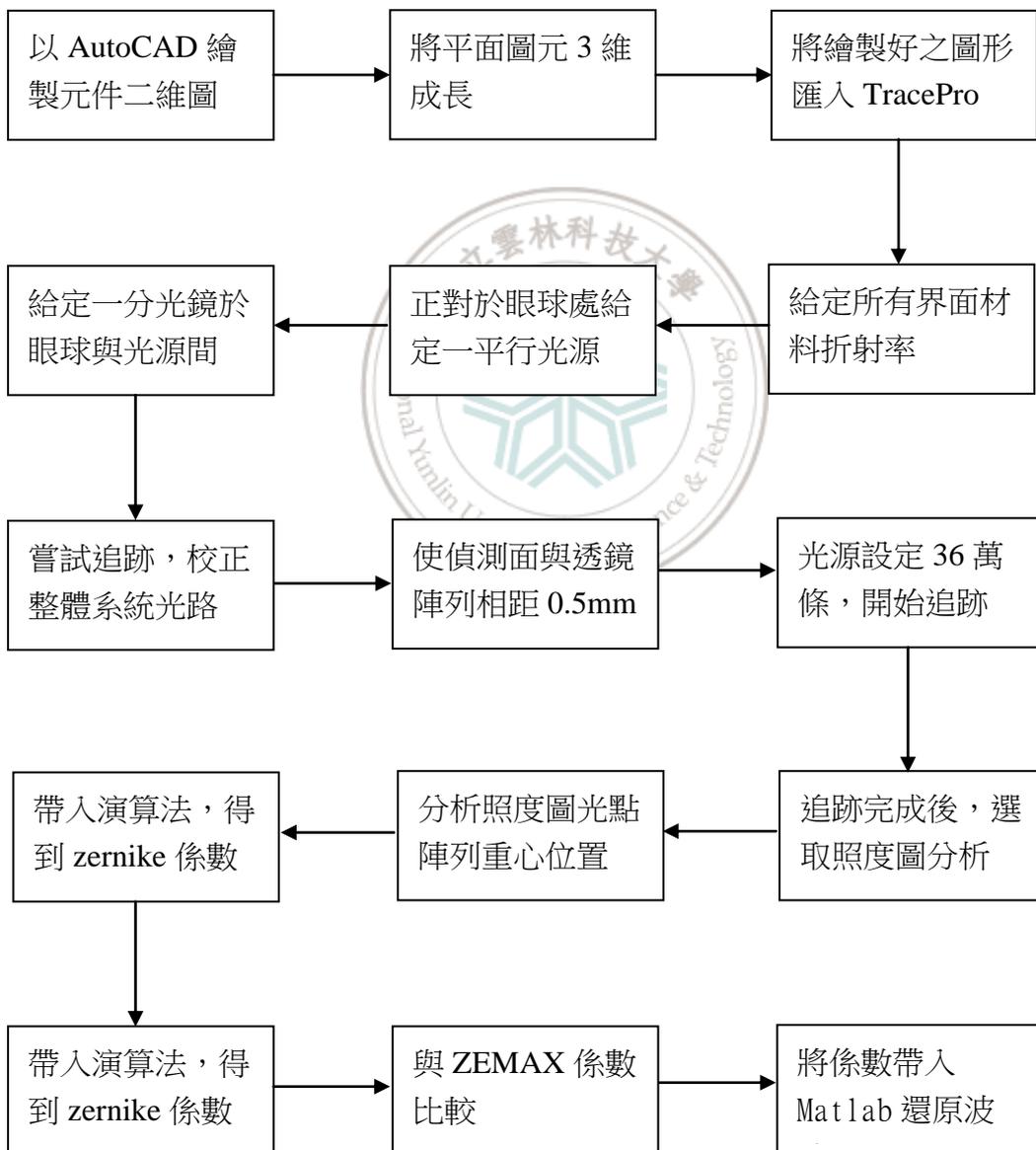


圖 4.6 人眼波前量測模擬架構流程圖

給定每一項物件折射率，Lens Array 材質給定為 BK7，建立一平面設置為平行光源，使其正對眼球模型入射；並在光源與眼球中建立一 45° 平面，將之參數設為 50/50 分光器 (Beam Splitter)，並於下方建立另一平面使其為偵測面。此外，將鞏膜層、瞳孔周圍設定為完全吸收體，以避免反射光干擾到偵測面。最後，將視網膜界面設定為完全反射面，故系統光源將聚焦於視網膜上之一點，並且經原光路折回，再經過一次 50/50 分光，最後成像於偵測面上。

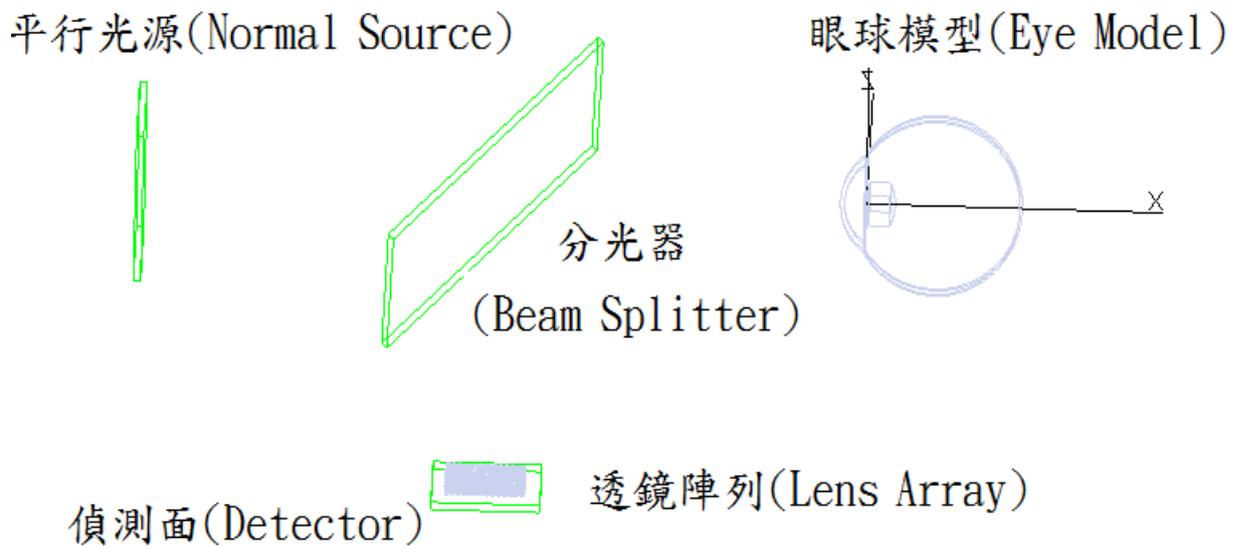


圖 4.7 Tracepro 模擬 Hartmann-shack 系統架構圖

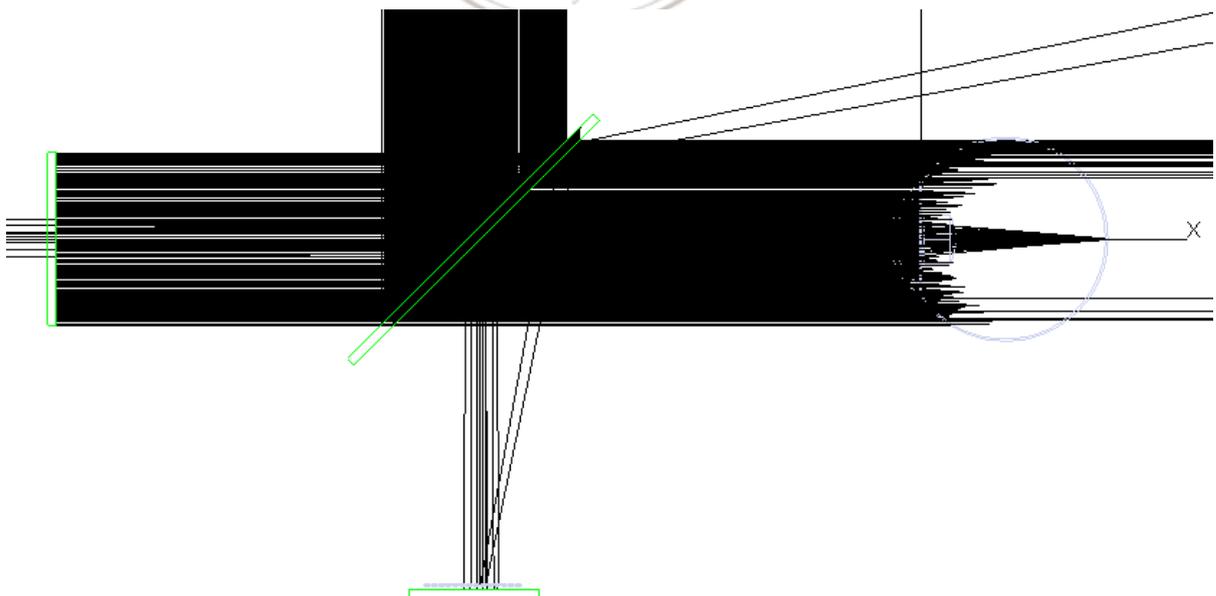


圖 4.8 Tracepro 模擬之系統架構圖(光線追跡後)

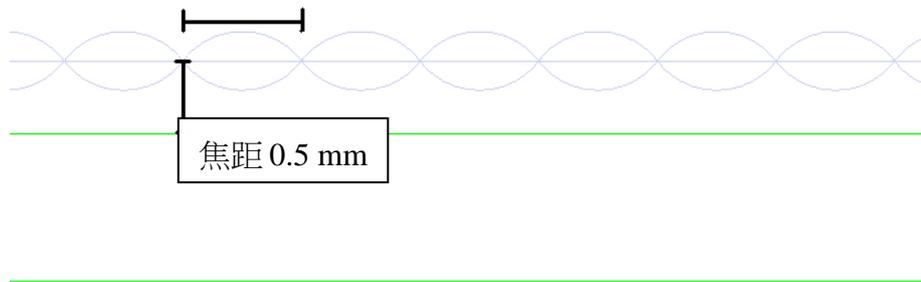


圖 4.9 微陣列透鏡與偵測面放大圖

此時，整個系統就如同是模擬量測人眼之波前，我們先嘗試追跡 5 萬條光線，用以校正眼球與光源之正對性、以及出瞳光線是否經由微陣列透鏡聚焦於偵測面上。校正完成後，我們給定光源為 36 萬條光線，總光通量設為 0.1 瓦特，追跡完成後之偵測面光點分佈，如圖 4.10 所示。

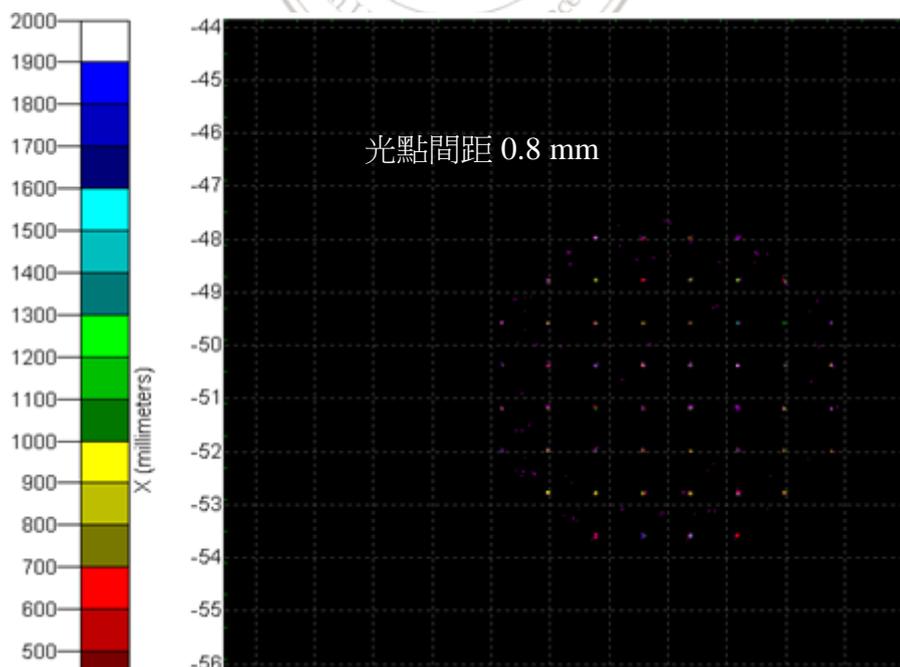


圖 4.10 偵測面上捕捉到之成像點

由於偵測面每一個光點對應到的不只是一個 Pixel 值，這時候我們就可以用到重心法(2.7)來求出每個光點相對於原陣列透鏡圓心之偏移量，再利用(2.16)求解出波前對應之 zernike 係數 β_k 值，解出所有係數後，利用 Matlab 還原波前。由於演算法我們先將常數項部分予以刪除，故下面之數據皆不包含常數項次。

經波前擬合之 zernike 係數與 ZEMAX 軟體係數比較，如表 4.3 所示。分別將 2 組係數以 Matlab 重建波前，如圖 4.14 所示。

表 4.3 ZEMAX & Tracepro 擬合之 zernike 係數比較

	ZEMAX	Tracepro 7*7	Tracepro 10*10	Tracepro 14*14
Z1	0.0087			
Z2	0	0.0669	0.0616	0.0342
Z3	0	0.0286	0.0475	0.0156
Z4	0	-0.0327	-0.0317	-0.0174
Z5	0.2694	0.2727	0.2637	0.2689
Z6	0	0.0179	-0.0373	0.0031
Z7	0	0.0025	0.0212	0.0084
Z8	0	0.0023	-0.0053	0.0045
Z9	0	-0.0007	-0.0007	0
Z10	0	-0.0075	0.0021	0.0001
Z11	0	0.0002	0.0002	0.0011
Z12	0	-0.0001	-0.0001	0
Z13	0.2827	0.2951	0.2764	0.2815
Z14	0	0.0003	0.0003	0.0001
Z15	0	0.0007	0.0007	0.0005
Z16	0	0	0	0
Z17	0	0	0	0
Z18	0	0	0	0
Z19	0	0	0	0
Z20	0	0	0	0
Z21	0	0	0	0
RMS(λ)	0.08733	0.09172	0.08799	0.08757
Error(%)	0	5.03126	0.76179	0.27342

我們可以看到， Z_5 項係數誤差比大約 1.24%， Z_{13} 項係數誤差比大約 4.38%，但由於波前像差的分析較常以所有項次的均方根值(Root Mean Square)來表示，所以，整體 RMS 值分別為 0.08733、0.09172、0.08799、0.08757；相對於 ZEMAX 參考誤差比為 5.03126%、0.76179%、0.27342%。

根據表 4.3 作直方圖比對，如圖 4.11 所示。

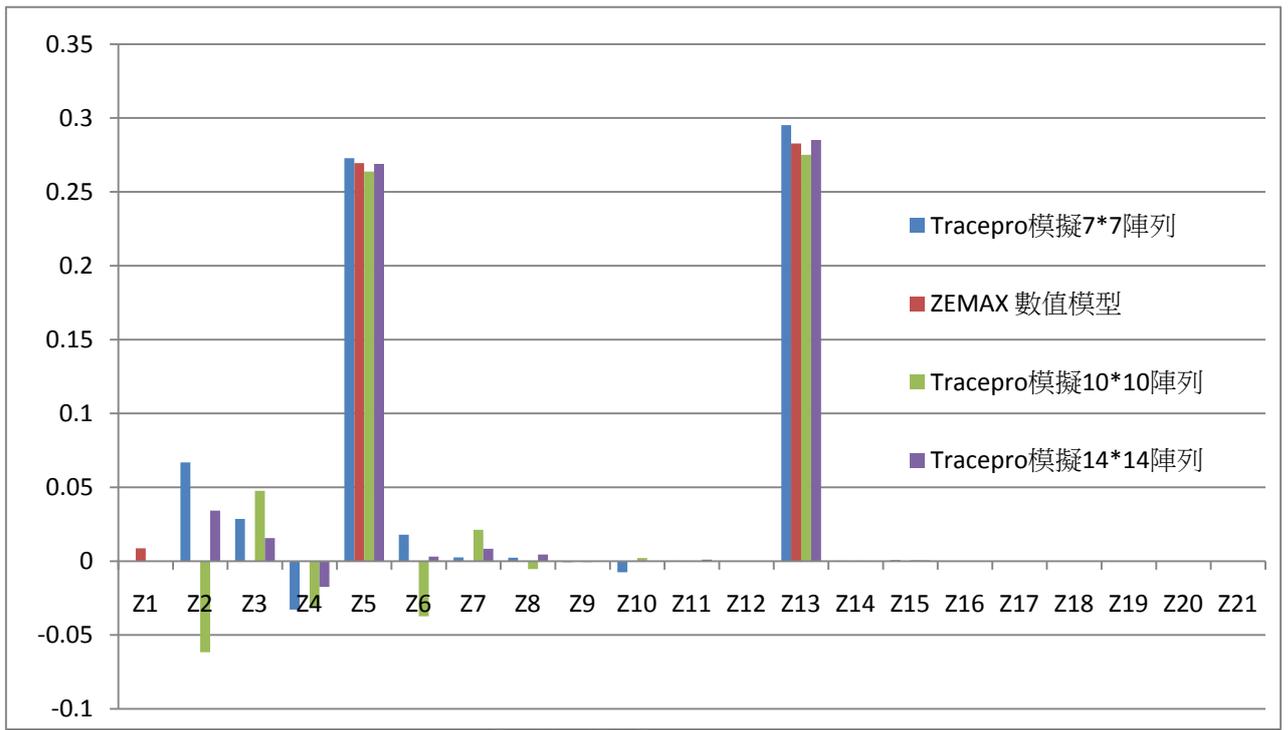


圖 4.11 澤爾尼克係數比較圖

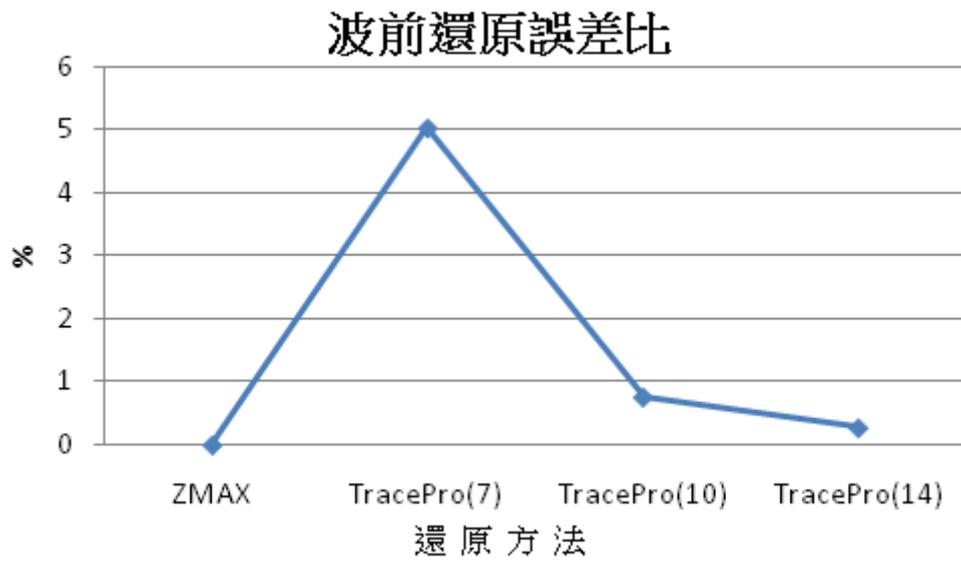


圖 4.12 正常眼還原誤差比較圖

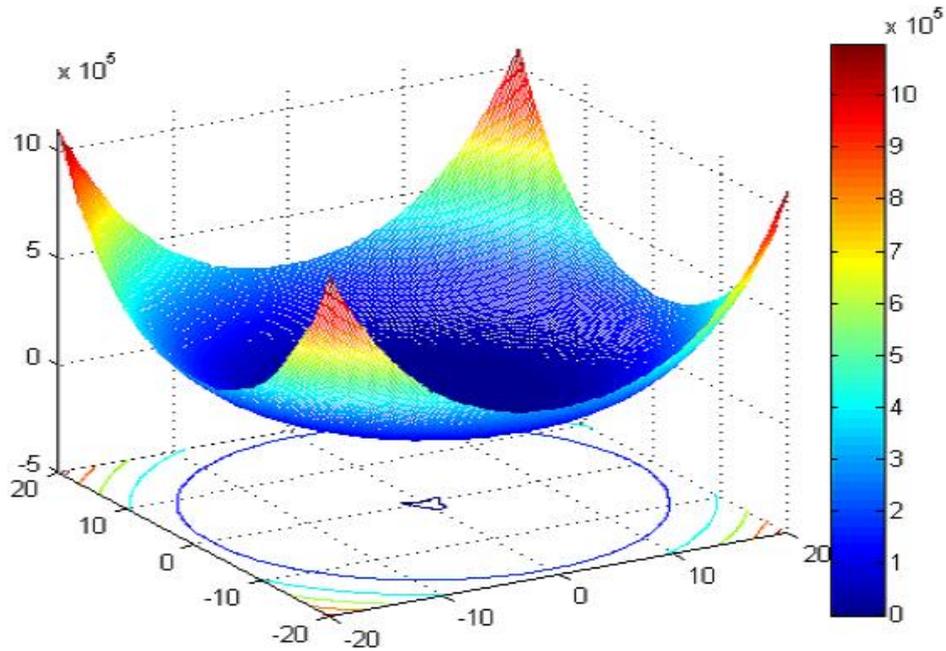


圖 4.13 ZEMAX 係數還原之波前

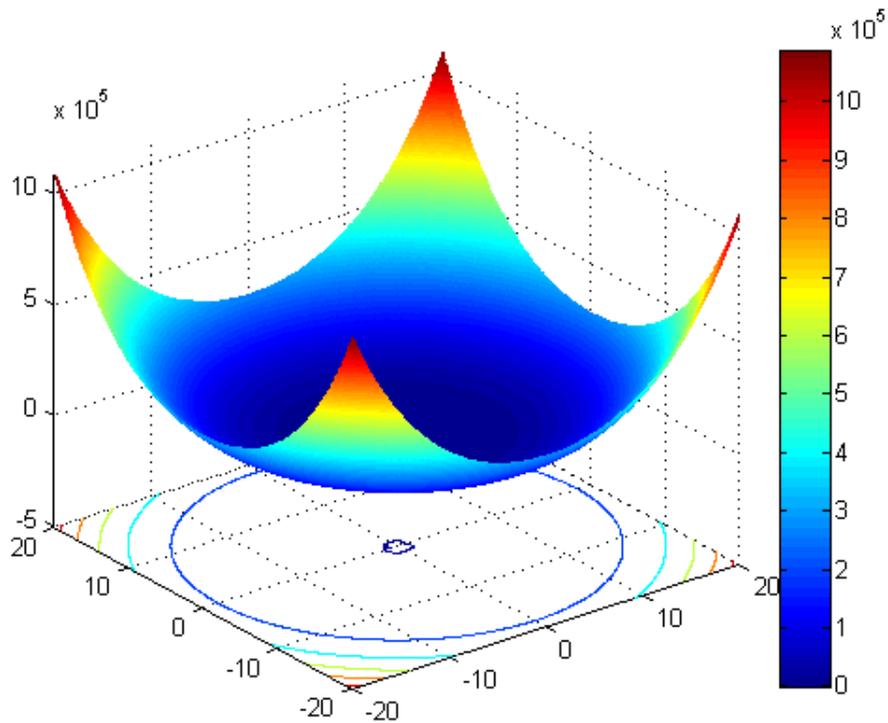


圖 4.14 Tracepro 係數還原之波前(14*14)

4.2 模擬正常人眼配戴隱形眼鏡

首先，我們先回到 ZEMAX，在原來建立之人眼模型前，加入一壓克力材質 ($n=1.49$)之隱形眼鏡使其前曲率 8.2，後曲率 7.8，厚度 0.4 mm，高度與角膜大小相符，與角膜之間距 0(假設隱形眼鏡服貼)。圖 4.15 所示，可以看出追跡出的光線聚焦於視網膜後方，產生負的離焦係數。

同樣地，加入一壓克力材質之隱形眼鏡使其前曲率 7.6，後曲率 7.8，厚度 0.4 mm，與角膜間距 0(假設隱形眼鏡服貼)，由圖 4.16 可以看出光線聚焦於視網膜前，產生一正離焦係數。

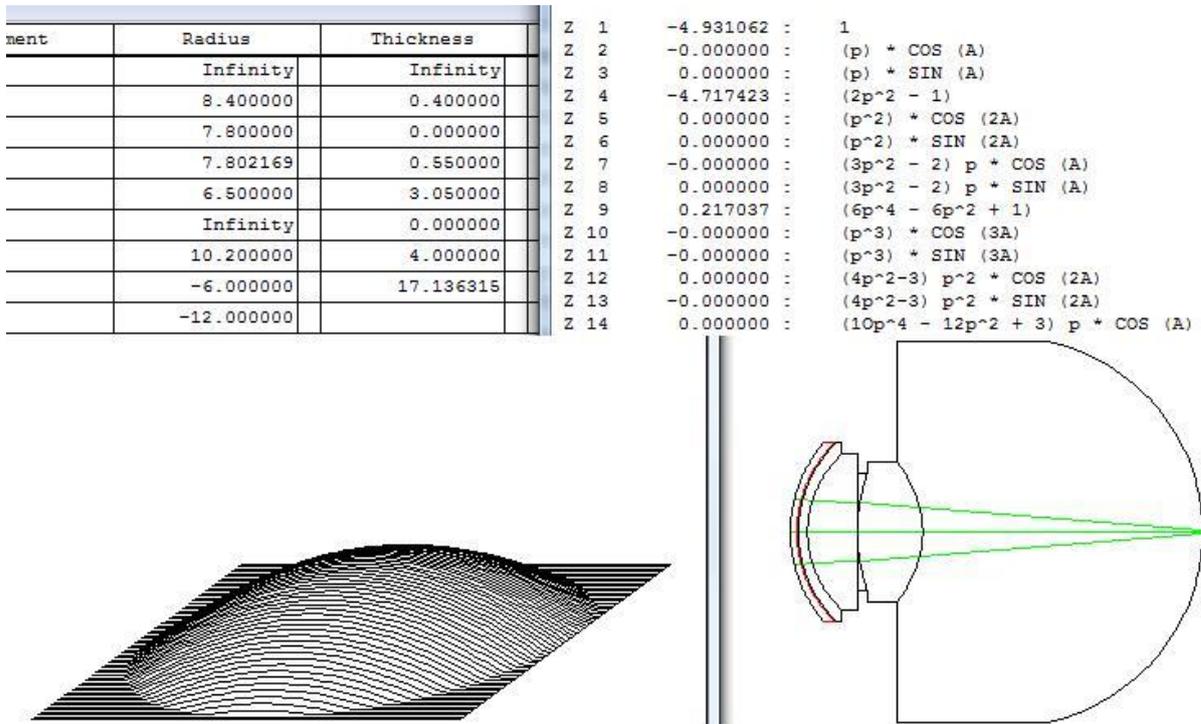


圖 4.15 ZEMAX 模擬正常眼配戴近視隱形眼鏡

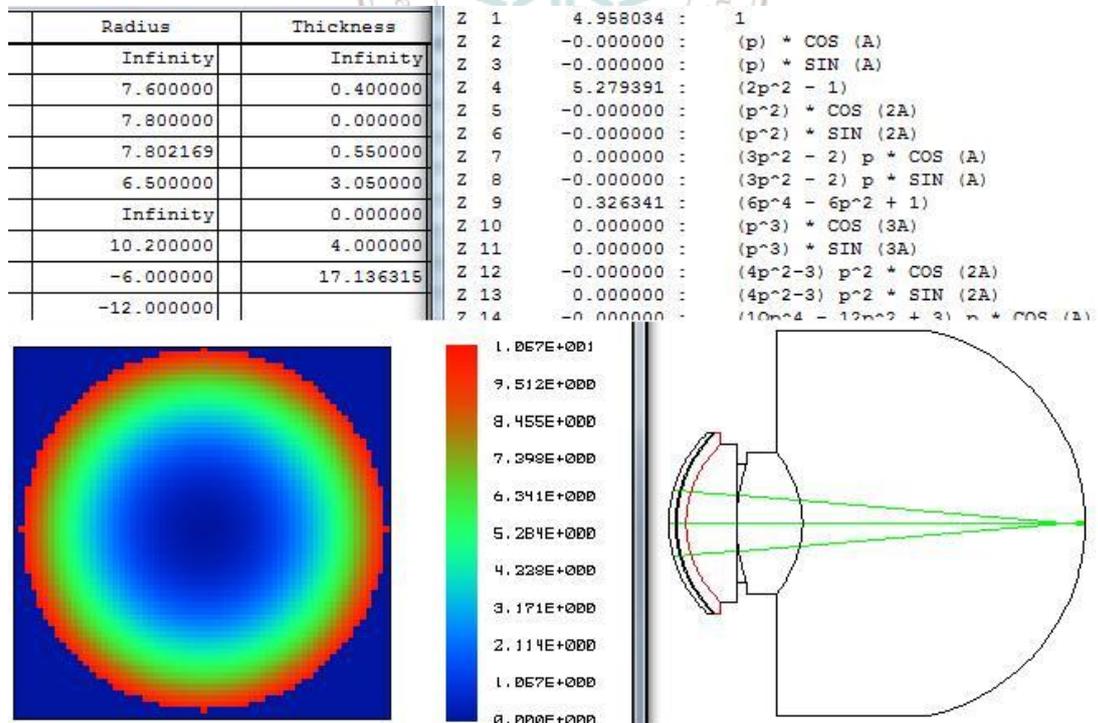


圖 4.16 以 ZEMAX 模擬正常眼配戴遠視隱形眼鏡

由 ZEMAX 波前輸出可以看見所建立之兩個透鏡，分別會對正常人眼產生正離焦係數與負離焦係數。接著我們將參數帶入 TracePro 驗證，依據上面 4.1 節之流程圖跑完一圈配戴聚焦隱形眼鏡、一圈配戴發散隱形眼鏡，所得到的數據與圖表如下所示：

表 4.4 ZEMAX & Tracepro 擬合之 zernike 係數比較(加入聚焦隱形眼鏡)

	ZEMAX 模型	Tracepro 7*7	Tracepro 10*10	Tracepro 14*14
Z1	4.95803			
Z2	0	-0.02457	0.01358	0.01753
Z3	0	-0.09068	0.06091	-0.03527
Z4	0	0.02507	0.03851	0.02391
Z5	5.27939	4.7927	5.1026	5.2168
Z6	0	0.0277	0.01721	0.01039
Z7	0	-0.0069	0.00173	0.00437
Z8	0	-0.0017	-0.01025	-0.01816
Z9	0	-0.0041	-0.01326	0.00263
Z10	0	-0.0020	0.00102	0.00142
Z11	0	0.00063	0.00174	0.00072
Z12	0	0.00027	0.00036	0.00058
Z13	0.32634	0.3665	0.34284	0.33014
Z14	0	0.00023	0	0.00011
Z15	0	-0.00017	0.00012	0.00026
Z16	0	0	0	0.00019
Z17	0	0	0	0
Z18	0	0	0	0
Z19	0	0	0	0
Z20	0	0	0	0
Z21	0	0	0	0
RMS (λ)	1.18276	1.07950	1.15037	1.17734
Error (%)	0	8.72990	2.73845	0.45794

經過係數統計比較，整體 RMS 值分別為 1.18276、1.0795、1.1503、1.1773，相對於 ZEMAX 參考誤差為 8.7299%、2.7384%、0.4579%。由 Z5 項係數上可知道，

聚焦隱形眼鏡對正常眼產生一正離焦量是無庸置疑的。

根據表 4.4 作直方圖比較，如圖 4.17 所示下。

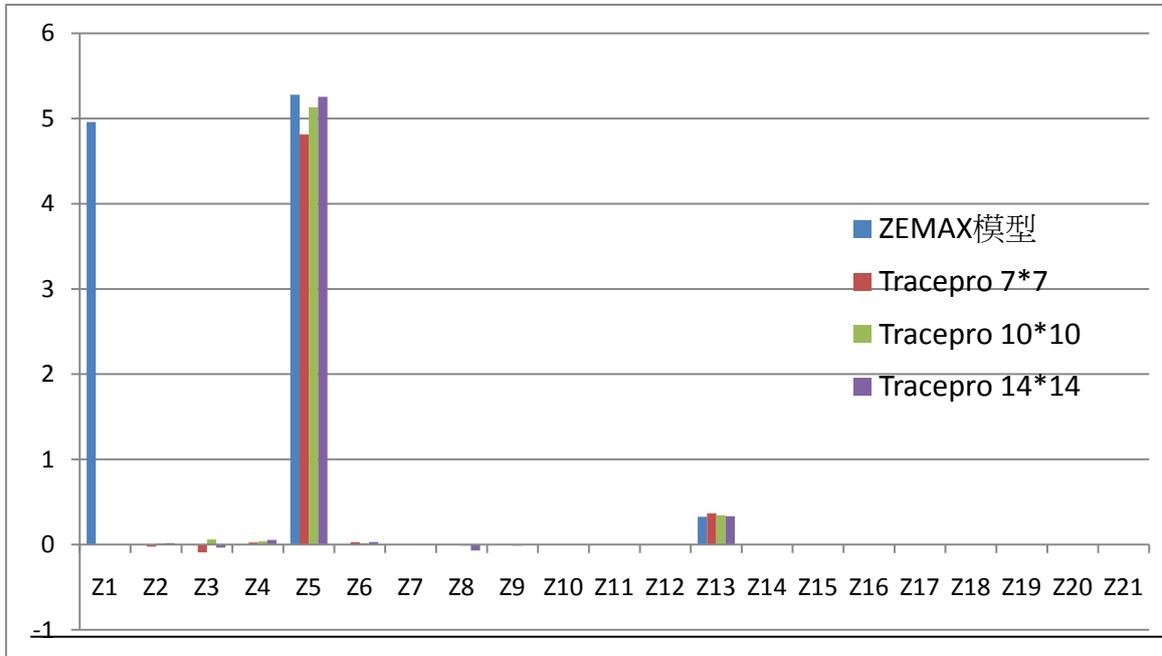


圖 4.17 澤爾尼克係數比較圖(加入聚焦隱形眼鏡)

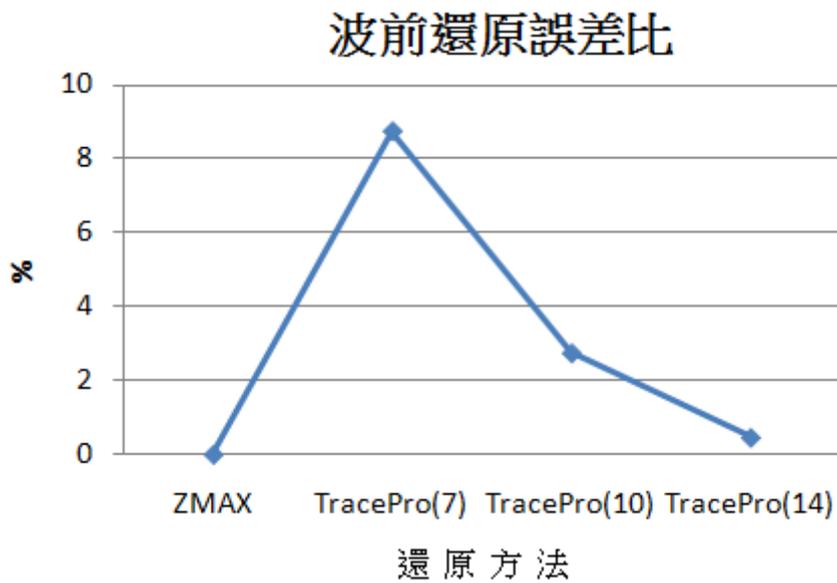


圖 4.18 正常眼加聚焦眼鏡還原誤差比較圖

表 4.5 ZEMAX & Tracepro 擬合之 zernike 係數比較(加入發散隱形眼鏡)

	ZEMAX 模型	Tracepro 7*7	Tracepro 10*10	Tracepro 14*14
Z1	-4.93106			
Z2	0	-0.01302	0.02145	0.01124
Z3	0	-0.06450	-0.03510	0.02193
Z4	0	0.01678	0.02096	-0.01789
Z5	-4.71742	-4.8058	-4.7759	-4.73142
Z6	0	0.02395	-0.03087	0.01894
Z7	0	-0.00494	-0.01173	-0.00297
Z8	0	-0.00416	-0.00256	-0.00127
Z9	0	-0.00836	-0.00732	-0.00324
Z10	0	-0.00437	-0.00294	-0.00108
Z11	0	0.00146	0.00109	0.00045
Z12	0	0.00219	0.00139	0.00019
Z13	0.217037	0.27722	0.25831	0.23259
Z14	0	0.00029	0.00032	0.00016
Z15	0	0	0.00017	0
Z16	0	0	0	0
Z17	0	0	0	0
Z18	0	0	0	0
Z19	0	0	0	0
Z20	0	0	0	0
Z21	0	0	0	0
RMS (λ)	1.05596	1.09172	1.06956	1.05928
Error (%)	0	3.38613	1.2878	0.31470

係數統計後整體 RMS 值分別為 1.0559、1.0917、1.0695、1.0592；相對於 ZEMAX 參考誤差比為 3.3861%、1.2878%、0.3147%。同樣地，經係數比較後，發散隱形眼鏡對正常人眼產生一負離焦係數得以驗證。我們對表 4.5 作直方圖比較，如圖 4.19 所示。

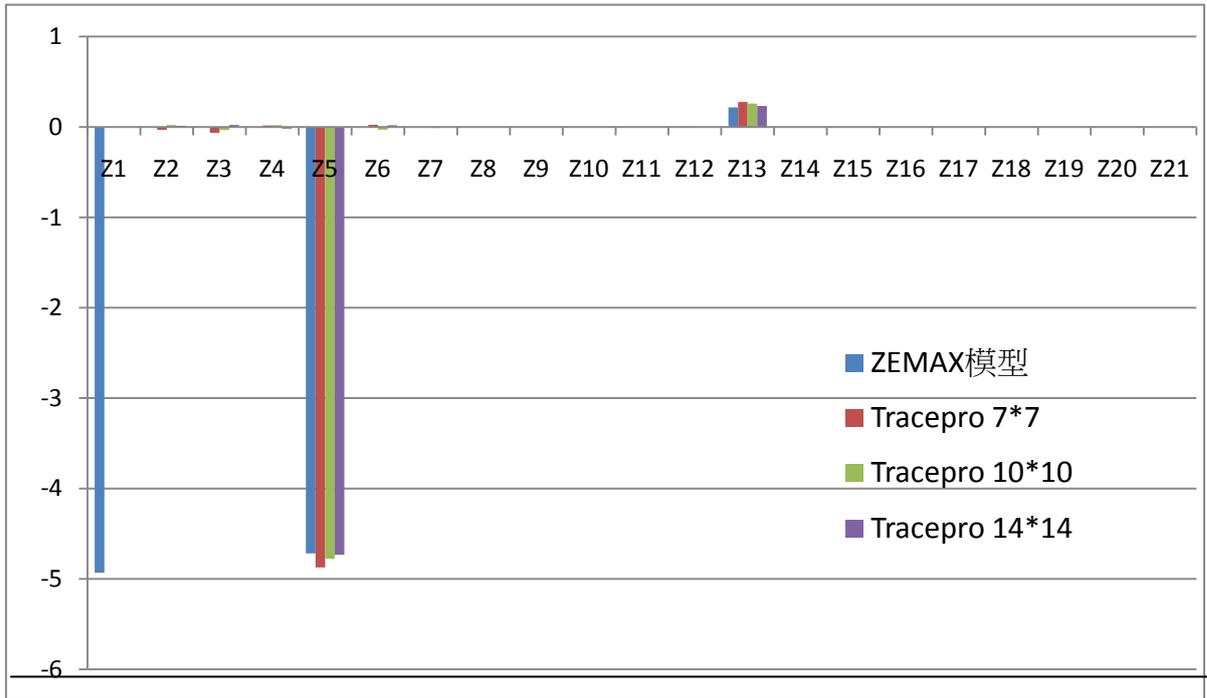


圖 4.19 澤爾尼克係數比較圖(加入發散隱形眼鏡)

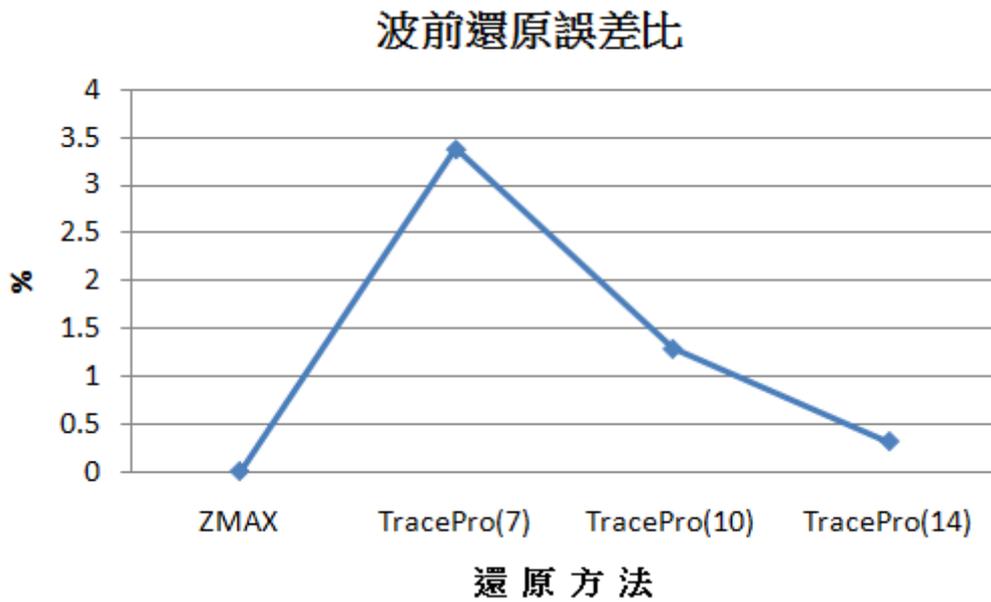


圖 4.20 正常眼加發散眼鏡還原誤差比較圖

我們從直方圖 4.8、4.13、4.15 可以發現，波前圖大部分被離焦 Z_5 以及球差 Z_{13} 概括了，所以我們將此兩項之係數去掉，以其他項係數還原波前，如圖 4.21、4.22、4.23 所示。在下面一節的近視眼與遠視眼等模型波前圖也都將以此種形式呈現。

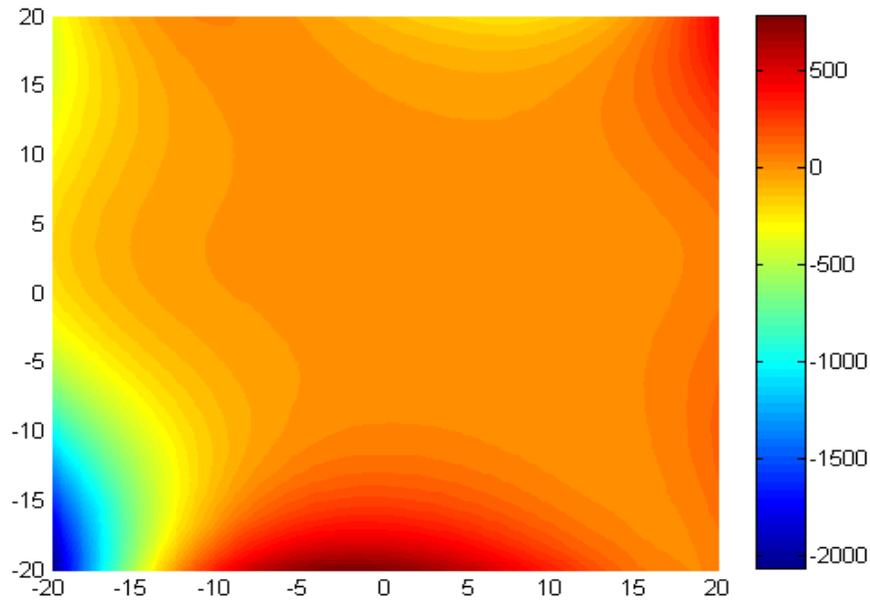


圖 4.21 正常眼之波前圖

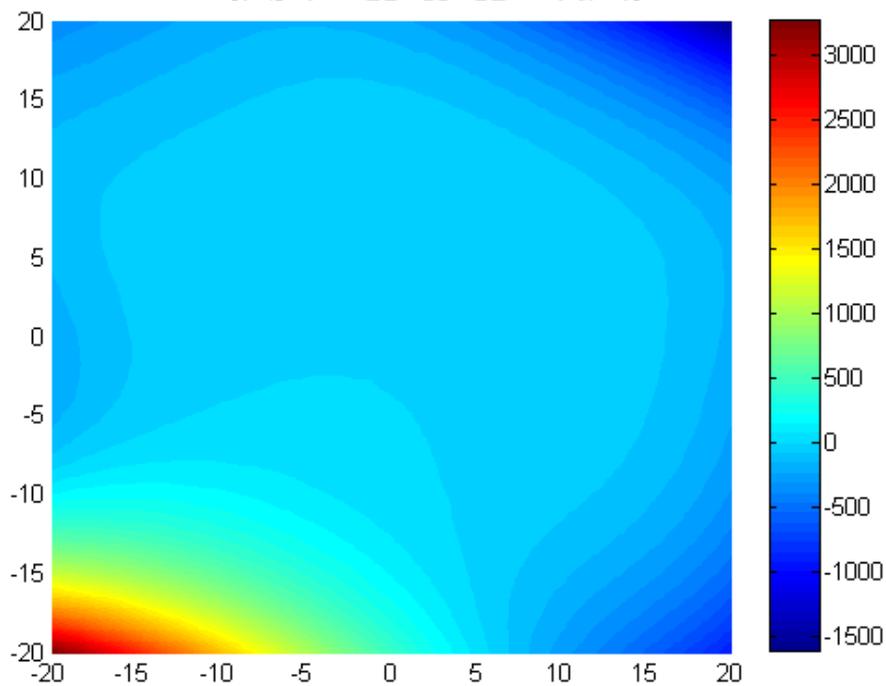


圖 4.22 正常眼加聚焦隱形眼鏡

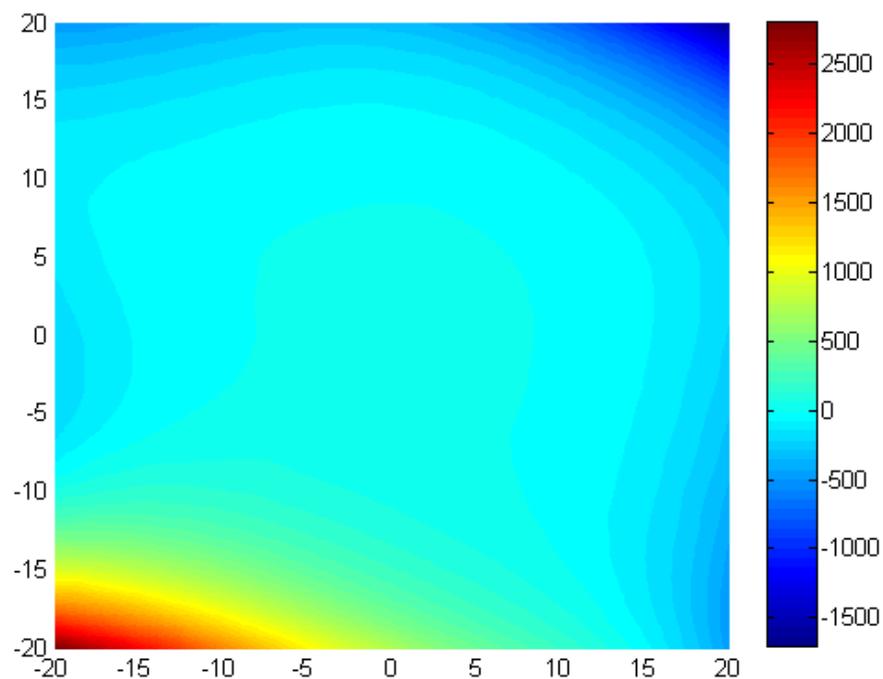


圖 4.23 正常眼加發散隱形眼鏡

4.3 近視眼與遠視眼模型

這一節，我們利用 ZEMAX 建立分別加長與減少眼軸(晶狀體後至視網膜之間距離)的模型，模擬近視眼與遠視眼，圖 4-20、21，將參數匯入 TracePro 運算後作係數比較；同時，以上一節所建立之聚焦與發散隱形眼鏡，用以修正離焦係數。

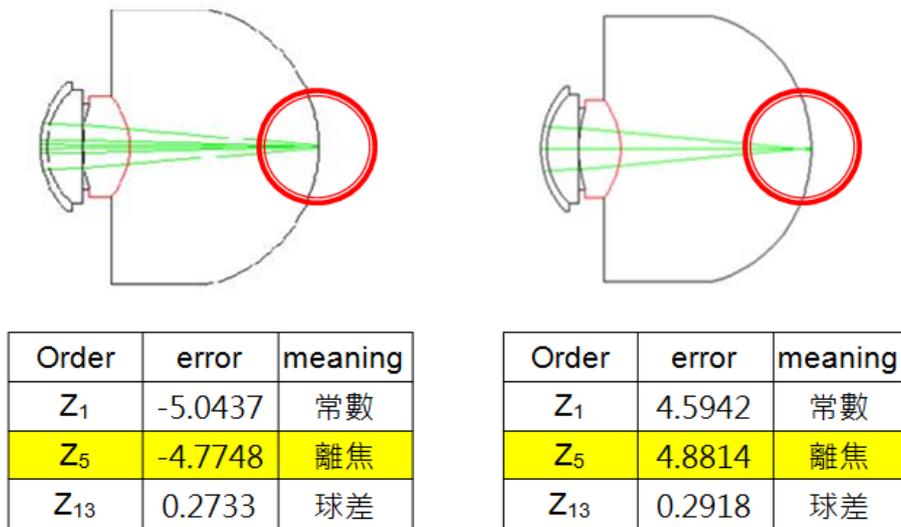


圖 4.24 ZEMAX 模擬之遠視眼(負離焦係數)及近視眼(正離焦係數)

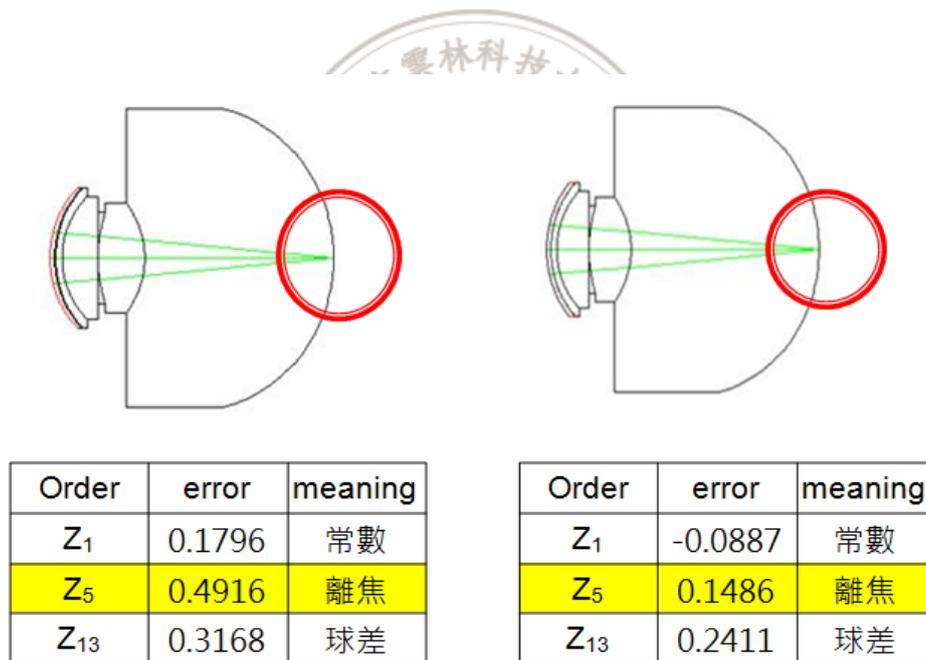


圖 4.25 遠視眼、近視眼經聚焦透鏡校正後

得到近視眼與遠視眼模型，以及分別用聚焦和發散之隱形眼鏡校正過後的模型後，我們選用 2 個校正過後的模型以相同參數於 TracePro 上建立數值模型，分別跑一次流程圖，得出之係數分別如下圖 4.26、4.29 與表 4.6、4.7 所示。

表 4.6 Zernike 係數比較(遠視眼加聚焦隱形眼鏡)

	ZEMAX	Tracepro 7*7	Tracepro 10*10	Tracepro 14*14
Z1	0.17962			
Z2	0	0.02231	0.03061	0.01834
Z3	0	0.02250	0.01928	0.02451
Z4	0	0.00911	0.00817	0.00732
Z5	0.49160	0.56828	0.54283	0.52104
Z6	0	0.00312	0.00273	0.00118
Z7	0	-0.00604	0.00827	-0.00593
Z8	0	0.00309	0.00436	0.00253
Z9	0	0.00324	0.00292	0.00387
Z10	0	0.00575	0.00431	0.00526
Z11	0	0.00294	0.00370	0.00169
Z12	0	0.00233	0.00128	0.00023
Z13	0.31683	0.38635	0.36217	0.33525
Z14	0	0.00351	0.00263	0.00162
Z15	0	-0.00097	0.00058	-0.00016
Z16	0	0	0	0
Z17	0	0	0	0
Z18	0	0	0	0
Z19	0	0	0	0
Z20	0	0	0	0
Z21	0	0	0	0
RMS (λ)	0.13078	0.14325	0.13634	0.13163
Error (%)	0	9.54387	4.25553	0.6536

整體 RMS 分別為 0.13078、0.14325、0.13634、0.13163，相對於 ZEMAX 之參考誤差分別為 9.5438%、4.2555%、0.6536%。

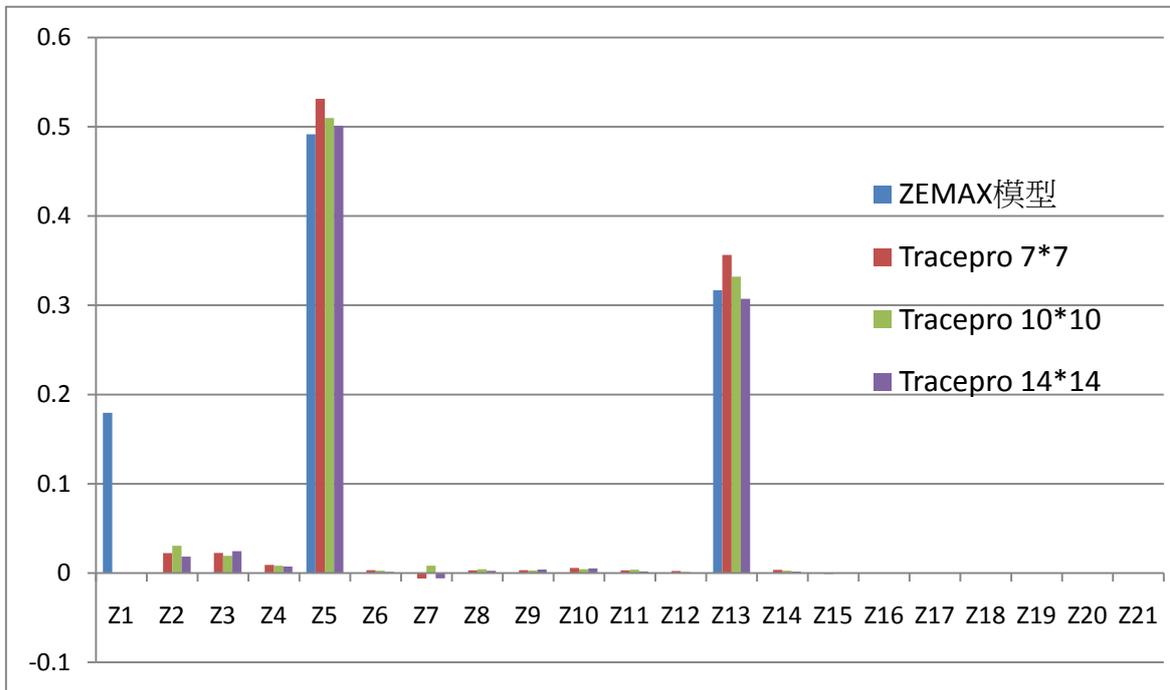


圖 4.26 澤爾尼克係數直方圖(遠視眼加聚焦隱形眼鏡)

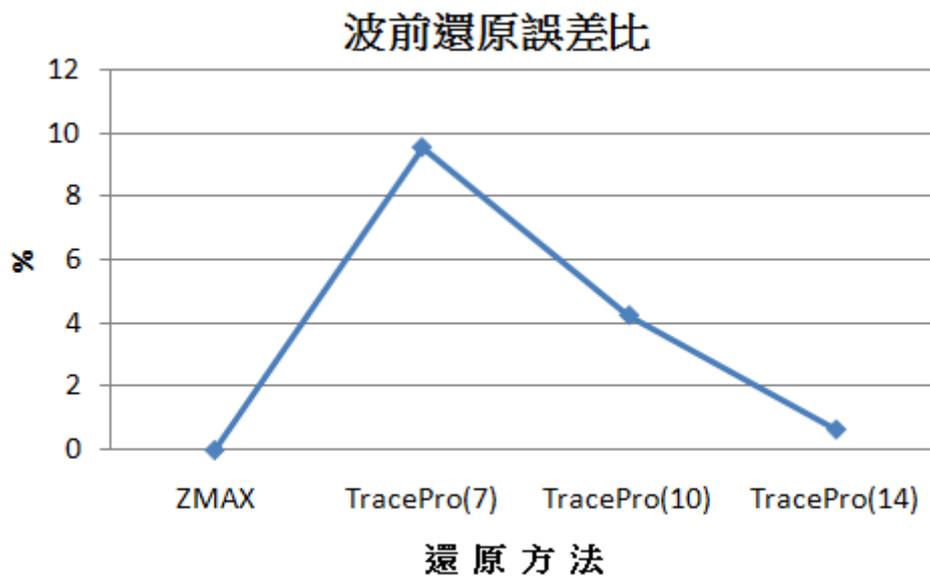


圖 4.27 遠視眼加聚焦眼鏡還原誤差比較圖

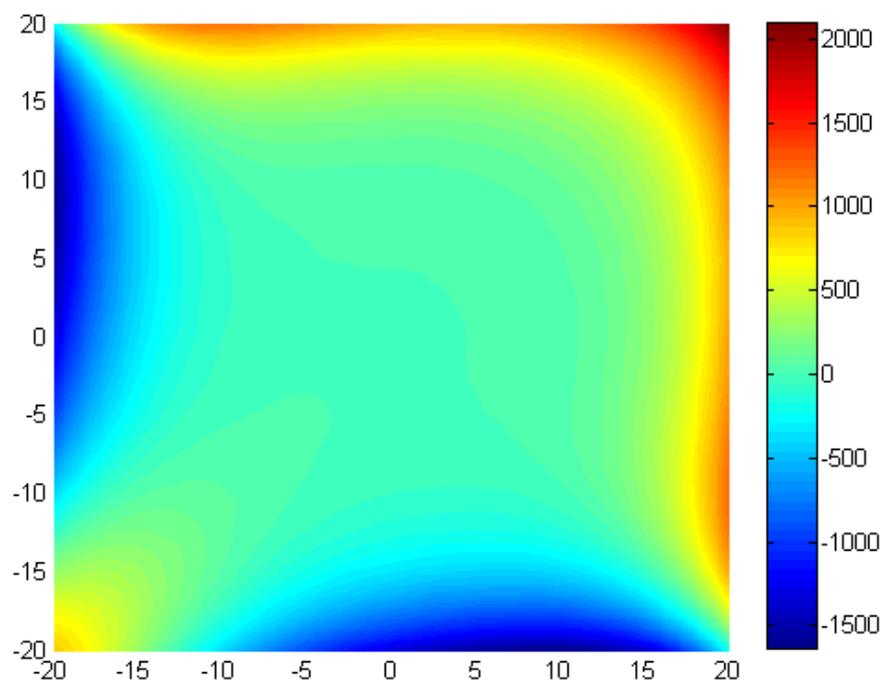


圖 4.28 遠視眼加聚焦隱形眼鏡波前圖

表 4.7 Zernike 係數比較(近視眼加發散隱形眼鏡)

	ZEMAX 模型	Tracepro 7*7	Tracepro 10*10	Tracepro 14*14
Z1	-0.088743			
Z2	0	0.05776	0.06105	0.04938
Z3	0	0.06996	0.05182	0.06114
Z4	0	-0.00549	-0.00378	-0.00583
Z5	0.148672	0.14007	0.14375	0.14519
Z6	0	-0.00501	0.00212	-0.00159
Z7	0	-0.00385	-0.00625	-0.00173
Z8	0	0.00604	0.00875	0.00310
Z9	0	0.00665	0.00576	0.00803
Z10	0	0.00506	0.00326	0.00108
Z11	0	-0.00011	0	0
Z12	0	-0.00032	-0.00017	0.00019
Z13	0.241102	0.27054	0.25231	0.23974
Z14	0	0.00013	0	0
Z15	0	-0.00102	0.00028	-0.00045
Z16	0	0	0	0
Z17	0	0	0	0
Z18	0	0	0	0
Z19	0	0	0	0
Z20	0	0	0	0
Z21	0	0	0	0
RMS (λ)	0.06333	0.07114	0.06740	0.06386
Error(%)	0	12.3193	6.4251	0.8371

整體 RMS 值分別為 0.063338、0.07114、0.06740、0.06386；相對於 ZEMAX 參考誤差比為 12.3193%、6.4251%、0.8371%。

將表 4.9 作直方圖比較，如圖 4.25 所示。

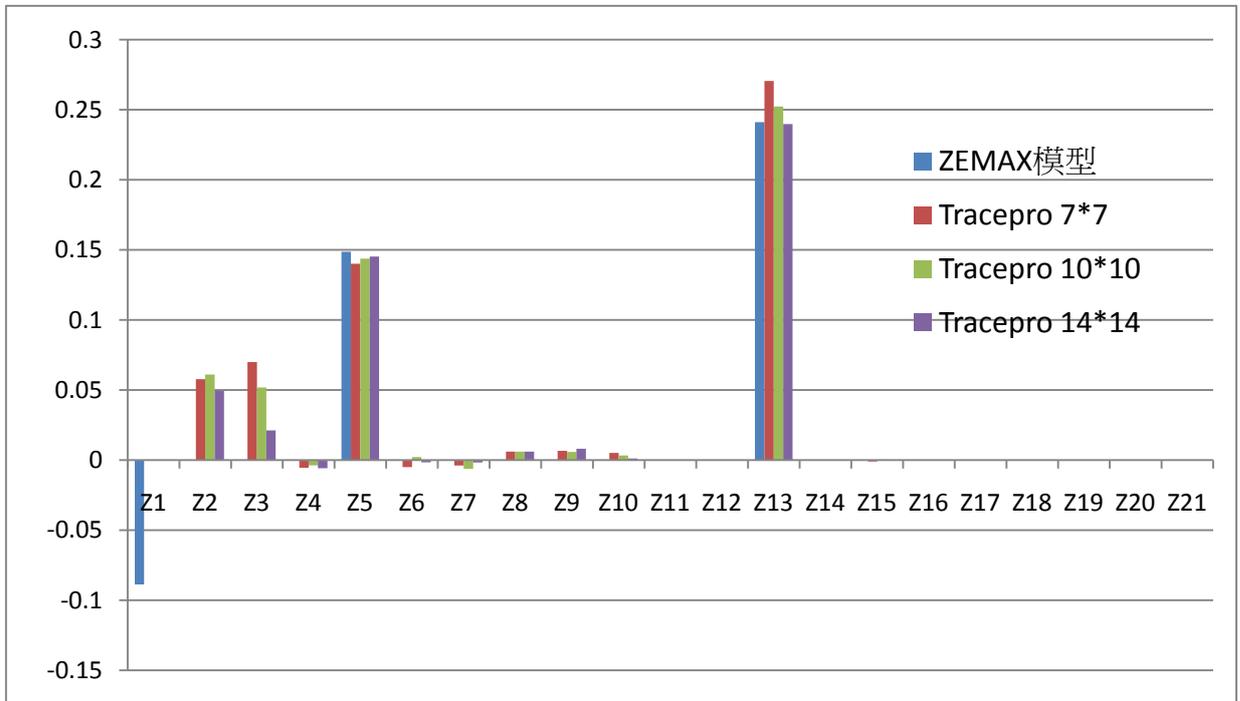


圖 4.29 澤爾尼克係數直方圖(近視眼加發散隱形眼鏡)

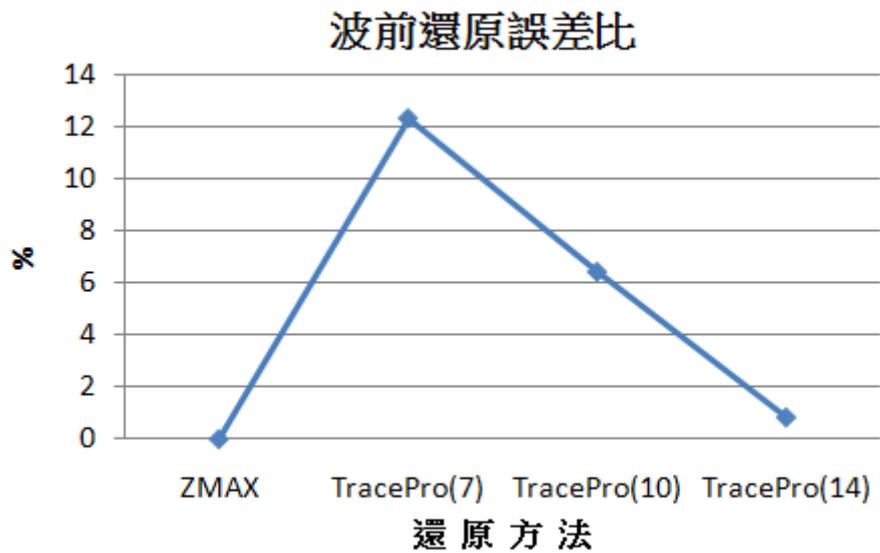


圖 4.30 近視眼加發散眼鏡還原誤差比較圖

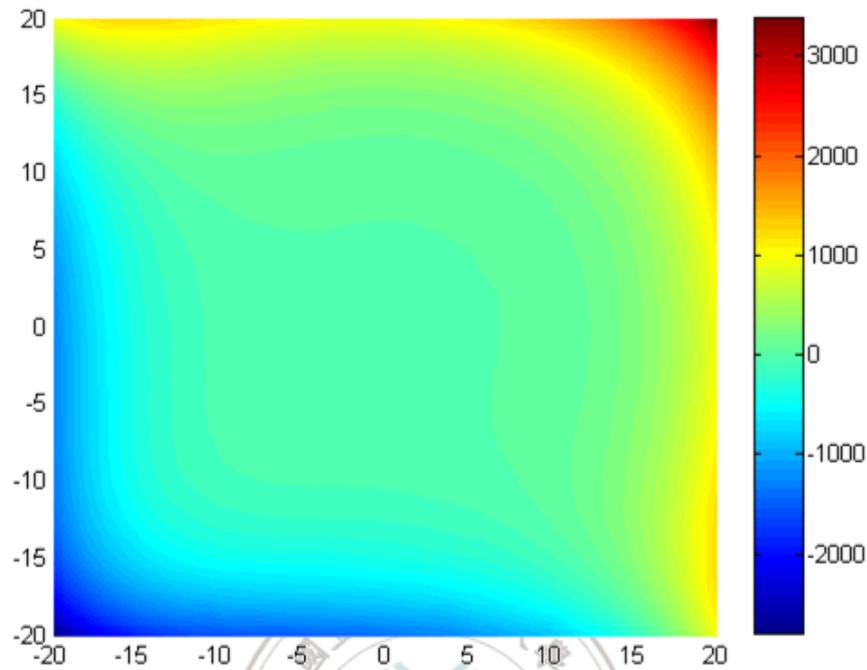


圖 4.31 近視眼加發散隱形眼鏡波前圖

4.4 建立離軸模型

前面的三小節主要是根據高斯光學系統進行分析，因此，一些離軸的高階像差並不會被分析出來，為了驗證此一模擬系統可以量測到其它高階像差，本小節主要工作是將待測之眼模型給予一個 X 方向以及 Y 方向的傾斜量，

我們將眼模型相對於座標軸旋轉 (x 方向 -2° ，y 方向 -1°)，在跑一次前面章節的流程圖。此外，由於加了一個偏移量造成出瞳光線的偏移，7*7 陣列透鏡所取樣的光點數目過少以致於誤差量過大，所以下面不列入分析。

表 4.8 Zernike 係數比較(離軸眼模型)

	ZEMAX	Tracepro 10*10	Tracepro 14*14
Z1	-0.04223		
Z2	-0.26137	-0.26013	-0.26731
Z3	-0.52273	-0.50572	-0.52834
Z4	0.16152	0.16963	0.16641
Z5	0.23775	0.22937	0.23411
Z6	0.21536	0.20532	0.21103
Z7	-0.00012	0.00047	0.00039
Z8	-0.26512	-0.25342	-0.25724
Z9	-0.13256	-0.14326	-0.13781
Z10	0.00011	0.00094	0.00087
Z11	0.00063	0.00079	0.00058
Z12	0.00037	0.00053	0.00069
Z13	0.28459	0.27324	0.28193
Z14	-0.0026	-0.0034	-0.0016
Z15	-0.0013	-0.0028	-0.0025
Z16	0.0046	0.0057	0.0058
Z17	0	0	0.0001
Z18	0	0	0.0001
Z19	0	0	0
Z20	0	0	0
Z21	0	0	0
RMS	0.179057	0.17592	0.17989
ERROR(%)	0	1.74821	0.47049

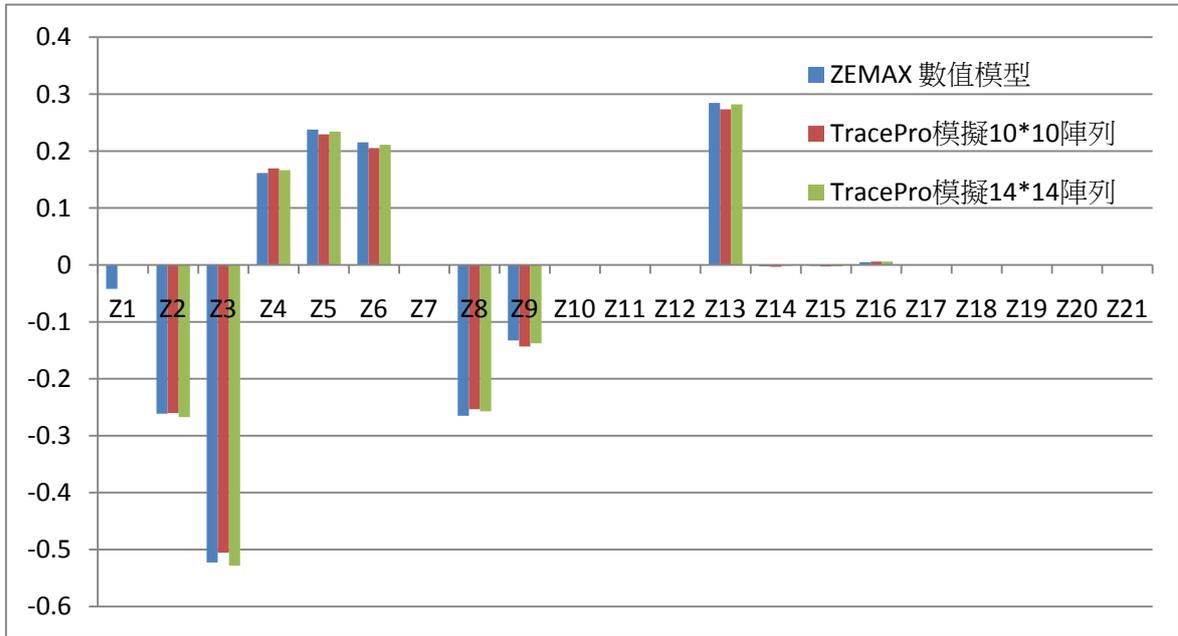


圖 4.32 澤爾尼克係數直方圖(離軸眼模型)

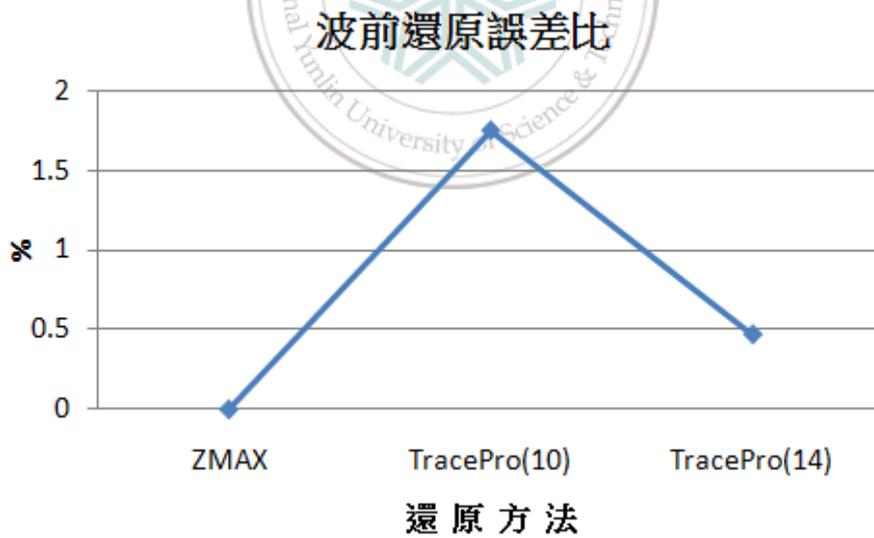
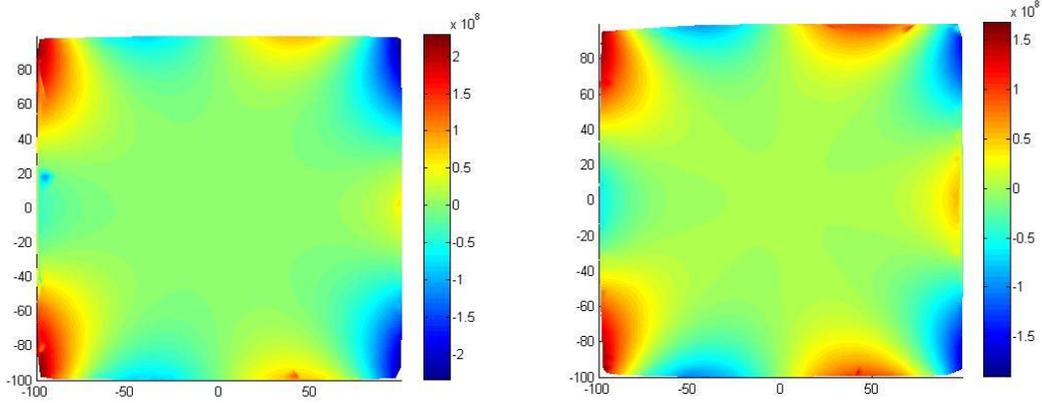


圖 4.33 離軸眼還原誤差比較圖



(a) ZEMAX 還原之波前 (b) 14*14 微透鏡還原波前

圖 4.34 離軸眼還原波前圖

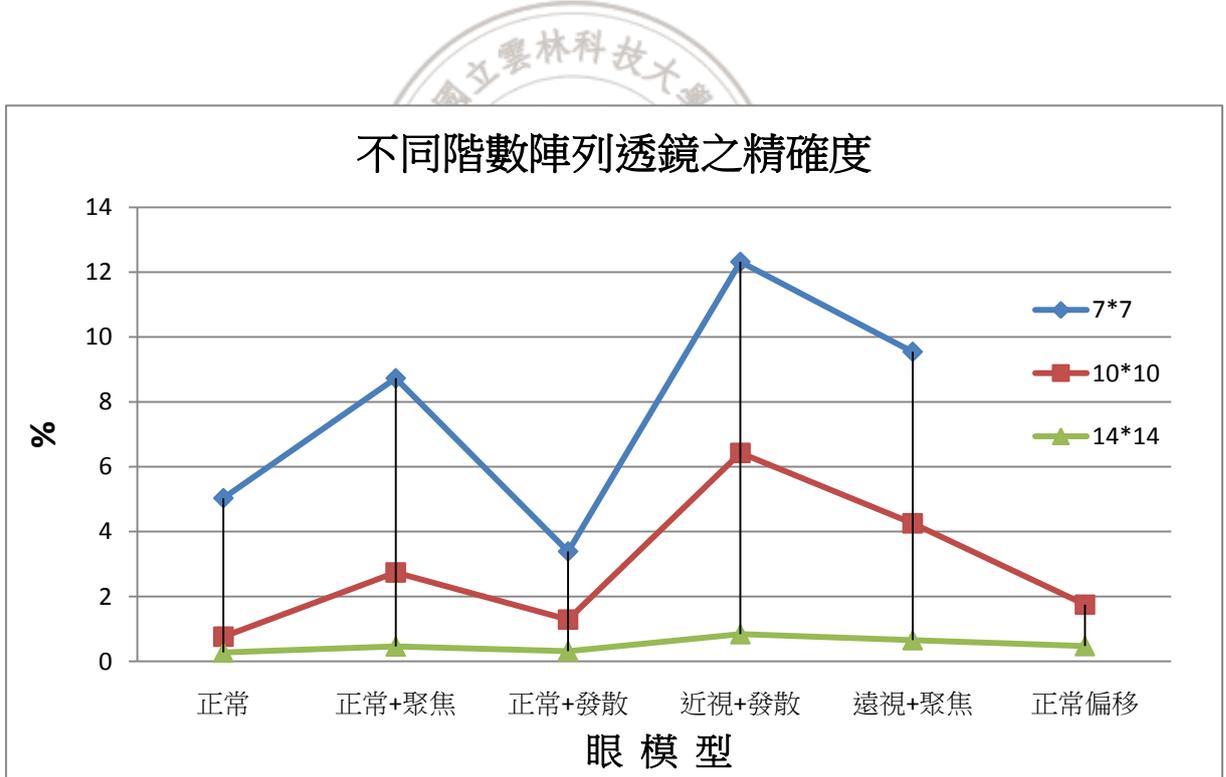


圖 4.35 微透鏡數目還原誤差比較

4.5 系統誤差模擬

在實際的量測系統中，可能因為組裝的失誤而導致光學系統的不匹配，進而產生一些誤差量[31]，而這些誤差，對於 Hartmann-shack 法的精確度[32,33]有一定的影響，這一小節將以前面章節所建立的偏移模型眼為待測物體，模擬較可能發生的誤差形式及產生的誤差量，圖 4.36、4.37 所示，分別為平移誤差以及旋轉誤差發生時的情況。

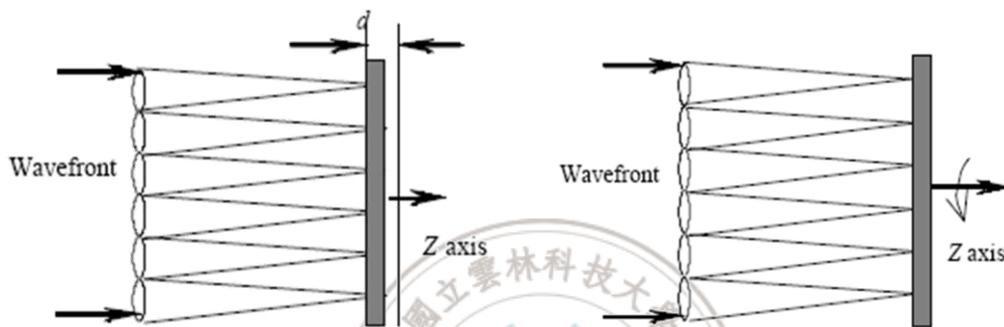


圖 4.36 平移誤差示意

圖 4.37 旋轉誤差示意

平移誤差

為了模擬出平移誤差，我們將 CCD 平面產生一位移 d ， d 為 CCD 位置與微陣列透鏡的焦距在 Z 方向的偏移量。表 4.9 可以看出，還原後波前的誤差隨著 CCD 位移量的增加而增大許多。

表 4.9 平移量與波前誤差關係

	0um	10um	20um	30um	40um
$K = (f - d) / f$	1	0.98	0.96	0.94	0.92
實際 RMS	0.1799	0.1757	0.1719	0.1698	0.1664
經校正後	0.1799	0.17928	0.17906	0.18064	0.18087
校正後誤差(%)	0	0.34146	0.46553	0.41039	0.53895
校正前誤差(%)	0	2.3346	4.4469	5.6142	7.5041

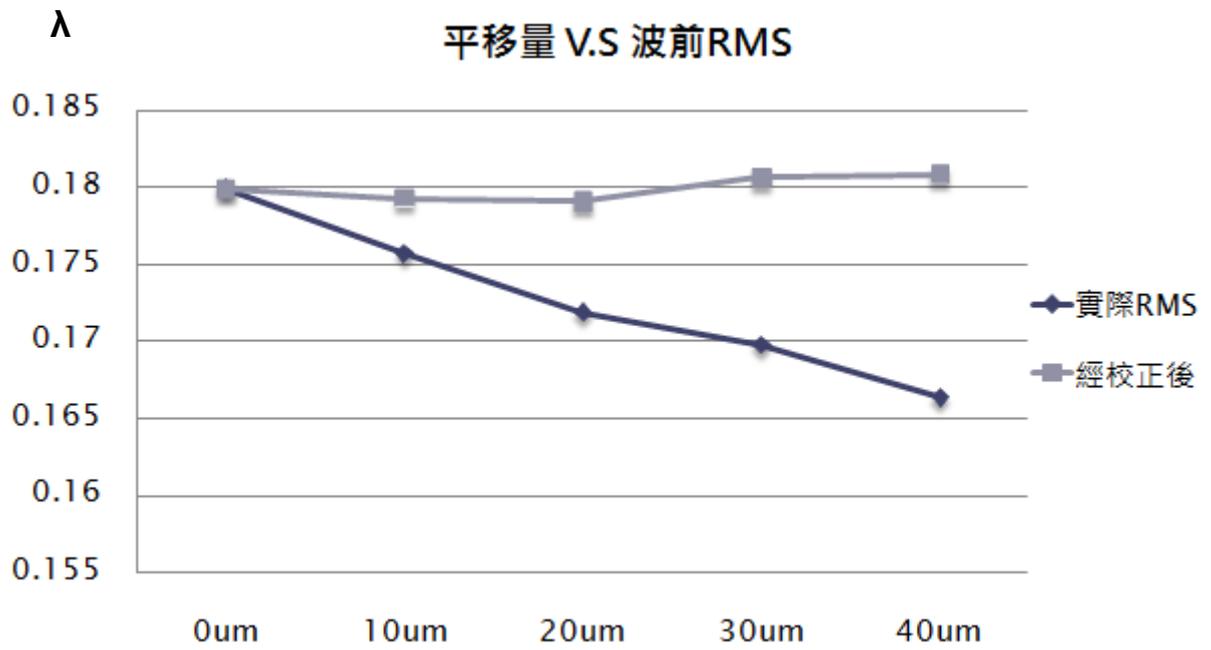


圖 4.38 平移量對應均方根誤差值

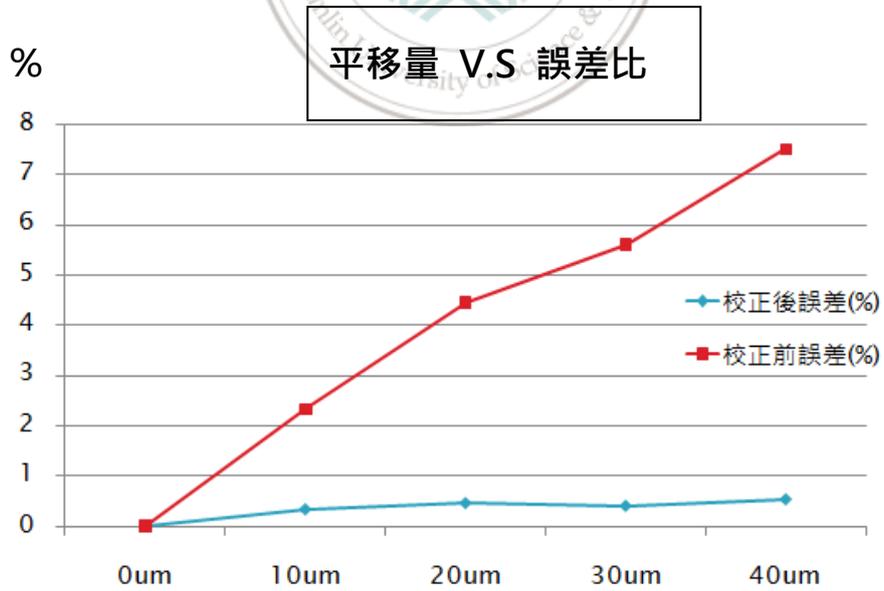


圖 4.39 平移量對應均方根誤差比

旋轉誤差

表 4.10 旋轉角度與波前誤差關係

旋轉角度	1	2	3	4
RMS 誤差 (%)	1.745	3.49	5.235	6.92

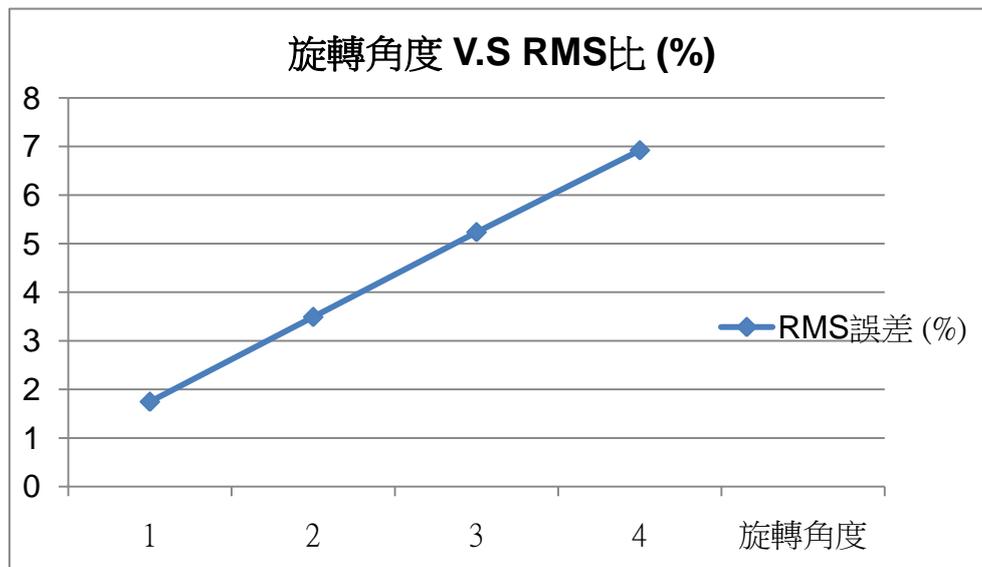


圖 4.40 旋轉角度對應均方

小結

平移誤差比大約每 $10\mu\text{m}$ 產生 2.23%，且根據位移方向有正負之分；旋轉誤差大約每度 1.75%，兩者皆呈近似線性關係。

4.6 系統色差之影響

第二章理論分析時曾經提到過，像差主要分為 1. 光學系統不匹配所產生之單色像差以及 2. 入射光波長不同造成之色差，本小節主要研究著重在後者。

色差產生的主要原因，即介質對於不同波長的色光有不同的折射率，以致於無法將各種顏色的光聚集在同一點上，這個部分要歸咎於光的色散現象[34]。我們可以用一個物理量來表示光線對介質的色散程度，這個物理量被通稱為阿貝數，也可以稱為 **V-number**，它是被德國物理學家恩斯特·阿貝發明出來的物理量。阿貝數越小色散程度越大；反之阿貝數越大色散程度越小，這裡我們給定 n_d 、 n_f 、 n_c 分別為黃光、紅光、藍光下的介質折射率(氬黃線 587.56 nm, 氬藍線 486.1 nm 和氬紅線 656.3 nm)，於是阿貝數的表示方式如下：

$$Vd = \frac{n_d - 1}{n_f - n_c} \quad (4-1)$$

為了模擬色差對本研究所建立系統之影響，我們定出三原色波長 450 nm、550 nm、632.8 nm，並照著流程再一次做分析比較。本小節主要工作內容分為二個部分，首先是生理材質未加入阿貝數前的分析；其次為生理材質加入阿貝數後之分析，而由於像差係數表示方式較為繁瑣，本小節採用圖表的方式來描述。

未加阿貝數

這裡我們一共使用了四個模型來描述生理介質未加阿貝數時所還原出來的像差量，分別為正常眼、近視眼矯正、遠視眼矯正以及離軸眼，相關參數如前面 4.1、4.2、4.3 小節，此時阿貝數為預設值 0。

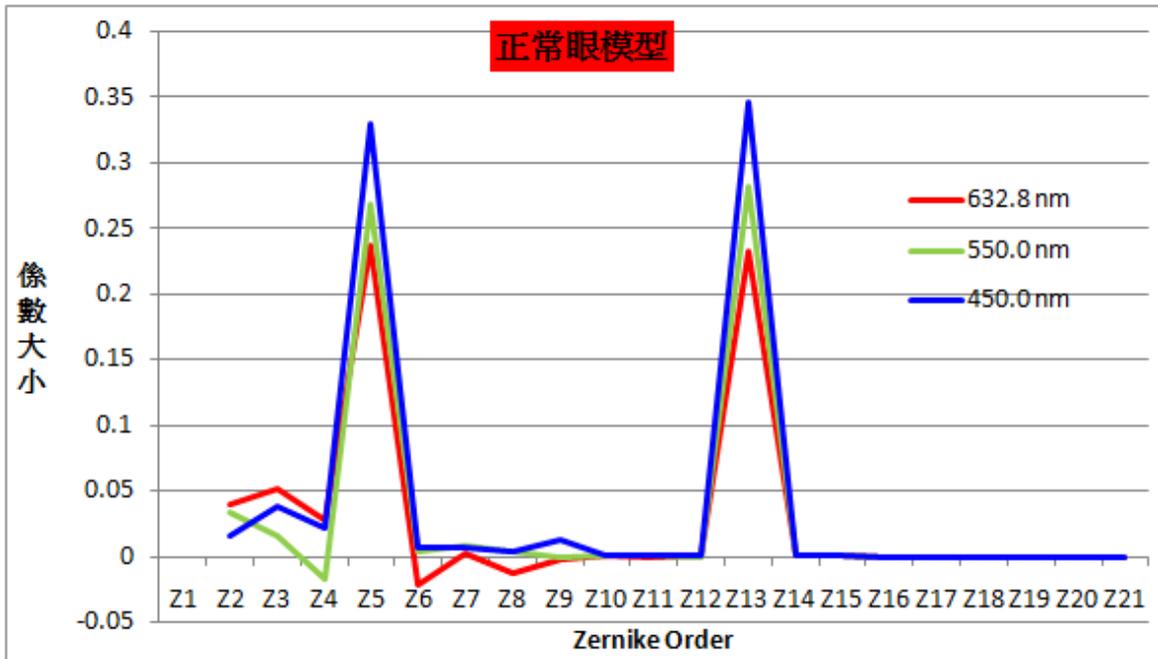


圖 4.41 正常眼三色波長下澤爾尼克係數

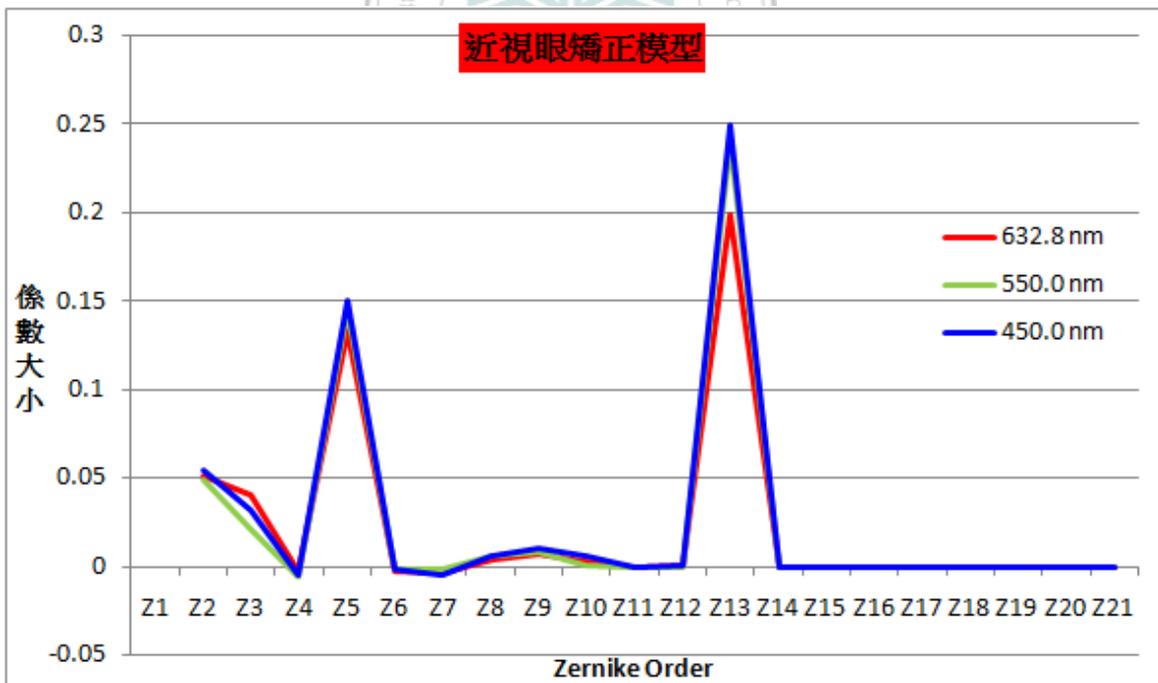


圖 4.42 近視眼矯正模型三色波長下澤爾尼克係數

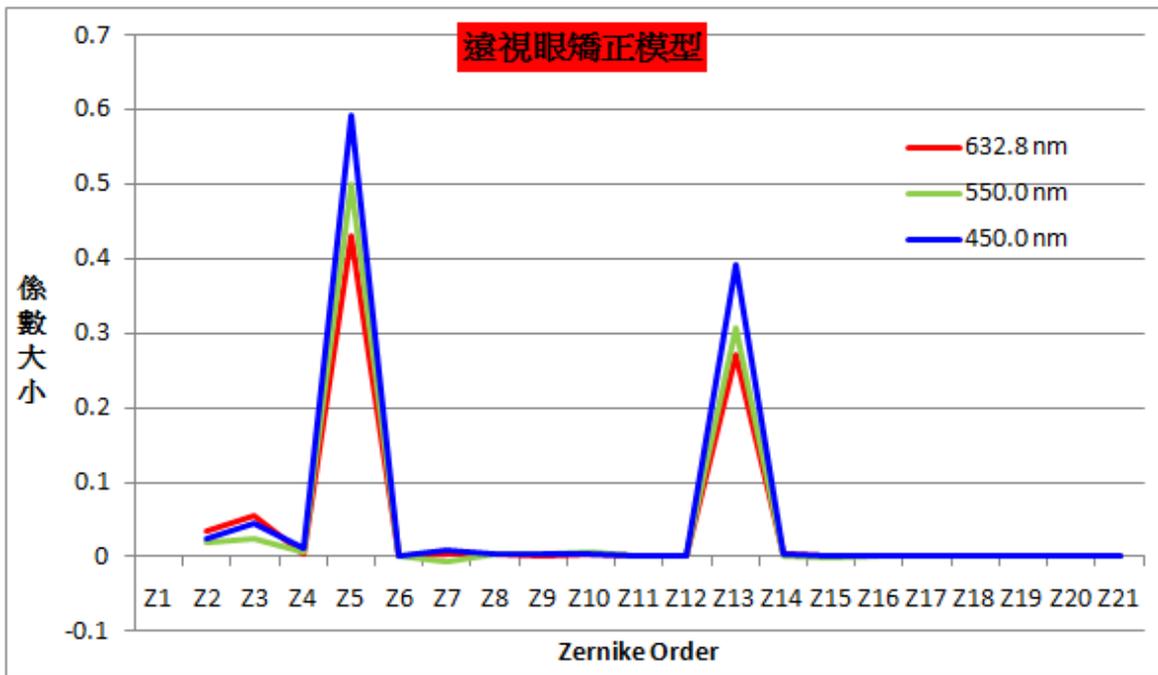


圖 4.43 遠視眼矯正模型三色波長下澤爾尼克係數



圖 4.44 正常眼離軸模型三色波長下澤爾尼克係數

加入阿貝數

表 4.11 為 G.A.Atchison 與 G.Smith 以 Cauchy 色散方程式擬合出之眼球相關阿貝數 [34]，我們將之加入所建立之眼球模型，這裡我們用二個模型，正常眼以及離軸眼來描述。

表 4.11 眼球生理材質柯西色散常數與阿貝數

A	B	C	D	V-value
Cornea				
1.362017	7001.974	-1.02E+09	9.76E+13	55.6
Aqueous				
1.322776	7407.115	-1.10E+09	1.03E+14	48.7
Lens				
1.404662	6908.333	-8.20E+08	9.35E+13	47.5
Vitreous				
1.322781	6392.004	-8.50E+08	8.12E+13	50.2

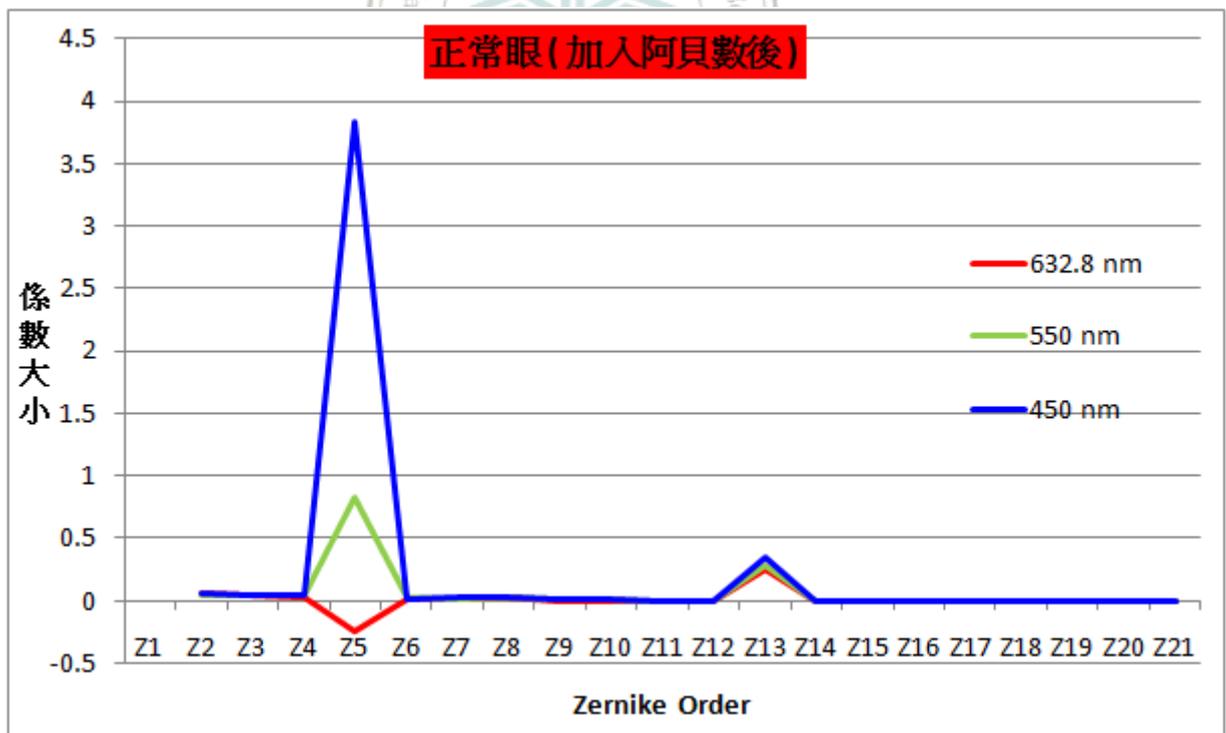


圖 4.45 正常眼模型加阿貝數後三色波長澤爾尼克係數

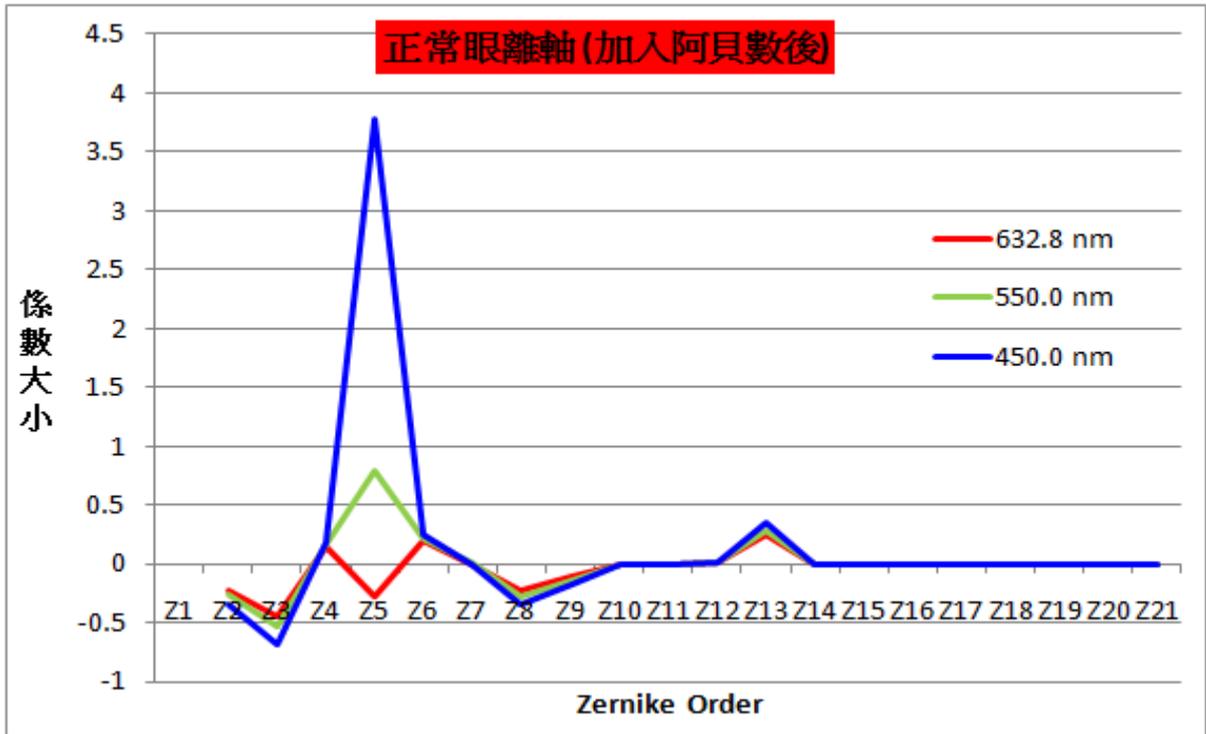


圖 4.46 正常眼離軸模型加阿貝數後三色波長澤爾尼克係數

小結

由圖表結果可以看出，未加入阿貝數時，澤爾尼克係數在三個波長下變動皆很規律，且符合與波長成反比之趨勢。加入阿貝數後，除第五項離焦係數變動較大，其他像次也符合此一趨勢，至於造成第五項離焦係數在三色波長下差異較大的主因，認為是聚焦深度不一，使得藍綠色光聚焦於視網膜前；紅光聚焦於視網膜後所造成之色差。

4.7 結果與討論

研究中我們建立了一個基本的正常眼模型，該模型是以Isabel模型為基底作優化後得到。之後我們將眼軸分別拉長0.5%與縮短0.5%，用來模擬近視眼模型以及遠視眼模型，再並分別配戴聚焦以及發散眼鏡予以校正。根據結果，聚焦眼鏡可以產生正離焦係數；發散眼鏡產生負離焦係數，可以分別用來矯正遠視眼與近視眼。這裡我們一共建立了五個眼球模型，分別是正常眼、近視眼、遠視眼、矯正後近視眼以及矯正後的遠視眼。

我們將所有數據比較後，模型單一係數誤差在0.1% 至 15%不等，RMS誤差比約在0.2734% 至 12.2193%，並且符合一個趨勢，切割波前的微透鏡陣列數越多，所還原的波前精確度就越高。文中所有的人眼模型，以14*14微透鏡陣列所還原的波前，其整體RMS誤差皆在0.84%以下，精確度可期。其次，為模擬出離軸像差，我們給于眼球模型二維的偏移量，使入射光線以斜射的方式進入眼球模型。當我們以14*14透鏡陣列還原波前之後，整體RMS誤差約0.47049%，顯示此一系統也可以量測出離軸的像差。

再者，我們將系統模擬產生實際量測時可能發生的誤差形式以及誤差量，這裡我們將陣列透鏡與偵測面作相對位移模擬平移誤差的型式；而陣列透鏡與偵測面作共軸旋轉模擬旋轉誤差的型式。波前還原後，平移誤差比大約每10 μm 產生2.23%；旋轉誤差大約每度1.75%。知道這些誤差量後，我們可以加以分析與校正，期待能將整個系統的精準度作最大的提升。

最後有關於色差對系統影響的部分，我們做了三個波長的比較，分別為藍光450 nm、綠光550 nm、以及紅光632.8 nm，結果發現，整體像差量有一明顯趨勢，即與波長成反比關係；而添加阿貝數後之模型，其他像差量仍符合比例關係，唯獨離焦係數偏差量很大，認為是各色光聚焦深度不一所導致。

五、 結論與未來展望

5.1 結論

Hartmann-Shack 波前量測技術早期主要應用在自適應光學天文觀測上，用來量測系統的像差並適時修正以得到清楚的影像。但現在，這項技術也逐漸應用在人眼波前量測，如雷射屈光矯正手術(LASIK)上。因此，該系統的精確度就必須加以探討，避免不必要的失誤，以降低誤差為最重要的目標。

本研究構築在眼球光學理論與波前演算法的基礎上，我們結合了 **Hartmann-Shack** 波前量測法與 **Isabel** 人眼數值模型，於光學軟體 **TracePro** 上建立一組系統，該系統可以用來模擬量測人眼的波前像差。研究結果顯示，切割波前的微陣列透鏡達到 196 個時(14 X 14)，波前還原的均方根誤差比率在 0.84% 以下，精確度很高。當光線正向入射時，主要影響人眼成像品質的像差量，為澤爾尼克第 5 項離焦以及第 13 項球差部分，占整體像差量的比率高達 86.6% 到 92.2%；而近視眼與遠視眼的部分更高達 99% 以上。至於光線斜向入射時，離軸的像差量明顯的增加，並且與兩個方向入射角度有一比例關係。最後關於色差部分，當生理材質未增加阿貝數時，整體像差量明顯符合與波長成反比之趨勢；而生理材質增加阿貝數後，只有第五項離焦係數不符合反比趨勢，原因可以歸納於色散之影響，由於各種色光聚焦深度不一以致於離焦係數忽大忽小，皆因色散之影響。

本研究主要的創新點，有以下幾項：

1. 以兩種光學軟體將波前量測技術與人眼數值模型結合，作新的應用，可彌補單一方法的不足處。
2. 以前，**TracePro** 軟體往往用來分析光學系統的照度、光均勻度。本研究建構了這個量測系統，使得 **TracePro** 軟體多了另一方面的應用，不單單只是能分析光學系統的照度，也能一併分析系統的像差，為之後光學機構與照明系統相輔設計的方向鋪路。
3. 以往波前分析的研究，往往只針對單色像差的影響，而忽略掉色像差的部分，本研究不同以往，將人眼模型加入了生理材質的阿貝數，讓整個分析的部分考慮到色散效應，一併分析出紅綠藍三個波長下像差量的變化。

5.2 未來展望

本研究以人眼數值模型以及其波前像差量測方法為主題進行了研究工作。目前建立的模擬系統，尚有一些問題待克服，必須進行深入的研究加以完善，後續的研究工作可以分為下面幾個部分。

1. 東西方人種的不同，生理特徵就不相同，同樣的眼球參數也會有些微差距。如果可以 and 附近的醫院合作，收集更多人眼參數分析；待深入了解我們國家實際人眼參數的特點後，便能對主要像差給予修正，這部分需要投入相當的時間和人力資源來實現。
2. 本文中波前還原是使用澤爾尼克多項式來完成，它的優點為低階像差對應的形式良好，至於高階像差部分則無從比對。其他描述像差的數學多項式還有澤爾尼克標準多項式、澤爾尼克環形多項式以及賽德多項式等，本研究並沒有深入探討各多項式的波前還原能力以及項次之間的相互對應關係，這一部分確實值得在未來研究。
3. 對於色像差分析，光學設計研究常使用的共有六種，而本研究知阿貝數是採取其他先進以 **Cauchy** 色散方程式擬合之 **Navarro** 模型，未經實際擬合各種色散方程式，這一部分仍需要加以驗證。
4. 波前量測技術不單只有 **Hartman-Shack** 一種形式，未來可以期許於另一分光處模擬出其他波前量測方法，以便做相互比較修正，期許對整個人眼波前量測系統的精確度，作一個最大的提升。
5. 人類眼球內的材質，正常來說應為均勻的透明液體，但當某些部分發生病變時就會影響這些材質的均勻度。文中曾將各界面設定為散射表面欲模擬眼球發生青光眼、白內障等病變之模型，但受限於軟體本身設定方式問題，無法以體積為單位給定散射介質以致無法還原待測波前，實為可惜之處；如果使用其他光機軟體，也許可以完成這個部分的研究。

參考文獻

- [1] Larry N. Thibos, 2000, “Principles of Hartmann-Shack aberrometry”, Journal of Refractive Surgery, vol. 16, pp. 563-565, September.
- [2] B. Platt, R. Shack, 2001, “History and principles of Shack-Hartmann wavefront sensing”, Journal of Refractive Surgery, vol. 17, pp. 573-577, October.
- [3] R. V. Shack, B. C. Platt, 1971, ”Production and use of a lenticular Hartmann screen”, J. Opt. Soc. Am. , vol. 61, pp. 656.
- [4] J. Liang, B. Grimm, 1994, “Objective measurement of wave aberrations of the human eye with the use of a Hartmann-Shack wavefront sensor”, J. Opt. Soc. Am. A, vol. 11, pp. 1949-1957, November.
- [5] Salvador Bara, 2003, “Measuring eye aberrations with Hartmann-Shack wave-front sensors:Should the irradiance distribution across the eye pupil be taken into account?”, J. Opt. Soc. Am. A, vol. 20, no. 12, pp. 2237-2245, December.
- [6] David A. Atchison, Dion H. Scott, and W. Neil Charman, 2007, “Measuring ocular aberrations in the peripheral visual field using Hartmann-Shack aberrometry”, J. Opt. Soc. Am. A , vol. 24, no. 9, pp. 2963-2973, September.
- [7] Stanley A. Klein, 1998, “Optimal corneal ablation for eyes with arbitrary Hartmann-Shack aberrations”, J. Opt. Soc. Am. A, vol. 15, no. 9, pp. 2580-2588 , September.
- [8] M. Troy, R. G. Dekany, G. Brack, B. R. Oppenheimer, et al. , 2000, “Palomar adaptive optics project: status and performance”, Adaptive Optical Systems Technology, Proc. SPIE, vol. 4007.
- [9] 張智星，2000，MATLAB 程式設計與應用，清蔚科技出版，九月，台北。
- [10] 李顯宏，2006，MATLAB 程式設計延伸技巧，文魁圖書出版社，五月，台北。
- [11] 王之江，2010，現代光學應用技術手冊-上冊，機械工業出版社，一月，北京。
- [12] 王之江，2010，現代光學應用技術手冊-下冊，機械工業出版社，一月，北京。
- [13] 李曉彤，沈兆豐，2007，幾何光學，像差，光學設計，浙江大學出版社，十二月，北京。

- [14] 孫慶成，2008，光電概論，全華圖書出版社，八月，台北。
- [15] Ronald R. Krueger, MSE, Raymond A. Applegate, Scott M. Macrae, 2004, Wave-front customized visual correction, SLACK Incorporated.
- [16] Esther Moreno-Barriuso and Rafael Navarro, 2000, “Laser Ray Tracing versus Hartmann-Shack sensor for measuring optical aberrations in the human eye”, J. Opt. Soc. Am. A, vol. 17, no. 6, pp. 974-985, June.
- [17] Alexander V. Goncharov, Maciej Nowakowski, Matthew T. Sheehan, and Christopher Dainty, 2008, “Reconstruction of the optical system of the Human Eye with reverse ray-tracing”, Optics Express, vol. 16, no. 3, pp. 1692-1703, February.
- [18] Susana Marcos, Luis Diaz-Santana, Lourdes Llorente, 2002, ” Ocular aberrations with ray tracing and Shack-Hartmann wave-front sensors: Does polarization play a role?”, J. Opt. Soc. Am. A, vol. 19, no. 6, pp. 1063-1072, June.
- [19] 呂昱寬，2008，波前量測應用於雷射與光纖耦合之研究，國立中山大學，博士論文。
- [20] 楊國光，1997，近代光學測試技術，浙江大學出版社，北京。
- [21] 徐華斌，吳中林，劉傳先，邢冰，陳林，2007，“人眼波前像差數值表示及測量方法的研究”，激光生物學報，16卷，5期，十月。
- [22] 王錫崗，高美媚，蔡秀純等，2002，人體生理學，二月，北京。
- [23] 劉永基，方志良，王肇圻，2005，“含淚膜的人眼模型的建立及其光學特性研究”，光電子與激光，16卷，4期，頁488~491，四月。
- [24] 孔梅梅，高志山，陳磊，李新華，2008，“人眼光學模型的研究與發展”，激光技術，32卷，4期，頁370~373，八月。
- [25] 劉卓，2006，人眼晶狀體建模與仿真研究，國防科學技術大學，博士論文。
- [26] Hwey-Lan Liou and Noel A. Brennan, 1997, “Anatomically accurate, finite model eye for optical modeling”, J. Opt. Soc. Am. A, vol. 14, no. 8, pp. 1684, August.
- [27] W. Lotmar, 1971, “Theoretical Eye Model with Aspherics”, J. Opt. Soc. Am., vol. 61, no. 11, pp. 1522-1529, November.

- [28] Isabel Escudero-Sanz and Rafael Navarro, 1999, "Off-axis aberrations of a wide-angle schematic eye model" J. Opt. Soc. Am. A, vol. 16, no. 8, pp. 1881-1891, August.
- [29] 訊技科技，2008，TracePro快速學習手冊，五南圖書出版，台北。
- [30] Robert E.Fischer, Biljana Tadic-Galeb, Paul R.Yoder, 2008, Optical system design, McGraw-Hill company.
- [31] 葉紅衛，鮮浩，張雨東，2003，"對Hartmann-Shack波前傳感器平移誤差的研究"，光電工程，30卷，2期，頁1~5，四月。
- [32] 陳志輝，凌寧，饒學軍，王成，2004，"人眼像差哈特曼測量儀的重複性測試"，光電子工程，31卷，頁5~8。
- [33] Daniel R. Neal, James Copland, David Neal, 2002, " Shack-Hartmann wavefront sensor precision and accuracy", Proc. of SPIE, vol. 4779, pp. 148-160, April.
- [34] D. A. Atchison and G. Smith, 2005, "Chromatic dispersions of the ocular media of human eyes ", J. Opt. Soc. Am. A, vol. 22, no. 1, January.

