

课后答案网：[www.hackshp.cn](http://www.hackshp.cn)  
若侵犯了您的版权利益，敬请来信告知！

课后答案网 您最真诚的朋友



[www.hackshp.cn](http://www.hackshp.cn)网团队竭诚为学生服务，免费提供各门课后答案，不用积分，甚至不用注册，旨在为广大学生提供自主学习的平台！

课后答案网：[www.hackshp.cn](http://www.hackshp.cn)

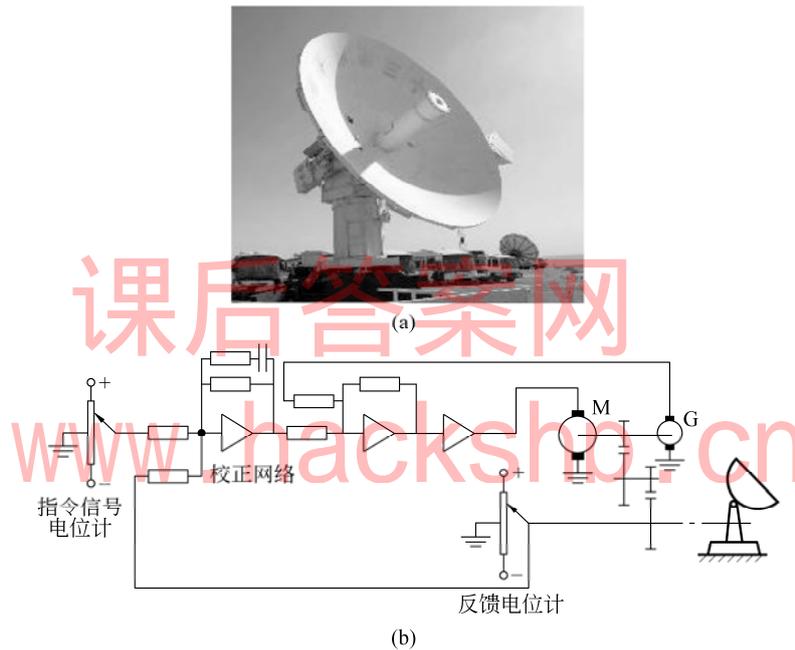
视频教程网：[www.efanjy.com](http://www.efanjy.com)

PPT课件网：[www.ppthouse.com](http://www.ppthouse.com)

## 习题及部分习题解答

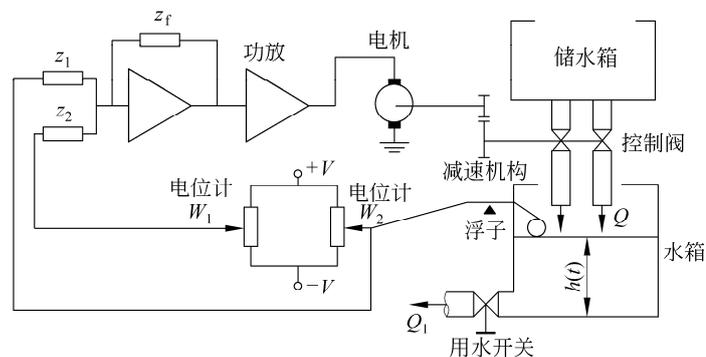
### 第1章习题

- 1-1 举例说明 2~3 个你熟悉的计算机控制系统，并说明与常规连续模拟控制系统相比的优点。
- 1-2 利用计算机及接口技术的知识，提出一个用同一台计算机控制多个被控参量的分时巡回控制方案。
- 1-3 题图 1-3 是模拟式雷达天线俯仰角位置伺服控制系统原理示意图，试把该系统改造为计算机控制系统，画出原理示意图及系统结构图。



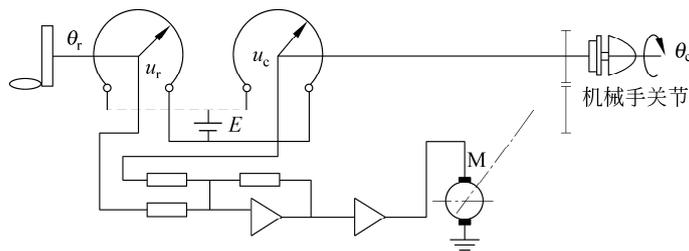
题图 1-3 模拟式雷达天线俯仰角位置伺服控制系统原理示意图

- 1-4 水位高度控制系统如题图 1-4 所示。水箱水位高度指令由  $W_1$  电位计指令电压  $u$  确定，水位实际高度  $h$  由浮子测量，并转换为电位计  $W_2$  的输出电压  $u_h$ 。用水量  $Q_1$  为系统干扰。当指令高度给定后，系统保持给定水位，如打开放水管路后，水位下降，系统将控制电机，打开进水阀门，向水箱供水，最终保持水箱水位为指令水位。试把该系统改造为计算机控制系统。画出原理示意图及系统结构图。



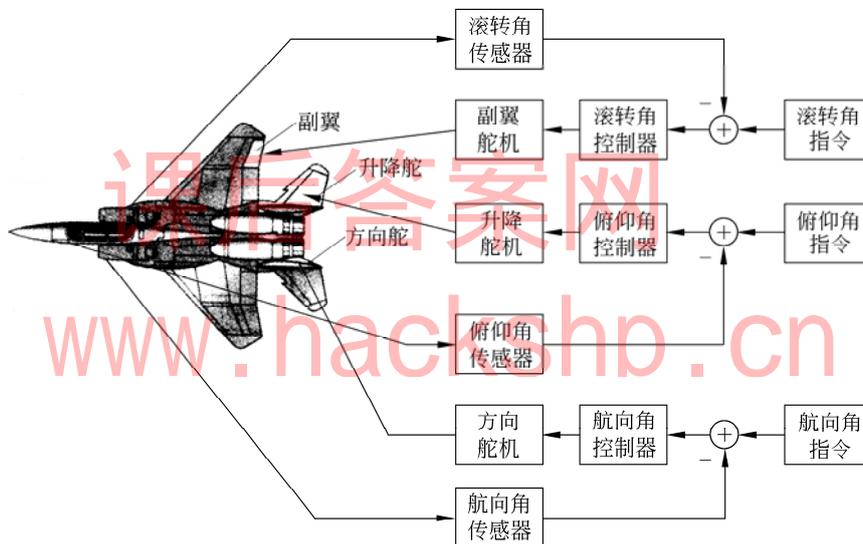
题图 1-4 水箱水位控制系统原理示意图

1-5 题图 1-5 为一机械手控制系统示意图。将其控制器改造为计算机实现, 试画出系统示意图及控制系统结构图。



题图 1-5 机械手控制系统示意图

1-6 现代飞机普遍采用数字式自动驾驶仪稳定飞机的俯仰角、滚转角和航向角。连续模拟式控制系统结构示意图如题图 1-6 所示。图中所有传感器、舵机及指令信号均为连续模拟信号。试把该系统改造为计算机控制系统, 画出系统结构图。



题图 1-6 飞机连续模拟式姿态角控制系统结构示意图

## 第 2 章 习 题

2-1 下述信号被理想采样开关采样, 采样周期为  $T$ , 试写出采样信号的表达式。

(1)  $f(t) = 1(t)$       (2)  $f(t) = te^{-at}$       (3)  $f(t) = e^{-at} \sin(\omega t)$

解:

$$(1) f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} 1(kT) \delta(t - kT);$$

$$(2) f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} (kT) e^{-akT} \delta(t - kT)$$

2-2 已知  $f(t)$  的拉氏变换式  $F(s)$ , 试求采样信号的拉氏变换式  $F^*(s)$  (写成闭合形式)。

$$(1) F(s) = \frac{1}{s(s+1)} \quad (2) F(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

解：

(1) 首先进行拉氏反变换，得  $f(t) = 1 - e^{-t}$ ；

$$F^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)e^{-kTs} = \sum_{k=0}^{\infty} (1 - e^{-kT})e^{-kTs} = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-kTs} - \sum_{k=0}^{\infty} e^{-kT(s+1)}$$

因为  $\sum_{k=0}^{\infty} e^{-kTs} = 1 + e^{-Ts} + e^{-2Ts} + \dots = \frac{1}{1 - e^{-Ts}}$ ， $|e^{-Ts}| < 1$ ，(依等比级数公式)

类似， $\sum_{k=0}^{\infty} e^{-k(s+1)T} = \frac{1}{1 - e^{-T(s+1)}}$ ， $|e^{-T(s+1)}| < 1$ ，所以有

$$F^*(s) = \frac{1}{1 - e^{-Ts}} - \frac{1}{1 - e^{-T(s+1)}}$$

**2-3** 试分别画出  $f(t) = 5e^{-10t}$  及其采样信号  $f^*(t)$  的幅频曲线（设采样周期  $T=0.1s$ ）。

解：连续函数  $f(t) = 5e^{-10t}$  的频率特性函数为： $F(j\omega) = \frac{5}{10 + j\omega}$ 。

连续幅频曲线可以用如下 MATLAB 程序绘图：

```
step=0.1;
Wmax=100;
w2=-Wmax;
y2=5*abs(1/(10+w2*i));
W=[w2; Y=[y2];
for w=-Wmax:step:Wmax
    y=5*abs(1/(10+w*i));
    W=[W,w]; Y=[Y,y];
end
plot(W,Y); axis([-Wmax Wmax 0 0.6])
grid
```

结果如图 2-3-1 所示。

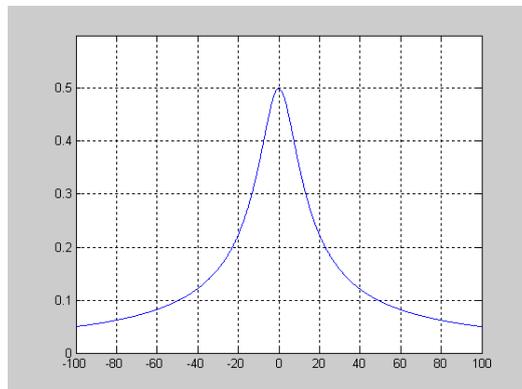


图 2-3-1

该函数的采样信号幅频谱数学表达式为

$$F^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(j\omega + jn\omega_s)$$

$$|F^*(j\omega_s)| \approx \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |F(j\omega + jn\omega_s)| \approx \frac{1}{T} \sum_{n=-N}^N |F(j\omega + jn\omega_s)|$$

显然，采用的项数  $N$  越大，则计算得到的值越逼近于实际值。这里采用  $N = 9$  来进行计算。采样幅频曲线可以用如下 MATLAB 程序绘图：

```
T=0.1; %采样周期
ws=2*pi/T; %采样频率
num=50; %每个采样周期的计算点数
step=ws/num; %计算步长
Wmax=150; %画图显示的频率范围
GW=4*Wmax; %计算的频率范围
g0=(1/T)*5*abs(1/(1+10*GW*i)); G00=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW+ws)*i)); G11=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW-ws)*i)); G12=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW+2*ws)*i)); G21=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW-2*ws)*i)); G22=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW+3*ws)*i)); G31=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW-3*ws)*i)); G32=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW+4*ws)*i)); G41=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW-4*ws)*i)); G42=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW+5*ws)*i)); G51=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW-5*ws)*i)); G52=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW+6*ws)*i)); G61=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW-6*ws)*i)); G62=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW+7*ws)*i)); G71=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW-7*ws)*i)); G72=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW+8*ws)*i)); G81=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW-8*ws)*i)); G82=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW+9*ws)*i)); G91=[g0];
g0=(1/T)*5*abs(1/(10+(GW-9*ws)*i)); G92=[g0];
```

其余类似，最后可得，结果如图 2-3-2 所示。

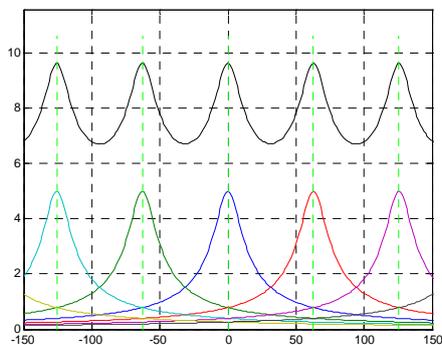


图 2-3-2

**2-4** 若数字计算机的输入信号为  $f(t) = 5e^{-10t}$ ，试根据采样定理选择合理的采样周期  $T$ ，设信号中的最高频率为  $\omega_m$  定义为  $|F(j\omega_m)| = 0.1|F(0)|$ 。

解：  $F(s) = \frac{5}{s+10}$ ；  $F(j\omega) = \frac{5}{j\omega+10}$ ；

所以有  $\frac{5}{\sqrt{\omega_{\max}^2 + 10^2}} = 0.1|F(0)| = \frac{0.1 \times 5}{10} = 0.05$ ，

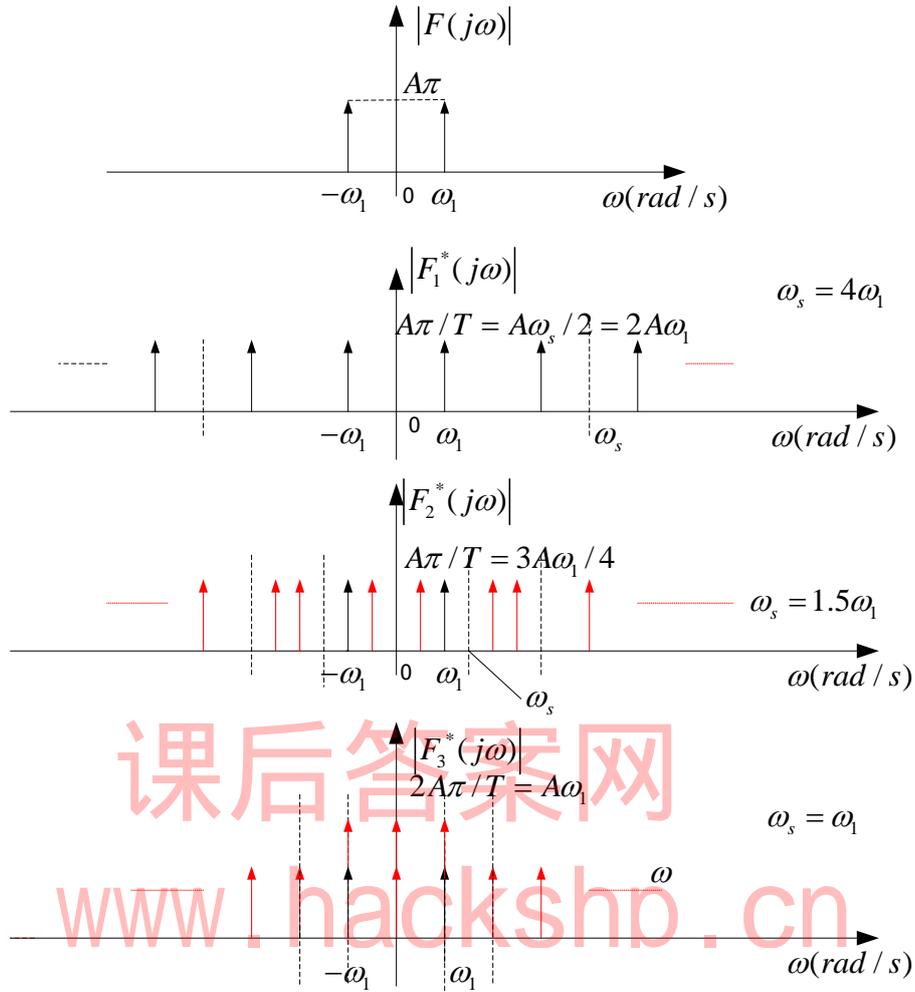
$$0.05^2(\omega_{\max}^2 + 10^2) = 25$$

由此可得  $\omega_{\max} = 99.5$ ；

依采样定理得：  $\omega_s > 2\omega_{\max} = 199 \text{ rad/s}$ 。

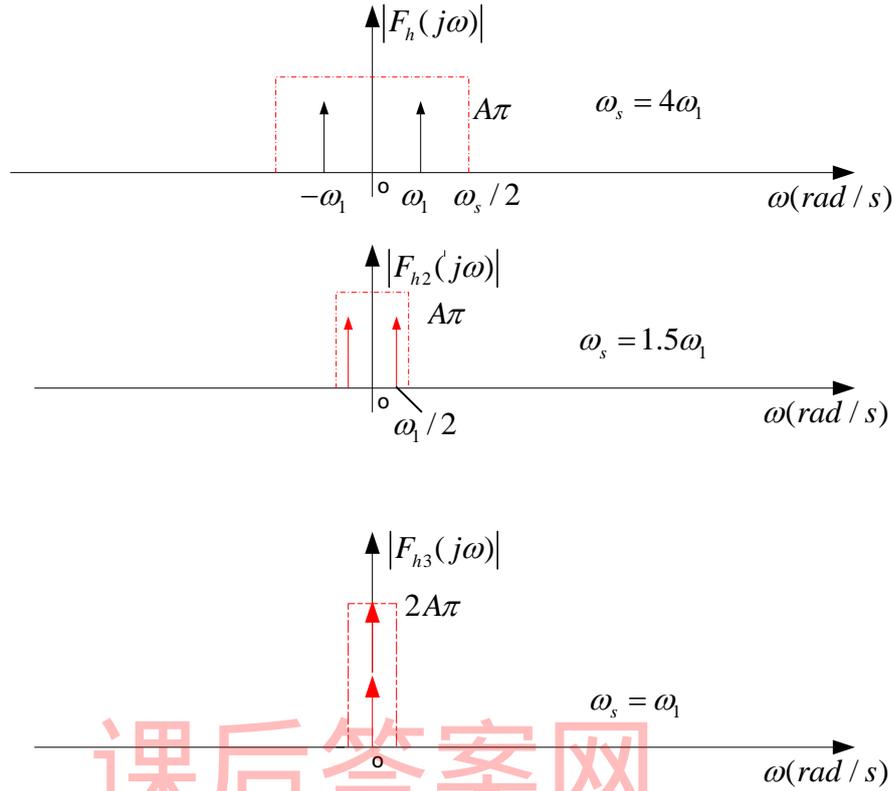
**2-5** 已知信号  $x = A\cos(\omega_1 t)$ ，试画出该信号的频谱曲线以及它通过采样器和理想滤波器以后的信号频谱。设采样器的采样频率分别为  $4\omega_1$ ， $1.5\omega_1$ ，和  $\omega_1$  这 3 种情况。解释本题结果。

解：  $\cos(\omega_1 t)$  的频谱为脉冲，如题图 2-5-1 所示。



题图 2-5-1

当采样频率  $\omega_s = 4\omega_1$  时，采样频谱如题图 2-5-1 所示。由于满足采样定理，通过理想滤波器后，可以不失真恢复原连续信号。（见题图 2-5-2）



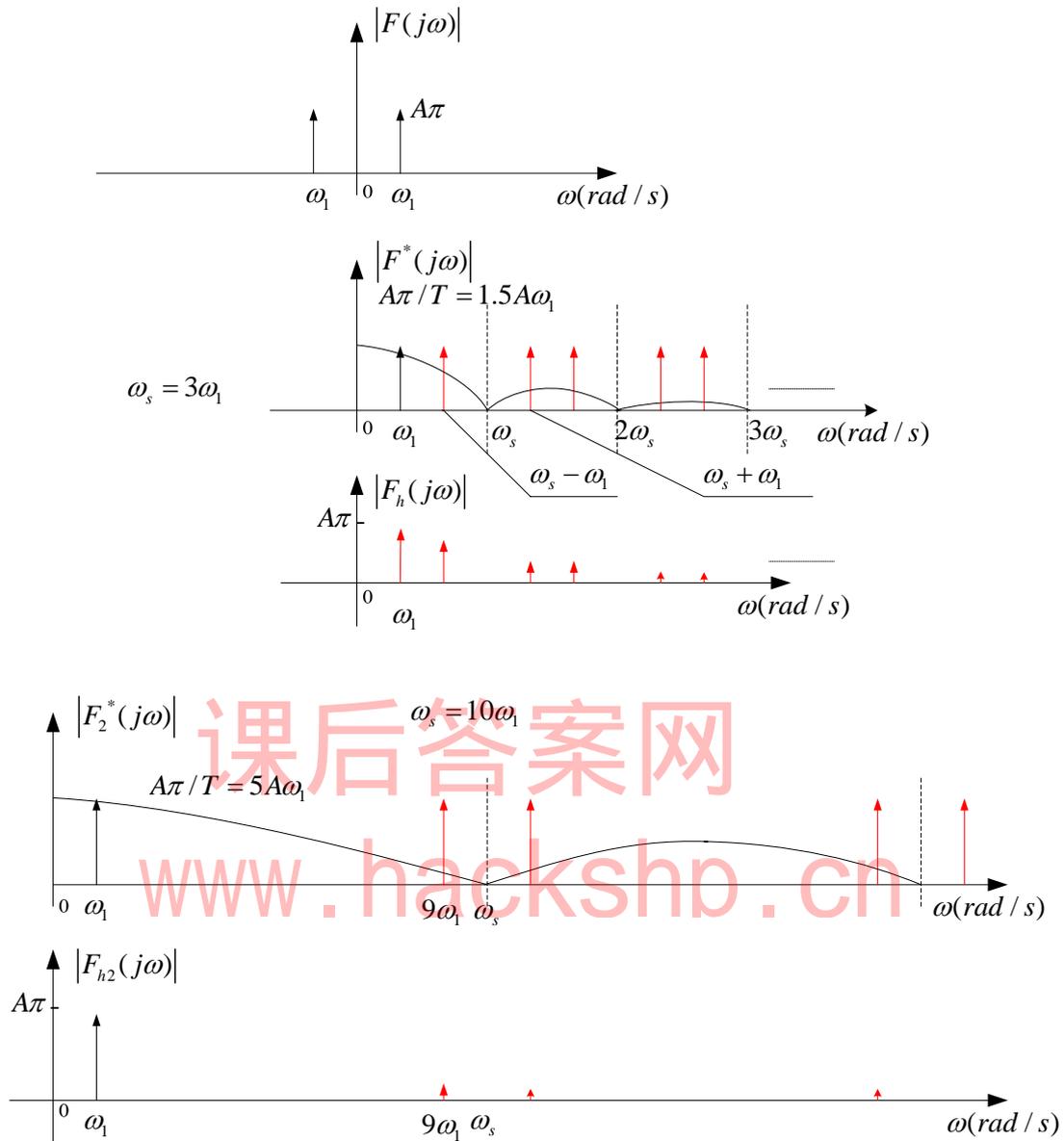
题图 2-5-2

当采样频率  $\omega_s = 1.5\omega_1$  时，采样频谱如题图 2-5-1 所示。由于不满足采样定理，采样频率发生折叠，当通过理想滤波器后，只保留了折叠后的低频信号，其频率为  $1.5\omega_1 - \omega_1 = 0.5\omega_1$ 。（见题图 2-5-2）

当采样频率  $\omega_s = \omega_1$  时，采样频谱如题图 2-5-1 所示。由于不满足采样定理，采样频率发生折叠，折叠后的低频信号位于  $\omega = 0$  处，当通过理想滤波器后，只保留了折叠后的低频信号，其频率为  $\omega = 0$ ，即直流信号。（见题图 2-5-2）

**2-6** 已知信号  $x = A\cos(\omega_1 t)$ ，通过采样频率  $\omega_s = 3\omega_1$  的采样器以后，又由零阶保持器恢复成连续信号，试画出恢复以后信号的频域和时域曲线；当  $\omega_s = 10\omega_1$  时，情况又如何？比较结果。

解：本题信号的频谱为脉冲，如题图 2-6(a)所示。



题图 2-6

该信号通过采样频率  $\omega_s = 3\omega_1$  的采样器，又由零阶保持器恢复成连续信号，该恢复信号的频域频谱如图 2-6(b)所示。

该信号通过采样频率  $\omega_s = 10\omega_1$  的采样器，又由零阶保持器恢复成连续信号，该恢复信号的频域频谱如图 2-6(c)所示。

结果表明，当采样频率较低时，零阶保持器输出阶梯较大，高频分量较大。  
时域曲线（这里省略）

**2-7** 已知信号  $x = \sin(t)$  和  $y = \sin(4t)$ ，若  $\omega_s = 1, 3, 4$ ，试求各采样信号的  $x(kT)$  及  $y(kT)$ ，并说明

由此结果所得结论。

解:  $x(kT) = \sin(kT) = \sin(2\pi k / \omega_s)$ ;  $y(kT) = \sin(4kT) = \sin(8\pi k / \omega_s)$

$\omega_s = 1, x(kT) = \sin(2\pi k / \omega_s) = \sin(2\pi k) = 0$ ;  $y(kT) = \sin(8\pi k) = 0$

$\omega_s = 3, x(kT) = \sin(2\pi k / \omega_s) = \sin(2\pi k / 3)$ ;

$y(kT) = \sin(4kT) = \sin(8\pi k / \omega_s) = \sin(8\pi k / 3) = \sin(2\pi k + 2\pi k / 3) = \sin(2\pi k / 3)$ 。

$\omega_s = 4, x(kT) = \sin(2\pi k / \omega_s) = \sin(2\pi k / 4) = \sin(\pi k / 2)$ ;

$y(kT) = \sin(4kT) = \sin(8\pi k / \omega_s) = \sin(8\pi k / 4) = \sin(2\pi k)$

结果表明, 不满足采样定理, 高频信号将变为低频信号。

**2-8** 试证明 ZOH 传递函数  $G_h(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$  中的  $s=0$  不是  $G_h(s)$  的极点, 而  $Y(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s^2}$

中, 只有一个单极点  $s=0$ 。

证明:  $G_h(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \approx \frac{1 - (1 - sT + (-sT)^2/2 + \dots)}{s} = T - \frac{T^2 s}{2} + \dots$

可见, ZOH 传递函数  $G_h(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$  中的  $s=0$  不是  $G_h(s)$  的极点, 表明该传递函数实际上不存在积分环节。

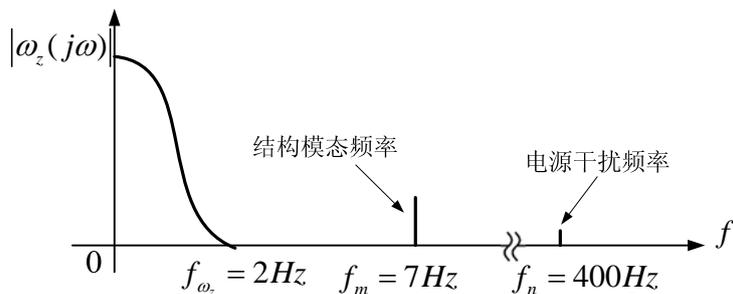
类同的方法可以证明  $Y(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s^2}$  只有一个  $s=0$  极点。

**2-9** 若已知  $f(t) = \cos(\omega t)$  的采样信号拉氏变换  $F^*(s) = \frac{1 - \cos(\omega T)e^{-sT}}{1 - 2\cos(\omega T)e^{-sT} + e^{-2sT}}$ , 试问

$\omega_s = \omega, \omega_s = 4\omega$  时,  $F^*(s) = ?$ , 并就所得结果进行说明。

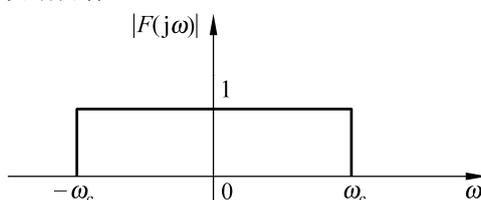
**2-10** 若  $F(s) = 1/s$ , 试由此证明,  $s = \pm jm\omega_s$  均为  $F^*(s)$  的极点 ( $m$  为正整数), 并说明  $F^*(s)$  的零点与  $F(s)$  零点的关系。

**2-11** 若飞机俯仰角速度信号  $\omega_z$  测试得到的频谱如题图 2-11 所示, 若采样周期  $T=0.0125s$ , 试画出采样信号  $\omega_z^*$  的频谱图形, 由此可得什么结论。



题图 2-11 飞机俯仰角速度信号  $\omega_z$  测试频谱

2-12 若连续信号的频谱如题图 2-12 所示，若采样频率分别为  $\omega_s > 2\omega_c$ ,  $\omega_s = 2\omega_c$ ,  $\omega_s < 2\omega_c$  时，试画出采样信号的频谱。



题图 2-12 连续信号的频谱

2-13 若信号  $f(t) = \cos \omega_1 t$  被理想采样开关采样，并通过零阶保持器，试画出零阶保持器输出信号的频谱。假定  $\omega_1$  分别大于和小于奈奎斯特频率  $\omega_N$ 。

2-14 若  $f(t) = 5 \sin 3t$  加到采样-零阶保持器上，采样周期  $T = \pi/6$ 。

- (1) 该保持器在  $\omega=3\text{rad/s}$  处有一输出分量，试求它的幅值与相位；
- (2) 对  $\omega=15\text{rad/s}$ 、 $\omega=27\text{rad/s}$ ，重复上述计算。

2-15 已知采样周期  $T=0.5\text{s}$ ，试问在系统截止频率  $\omega_c=2\text{rad/s}$  处，零阶保持器所产生的相移为多少？若使零阶保持器所产生的相移为  $-5^\circ$ ，试问应取多大的采样周期。

2-16 已知连续信号  $x(t)=\sin(\omega_1 t)$ ， $\omega_s=4\omega_1$ ，试画出题图 2-16 上 A、B、C 点的波形图。

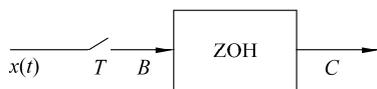


图 2-16 采样——保持示意图

2-17 已知连续信号  $f(t) = \cos(50t)$ ，采样频率  $\omega_s = 50\text{rad/s}$ ，试说明该信号采样后又通过零阶保持器后，恢复为一直流信号。

2-18 一阶保持器在数学仿真中常有应用，试推导一阶保持器的传递函数。

### 第 3 章 习 题

3-1 求下列各连续函数的采样信号的拉普拉斯变换式（写成闭合形式）。

(1)  $f(t) = 1(t)$                       (2)  $f(t) = a^t$

解: (1)  $F(s) = \sum_{k=0}^{\infty} 1 \cdot e^{-kTs} = 1 + e^{-Ts} + e^{-2Ts} + \dots = \frac{1}{1 - e^{-Ts}} = \frac{e^{Ts}}{e^{Ts} - 1}, |e^{-Ts}| < 1$

(2)  $F(s) = Z[a^t] = \sum_{k=0}^{\infty} a^{kT} e^{-kTs} = 1 + a^T e^{-Ts} + a^{2T} e^{-2Ts} + \dots = \frac{1}{1 - a^T e^{-Ts}} = \frac{e^{Ts}}{e^{Ts} - a^T}, |a^T e^{-Ts}| < 1$

**3-2** 根据  $z$  变换定义, 求 3-1 题各函数的  $z$  变换, 并与 3-1 题的结果相比较。

(1)  $F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} 1 \cdot z^{-k} = 1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots = \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{z}{z - 1}, |z^{-1}| < 1;$

(2)  $F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a^{kT} z^{-k} = 1 + a^T z^{-1} + a^{2T} z^{-2} + \dots = \frac{1}{1 - a^T z^{-1}} = \frac{z}{z - a^T}, |a^T z^{-1}| < 1$

**3-3** 试用  $z$  变换定义求下列脉冲序列的  $z$  变换。

(1)  $f(k) = 0, 1, 0, 1, \dots$                       (2)  $f(k) = 1, -1, 1, -1, \dots$

解: (1)  $F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) z^{-k} = z^{-1} + z^{-3} + z^{-5} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} z^{-(2k-1)} = \frac{z^{-1}}{1 - z^{-2}} = \frac{z}{z^2 - 1}$

**3-4** 利用  $z$  变换性质求下列函数的  $z$  变换。

(1)  $f(t) = t$                       (2)  $f(t) = t \cdot 1(t - T)$                       (3)  $f(t) = t^2$                       (4)  $f(t) = t^2 e^{-at}$

解: (1)  $Z[t] = Z[t \cdot 1(t)] = Z[kT] = \sum_{k=0}^{\infty} kT z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} kT z^{-k-1} z = \sum_{k=0}^{\infty} (-T) \frac{d}{dz} (z^{-k}) z$   
 $= -Tz \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d}{dz} z^{-k} = -Tz \frac{d}{dz} \left( \sum_{k=0}^{\infty} 1 \cdot z^{-k} \right)$

依微分定理, 进一步可得

$$Z[kT] = -Tz \frac{d}{dz} \left( \sum_{k=0}^{\infty} 1 \cdot z^{-k} \right) = -Tz \frac{d[1(z)]}{dz} = -Tz \frac{d}{dz} \left( \frac{z}{z-1} \right) = -Tz \frac{z-1-z}{(z-1)^2} = \frac{Tz}{(z-1)^2}$$

(2)  $Z[t \cdot 1(t - T)] = -Tz \frac{d}{dz} \left( z^{-1} \frac{z}{z-1} \right) = \frac{Tz}{(z-1)^2}$

(3)  $Z[t^2] = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 T^2 z^{-k} = T^2 \sum_{k=0}^{\infty} (-1) z \frac{d}{dz} (kz^{-k}) = -T^2 z \frac{d}{dz} \sum_{k=0}^{\infty} kz^{-k}$   
 $= -T^2 z \frac{d}{dz} \left[ \frac{z}{(z-1)^2} \right] = \frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$

**3-5** 利用不同方法求下列函数的  $z$  反变换。

(1)  $F(z) = \frac{z}{z - 0.5}$                       (2)  $F(z) = \frac{(1 - e^{-T})z}{(z-1)(z - e^{-T})}$                       (3)  $F(z) = \frac{z}{(z-2)(z-1)^2}$

解: (1) 查表,  $f(k) = 0.5^k$ ,  $f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} 0.5^k \delta(t - kT)$

$$(3) \frac{F(z)}{z} = \frac{1}{(z-2)(z-1)^2} = \frac{1}{z-2} - \frac{1}{z-1} - \frac{1}{(z-1)^2}, \text{查表可得}$$

$$f(kT) = 2^k - 1 - k, \quad f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} (2^k - 1 - k) \delta(t - kT)$$

3-6 试确定下列函数的初值及终值。

$$(1) E(z) = \frac{z^2}{(z-0.5)(z-1)} \quad (2) E(z) = \frac{z^2}{(z-0.8)(z-0.1)}$$

解:

$$(1) \text{初值} \quad e(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} E(z) = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z^2}{(z-0.5)(z-1)} = 1$$

$$\text{终值} \quad e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)E(z) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \frac{z^2}{(z-0.5)(z-1)} = 2$$

3-7 用 z 变换法求解下列差分方程。

$$(1) c(k+1) - bc(k) = r(k), \text{已知输入信号 } r(k) = a^k, \text{初始条件 } c(0) = 0.$$

$$(2) c(k+2) + 4c(k+1) + 3c(k) = 2k, \text{已知初始条件 } c(0) = c(1) = 0.$$

$$(3) c(k+2) + 5c(k+1) + 6c(k) = 0, \text{已知初始条件 } c(0) = 0, c(1) = 1.$$

求  $c(k)$ 。

解:

(1) 对差分方程进行 z 变换, 得

$$(z-b)C(z) = \frac{z}{z-a}, \text{所以, } C(z) = \frac{z}{(z-a)(z-b)} = \frac{1}{(a-b)} \left( \frac{z}{z-a} - \frac{z}{z-b} \right),$$

z 反变换, 得  $c(k) = \frac{1}{a-b} (a^k - b^k)$

(2) 对差分方程进行 z 变换, 得

$$(z^2 + 4z + 3)C(z) = \frac{2}{T} Z[kT] = \frac{2z}{(z-1)^2}, \quad C(z) = \frac{2z}{(z-1)^2(z^2 + 4z + 3)},$$

$$\frac{C(z)}{z} = \frac{2}{(z-1)^2(z+1)(z+3)} = \frac{A}{(z-1)^2} + \frac{B}{(z-1)} + \frac{C}{(z+1)} + \frac{D}{(z+3)}$$

$$A = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{d}{dz} \left[ \frac{2}{z^2 + 4z + 3} \right] = -3/16; \quad B = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \frac{C(z)}{z} = 1/4;$$

$$C = \frac{2}{(z-1)^2(z+3)} \Big|_{z=-1} = 1/4; \quad D = \frac{2}{(z-1)^2(z+1)} \Big|_{z=-3} = -1/16.$$

$$C(z) = \frac{1}{4} \frac{z}{(z-1)^2} - \frac{3}{16} \frac{z}{(z-1)} + \frac{1}{4} \frac{z}{(z+1)} - \frac{1}{16} \frac{z}{(z+3)}$$

$$z \text{ 反变换, } c(k) = \frac{1}{16} [4k - 3 + 4(-1)^k - (-3)^k]$$

**3-8** 已知以下离散系统的差分方程，求系统的脉冲传递函数。

$$(1) c(k) + 0.5c(k-1) - c(k-2) + 0.5c(k-3) = 4r(k) - r(k-2) - 0.6r(k-3);$$

$$(2) c(k+3) + a_1c(k+2) + a_3c(k) = b_0r(k+3) + b_2r(k+1) + b_3r(k) \text{ 且初始条件为零。}$$

解：

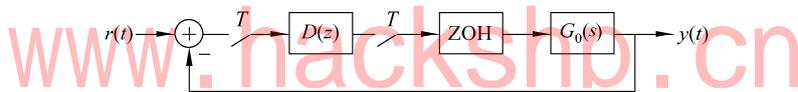
(1) 对差分方程进行  $z$  变换，得

$$(1 + 0.5z^{-1} - z^{-2} + 0.5z^{-3})C(z) = (4 - z^{-2} - 0.6z^{-3})R(z)$$

$$G(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{(4 - z^{-2} - 0.6z^{-3})}{(1 + 0.5z^{-1} - z^{-2} + 0.5z^{-3})}$$

**3-9** 试列出题图 3-9 所示计算机控制系统的状态方程和输出方程。图中

$$D(z) = (1 + 0.5z^{-1}) / (1 + 0.2z^{-1}), G_0(s) = 10(s+5) / s^2, T = 0.1s。$$



题图 3-9 题 3-9 系统框图

解：(1) 被控对象离散化：

$$G(z) = Z\left[\frac{1 - e^{-sT}}{s} \frac{10(s+5)}{s^2}\right] = 10(1 - z^{-1}) \left[ \frac{Tz}{(z-1)^2} + \frac{5T^2 z(z+1)}{(z-1)^3} \right] = \frac{1.25(z-0.6)}{(z-1)^2}$$

依串行法写状态方程：

$$G(z) = \frac{1.25}{(z-1)} \frac{(z-0.6)}{(z-1)}$$

$$x_1(k+1) = x_1(k) + 1.25u(k)$$

$$x_2(k+1) = x_2(k) + x_1(k+1) - 0.6x_1(k)$$

$$= x_2(k) + [x_1(k) + 1.25u(k)] - 0.6x_1(k) = 0.4x_1(k) + x_2(k) + 1.25u(k)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.25 \\ 1.25 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = x_2(k)$$

(2) 控制器离散化

$$D(z) = \frac{z+0.5}{z+0.2} = 1 + \frac{0.3}{z+0.2}$$

状态方程为  $x_3(k+1) = -0.2x_3(k) + 0.3e(k)$

$$u(k) = x_3(k) + e(k)$$

$$e(k) = r(k) - y(k)$$

(3) 闭环系统方程

$$x_1(k+1) = x_1(k) + 1.25x_3(k) + 1.25r(k) - 1.25x_2(k)$$

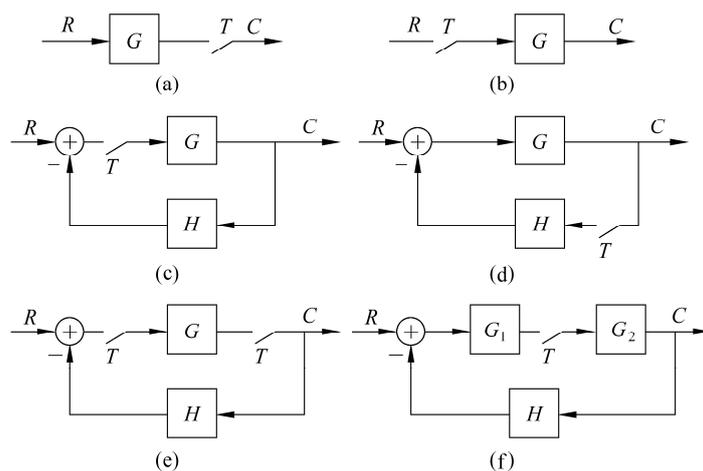
$$x_2(k+1) = 0.4x_1(k) + x_2(k) + 1.25x_3(k) + 1.25r(k) - 1.25x_2(k)$$

$$x_3(k+1) = -0.2x_3(k) + 0.3r(k) - 0.3x_2(k)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1.25 & 1.25 \\ 0.4 & -0.25 & 1.25 \\ 0 & -0.3 & -0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.25 \\ 1.25 \\ 0.3 \end{bmatrix} r(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix}$$

3-10 试用  $C(z)$  表示题图 3-10 所列系统的输出, 指出哪些系统可以写出输出对输入的脉冲传递函数, 哪些不能写出。



题图 3-10 习题 3-10 所示系统

解:

(a) 不能,  $C(z) = RG(z)$ ;

(b) 能 (输出加虚拟开关),  $C(z) = R(z)G(z)$ ;

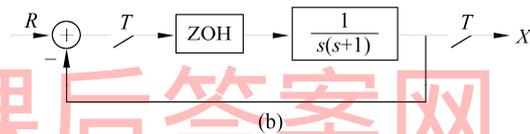
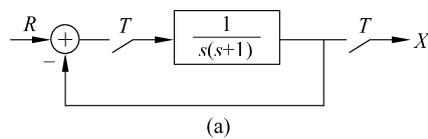
(c) 能 (输出加虚拟开关),  $C(z) = \frac{R(z)G(z)}{1+GH(z)}$ ;

(d) 不能,  $C(z) = \frac{RG(z)}{1+GH(z)}$ ;

(e) 能,  $C(z) = \frac{R(z)G(z)}{1+G(z)H(z)}$ ;

(f) 不能,  $C(z) = \frac{RG_1(z)G_2(z)}{1+G_2HG_1(z)}$

3-11 试分别求如题图 3-11 所示的两个系统的阶跃响应采样序列, 并比较其结果可得什么结论 (设  $T=1$  秒)。



题图 3-11 系统方块图

解: (a)  $G(z) = Z \left[ \frac{1}{s(s+1)} \right] = \frac{z(1-e^{-T})}{(z-1)(z-e^{-T})}$ ;  $R(z) = \frac{z}{z-1}$

$$C(z) = \frac{G(z)}{1+G(z)} R(z) = \frac{0.632z^2}{(z-1)(z^2 - 0.735z + 0.368)}$$

通过长除法, 得  $C(z) = 0.632z^{-1} + 1.096z^{-2} + 1.205z^{-3} + 1.2z^{-4} + 1.104z^{-5} + 0.98z^{-6} + \dots$

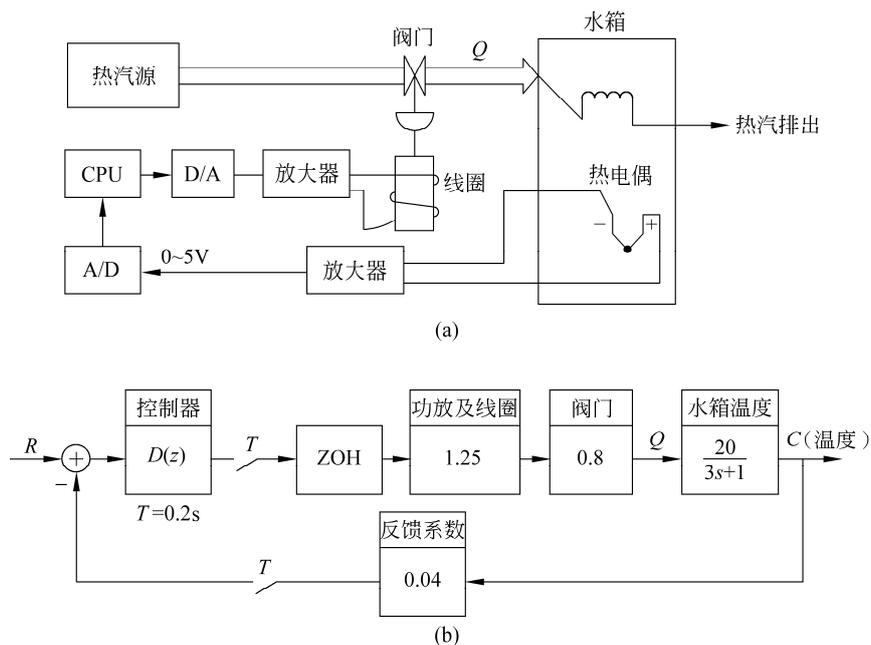
(b)  $G(z) = Z \left[ \frac{1-e^{-Ts}}{s^2(s+1)} \right] = \frac{0.368z + 0.264}{(z-1)(z-0.368)}$ ;

$$C(z) = \frac{G(z)}{1+G(z)} R(z) = \frac{(0.368z + 0.264)z}{(z-1)(z^2 - z + 0.632)}$$

通过长除法, 得  $C(z) = 0.368z^{-1} + 1.0z^{-2} + 1.4z^{-3} + 1.4z^{-4} + 1.147z^{-5} + 0.894z^{-6} + \dots$

比较可见, 加入零阶保持器后, 系统响应升起较慢, 振荡性加强, 稳定性差。

3-12 热蒸汽加热系统如题图 3-12(a)所示。进气阀门开度由线圈控制的铁心带动。水箱内水温由热电偶检测。系统方块图如题图 3-12(b)所示。若  $D(z)=1$ ,  $T=0.2$  秒, 试求闭环传递函数、单位阶跃响应和稳态值。



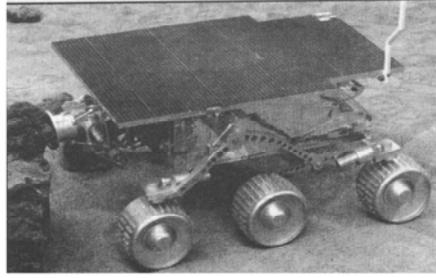
题图 3-12 习题 3-12 加热系统结构图

解： 
$$G(z) = Z \left[ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \cdot 1.25 \times 0.8 \frac{20}{3s+1} \right] = \frac{1.28}{z - 0.936}$$

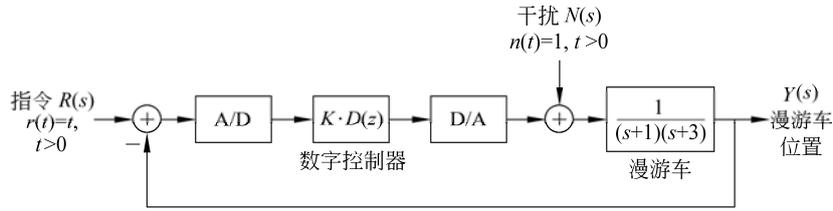
$$\Phi(z) = \frac{G(z)D(z)}{1 + 0.04G(z)D(z)} = \frac{1.28}{z - 0.885}$$

$$c(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \frac{1.28}{z - 0.885} \frac{z}{z-1} = 11.1$$

- 3-13** 题图 3-13(a)是以太阳能作动力的“逗留者号”火星漫游车，由地球上发出的路径控制信号  $r(t)$  对该装置实施摇控，控制系统结构如题图 3-13 (b)所示，其中  $n(t)$  为干扰（如岩石）信号。控制系统的主要任务就是保证漫游车对斜坡输入信号  $r(t) = t (t > 0)$  具有较好的动态跟踪性能，并对干扰信号具有较好的抑制能力。若令数字控制器  $D(z) = 1$  和增益  $K = 2$ ，试求输出对输入信号及干扰信号  $n$  的输出表达式（设  $T=0.1$  秒）。



(a)



(b)

题图 3-13 火星漫游车控制系统

$$\text{解: } G(z) = (1 - z^{-1})Z \left[ \frac{1 \times 3}{3s(s+1)(s+3)} \right]$$

$$= 0.333(1 - z^{-1}) \left[ \frac{z}{z-1} - \frac{3z}{2(z-e^{-T})} + \frac{z}{2(z-e^{-3T})} \right] = \frac{0.004125(z+1)}{(z-0.74)(z-0.905)}$$

$$\phi(z) = \frac{KD(z)G(z)}{1 + KD(z)G(z)} = \frac{2 \times 0.004125(z+1)}{(z-0.74)(z-0.905) + 2 \times 0.004125(z+1)} = \frac{0.00825(z+1)}{z^2 - 1.640z + 0.678}$$

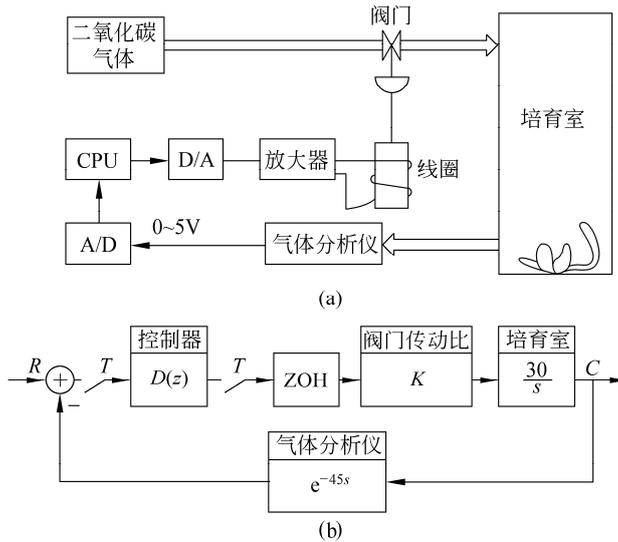
$$Y_N(z) = \frac{GN(z)}{1 + KD(z)G(z)} ;$$

$$GN(z) = Z \left[ \frac{1}{s(s+1)(s+3)} \right] = 0.33 \left[ \frac{z}{z-1} - \frac{3z}{2(z-e^{-T})} + \frac{z}{2(z-e^{-3T})} \right]$$

$$= \frac{0.004125(z+1)z}{(z-0.74)(z-0.905)(z-1)}$$

$$Y_N(z) = \frac{GN(z)}{1 + KD(z)G(z)} = \frac{0.004125(z+1)z}{(z^2 - 1.640z + 0.678)(z-1)}$$

**3-14** 气体成分控制系统如题图 3-14(a)所示。其中阀门开度由线圈控制的铁心位移控制。培育室内二氧化碳含量由气体分析仪测定，气体分析仪是一个时滞环节。系统动态结构图如题图 3-14(b)所示。若采样周期  $T = 45 \text{ s}$ ，试求闭环传递函数。令  $k=1$ ， $D(z)=1$ 。



题图 3-14 习题 3-14 气体成分控制系统

解： 
$$G(z) = Z \left[ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{30}{s} \right] = (1 - z^{-1}) \frac{30Tz}{(z-1)^2} = \frac{30T}{z-1};$$

$$GH(z) = Z \left[ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{30}{s} e^{-Ts} \right] = (1 - z^{-1}) Z \left[ \frac{30}{s^2} e^{-Ts} \right]$$

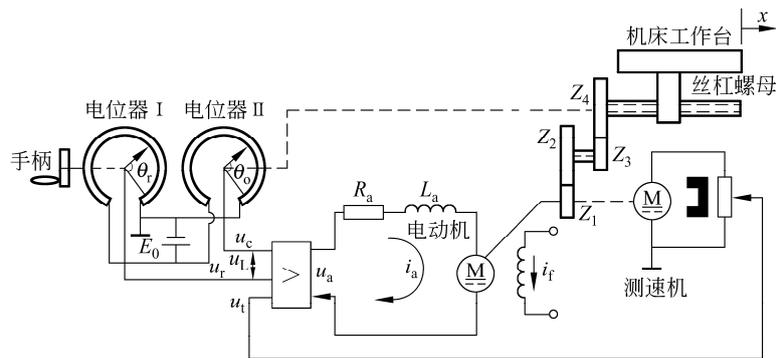
其中 
$$Z \left[ \frac{30}{s^2} e^{-Ts} \right] = Z \left[ L^{-1} \left[ \frac{30}{s^2} e^{-Ts} \right] \right] = Z [30t(t-T)] = 30z^{-1} \frac{Tz}{(z-1)^2} = 30 \frac{T}{(z-1)^2}$$

所以， 
$$GH(z) = (1 - z^{-1}) \frac{30T}{(z-1)^2} = \frac{30T}{z(z-1)}$$

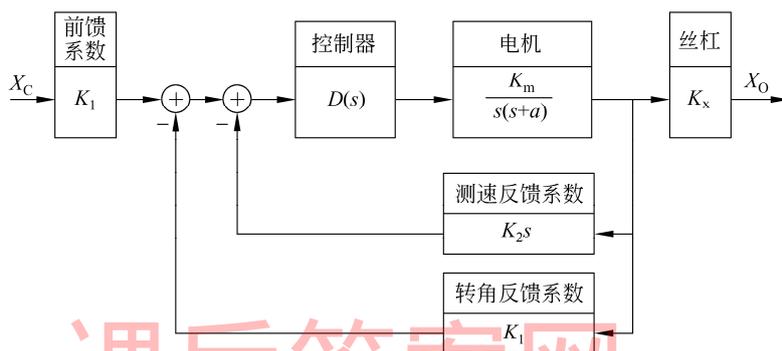
$$\Phi(z) = \frac{D(z)G(z)}{1 + D(z)GH(z)} = \frac{30Tz}{z(z-1) + 30T}$$

若采样周期  $T = 45 s$ ，则有 
$$\Phi(z) = \frac{1350z}{z^2 - z + 1350}$$

**3-15** 车床进给伺服系统如题图 3-15(a)所示。电动机通过齿轮减速机构带动丝杠转动，进而使工作台面实现直线运动。该系统为了改善系统性能，利用测速电机实现测速反馈。试将该系统改造为计算机控制系统。连续系统的结构框图如题图 3-15(b)所示。若  $D(s)=1$ ，试求数字闭环系统传递函数。令  $T=0.1s$ ， $K_1=K_x=1$ ， $K_2=0.1$ ， $K_m=40$ ， $a=2$ 。



(a)



(b)

题图 3-15 习题 3-15 车床进给伺服系统

解：在控制器之后加入 D/A 变换器，在转角及测速传感器之后加入 A/D 变换器，输入信号可以认为是数字信号。

$$G(z) = Z \left[ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{40}{s(s+2)} \right] = (1 - z^{-1}) Z \left[ \frac{40}{s^2(s+2)} \right]$$

$$= 20(1 - z^{-1}) \left[ \frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{(1 - e^{-2T})z}{2(z-1)(z - e^{-2T})} \right] = \frac{0.2(z + 0.92)}{(z-1)(z - 0.818)}$$

因为  $H(s) = (0.1s + 1)$ ，所以有

$$GH(z) = Z \left[ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{40(0.1s + 1)}{s(s+2)} \right] = 4(1 - z^{-1}) Z \left[ \frac{(s+10)}{s^2(s+2)} \right]$$

该式的  $z$  变换，在一般  $z$  变换表难于查到，但稍做处理即可求得：

$$Z \left[ \frac{(s+10)}{s^2(s+2)} \right] = Z \left[ \frac{1}{s(s+2)} + \frac{10}{s^2(s+2)} \right] = \frac{0.5z(1 - e^{-2T})}{(z-1)(z - e^{-2T})} + 5 \left[ \frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{0.5(1 - e^{-2T})z}{(z-1)(z - e^{-2T})} \right]$$

$$= \frac{5Tz}{(z-1)^2} - \frac{2z}{(z-1)} + \frac{2z}{(z - e^{-2T})}$$

所以

$$GH(z) = 4(1 - z^{-1}) \left[ \frac{5Tz}{(z-1)^2} - \frac{2z}{(z-1)} + \frac{2z}{(z - e^{-2T})} \right] = \frac{0.544(z - 0.33)}{(z-1)(z - 0.818)}$$

$$\Phi(z) = \frac{D(z)G(z)}{1 + D(z)GH(z)} = \frac{0.2(z + 0.92)}{z^2 - 1.274z + 0.638}$$

3-16 采用部分分式展开法求以下函数的  $z$  变换。

$$(1) F(s) = \frac{a-b}{(s+a)(s+b)} \quad (2) F(s) = \frac{5}{s^2(s+1)}$$

3-17 序列  $f(k)$  的  $z$  变换为  $F(z) = \frac{z-1}{(z-1)(z+1)}$

- (1) 用终值定理求  $f(k)$  的终值;
- (2) 通过求  $F(z)$  的反变换检验上述结果。

3-18 已知采样系统的脉冲传递函数为

$$G(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^k}{\sum_{k=0}^N a_k z^k} \quad N \geq M$$

试证明 
$$c(k) = \sum_{k=0}^M \frac{b_k}{a_N} r((k-N+k)T) - \sum_{k=0}^{N-1} \frac{a_k}{a_N} c((k-N+k)T)$$

并用该式求取  $\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{z+1}{z^2-z+1}$  的  $c(k)$  值。

3-19 已知连续传递函数  $G(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)}$ , 试求取  $G(z) = Z\left[\frac{1-e^{-sT}}{s}G(s)\right]$ , 并讨论其零

点随采样周期的变化情况。

3-20 已连续传递函数  $G(s) = \frac{6(1-s)}{(s+3)(s+2)}$ , 如采用零阶保持器时, 试求取其脉冲传递函数,

并确定当采样周期为多大时, 其零点均在单位园内。

3-21 通常, 直流电动机可用下述连续传递函数或状态空间模型描述

$$G(s) = \frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{k_m}{s(T_m s + 1)}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -T & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_m \\ 0 \end{bmatrix} u$$

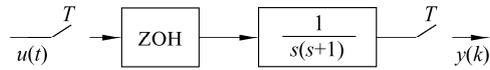
式中  $\Theta$  为电机转角,  $U$  为电机控制电压。若令  $k_m = 1, T_m = 1$ , 试确定

- (1) 通过零阶保持器采样时, 系统的离散状态空间模型;
- (2) 脉冲传递函数;
- (3) 输入与输出的差分方程;

(4) 脉冲传递函数极点与零点随采样周期变化的关系。

3-22 已知  $G(s) = \frac{1}{s} e^{-Ts}$ , 试求其脉冲传递函数, 并分析采样系统的极点和零点。

3-23 试用级数展开法求题图 3-23 系统离散状态方程, 并画出结构图。



题图 3-23 系统结构图

3-24 试推导下述连续系统相对应的具有零阶保持器的离散状态方程。(T=1s)

$$(1) \frac{d^2 y}{dt^2} + 3 \frac{dy}{dt} + 2y = \frac{du}{dt} + 3u$$

$$(2) \frac{d^3 y}{dt^3} = u$$

3-25 很多物理系统可以用下述方程描述

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & b \\ c & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f \\ g \end{bmatrix} u(t)$$

式中 a、b、c、d 是非负数, 试求采用零阶保持器时采样系统的方程。(注: 首先应证明系统极点为实极点)

## 课后答案网 第 4 章 习 题 www.hackshp.cn

4-1 s 平面上有 3 对极点, 分别为  $s_{1,2} = -1 \pm j1.5$ ,  $s_{3,4} = -1 \pm j8.5$ ,  $s_{5,6} = -1 \pm j11.5$ ,

$\omega_s = 10$ , 试求在 z 平面上相应极点的位置, 并绘出示意图。

解: (1) 对  $s_{1,2} = -1 \pm j1.5$ , 有:

$$z_{1,2} = e^{(-1 \pm j1.5)T}, T = 2\pi / \omega_s = 0.628;$$

$$R_{1,2} = e^{-0.628} = 0.534; \theta = \pm 1.5 \times 0.628 = \pm 0.942 \text{ rad} = \pm 54^\circ;$$

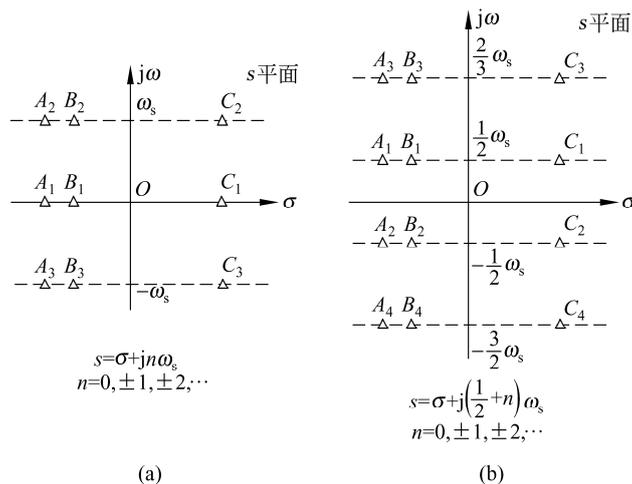
$$z_{1,2} = 0.53 \angle \pm 54^\circ$$

$$(2) z_{3,4} = e^{(-1 \pm j8.5) \times 0.628} = 0.53 \angle \pm 306^\circ = 0.53 \angle \pm 54^\circ$$

$$(3) z_{5,6} = e^{(-1 \pm j11.5) \times 0.628} = 0.53 \angle \pm 414^\circ = 0.53 \angle \pm 54^\circ$$

由上面的计算结果可见, 这三对 s 平面的极点都映射到 z 平面的同一对极点的位置上。

4-2 已知 s 平面上实轴平行线上点的位置 (A、B、C) 如题图 4-2 (a) 和 (b) 所示, 试分别画出映射到 z 平面上点的位置。



题图 4-2 习题 4-2 图

解：依据  $z = e^{(\sigma \pm j\omega)T} = e^{\sigma T} \angle \omega T$  进行判断。

(1) 题图 4-2-1(a)：

$A_i$  各点均映射在  $z$  平面单位圆内正实轴上同一点。

$B_i$  各点均映射在  $z$  平面单位圆内正实轴上同一点，但更靠近  $z=1$  点。

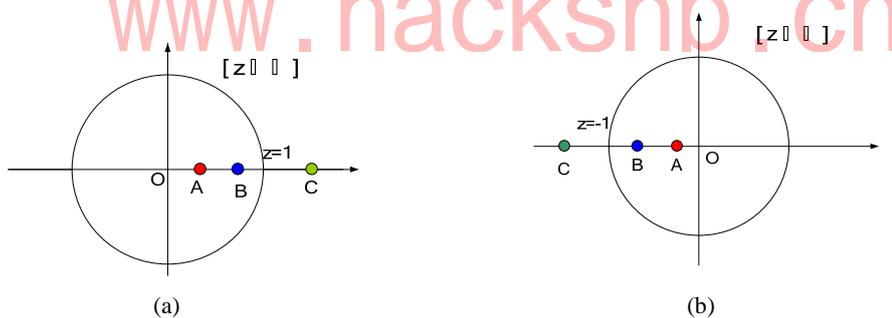
$C_i$  各点均映射在  $z$  平面单位圆外正实轴上同一点。

(2) 题图 4-2-1(b)：

$A_i$  各点均映射在  $z$  平面单位圆内负实轴上同一点。

$B_i$  各点均映射在  $z$  平面单位圆内负实轴上同一点，但更靠近  $z=-1$  点。

$C_i$  各点均映射在  $z$  平面单位圆外负实轴上同一点。



题图 4-2-1

**4-3** 已知  $z$  平面上的点  $z_{1,2} = -0.5 \pm j0.5$ ，试求其映射至  $s$  平面上的位置，设采样周期

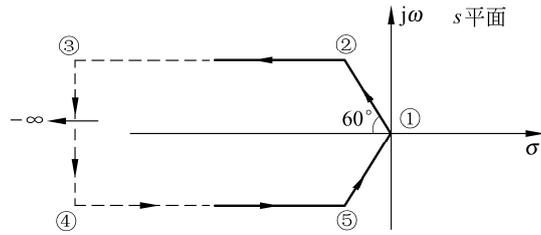
$T = 0.1s$ 。画出  $s$  平面极点位置示意图。

解：因为  $z = e^{(\sigma \pm j\omega)T} = -0.5 \pm j0.5$ ，所以有  $R = e^{\sigma T} = 0.5\sqrt{2}$ ， $\sigma = \frac{1}{T} \ln 0.5\sqrt{2} = -3.47$

$\theta = \omega T = 135^\circ$  ( $\tan \theta = -0.5/0.5$ )，所以有  $\omega = \frac{1}{T} \angle 135/57.3 = 23.6 \text{ rad/s}$

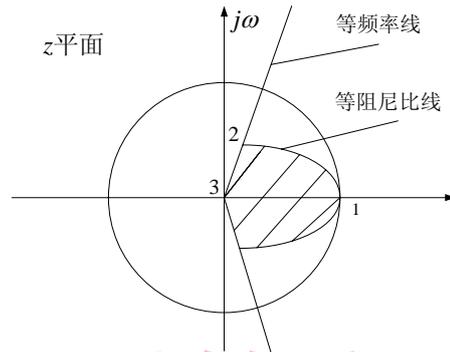
$s = -3.47 \pm j(23.6 + k\omega_s), \omega_s = 2\pi/T = 62.8 \text{ rad/s}$

**4-4** 已知  $s$  平面上封闭曲线如题图 4-4 所示 (①→②→③→④→⑤→①)，试画出映射至  $z$  平面的封闭曲线。



题图 4-4 习题 4-4 图

解: 图 4-4 所示  $s$  平面封闭曲线映射至  $z$  平面的封闭曲线如题图 4-4-1 所示。图形对横轴是对称的。



题图 4-4-1 习题 4-4 图解答

4-5 已知离散系统闭环特征方程分别为

(1)  $\Delta(z) = (z+1)(z+0.5)(z+2) = 0$

(2)  $\Delta(z) = 2z^2 + 0.6z + 0.4 = 0$

(3)  $\Delta(z) = z^3 + 2z^2 + 1.31z + 0.28 = 0$ , 试判断其稳定性。

解: (2) 依 2 阶系统稳定条件,  $\Delta(z) = 2z^2 + 0.6z + 0.4 = z^2 + 0.3z + 0.2 = 0$   
 $|\Delta(0)| = 0.2 < 1; |\Delta(1)| = 1.5 > 0; |\Delta(-1)| = 0.9 > 0$

系统稳定。

(3) 对于 3 阶系统, 本书没有提供代数判断条件, 可利用 MATLAB 求特征根

```
P=[1 2 1.31 0.28];
```

```
rs=roots(P)'
```

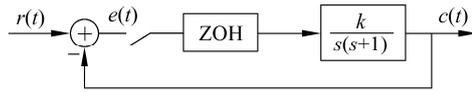
运行结果为:

```
rs = -0.8000 -0.7000 -0.5000
```

即系统的极点为:  $z_1 = -0.5; z_2 = -0.7; z_3 = -0.8$

其模值均小于 1, 系统稳定。

4-6 已知系统的结构图如题图 4-6 所示, 其中  $k=1, T=0.1s$ , 输入  $\tau$ , 试用稳态误差系数法求稳态误差, 并分析误差系数与  $T$  的关系。



题图 4-6

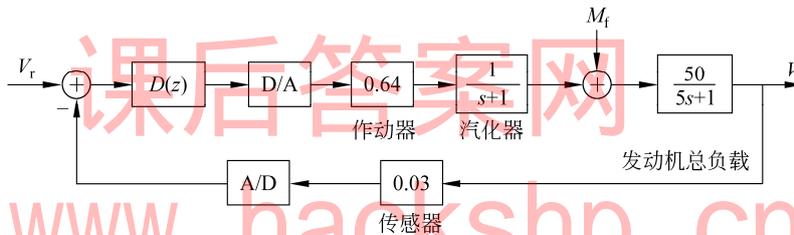
$$\text{解: } G(z) = (1 - z^{-1})Z\left[\frac{k}{s^2(s+1)}\right] = k\left[\frac{T}{z-1} - \frac{1-e^{-T}}{z-e^{-T}}\right] = \frac{T(z-e^{-T}) - (1-e^{-T})(z-1)}{(z-1)(z-e^{-T})}$$

$$k_p = \lim_{z \rightarrow 1} G(z) = \infty$$

$$k_v = \frac{1}{T} \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \frac{T(z-e^{-T}) - (1-e^{-T})(z-1)}{(z-1)(z-e^{-T})} = 1$$

可见加入该信号, 稳态误差为 1, 且与采样周期无关。

**4-7** 汽车行驶速度控制系统的结构图如题图 4-7 所示。设  $D(z) = k$ , 试判断干扰力矩  $M_f$  为单位阶跃时所产生的稳态误差 (依图直接判断)。若  $T = 0.2s$ , 求使系统稳定的  $k$  值范围。若该系统为连续系统时, 结果又如何。并比较说明之。



题图 4-7 习题 4-7 汽车行驶速度控制系统的结构图

解: (1) 从图中可见, 稳态时为对消  $M_f$  的干扰, 综合点处误差

$$e = M_f / 0.64k$$

如折算到速度  $v$ , 则  $\Delta v = 50M_f / 0.64 \times 0.03k = 2604 / k$

$$(2) G(z) = Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s} \frac{0.64}{s+1} \frac{10}{s+0.2}\right] = (1-z^{-1})Z\left[\frac{32}{s} + \frac{8}{s+1} - \frac{40}{s+0.2}\right]$$

$$= (1-z^{-1})\left[\frac{32z}{z-1} + \frac{8z}{z-e^{-T}} - \frac{40z}{z-e^{-0.2T}}\right] = \frac{0.11824(z+0.923)}{(z-0.819)(z-0.96)}$$

$$\Delta(z) = (z-0.819)(z-0.96) + 0.03 \times 0.11824k(z+0.923) = 0$$

$$= z^2 - (1.779 - 0.00355k)z + (0.78624 + 0.00327k) = 0$$

$$|\Delta(0)| = |0.78624 + 0.00327k| < 1$$

$$0.78624 + 0.00327k < 1; k < 65.98$$

$$0.78624 + 0.00327k > -1; k > 0$$

$$|\Delta(1)| = [1 - (1.779 - 0.00355k) + 0.78624 + 0.00327k]$$

$$= (0.00724 + 0.00682k) > 0; k > 0$$

$$|\Delta(-1)| = [1 + (1.779 - 0.00355k) + 0.78624 + 0.00327k]$$

$$= (3.565 - 0.00028k) > 0; k < 12732$$

所以,  $0 < k < 65.98$

(3) 若为连续系统, 由于闭环系统为 2 阶系统, 故有  $0 < k < \infty$

4-8 已知单位反馈离散系统开环传递函数为

$$G(z) = \frac{k(1 - e^{-\frac{T}{T_m}})z}{(z-1)(z - e^{-\frac{T}{T_m}})}$$

试求使系统稳定时,  $k$  与  $T$  的关系式。

解: 闭环系统特征方程为

$$\Delta(z) = 1 + G(z) = (z-1)(z - e^{-T/T_m}) + kz(1 - e^{-T/T_m}) = 0$$

$$\Delta(z) = z^2 + [(k-1) - e^{-T/T_m}(k+1)]z + e^{-T/T_m} = 0$$

依 2 阶系统稳定条件, 有

$$|\Delta(0)| = e^{-T/T_m} < 1, \text{ 此条件成立。}$$

$$\Delta(1) = 1 + (k-1) - e^{-T/T_m}(k+1) + e^{-T/T_m} > 0$$

$$k(1 - e^{-T/T_m}) > 0; \quad k > 0$$

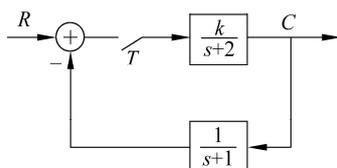
$$\Delta(-1) = 1 - k + 1 + e^{-T/T_m}(k+1) + e^{-T/T_m} > 0$$

$$2 - k + e^{-T/T_m}(k+2) > 0$$

由此解得  $k < \frac{2(1 + e^{-T/T_m})}{1 - e^{-T/T_m}}$ , 所以可得  $0 < k < \frac{2(1 + e^{-T/T_m})}{1 - e^{-T/T_m}}$

进一步, 由第 3 条件, 可得  $e^{-T/T_m} > \frac{k-2}{k+2}$ , 即  $T < T_m \ln \frac{k+2}{k-2}$

4-9 试确定题图 4-9 所示系统使系统稳定的  $k$  值范围, 令采样周期  $T$  趋于 0,  $k$  值又如何? 若将该系统作为连续系统, 结果又如何? 对上述结果进行讨论?



题图 4-9 习题离散系统结构图

$$\text{解: (1) } G_1 G_2(z) = Z \left[ \frac{k}{s+2} \frac{1}{s+1} \right] = k \left[ \frac{1}{1 - e^{-T} z^{-1}} - \frac{1}{1 - e^{-2T} z^{-1}} \right] = \frac{k(e^{-T} - e^{-2T})z^{-1}}{(1 - e^{-T} z^{-1})(1 - e^{-2T} z^{-1})}$$

$$\Delta(z) = (1 - e^{-T}z^{-1})(1 - e^{-2T}z^{-1}) + k(e^{-T} - e^{-2T})z^{-1} = 0$$

$$\Delta(z) = z^2 + [k(e^{-T} - e^{-2T}) - (e^{-T} + e^{-2T})]z + e^{-3T} = 0$$

$$|\Delta(0)| = |e^{-3T}| < 1$$

$$|\Delta(1)| = \{1 + [k(e^{-T} - e^{-2T}) - (e^{-T} + e^{-2T})] + e^{-3T}\} > 0$$

$$k > \frac{(e^{-T} + e^{-2T}) - e^{-3T} - 1}{(e^{-T} - e^{-2T})}$$

$$|\Delta(-1)| = \{1 - [k(e^{-T} - e^{-2T}) - (e^{-T} + e^{-2T})] + e^{-3T}\} > 0$$

$$k < \frac{(e^{-T} + e^{-2T}) + e^{-3T} + 1}{(e^{-T} - e^{-2T})}$$

(2) 当  $T$  趋于 0 时, 从上式的极限值为  $0 < k < \infty$

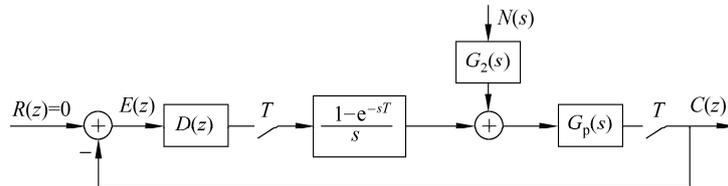
(3) 若为连续系统, 则特征方程为  $s^2 + 3s + 2 + k = 0$

为使系统稳定要求  $(k+2) > 0$ ; 故  $-2 < k < \infty$

结论: (1) 离散系统稳定性比连续系统差, 稳定增益范围小;

(2)  $T$  趋于 0 时, 系统并不等于连续系统, 按采样系统计算  $k$  范围小。

4-10 给定系统如题图 4-10 所示, 设指令输入  $R(s) = 1/s$ ,  $D(z) = k$ , 扰动输入  $N(s) = A/s$ ,  $T = 0.2s$ ,  $G_p(s) = \frac{1}{s+1}$ ,  $G_2(s) = 1$ , 当  $A = 1, k = 2$ , 系统的稳态误差如何?



题图 4-10

$$\text{解: } G(z) = (1 - z^{-1})Z\left[\frac{1}{s(s+1)}\right] = \frac{0.182}{z - 0.818};$$

(1) 首先判稳定性

$$\Delta(z) = z - 0.818 + 2 \times 0.182 = z - 0.454 = 0, z = 0.454; \text{ 系统稳定。}$$

(2) 系统为 0 型系统;  $k_p = 2$ , 所以输入信号稳态误差  $e_{rss} = \frac{1}{1+k_p} = \frac{1}{1+2} = 0.33$

(3) 求干扰引起的输出

$$GN(z) = Z\left[\frac{1}{s(s+1)}\right] = \frac{0.182}{(z-0.818)(z-1)};$$

$$C_N(z) = \frac{GN(z)}{1 + D(z)G(z)}, \text{取 } D(z)=k=2, \quad C_N(z) = \frac{GN(z)}{1 + D(z)G(z)} = \frac{0.182}{z-0.454} \frac{z}{z-1},$$

$$\text{稳态值即为稳态误差, } c_{nss} = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \frac{0.182}{z-0.454} \frac{z}{z-1} = 0.333$$

$$(4) \text{ 总误差 } e_{ss} = e_{rss} + e_{nss} = 0.66$$

4-11 写出开环脉冲传递函数  $G(z) = \frac{z}{z^2 - z + 0.5}$  的脉冲响应表达式，并绘出曲线。

$$\text{解: } G(z) = \frac{z}{z^2 - z + 0.5} = \frac{c_1 z}{z - (0.5 + j0.5)} + \frac{c_{i+1} z}{z - (0.5 - j0.5)}$$

$$c_i = \lim_{z \rightarrow z_1} G(z)(z - z_1) = \sqrt{0.5} e^{-j45^\circ}; \quad c_{i+1} = \lim_{z \rightarrow z_2} G(z)(z - z_2) = \sqrt{0.5} e^{j45^\circ}$$

$$c(k) = 2\sqrt{0.5}(\sqrt{0.5})^k \cos(0.25k\pi - 0.25\pi)$$

$$k=0, c(0) = \sqrt{2} \cos(-0.25\pi) = 1$$

$$k=1, c(1) = \sqrt{2} \times \sqrt{0.5} \cos(0) = 1$$

$$k=2, c(2) = \sqrt{2} \times (\sqrt{0.5})^2 \cos(0.25\pi) = 0.5$$

$$k=3, c(3) = \sqrt{2} \times (\sqrt{0.5})^3 \cos(0.5\pi) = 0$$

$$k=4, c(4) = \sqrt{2} \times (\sqrt{0.5})^4 \cos(0.75\pi) = -0.25$$

.....

4-12 如题图 3-13 所示的火星漫游车控制系统，若  $D(z)=1, T$  分别为 0.1s 及 1s，试确定使系统稳定的  $k$  值范围。

解：(1)  $T=0.1$  秒

$$\phi(z) = \frac{KD(z)G(z)}{1 + KD(z)G(z)} = \frac{0.004125k(z+1)}{(z-0.74)(z-0.905) + 0.004125k(z+1)}$$

$$\Delta(z) = z^2 - (1.645 - 0.004125k)z + 0.67 + 0.004125k = 0$$

$$\text{依 } |\Delta(0)| = |0.67 + 0.004125k| < 1, \text{ 可得 } 0 < k < 80$$

$$\Delta(1) > 0, \text{ 可得 } k > 0$$

$$\Delta(-1) > 0, \text{ 该式成立。}$$

(2)  $T=1$  秒

$$\begin{aligned} G(z) &= (1 - z^{-1})Z \left[ \frac{1 \times 3}{3s(s+1)(s+3)} \right] \\ &= 0.333(1 - z^{-1}) \left[ \frac{z}{z-1} - \frac{3z}{2(z - e^{-T})} + \frac{z}{2(z - e^{-3T})} \right] = \frac{0.156(z + 0.194)}{z^2 - 0.418z + 0.0184} \end{aligned}$$

$$\Delta(z) = z^2 - 0.418z + 0.0184 + k0.156(z + 0.194) = 0$$

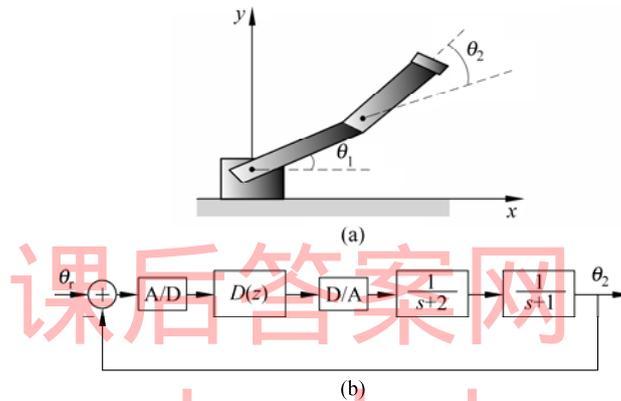
$$\Delta(z) = z^2 - (0.418 - 0.156k)z + 0.0184 + 0.156 \times 0.194k = 0$$

依  $|\Delta(0)| = |0.0184 + 0.156 \times 0.194k| < 1$ , 可得  $0 < k < 32.4$

$\Delta(1) > 0$ , 得  $k > 0$ ;  $\Delta(-1) > 0$ , 得  $k < 11.42$

最后可知, 系统稳定要求  $0 < k < 11.2$ 。

**4-13** 双关节机械臂如题图 4-13 (a) 所示。简化后系统结构图如题图 4-13 (b)。若  $D(z) = 1$ , 试画出连续系统及采样周期  $T = 0.1s$  及  $T = 1s$  开环对数频率特性曲线, 并求其稳定裕度。



题图 4-13 习题 4-13 双关节机械臂结构图

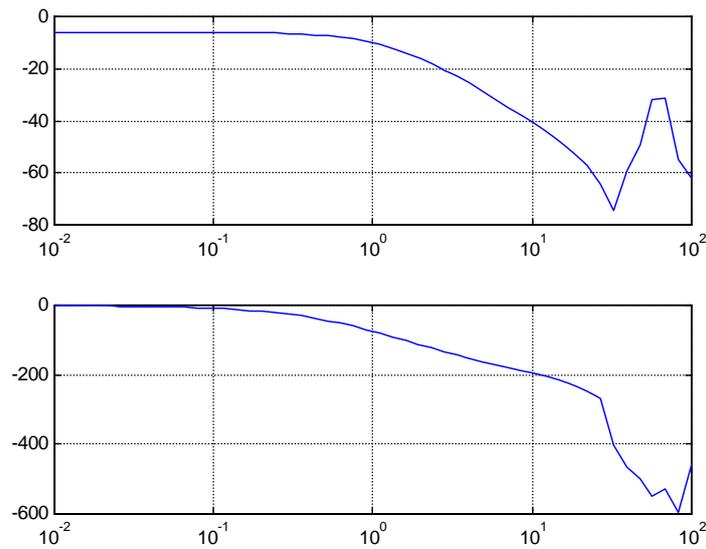
解:

$$G(z) = 0.5Z \left[ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{2}{(s+2)(s+1)} \right] = 0.5(1 - z^{-1}) \left[ \frac{z}{z-1} + \frac{z}{z - e^{-2T}} - \frac{2z}{z - e^{-T}} \right]$$

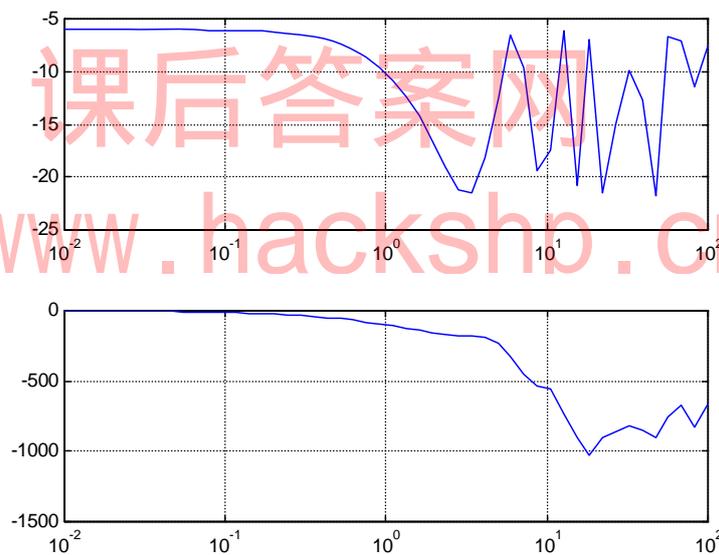
$$= \frac{(e^{-2T} - 2e^{-T} + 1)z + (e^{-3T} - 2e^{-2T} + e^{-T})}{z^2 - (e^{-2T} + e^{-T})z + e^{-3T}}$$

$T=0.1$   $G(z) = \frac{0.004(z + 1.125)}{z^2 - 1.723z + 0.74}$  开环对数频率特性曲线如题图 4-13-1 所示。

$T=1$   $G(z) = \frac{0.1995(z + 0.371)}{z^2 - 0.503z + 0.05}$  开环对数频率特性曲线如题图 4-13-2 所示。



题图 4-13-1



题图 4-13-2

**4-14** 已知  $z$  平面复极点  $z_i$ ，试求相应  $s$  平面极点的阻尼比及无阻尼自然频率。

**4-15** 题图 4-15 为水位高度控制系统略图。电机通过减速器控制  $N$  个阀门的开度，水箱底面积为  $A$ ，进水量为  $q_i(t) = k_i N \theta_c(t)$  ( $\theta_c$  为电机转角)，出水量  $q_o(t) = k_o h(t)$ ，水箱高

度的水位方程为  $h(t) = \frac{1}{A} \int_0^t (q_i(t) - q_o(t)) dt = \frac{1}{A} \int_0^t (k_i N \theta_c(t) - k_o h(t)) dt$ ，对应传递函数

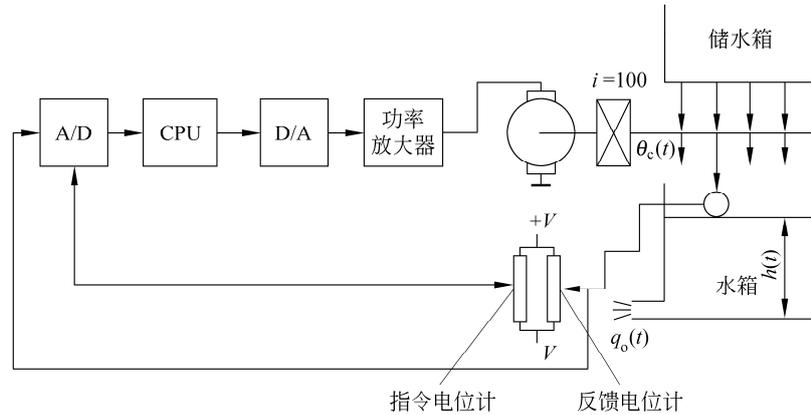
为  $\frac{h(t)}{\theta_c(t)} = \frac{k_i N}{As + k_o}$ 。在本系统中，根据已给参数可得  $\frac{h(t)}{\theta_c(t)} = \frac{0.06N}{s+1}$ ，另外，直流电

机的传递函数为  $\frac{\theta_c(s)}{u_d(s)} = \frac{1.7}{s(s+12.5)}$ ，驱动电机的功率放大器系数  $k_a=50$ ；电位计的

传递系数  $k_s=1$ ；减速比  $i=100$ 。

(1) 若  $D(z) = k_d=1$ ， $T=0.05$ ，试求使系统稳定的最大阀门数  $N$ ；

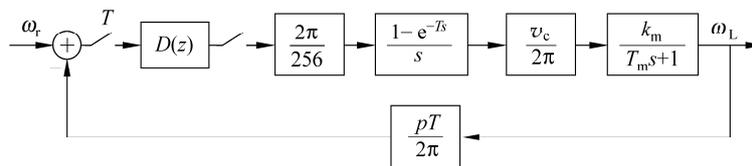
(2) 如考虑 A/D 的变换误差为 5%，试求系统保持水位高度的稳态误差。



题图 4-15 水箱控制系统原理示意图

4-16 微机控制的直流电机速度控制系统如题图 4-16 所示。其中  $v_c = 24$  伏， $k_m = 5 \text{ rad/s/V}$ ，

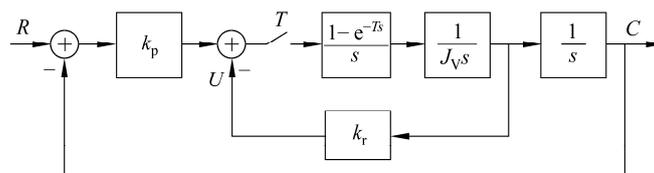
$T_m = 0.05 \text{ s}$ ， $p=100$  脉冲/周。设采样周期  $T=0.1 \text{ s}$ 。试求使系统稳定的  $D(z) = k_d$  值以及  $k_d=1$  时，系统单位阶跃响应特性及稳态值。



题图 4-16 直流电机速度控制系统示意图

4-17 数字飞船控制系统如题图 4-17 所示。若采样周期  $T=0.264 \text{ s}$ ， $J_v = 41822$ ，

$k_p = 1.65 \times 10^6$ ，试推导系统开环及闭环传递函数，并求使系统稳定的临界  $k_r$  值。



题图 4-17 数字飞船控制系统

4-18 已知单位负反馈闭环系统传递函数为

$$\Phi(z) = \frac{z+0.5}{3(z^2-z+0.5)} \quad T=1s$$

试求开环传递函数, 并绘制 Bode 图, 求相位、增益稳定裕度。

- 4-19** 试求题 3-12 所示热蒸汽加热系统的相位、幅值稳定裕度及单位阶跃响应特性和稳态误差。令  $D(z)=k_d$  分别为 1、10, 采样周期  $T$  分别为 0.2s 及 1s。
- 4-20** 若开环传递函数为  $G(s)=1/s(s+1)$ , 试绘制连续系统奈奎斯特图及带零阶保持器和不带零阶保持器离散系统的奈奎斯特图, 设采样周期  $T=0.2s$ 。

## 第 5 章 习 题

- 5-1** 已知连续传递函数  $D(s)=\frac{1}{s^2+0.2s+1}$ , 采样周期  $T=1s$ , 若分别采用向前差分法和向后差分法将其离散化, 试画出  $s$  域和  $z$  域对应极点的位置, 并说明其稳定性。

解: (1)  $s$  域对应的极点为:  $s_{1,2} = -\frac{1}{10} \pm \frac{3\sqrt{11}}{10}j$  稳定

(2) 向前差分法离散化:

$$D(z) = D(s) \Big|_{s=\frac{z-1}{T}} = \frac{1}{\left(\frac{z-1}{T}\right)^2 + 0.2\left(\frac{z-1}{T}\right) + 1} = \frac{T^2}{z^2 + (0.2T-2)z + T^2 - 0.2T + 1} = \frac{1}{z^2 - 1.8z + 1.8}$$

$z$  域对应的极点为:  $z_{1,2} = \frac{9}{10} \pm \frac{3\sqrt{11}}{10}j$  不稳定

(3) 向后差分法离散化:

$$D(z) = D(s) \Big|_{s=\frac{z-1}{Tz}} = \frac{1}{\left(\frac{z-1}{Tz}\right)^2 + 0.2\left(\frac{z-1}{Tz}\right) + 1} = \frac{z^2}{2.2z^2 - 2.2z + 1} = \frac{0.455z^2}{z^2 - z + 0.455}$$

$z$  域对应的极点为:  $z_{1,2} = 0.5 \pm 0.4523j$  稳定

(变换方法的基本练习, 要求不使用 MATLAB 的有关指令。)

- 5-2** 设连续传递函数  $D(s)=\frac{1}{0.05s+1}$ , 采样周期  $T=0.1s$ 。

(1) 用突斯汀变换法求其脉冲传递函数  $D(z)$ 。

(2) 用频率预修正突斯汀变换求其脉冲传递函数  $D_m(z)$ 。

(3) 在转折频率  $\omega = 20rad/s$  处, 分别计算  $D(s)$ 、 $D(z)$ 、 $D_m(z)$  的幅值与相位, 并比较之。

解:  $T=0.1s$  用 tustin 变换,

$$D(z) = \frac{1}{0.05s+1} \Big|_{s=20\frac{z-1}{z+1}} = \frac{20(z+1)}{20(z-1)+20(z+1)} = \frac{0.5(z+1)}{z}$$

取特征频率为  $\omega=20 \text{ rad/s}$  用预修正 tustin 变换得

$$Dm(z) = D(z) = \frac{1}{0.05s+1} \Big|_{s=\frac{\omega}{\tan(\omega T/2)} \frac{z-1}{z+1}=12.84\frac{z-1}{z+1}} = \frac{0.609(z+1)}{(z+0.218)}$$

在  $\omega=20 \text{ rad/s}$  处  $D(s)$  的幅值与相位分别是  $0.707, -45\text{deg}$ ;

$D(z)$  的幅值与相位分别是

$$D(e^{j\omega T}) = 0.5(1+z^{-1}) \Big|_{z=e^{j\omega T}} = 0.5(1+e^{-j\omega T}) = 0.5(1+\cos(\omega T) - j\sin(\omega T))$$

$$\text{幅值 } |D(e^{j\omega T})|_{\omega=20} = 0.5\sqrt{(1+\cos 2)^2 + \sin^2 2} = 0.54$$

$$\text{相角 } \angle G(e^{j\omega T}) \Big|_{\omega=20} = -\tan^{-1} \frac{\sin 2}{1+\cos 2} = -57.28^\circ$$

$Dm(z)$  的幅值与相位分别是  $0.707, -45\text{deg}$ ;

**5-3** 设连续传递函数为  $D(s) = \frac{s+1}{s^2+1.4s+1}$ , 试用零极点匹配法使之离散化, 令  $T=1\text{s}$ 。

$$\text{解: } D(s) = \frac{s+1}{s^2+1.4s+1} = \frac{s+1}{[s+(-0.7\pm j0.714)]}; D(z) = k \frac{(z-z_0)(z+1)}{(z-p_1)(z-p_2)}$$

$$z_0 = e^{sT} = e^{-1} = 0.368; p_{1,2} = e^{sT} = e^{(-0.7\pm j0.714)} = 0.496 \angle \pm 0.714 = 0.375 \pm j0.325$$

$$D(z) = k \frac{(z-0.368)(z+1)}{z^2 - 0.75z + 0.247};$$

$$D(s) \Big|_{s=1} = 1; D(z) \Big|_{z=1} = k \frac{(1-0.368)(1+1)}{1-0.75+0.247} = 1, k = 0.397$$

$$\text{所以, } D(z) = \frac{(0.397z - 0.1444)(z+1)}{z^2 - 0.75z + 0.247}$$

**5-4** 已知超前校正网络  $D(s) = 5\frac{s+2}{s+8}$ , 采样周期  $T=0.1\text{s}$ , 试用突斯汀变换进行离散化, 求

得其脉冲传递函数  $D_T(z)$ , 画出  $D(s)$ 、 $D_T(z)$  在  $0\sim 3\text{Hz}$  频段内的幅相频率特性, 并比

较之。

$$\text{解: } D_T(z) = D(s) \Big|_{s=\frac{2z-1}{Tz+1}} = \frac{55z-45}{14z-6} = \frac{3.929z-3.214}{z-0.429}$$

(1) 连续环节频率特性

3Hz 频率对应于  $2\pi \times 3 = 6\pi = 18.85 \text{ rad/s}$

`w=0:0.1:100;`

`[m,p]=bode(num,den,w);`

```
subplot(211);plot(w,m),grid
```

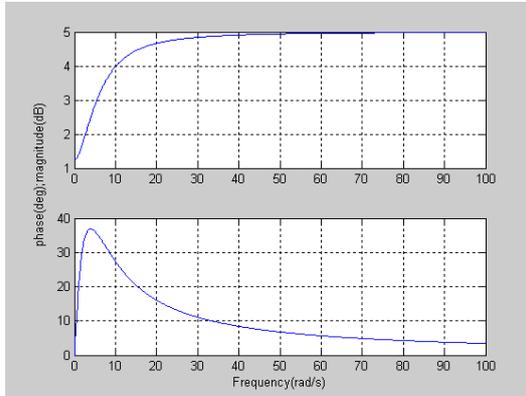
```
subplot(212);plot(w,p),grid
```

(2) 离散环节频率特性

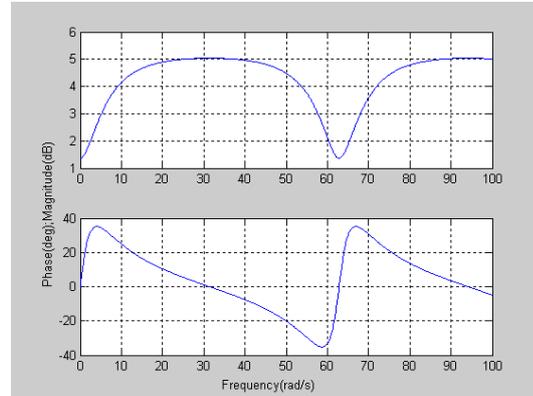
```
[dm,dp]=dbode(dnum,dden,T,w);
```

```
subplot(211);plot(w,dm),grid
```

```
subplot(212);plot(w,dp),grid
```



题图 5-4-1 连续环节频率特性



题图 5-4-2 离散环节频率特性

频率特性产生畸变，从离散环节频率特性中可以看见周期性。由于采样周期  $T=0.1$  较大，故使失真加大。但(0~3)Hz 低频部分类似。

5-5 已知伺服系统被控对象的传递函数为  $G(s) = \frac{2}{s(s+1)}$ ，串联校正装置为  $D(s) = 0.35 \frac{s+0.06}{s+0.004}$ 。采用某种合适的离散化方法，将  $D(s)$  离散为  $D(z)$ ，并计算采样周期  $T$  分别为 0.1s, 1s, 2s 时，计算机控制系统的单位阶跃响应，记录时域指标  $\sigma\%$ ,  $t_r$  和  $t_s$ 。并说明连续域-离散化设计与采样周期  $T$  的关系。

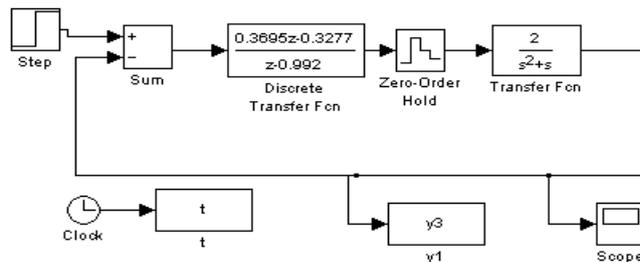
解：选用 tustin 变换，

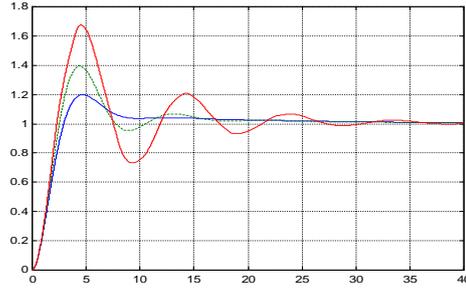
$$T=0.1s \text{ 时 } D(z) = 0.35 \frac{s+0.06}{s+0.004} \Big|_{s=20\frac{z-1}{z+1}} = \frac{0.351z-0.3489}{z-0.9996}$$

$$T=1s \text{ 时 } D(z) = \frac{0.3598z-0.3388}{z-0.996}$$

$$T=2s \text{ 时 } D(z) = \frac{0.3695z-0.3277}{z-0.992}$$

利用 simulink 进行数学仿真，可得曲线如题图 5-5 所示。





题图 5-5

$T=0.1\text{s}$  时，（蓝线）单位阶跃响应的超调量=20.04% 峰值时间=4.7s 调节时间=8.4s

$T=1\text{s}$  时，（黑线）单位阶跃响应的超调量=39.65% 峰值时间=4.4s 调节时间=15s

$T=2\text{s}$  时，（红线）单位阶跃响应的超调量=67.37% 峰值时间=4.4s 调节时间=31s

5-6 试求增量式 PID 控制器（理想微分）的脉冲传递函数，设  $T = 0.1T_c$ ， $T_I = 0.5T_c$ ，

$$T_D = 0.125T_c, \quad T_c \text{ 为临界振荡周期。}$$

解：
$$\Delta u(k) = k_p [Ae(k) - Be(k-1) + Ce(k-2)]$$

$$\Delta U(z) = k_p [A - Bz^{-1} + Cz^{-2}]E(z)$$

$$U(z) = z^{-1}U(z) + k_p \frac{Az^2 - Bz + C}{z^2} E(z)$$

$$A = (1 + T/T_I + T_D/T) = (1 + 0.1/0.5 + 0.125/0.1) = 2.45$$

$$B = (1 + 2T_D/T) = 3.5$$

$$C = T_D/T = 1.25$$

$$D(z) = k_p \frac{2.45z^2 - 3.5z + 1.25}{z^2 - z}$$

5-7 已知计算机控制系统的连续被控对象为  $G(s) = \frac{2}{s(0.2s+1)}$ ，采样周期  $T=0.1\text{s}$ ，将  $G(s)$

变换至  $w'$  域，画出  $G(w')$  的对数幅相频率特性曲线草图，并与  $G(s)$  的伯德图作比较。

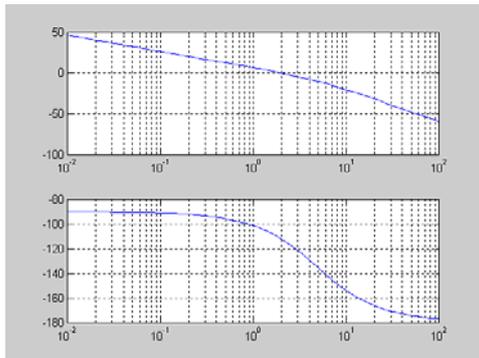
解：
$$G(z) = (1 - z^{-1})Z \left[ \frac{2}{s^2(0.2s+1)} \right] = \frac{0.04276(z+0.837)}{(z-1)(z-0.607)}$$

$$G(w') = \frac{0.04276(z+0.837)}{(z-1)(z-0.607)} \Bigg|_{z=\frac{1+Tw'/2}{1-Tw'/2}=\frac{1+0.05w'}{1-0.05w'}} = \frac{1.999(1+0.0044w')(1-0.05w')}{w'(0.205w'+1)}$$

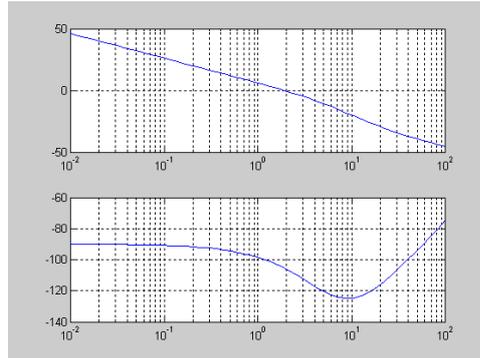
$G(s)$  对数幅相频率特性曲线图如题图 5-7-1 所示。

$G(w')$  对数幅相频率特性曲线图如题图 5-7-2 所示。比较可见， $G(w')$  的低频特性与  $G(s)$

对数幅相频率特性相近，但高频部分由于  $G(w')$  分子上的零点使高频特性畸变。



题图 5-7-1



题图 5-7-2

5-8 已知  $z$  平面上的一对特征根为  $z_{1,2} = R \angle \pm \theta$ ，其中  $R=0.5$ ， $\theta = \pi/4$ ，采样周期  $T=1s$ 。

求  $s$  平面上相应特征根的实部和虚部 ( $s_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ )，并计算该对特征根  $s_{1,2}$  的阻尼比

$\xi$  及无阻尼自然频率  $\omega_n$ 。

解：  $z = e^{sT} = e^{(\sigma \pm j(\omega T + 2k\pi))} = R \angle \theta$

$$R = e^{\sigma T} = 0.5, \quad \text{所以} \quad \sigma = \frac{1}{T} \ln R = \ln(0.5) = -0.6931$$

$$\omega T + 2\pi k = \theta, \quad \text{所以} \quad \omega = (\pm \theta \pm 2\pi k) / T = (\pm \frac{\pi}{4} \pm 6.28k) = \pm 0.7854 \pm 6.28k$$

所以， $s$  平面极点位置为  $s = -0.6931 \pm j(0.7854 \pm 6.28k)$

$$\omega_n = \sqrt{0.6931^2 + (0.7854 \pm 6.28k)^2}; \quad \omega \xi = |\sigma| = 0.6931;$$

$$\xi = 0.6931 / \sqrt{0.6931^2 + (0.7854 \pm 6.28k)^2}$$

$$k=0 \text{ 时, } \omega_n = \sqrt{0.6931^2 + 0.7854^2} = 1.0475; \quad \omega \xi = |\sigma| = 0.6931, \text{ 所以}$$

$$\xi = 0.6931 / 1.0475 = 0.6617$$

5-9 已知天线方位跟踪系统的被控对象模型为  $G(s) = \frac{1}{s(10s+1)}$ ，采样周期  $T=1s$ ，令数字

控制器  $D(z) = K_c \frac{z-0.905}{z+0.4}$ 。试在  $z$  平面上画出  $D(z) G(z)$  的根轨迹，并取稳态速度误

差系数  $K_v = 1$  处为系统工作点，检验闭环响应。

$$\text{解: } G(z) = Z \left[ \frac{1 - e^{-sT}}{s} G(s) \right]$$

采用 MATLAB 命令，

```
[wnun,wdes]=c2dm([1],[10,1,0],1,'zoh')
```

得到运行结果：

```
wnun =      0      0.0484      0.0468
wdes =      1.0000     -1.9048      0.9048
```

$$G(z) = \frac{0.0484z + 0.0468}{z^2 - 1.9048z + 0.9048} = 0.0484 \frac{z + 0.9669}{(z-1)(z-0.9048)}$$

$$D(z) * G(z) = 0.0484K_c \frac{(z + 0.9669)(z - 0.905)}{(z-1)(z-0.9048)(z+0.4)}$$

```
numG=[0.0484,0.0468]; denG=[1,-1.9048,0.9048]; T=1;
```

```
numD=[1,-0.905]; denD=[1,0.4];
```

```
[swn1,swd1]=series(numG, denG, numD, denD);
```

得到：

```
分子   swn1= 0      0.0484      0.0030     -0.0424
分母   swd1=1.0000     -1.5048      0.1429      0.3619
```

画单位圆命令

```
t=0:0.01:2*pi;
```

```
x1=cos(t);y1=sin(t);
```

```
plot(x1,y1);grid;hold on
```

```
rlocus(swn1, swd1)
```

得到下面的根轨迹图如题图 5-9-1。

根据稳态速度误差系数

$$K_v = 1 = \frac{1}{T} \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)D(z)G(z) = 0.0484K_c \left. \frac{(z + 0.9669)(z - 0.905)}{(z - 0.9048)(z + 0.4)} \right|_{z=1}$$

求得：  $K_c = 14.7372$

用 `[kc,pole]=rlocfind(swn1, swd1)` 来寻找满足  $K_c = 14.7372$  所对应的极点

```
找到点：   kc =      14.7865
```

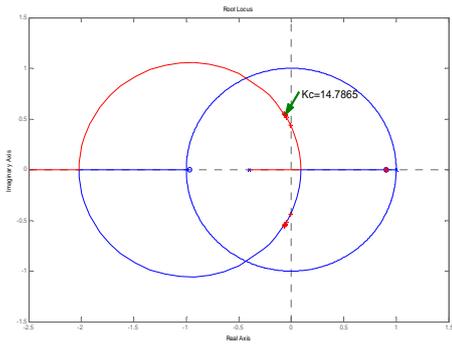
```
对应得到： pole =      0.9050
```

```
           -0.0579 + 0.5373i
```

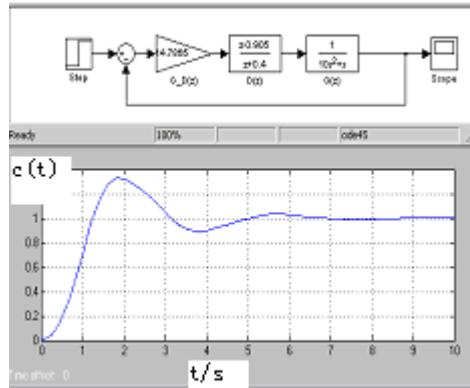
```
           -0.0579 - 0.5373i
```

$$D(z) = 14.7865 \frac{z - 0.905}{z + 0.4}$$

闭环响应如题图 5-9-2 所示。



题图 5\_9\_1 根轨迹图

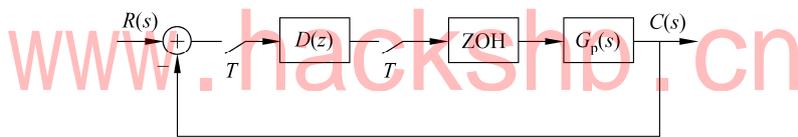


题图 5-9-2 闭环响应图

5-10 汽车空气与燃料混合比控制系统结构图如题图 5-10 所示，图中

$$G_p(s) = \frac{e^{-T_d s}}{1 + \tau s}, T_d = 1s, \tau = 0.25s$$

近似表示发动机传递函数。若取采样周期  $T=0.1s$ ，(1) 若令  $D(s)=K$ ，试求闭环系统特征方程并绘制  $K$  的根轨迹。(2) 若取  $D(s)=K_p + K_I/s$ ，且用一阶向后差分法离散，试绘制  $K_I=1$  时， $K_p$  的根轨迹。



题图 5-10 汽车空气与燃料混合比控制系统

解：(1)  $G(z) = Z \left[ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{e^{-T_d s}}{1 + \tau s} \right] = (1 - z^{-1}) Z \left[ \frac{e^{-10Ts}}{s(1 + 0.25s)} \right] = \frac{0.33z^{-10}}{z - 0.67} = \frac{0.33}{z^{10}(z - 0.67)}$

$$\Delta(z) = 1 + \frac{0.33k}{z^{10}(z - 0.67)} = 0; \quad \Delta(z) = z^{11} - 0.67z^{10} + 0.33k = 0$$

开环极点为  $z_1 = 0.67; z_{2-11} = 0$ ;

```
num=[1];
des=[1 -0.67 0 0 0 0 0 0 0 0];
zgrid, hold on
rlocus(num,des)
%画等阻尼比线和等自然频率线
```

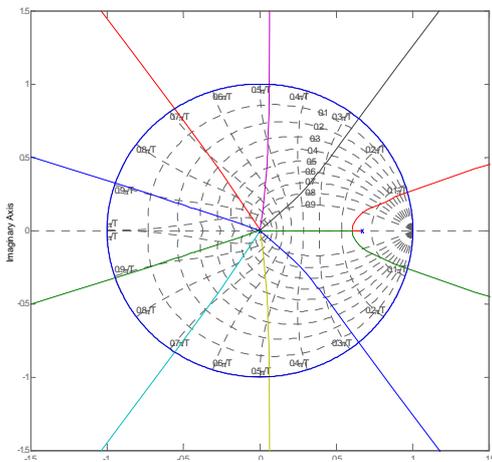
其根轨迹图如题图 5-9-1 所示。

$$(2) D(z) = (k_p + k_I/s) \Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{T}} = \frac{k_p(1-z^{-1}) + T}{1-z^{-1}} = \frac{k(z - (k - 0.1)/k)}{z - 1}, k = 0.1 + k_p$$

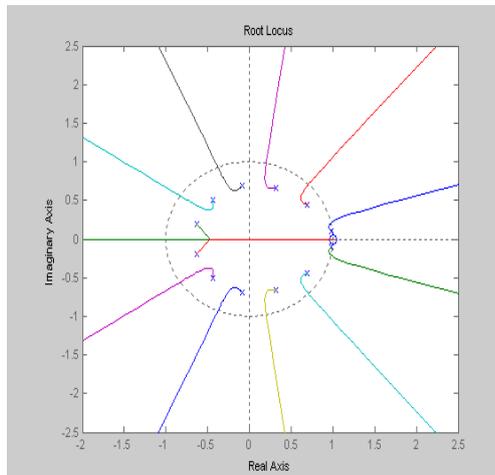
$$\Delta(z) = z^{12} - 1.67z^{11} + 0.67z^{10} + 0.33k(z - (k - 0.1)/k) = 0$$

可得根轨迹方程  $1 + \frac{0.33k(z-1)}{z^{12} - 1.67z^{11} + 0.67z^{10} + 0.033} = 0$

其根轨迹如题图 5-10-2 所示。



题图 5-10-1



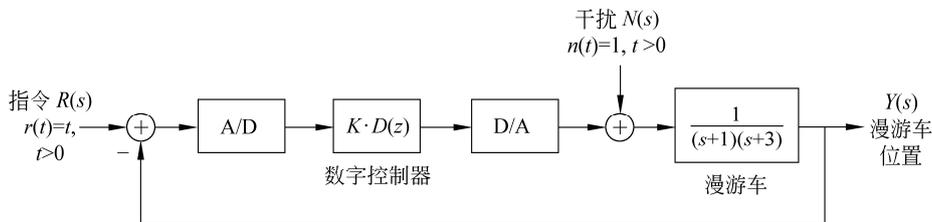
题图 5-10-2

5-11 对题图 3-13 所示的火星漫游车控制系统，试用  $z$  平面根轨迹法采用零极点对消技术设计  $D(z)$ 。设计要求为：

(1) 超调量  $\sigma\% \leq 15\%$ ，调节时间  $t_s < 2s$ ，上升时间  $t_r \leq 0.8s$ 。

(2) 速度误差系数  $K_v > 5$ 。采样周期  $T=0.1s$ 。

控制系统的主要任务就是保证漫游车对斜坡输入信号  $r(t) = t, t > 0$  具有较好的动态跟踪性能。



题图 5-11 火星漫游车控制系统

解：

(1) 设计指标与理想的  $z$  平面极点

采样周期  $T=0.1s$ ，设计指标为：

超调量  $\sigma\% \leq 15\%$ ；代入式 (5-59)：  $\sigma\% = e^{\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}} \times 100\%$ ，求得  $\xi \geq 0.5169$

上升时间；  $t_r \leq 0.8s$ ，代入式 (5-60)：  $t_r = \frac{\pi - \arccos\xi}{\text{Im}(s)}$ ，求得  $\text{Im}(s) \geq 2.643$ ，

$$T \text{Im}(s) = 0.1 * 2.643 = 0.2643 \text{rad} = 15.1433^\circ$$

调节时间  $t_s < 2s$ ，代入(5-62)：  $t_s \approx \frac{3.5}{\text{Re}(s)}$ ，求得  $\text{Re}(s) \geq 1.75$ ，

$$e^{-T\text{Re}(s)} = e^{-0.175} = 0.839457$$

在  $z$  平面上, 画出  $\xi \geq 0.52$  的对数螺旋线、 $R < 0.8394$  的同心圆以及  $\theta \geq T \text{Im}(s)$  (取  $\theta = 15.5^\circ$ ) 的射线, 3 条特征曲线包围的阴影区即为满足以上指标的  $z$  平面极点位置 (题图 5-11-1)

画出  $\xi = 0.52$  的对数螺旋线的 MATLAB 命令:

```
Kexi=0.52;  
B=acos(Kexi);TB=-1/tan(B);  
WT=0:0.01:2*pi;  
EW=exp(WT*TB);  
x=EW.*cos(WT);  
y=EW.*sin(WT);  
plot(x,y, 'r'), grid;hold on
```

画出  $R = 0.8394$  的同心圆的 MATLAB 命令:

```
t=0:0.01:2*pi;R=0.839;  
xR=R*cos(t);yR=R*sin(t);  
x1=cos(t);y1=sin(t);  
plot(x1,y1,'g');  
plot(xR,yR, 'r')
```

画出  $\theta = 15.5^\circ$  的 MATLAB 命令:

```
thita=15.5;  
temp=thita*pi/180;  
x2=cos(temp);y2=sin(temp);  
plot([0,x2],[0,y2], 'r');  
  
plot([-1,1],[0,0], 'g');  
plot([0,0],[-1,1], 'g');
```

被控对象的脉冲传递函数为

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)}, \quad G(z) = Z \left[ \frac{1-e^{-sT}}{s} G(s) \right]$$

采用 MATLAB 命令,

```
[wnun,wdes]=c2dm([1],[1,4,3],0.1,'zoh')
```

得到运行结果为:

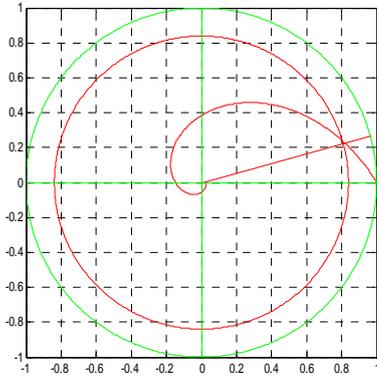
```
wnun =      0      0.0044      0.0038  
wdes =      1.0000     -1.6457      0.6703
```

$$G(z) = \frac{0.0044z + 0.0038}{z^2 - 1.6457z + 0.6703} = 0.0044 \frac{z + 0.8636}{(z - 0.9052)(z - 0.7405)}$$

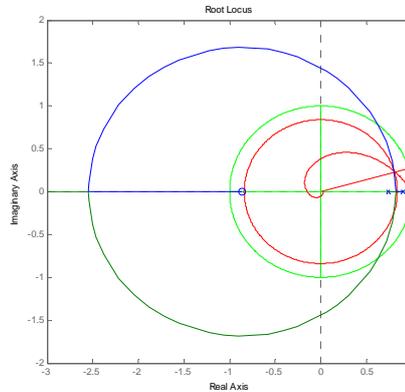
(2) 选用常值数字控制器

如果设  $D(z)=1$ ，系统根轨迹如题图 5-11-2 所示，没有落入理想区域内，只用常值控制器，不能达到设计指标。

```
numG=[0.0044,0.0038]; denG=[1,-1.6457,0.6703];;
rlocus(numG, denG)
```



题图 5-11-1 习题 5-11 特征根位置



题图 5-11-2 常值控制器根轨迹

( $\xi = 0.52$   $R = 0.8394$   $\theta = 15.5^\circ$ )

(3) 进行离散根轨迹设计

采用零点对消原系统极点，可以看到，由于原系统不具有积分环节，所以为了达到速度误差系数  $K_v > 5$  的条件，在控制器中必须配置一个积分环节。

同时配置一个极点位于原点的二阶动态控制器  $D(z) = k_c \frac{(z-0.7405)(z-0.9052)}{z(z-1)}$ 。此时

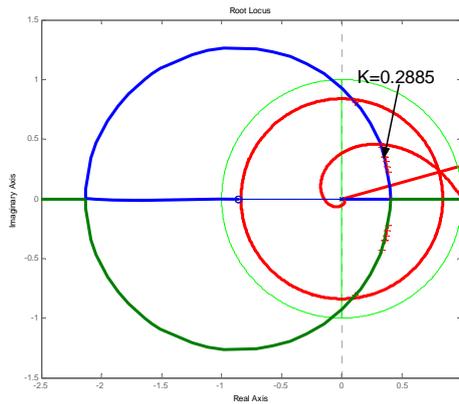
的开环传递函数为：

$$D(z)G(z) = 0.0044k_c \frac{z + 0.8636}{z(z-1)} = K \frac{z + 0.8636}{z(z-1)}$$

其中，根轨迹增益  $K = 0.0044k_c$

```
numGD=[1, 0.8636]; denGD=[1,-1,0];
rlocus(numGD, denGD)
```

加入控制器  $D(z)$  后的根轨迹如题图 5-11-3 所示。



题图 5-11-3 采用二阶控制器时的根轨迹

根据速度误差系数要求  $K_v > 5$ ，确定根轨迹增益的最小值，取

$$K_v = \frac{1}{T} \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)D(z)G(z) = \frac{1}{0.1} K \frac{z+0.8636}{z} \Big|_{z=1} > 5$$

根据稳态位置误差系数  $K > 0.2683$

用 `[K,pole]=rlocfind(numGD, denGD)` 来寻找满足  $K > 0.2683$  所对应的极点  
运行结果为：

```
K = 0.2885
pole = 0.3557 + 0.3501i
       0.3557 - 0.3501i
```

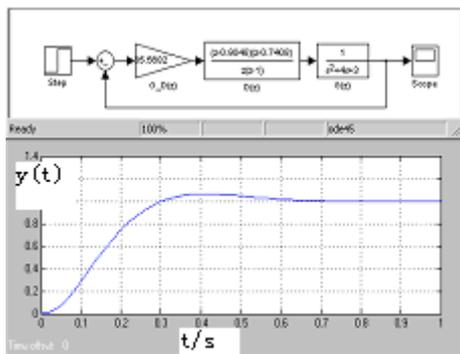
在稳定的增益区域内对应一对极点： $z = 0.3557 \pm 0.3501j$ ，对应的根轨迹增益  $K=0.2885$ ，满足位置误差要求。

控制器增益  $k_c = 0.2885/0.0044 = 65.5682$ 。最后，取离散控制器为

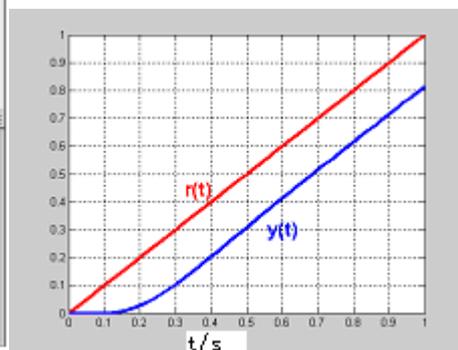
$$D(z) = 65.5682 \frac{(z-0.7405)(z-0.9048)}{z(z-1)}$$

#### (4) 进行仿真及其分析

阶跃输入信号仿真的方块图和仿真结果如题图 5-11-4 所示。



题图 5-11-4 阶跃输入仿真结果图



题图 5-11-5 斜坡输入仿真结果图

从中可知稳态值=1，最大值=1.063，故超调量  $\sigma\% = 6.3\%$ ，上升时间  $t_r = 0.25s$ ，调节

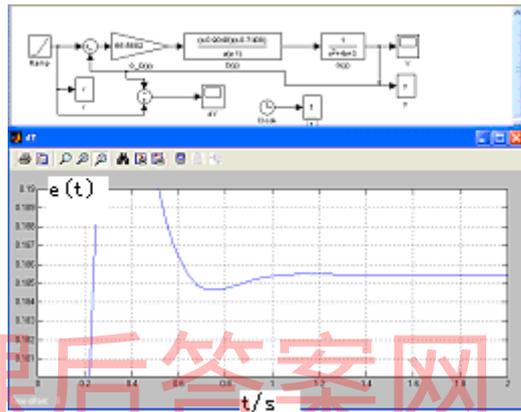
时间  $t_s = 0.5s$ ，性能满足要求。

斜坡输入信号  $r(t) = t, t > 0$  仿真结果如题图 5-11-5 所示。

由于  $K = 0.2885$ ，所以得到

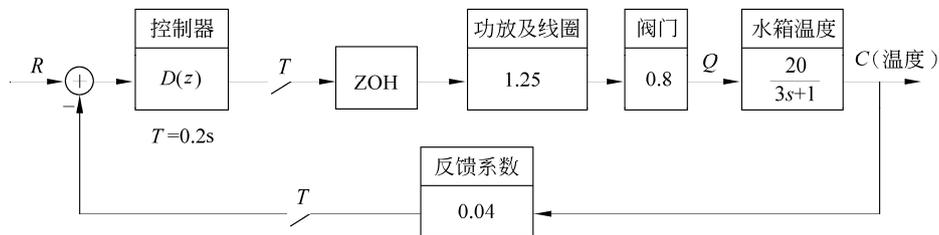
$$K_v = \frac{1}{T} \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)D(z)G(z) = \frac{1}{0.1} * 0.2885 * 1.8636 = 5.376486$$

斜坡输入的稳态误差为： $e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{5.376486} = 0.186$ ，仿真方块图和指令输入与输出的误差值见图 5-11-6。



题图 5-11-6 斜坡输入信号的指令输入与输出的误差局部图

**5-12** 对题图 3-12 所示的加热系统设计一个控制器  $D(z)$ 。要求阶跃输入时稳态误差  $< 2\%$ ，相稳定裕度  $> 40^\circ$ ，幅值裕度  $> 6dB$ ，试给出  $D(z)$  的脉冲传递函数。



题图 5-12 习题 5-12 加热系统结构图

解：(1) 被控对象的脉冲传递函数

$$G(s) = \frac{1}{3s+1}, \quad G(z) = Z \left[ \frac{1-e^{-sT}}{s} G(s) \right]$$

采用 MATLAB 命令

```
[znun,zdes]=c2dm([1],[3,1],0.2,'zoh')
```

得到运行结果为：

```
znun = 0 0.064
zdes = 1.0000 -0.9355
```

$$G(z) = \frac{0.064}{z-0.9355}$$

(2) 根据静差要求，确定系统开环放大系数

若令控制器  $D(z)$  的稳态增益为  $k$ ，依要求，在综合点处的误差应小于 0.02，所以可得

下述方程

$$0.02 \times k \times 1 \times 20 \times 0.04 = 1 - 0.02 = 0.998$$

所以

$$k = 0.998 / 0.016 = 62.375$$

取  $k=65$ 。因此，系统的开环放大系数  $K=52$ ，系统开环传递函数为

$$G(z) = \frac{0.064 \times 52}{z - 0.9355} = \frac{3.328}{z - 0.9355}$$

(3)  $w'$  平面设计

将其变换至  $w'$  平面，若  $T=0.2s$ ，采用 MATLAB 命令将其由  $z$  平面变换至  $w'$  平面：

```
[c,d]=d2cm([3.328],[1,-0.9355],0.2,'tustin');%从离散变成连续，z->s
```

得到运行结果为：

```
c = -1.7195    17.1945
```

```
d = 1.0000    0.3332
```

$w'$  平面的传递函数为

$$G(w') = \frac{-1.7195w' + 17.1945}{w' + 0.3332}$$

在选定放大系数的条件下，未校正系统不稳定。事实上，在  $w'$  平面上，闭环特征方程为

$$\Delta(w') = w' + 0.3332 - 1.7195w' + 17.1945 = -0.7195w' + 16.86 = 0$$

其特征根为正。为此必须加以校正。

依  $w'$  平面的开环传递函数可得其bode图，如题图5-12-1所示。分析该图可知，系统为非最小相位系统，需将高频增益降低小于1。通过分析和试算，选择

$$D(w') = 0.1 \frac{w' + 0.5}{w' + 0.005}$$

通过下述MATLAB程序，可求得校正后的bode图，如题图5-12-2所示。

```
c=[-1.7195 17.1945];
```

```
d=[1 0.3332];
```

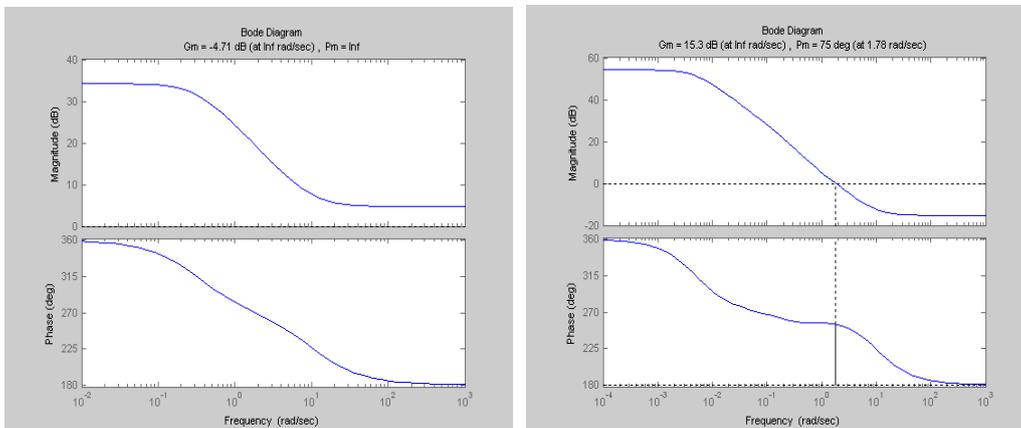
```
c1=[0.1 0.05];
```

```
d1=[1 0.005];
```

```
[sn,sd]=series(c,d,c1,d1);
```

```
figure(1);margin(sn,sd);
```

从题图5-16-2中可见，增益裕度为15.3 dB，相位裕度为76deg，满足系统要求。



题图5-12-1 开环对数幅频特性曲线

题图5-12-2校正后开环对数幅频特性曲线

(4) 将  $w'$  平面传递函数变换到  $z$  平面

利用下述 MATLAB 程序：

```
[c,d]=d2cm(c1,d1,0.2,'tustin') ;
```

可求得控制器  $z$  传递函数：

$$D(z) = \frac{0.1049(z - 0.9056)}{(z - 0.999)}$$

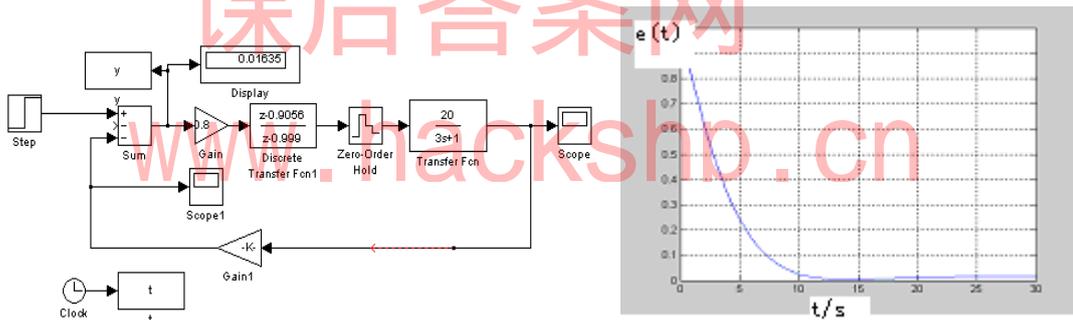
该传递函数的稳态增益为  $D(z)|_{z=1} = \frac{0.1049(z - 0.9056)}{(z - 0.999)}|_{z=1} = 9.9$ ，为保证控制器增益为

$k=65$ ，所以应取  $k_d = 65/9.9 = 6.57$ ，取整， $k_d = 7$ ：

$$D(z) = \frac{0.73(z - 0.9056)}{(z - 0.999)} \approx \frac{0.8(z - 0.9056)}{(z - 0.999)}$$

(5) 系统仿真实验

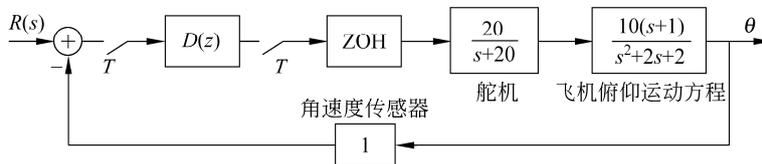
利用 simulink 软件可以构造如下仿真框图，如题图 5-12-3 所示。误差动态如题图 5-12-4 所示。从数字显示器上可见，稳态误差为 0.01636，满足要求。



题图 5-12-3

题图 5-12-4

**5-13** 飞机俯仰角速度控制系统如题图 5-13 所示，试设计控制器  $D(z)$ ，使阶跃响应超调量小于 15%，调节时间小于 4s，并使等效舵面常值干扰稳态误差为零。设采样周期  $T=0.05s$ 。（为了简化，设计时可以略去舵机的时间常数）。



题图 5-13 飞机俯仰角速度控制系统

解：采用 PID 控制得到如题图 5-13-1 的仿真曲线。

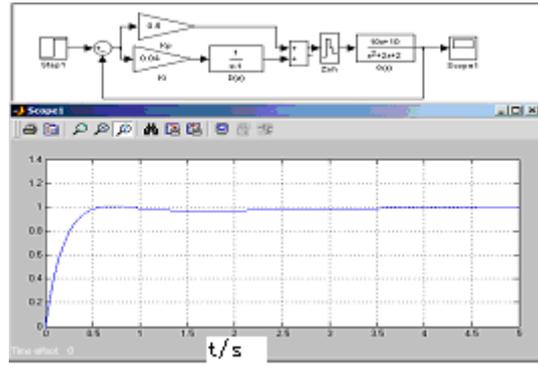
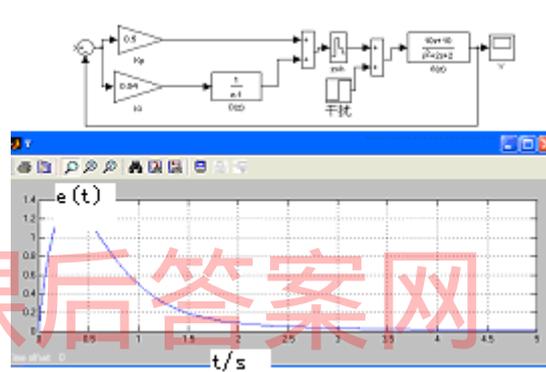
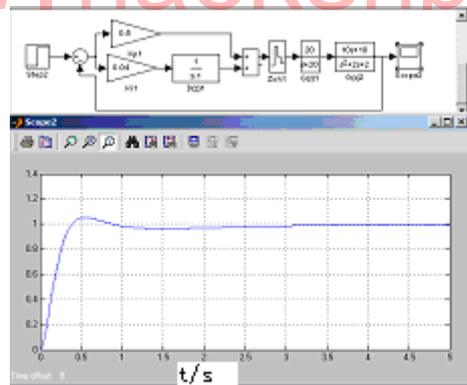


图 5-13-1 不考虑舵机时对阶跃指令输入响应仿真曲线  
可见满足指标“阶跃响应超调量小于 15%，调节时间小于 4s”的要求。



题图 5-13-2 不考虑舵机时对阶跃等效舵面常值干扰的稳态误差曲线  
可见满足指标“等效舵面常值干扰稳态误差为零”的要求。



题图 5-13-3 考虑舵机时不考虑舵面干扰时对阶跃指令输入响应仿真曲线  
可见满足指标“阶跃响应超调量小于 15%，调节时间小于 4s”的要求。

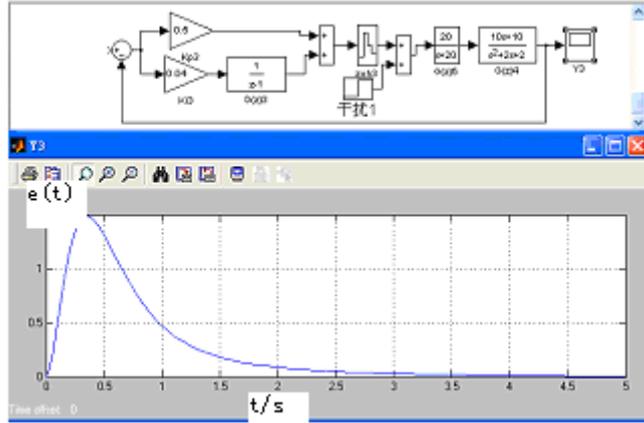
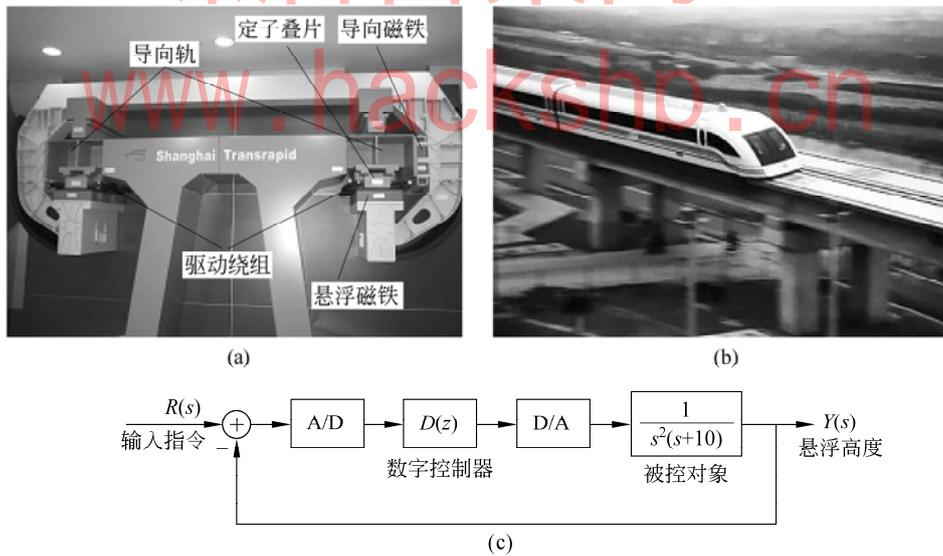


图 5-13--4 考虑舵机时对阶跃等效舵面常值干扰的稳态误差曲线  
可见满足指标“等效舵面常值干扰稳态误差为零”的要求。

5-14 自动化的磁悬浮列车可以在极短的时间内正常运行，而且具有极高的速度和能量利用率。自动化磁悬浮列车的一个关键技术就是对列车的悬浮高度进行控制。题图 5-14(c) 是代表世界先进水平的德国 M-Bahn 号磁悬浮列车悬浮高度的计算机控制系统。若采样周期  $T=0.01s$ ，试在  $w'$  域设计数字控制器  $D(z)$ ，使系统的相位裕度满足  $45^\circ \leq \gamma \leq 55^\circ$ ，并估算校正后的系统阶跃响应。



题图 5-14 磁悬浮列车高度控制系统

解：(1) 被控对象的脉冲传递函数

$$G(s) = \frac{1}{s^3 + 10s^2}, \quad G(z) = Z \left[ \frac{1 - e^{-sT}}{s} G(s) \right]$$

采用 MATLAB 命令

```
Gnum=[1];
```

```
Gdes=[1,10,0,0];
```

```
[Gznum,Gzdes]=c2dm(Gnum, Gdes,0.01,'zoh')
```

得到运行结果为：

```
Gznum = 1.0e-006 *
    0    0.1626    0.6344    0.1547
Gzdes = 1.0000   -2.9048    2.8097   -0.9048
```

$$G(z) = 10^{-6} \times \frac{0.1626z^2 + 0.6344z + 0.1547}{z^3 - 2.9048z^2 + 2.8097z - 0.9048}$$

将其变换至  $w'$  平面，若  $T=0.01s$ ，则可以采用 MATLAB 命令将其由 Z 平面变换至  $w'$  平面：

```
[Gwnum, Gwdes]=d2cm(Gznum, Gzdes, 0.01, 'tustin')
```

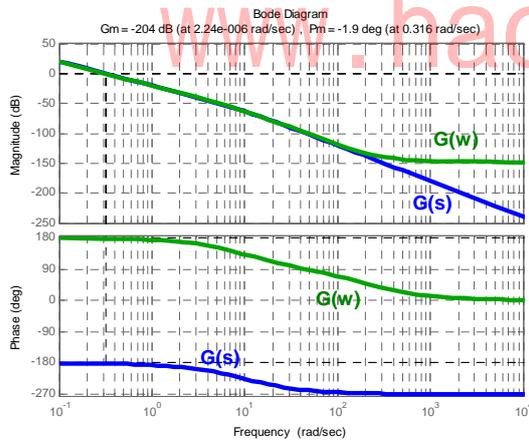
运行结果为：

```
Gwnum = 0.0000   -0.0000   -0.0049   0.9992
Gwdes = 1.0000    9.9917    0.0000  -0.0000
```

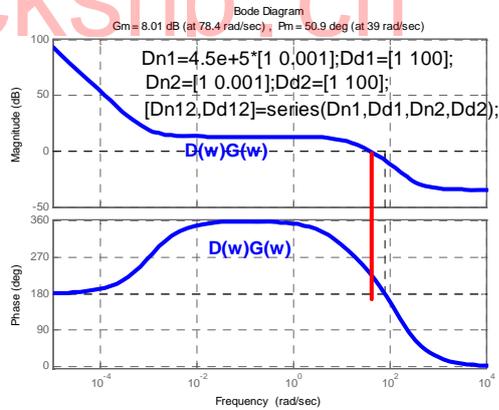
$$G(w') = \frac{-0.0049w' + 0.9992}{w'^3 + 9.9917w'^2}$$

采用 MATLAB 命令：

```
figure(1);margin(Gnum,Gdes),grid,hold on %连续系统在S平面
margin(Gwnum, Gwdes) %原连续系统在W平面
(2) 设计控制器1
Dn1=4.5e+5*[1 0.001];Dd1=[1 100];
Dn2=[1 0.001];Dd2=[1 100];
[Dn12,Dd12]=series(Dn1,Dd1,Dn2,Dd2);
[num1,des1]=series(Gwnum, Gwdes,Dn12,Dd12);
margin(num1,des1),grid %计算和校核幅值和相角裕度
```



题图 5-14-1 原系统 S 和 W 的频率特性曲线



题图 5-14-2 校正系统的对数幅频特性曲线

由题图 5-14-2 可见，在频率 39rad 处，相角裕度为 50.9 度。

采用 MATLAB 命令将其由  $w'$  平面变换至 Z 平面：

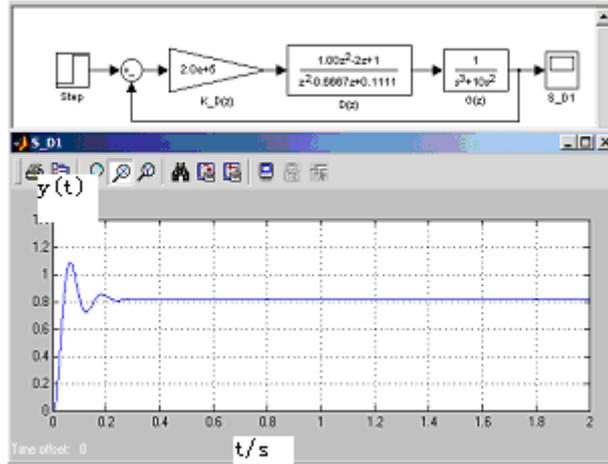
```
[Dzn1,Dzd1]=c2dm(Dn12,Dd12,0.01,'tustin')
```

得到运行结果为：

```
Dzn1 = 1.0e+005 *
    2.0000   -4.0000    2.0000
Dzd1 = 1.0000   -0.6667    0.1111
```

$$D(z) = 2.0 \times 10^5 \frac{(z-1)^2}{z^2 - 0.6667z + 0.1111}$$

校正后的系统阶跃响应如题图 5-14-3 所示。



题图 5-14-3 仿真曲线图

结论：

- ① 由于采用两个微分环节抵消积分环节，所以系统响应存在静态误差。
- ② 由于没有考虑到  $w'$  平面与  $s$  平面在频率和相角之间存在的非线性映射关系，得到的相角裕度是在  $w'$  平面的，而不是在  $z$  平面的，所以可能需要进行一定的修正。

画出对象模型的几种频率特性曲线如题图5-14-4所示。

`Bode(Gnum, Gdes), grid, hold on`  
`dbode(Gznum, Gzdes, 0.01)`  
`bode(Gwnum, Gwdes)`

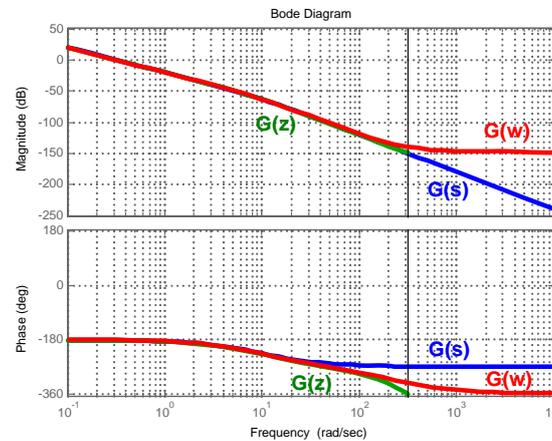
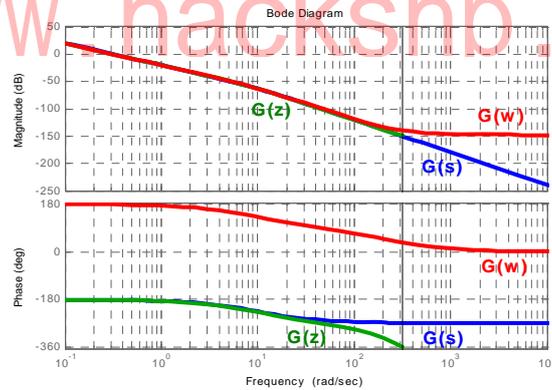


图5-14-4 频率特性

从题图5-14-4中可以看出, 在频率小于50rad/s时, 3种曲线对应的相角几乎相等, 所以不需要进行相角的修正。

(3) 设计控制器2

```
Dn3=2e+3*[1 0.1];Dd3=[1,30];
```

```
[num2,des2]=series(Gwnum, Gwdes,Dn3,Dd3);
```

```
margin(num2,des2),grid %计算和校核幅值和相角裕度
```

由题图 5-14-5 可见, 在频率 5.69rad 处, 相角裕度为 47 度。

采用 MATLAB 命令将其由  $w'$  平面变换至 Z 平面:

```
[Dzn2,Dzd2]=c2dm(Dn3, Dd3,0.01,'tustin')
```

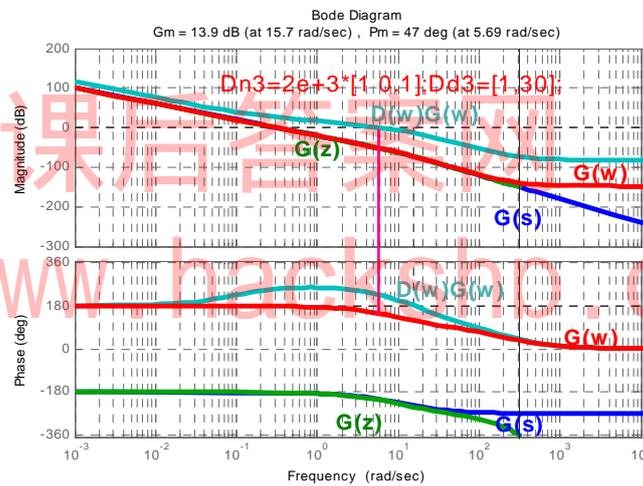
得到运行结果为:

```
Dzn2 = 1.0e+003 *
```

```
1.7400 -1.7383
```

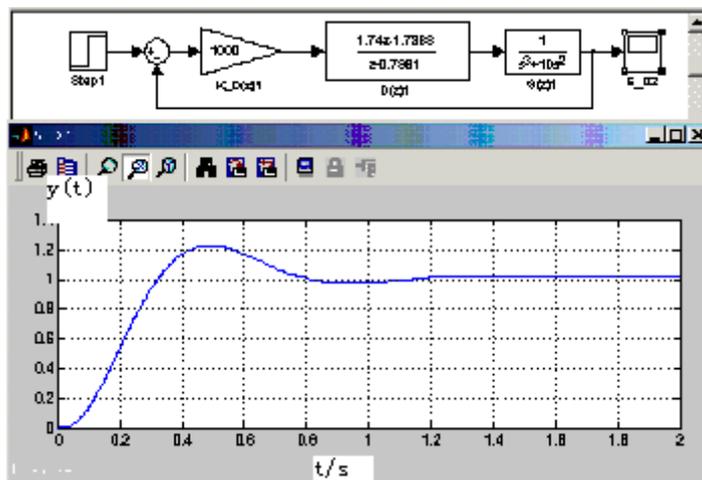
```
Dzd2 = 1.0000 -0.7391
```

对应得到  $D(z) = 1000 \frac{1.74z - 1.7383}{z - 0.7391}$



题图 5-14-5 校正连续系统的对数幅频特性曲线

校正后的系统阶跃响应如题图 5-14-6 所示。



题图 5-14-6 仿真曲线图

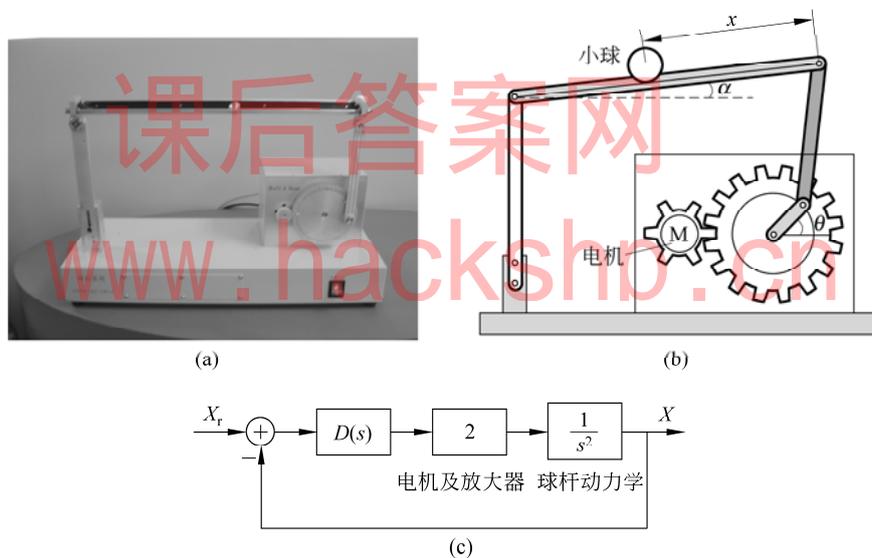
结论:

- ①由于采用 1 个微分环节抵消积分环节，所以系统响应不存在静态误差。
- ②由于穿越频率  $5.69\text{rad/s}$  比较小，相角裕度为  $47$  度，所以得到的相角裕度不需要进行修正。

**5-15** 不稳定系统的控制问题成为大多数控制系统需要解决的难点。由于绝大多数的不稳定系统的控制都是非常危险的，因此在实验室研究中，常采用开环不稳定的球杆系统作为实验系统。球杆系统简单安全并具备一个非稳定系统所具有的重要的动态特性。

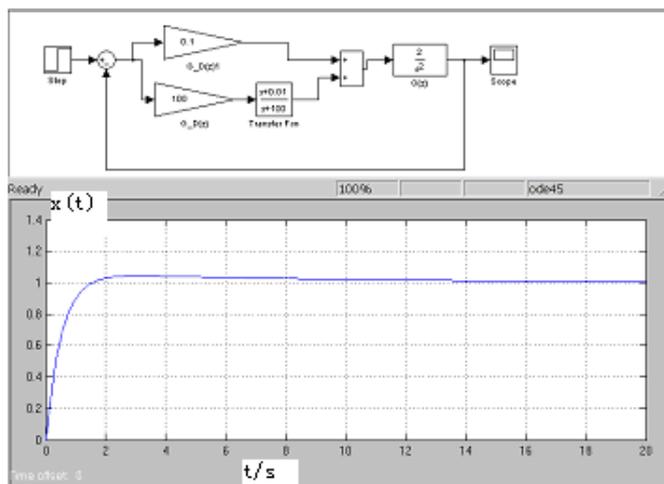
球杆执行系统结构如题图 5-15(a)所示，它由一根 V 型导轨和一个不锈钢球组成。V 型导轨一侧为不锈钢杆，另一侧为直线位移电阻器。当球在轨道上滚动时，通过测量不锈钢杆上输出电压即可测得球在轨道上的位置。V 型导轨的一端固定，而另一端则由直流电机经过齿轮减速，再通过固定在大齿轮上的连杆带动进行上下往复运动。需要解决的问题是，通过调节直流电机的转动，可使球停放在导轨上的指定位置。

该系统的框图模型如题图 5-15(b)所示。试在连续域设计控制器  $D(s)$ ，使球可以在杆上任一指定位置停止。选择合适方法将  $D(s)$  离散化，并通过数字仿真的方法验证数字系统与连续系统的响应特性是相近的。（应注意，电机转角与小球位移是非线性的函数关系，本题将其近似为线性关系。）



题图 5-15 球杆控制系统

解：采用连续 PD 控制，得到如题图 5-15-1 所示的连续控制器系统结构及仿真曲线图



题图 5-15-1 连续控制器系统结构及仿真曲线图

对应得到的连续控制器为： $D(s) = 0.1 + 100 \frac{s + 0.01}{s + 100} = \frac{100.1s + 11}{s + 100}$

采用 tustin 离散控制器，取采样周期  $T = 0.01s$ ，得到：

`[Dn,Dd]=c2dm([100.1 11],[1 100],0.01,'tustin')`

运行结果为：

`Dn = 66.7700 -66.6967`

`Dd = 1.0000 -0.3333`

离散控制器为： $D(z) = \frac{66.77z - 66.6967}{z - 0.3333}$

得到如题图 5-15-2 所示的离散控制器系统结构及仿真曲线图

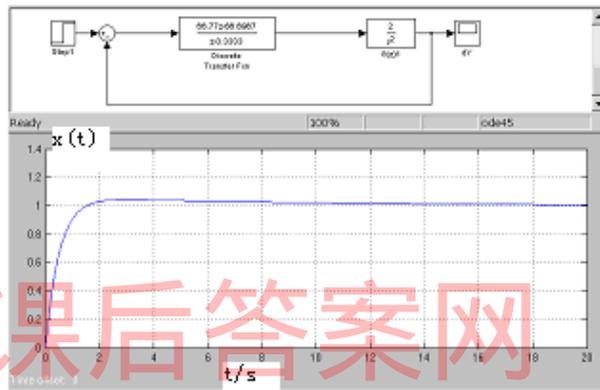


图 5-15-2 连续控制器系统结构及仿真曲线图

由题图 5-15-1 和题图 5-15-2 可以验证数字系统与连续系统的响应特性是相近的。

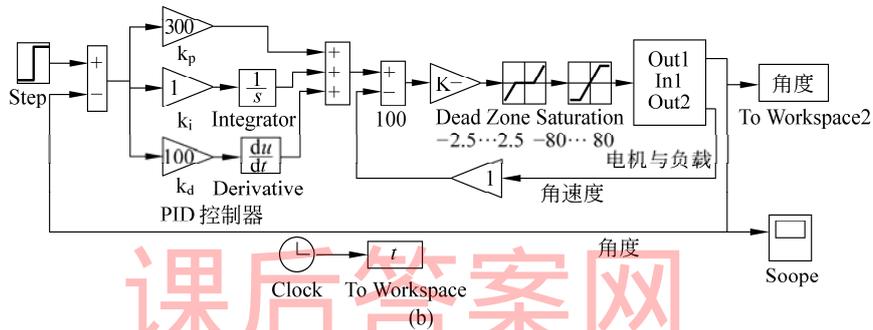
**5-16** 飞行模拟转台是现代飞机飞行控制系统在地面进行仿真实验的高精度实验设备。题图 5-16(a)是我国自行研制的三轴电动模拟转台。转台分成三个框，分别围绕各自轴转动，每轴各用一套高精度伺服系统驱动。简化后其中某一轴的伺服系统结构图如题图 5-16(b)所示。所设计的控制器连续传递函数为

$$D(s) = \left( 300 + \frac{1}{s} + 100s \right) = \frac{100s^2 + 300s + 1}{s}$$

试选择合适的离散化方法将其离散化，求得  $D(z)$ ，并比较两个控制器的时域及频域的误差。设采样周期  $T=0.0005s$ 。



(a)



(b)

题图 5-16 模拟转台及伺服系统结构图

解：从控制器的结构明显看出为 PID 控制，所以积分项可以采用 tustin 变换：

$$D1(z) = \frac{T}{2} \frac{z+1}{z-1} = 0.00025 \frac{z+1}{z-1}$$

微分项可以采用向后差分法：

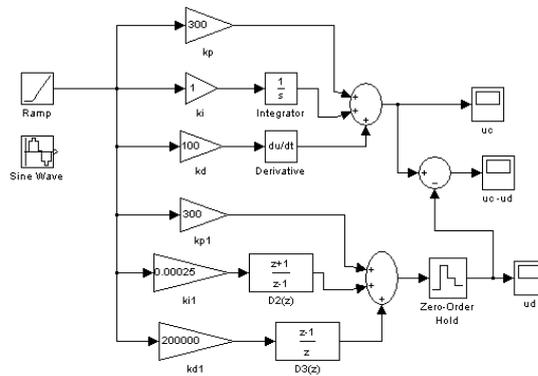
$$D2(z) = 100s = 100 \frac{z-1}{0.0005z} = 200000 \frac{z-1}{z}$$

所以得到离散后的数字控制器为

$$D(z) = 300 + 0.00025 \frac{z+1}{z-1} + 200000 \frac{z-1}{z}$$

(1) 两个控制器的时域误差比较：

控制器结构如题图 5-16-1 所示。



题图 5-16-1 控制器结构图

分别加入斜坡信号、正弦信号,得到两个控制器的时域和误差曲线分别如题图

5-16-2~5-16-4 所示。仿真时，连续系统采用欧拉法仿真，正弦信号频率为 10rad/s。

从题图 5-16-2~5-16-4 可以看出，连续控制器和离散控制器针对斜坡信号、余弦信号的时域输出很接近，其误差都很小。

(2) 两个控制器的频域误差比较：

$$D(s) = \left( 300 + \frac{1}{s} + 100s \right) = \frac{100s^2 + 300s + 1}{s}$$

$$D(z) = 300 + 0.00025 \frac{z+1}{z-1} + 200000 \frac{z-1}{z} = \frac{200300z^2 - 400300z + 200000}{z^2 - z}$$

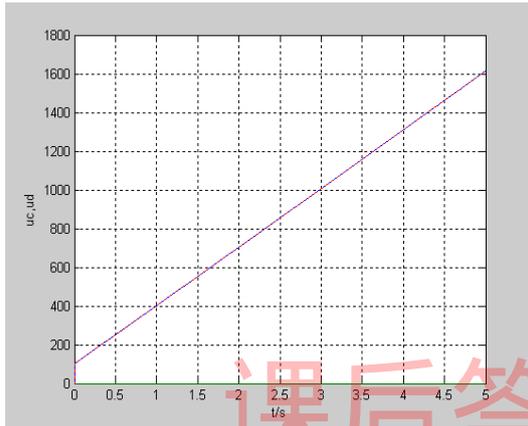


图 5-16-2 连续与离散控制器  
对斜坡信号的输出响应（已近重合）

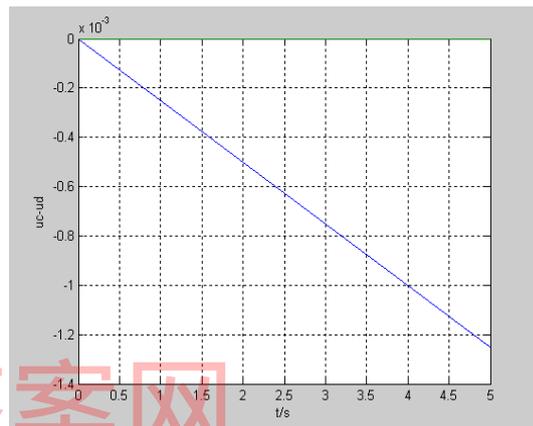


图 5-16-3 连续与离散控制器  
对斜坡信号的误差响应

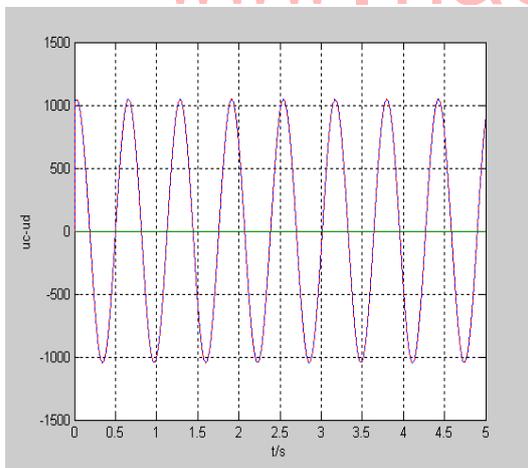


图 5-16-4 连续与离散控制器  
对正余弦信号的输出响应（已近重合）

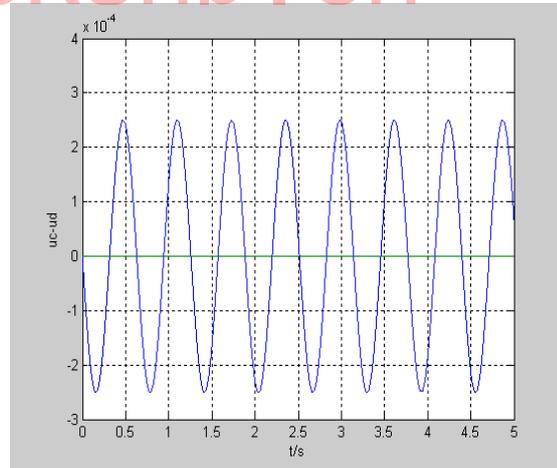


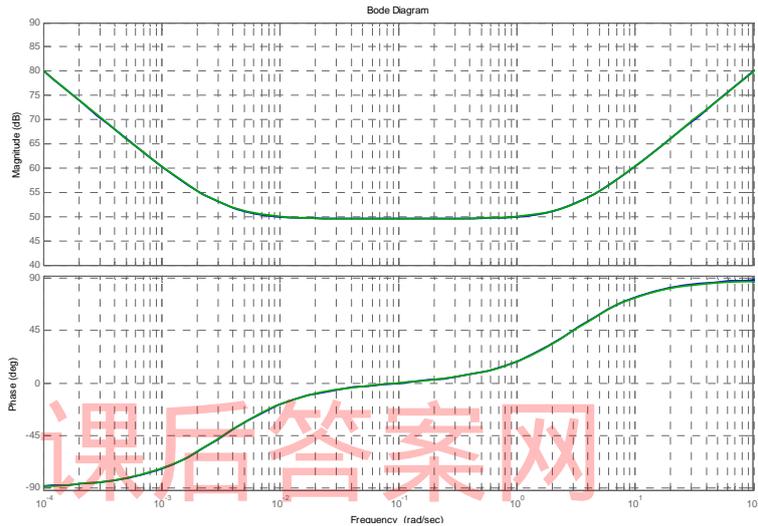
图 5-16-5 连续与离散控制器  
对正余弦信号的误差响应

MATLAB 仿真程序如下：

```
num=[100,300,1];den=[1,0];
n1=[300];d1=[1];
n2=0.00025*[1,1];d2=[1,-1];
n3=200000*[1,-1];d3=[1,0];
[n12,d12]=parallel(n1,d1,n2,d2);
```

```
[dnum,dden]=parallel(n12,d12,n3,d3);  
%连续控制器频域:  
bode(num,den);grid,hold on  
%离散控制器频域:  
T=0.0005;  
dbode(dnum,dden,T)
```

连续控制器频域和离散控制器频域比较如题图 5-16-6 所示。由于采样周期较小，所以连续控制器和离散控制器频率响应特性在  $\omega = (0 \sim 100)rad/s$  范围内非常一致。

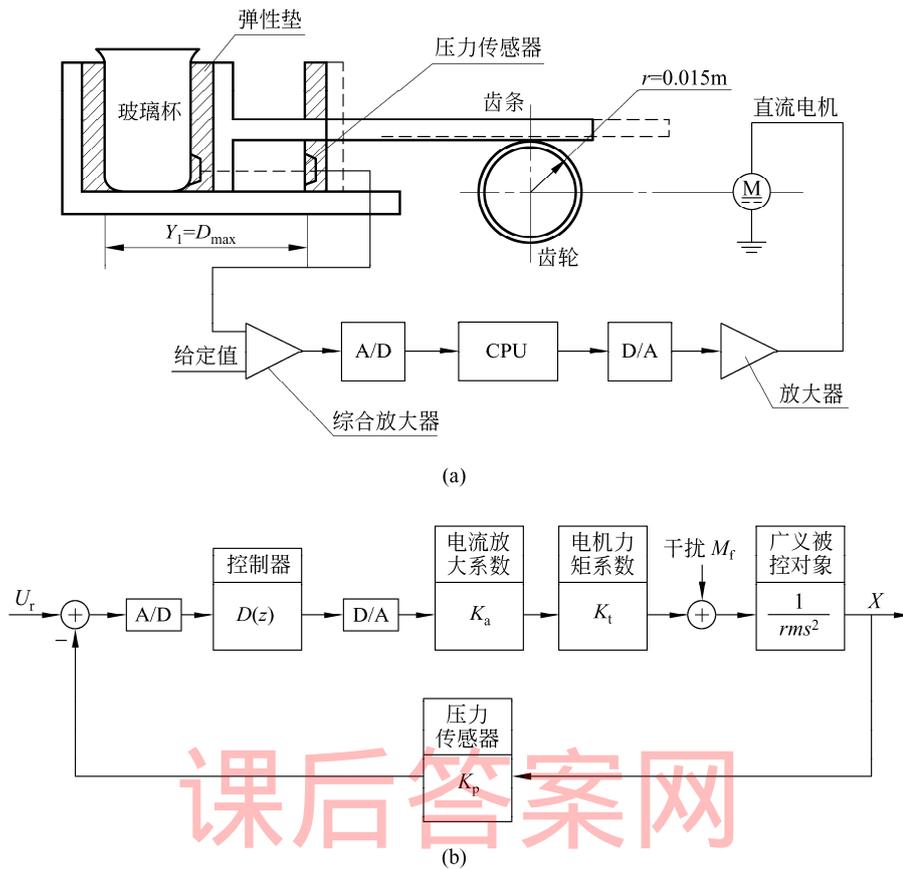


题图 5-16-6 连续控制器频域和离散控制器频域

5-17 机构手计算机控制系统如题图 5-17(a)所示，该系统控制过程可分为加速段、减速段和位置伺服段。前两段为开环控制，在夹持钳接触玻璃杯后为控制弹性垫的压缩量，系统进入位置闭环伺服控制段。实际压缩量由压力传感器检测。闭环伺服控制系统结构图如图 5-17(b)所示。其中  $K_t = 0.3Nm/A$ ， $K_p = 0.833V/mm$ ， $K_a = 1A/V$ ， $r = 0.015m$ ， $m = 1kg$ ，采样周期  $T \leq 0.0014s$ 。

在  $w'$  平面设计控制器满足如下要求：

- (1) 在静摩擦力矩  $M_f \leq 10^{-2}Nm$  时，闭环系统的静差  $\leq 0.1mm$ 。
- (2) 最大超调量  $\leq 15\%$ ，调节时间  $\leq 0.5s$ 。
- (3) 相位稳定裕度  $\gamma_m > 50^\circ$ ，模稳定裕度  $L_h > 10dB$ 。



题图 5-17 机构手计算机控制系统

解 (1)依题图 5-17(b)结构图, 在  $M_f$  作用下, 要求静差  $\leq 0.1\text{mm}$ , 可求得控制器稳态增益  $K_d$ :

$$K_d = \frac{M_f}{K_p K_a K_t \Delta x} = \frac{10^{-2}}{0.833 \times 1 \times 0.3 \times 0.1} \approx 0.4$$

(2)在上述参数下, 系统的开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K_p K_t K_a K_d}{rms^2} = \frac{6664}{s^2} = \frac{K_1}{s^2}, K_1 = 6664$$

(3)控制器设计, 在  $w'$  域上进行控制器设计。首先求  $G(z)$ , 得

$$G(z) = Z \left[ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{K_1}{s^2} \right] = \frac{K_1 T^2}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)^2}$$

进而进行  $w'$  变换

$$G(w') = \frac{K_1 T^2}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)^2} \Big|_{z = \frac{1+Tw'/2}{1-Tw'/2}} = K_1 \frac{(1-Tw'/2)}{w'^2} = 6664 \frac{(1-0.0007w')}{w'^2}$$

依该式可得系统开环对数频率特性曲线, 如题图 5-17-1 上  $L_1, \varphi_1$  所示, 显然, 该系统是不稳定的。为此需加入校正网络。利用连续系统的校正方法, 为使系统稳定, 增强快速性, 减少超调, 应加入超前-滞后校正网络

$$D(w') = \frac{1 + \tau w'}{1 + \alpha \tau w'} \quad (\alpha < 1)$$

选择  $1/\tau$  及  $1/\alpha\tau$  分别位于开环截止频率  $\omega_{oc1}$  的两侧, 根据经验及试算, 最终选取  $\tau = 0.028, \alpha\tau = 0.00014$ , 得

$$D(w') = \frac{1 + 0.028w'}{1 + 0.00014w'} \quad (\alpha < 1)$$

$D(w')$  的对数频率特性曲线如题图 5-17-1 上  $L_2, \varphi_2$  所示。此时, 系统正向通道脉冲传递函数为

$$G(w') = 6664 \frac{1 + 0.028w'}{1 + 0.00014w'} \frac{(1 - 0.0007w')}{w'^2}$$

校正后的系统开环对数频率特性曲线如题图 5-17-1 上  $L_3, \varphi_3$  所示。从该图可得系统相位裕度  $\gamma_m = 70^\circ > 50^\circ$ , 幅值裕度  $L_h = 18\text{dB} > 10\text{dB}$ , 满足要求。

考虑到静态设计  $K_d = 0.4$  的要求, 所以最终可得:

$$D(w') = 0.4 \frac{1 + 0.028w'}{1 + 0.00014w'}$$

将  $D(w')$  返回到  $z$  平面, 求得

$$D(z) = D(w') \Big|_{w' = \frac{2z-1}{Tz+1}} = 13.667 \frac{(z - 0.95122)}{(z + 0.667)}$$

(4) 在  $z$  平面上进行性能校验

此时, 系统正向通道脉冲传递函数为

$$G_1(z) = 0.0026787 \frac{(z - 0.95122)}{(z + 0.667)} \frac{(z + 1)}{(z - 1)^2}$$

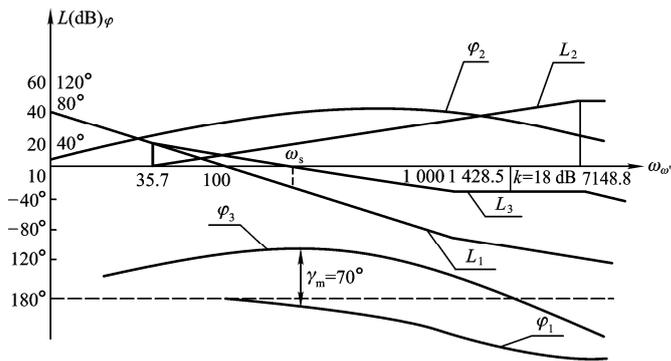
系统闭环传递函数为

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= \frac{X(z)}{R(z)} = \frac{G_1(z)}{1 + K_p G_1(z)} \\ &= \frac{(0.000267 + 0.0000131z^{-1} - 0.0002574z^{-2})z^{-1}}{1 - 1.1107z^{-1} - 0.323z^{-2} + 0.4556z^{-3}} \end{aligned}$$

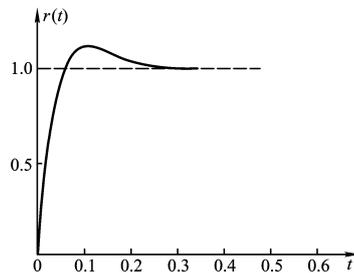
反变换可得

$$\begin{aligned} x(k) &= 1.1107x(k-1) + 0.323x(k-2) - 0.4556x(k-3) + \\ &\quad 0.000267r(k-1) + 0.0000131r(k-2) - 0.0002574r(k-3) \end{aligned}$$

利用迭代法或计算机仿真, 可得题图 5-17-2 所示阶跃响应曲线。由图可知超调量为  $12\% < 15\%$ , 稳态调节时间  $t_s = 0.3s < 0.5s$ , 满足给定技术要求。



题图 5-17-1 对数频率特性曲线

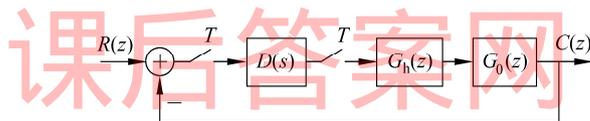


题图 5-17-2 阶跃响应曲线

5-18 已知系统结构如题图 5-18 所示, 图中  $D(s) = (a + s)/s$ ;  $G_h(s)$  为 ZOH 传递函数;

$G_0(s) = 1/s$ 。设  $T=0.1s$ 。

- (1) 将控制器用双线性变换法离散, 试确定使系统稳定的最大  $a$  值。
- (2) 试将控制器用一阶向后差分变换法离散, 试确定使系统稳定的最大  $a$  值。



题图 5-18 系统结构图

5-19 若离散化采用

$$\frac{du(t)}{dt} = \frac{u(k+1) - u(k-1)}{2T} = e(k)$$

近似时, 称为中心差分法, 试导出中心差分法替换式。

5-20 试用零极点匹配法求控制器  $D(s) = s + a$  的等效离散控制器。

5-21 巴特沃斯(Butterworth) 滤波器常常用来获得锐截止阻带和平直通带频率特性的滤波器。其特性由幅值平方方程  $G^2(\omega) = \frac{1}{1 + (\omega/\omega_c)^{2n}}$  表示, 式中  $n$  为滤波器阶次,  $\omega_c$  为

截止频率。若  $n=4$ , 依幅值平方方程, 可以得到  $\omega_c=1$  时的  $s$  平面巴特沃斯(Butterworth)

滤波器的传递函数为  $G(s) = \frac{1}{(s + 0.3827 + j0.9239)(s + 0.3827 - j0.9239)}$

$\times \frac{1}{(s + j0.3827 + 0.9239)(s - j0.3827 + 0.9239)}$ , 试用零极点匹配方法求其脉冲传递函

数。

5-22 题图 4-15 为水位高度控制系统略图。

- (1) 画出阀门数  $N$  的根轨迹。

(2) 如若取  $N=5$ ，数字控制器为  $D(z) = k_c \frac{z - z_c}{z - p_c}$ ，试用零极点对消法选择控制器有关参

数，并保证系统速度误差系数不变。

**5-23** 在题 3-12 所示热蒸汽加热系统中，设  $T=0.2s$ ，要求在常值输入时稳态误差应小于 2%，试设计一相位滞后的控制器，使相位及增益裕度分别大于  $40^\circ$  及 6dB，试给出控制器传递函数  $D(z)$ 。

**5-24** 太阳光源跟踪系统利用伺服系统控制太阳电池帆板的移动，使其跟踪并始终垂直于太阳光线，最大程度地接受太阳能。太阳光源跟踪系统由感光器与检测线路和电机的功率放大器（可以简化视为一个增益放大环节），太阳帆板（作为直流力矩电机的负载，可以近似看作常值转动惯量加到电机轴上），电机位置传感器（其输出与电机转角成正比的电压信号）和直流力矩电机组成。

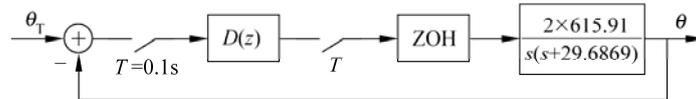
太阳光源跟踪系统如题图 5-24(a)所示。计算机控制系统方块图如题图 5-24(b)所示。试设计数字控制器，满足如下指标要求：

- (1) 超调量  $\sigma\% \leq 15\%$ ；
- (2) 上升时间  $t_r \leq 0.55s$ ；
- (3) 调节时间  $t_s \leq 1s$ 。
- (4) 静态速度误差系数  $K_v > 5$ 。

设采样周期  $T=0.1s$



(a)



(b)

题图 5-24 太阳光源跟踪计算机控制系统

**5-25** 若给定系统闭环传递函数为  $\Phi(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{T^2(k_p z^2 + k_i T z + k_r T - k_p)}{A z^3 + B z^2 + C z + D}$

式中  $A = 2J_v$ ， $B = T k_p + 2 k_r T - 6 J_v$ ， $C = 6 J_v - 4 k_r T + T^3 k_i$ ，

$D = 2 k_r T + k_i T^3 - 2 J_v - k_p T^2$ ， $J_v = 41822$

试确定  $k_p, k_r, k_i$ ，使输出  $c(k)$  以最少的采样周期数达到阶跃的输入值。

5-26 现考察导弹滚转控制问题。导弹绕纵轴滚转特性近似用下述传递函数描述

$$G(s) = \frac{1}{s(s+15)}$$

其控制系统结构如题图 5-26 所示。

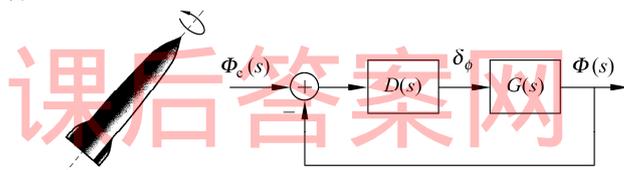
(1) 试用连续域-离散化方法设计控制器  $D(s)$ ，满足下述指标：

- $k_v \geq 150$
- 相位裕度  $\gamma_m \geq 55^\circ$
- 控制器增益尽可能低
- 采用双线性变换法求取数字控制器  $D(z)$ 。

设采样周期  $T \geq 0.02s$ 。

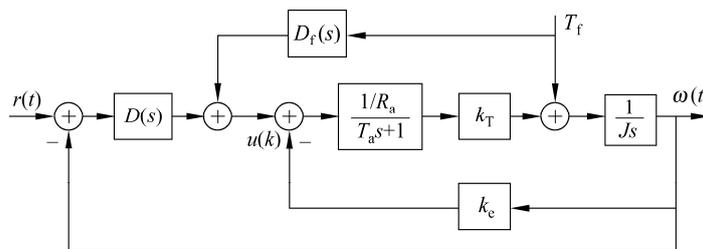
(2) 利用  $w'$  变换方法直接设计数字控制器  $D(z)$ ，满足上述指标要求。

设采样周期  $T \geq 0.04s$ 。



题图 5-26 导弹滚转控制系统

5-27 一直流电机控制的速度伺服系统如题图 5-27 所示。系统采用 PI 控制并对力矩干扰进行测量实现完全补偿，按连续系统进行设计，选择适当离散化方法求数字控制器的  $u(k)$  表达式。



题图 5-27 直流电机控制的速度伺服系统

## 第 6 章 习 题

6-1 试判断下述系统的可控性及可观性。

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = [2 \quad -4]x(k)$$

解:  $W_R = [FG \quad G] = \left\{ \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\text{rank } W_R = 2$ , 系统可控

$$W_o = \begin{bmatrix} C \\ CF \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad \text{rank } W_o = 1, \quad \text{系统不可观。}$$

6-2 下述连续系统被采样, 求离散传递函数, 并确定  $T$  为何值时系统不可控, 试说明之。

$$G(s) = \frac{2(s+5)}{s^2 + 10s + 29}$$

解:  $\Delta(s) = s^2 + 10s + 25 + 4 = 0$ ;  $s_{1,2} = -5 \pm j2$ ; 所以  $s_1 - s_2 = j4$ 。

依要求可知, 若  $s_1 - s_2 = jk \frac{2\pi}{T}$ , 采样系统不可控。故有  $T = k\pi/2$  时系统不可控。

$$G(z) = \frac{2[z^2 - ze^{-5T} \cos 2T]}{z^2 - 2ze^{-5T} \cos 2T + e^{-10T}}, \quad \text{如当 } T = \pi/2 \text{ 时}$$

$$G(z) = \frac{2e^{-2.5\pi} z(e^{2.5\pi} z + 1)}{(e^{2.5\pi} z + 1)^2} = \frac{2e^{-2.5\pi} z}{(e^{2.5\pi} z + 1)}, \quad \text{发生零极对消。}$$

6-3 给定下述系统

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$$

- (1) 试确定一组控制序列, 使系统从  $x(0) = [1 \ 1 \ 1]^T$  达到原点。
- (2) 该控制序列最少步数是多少。
- (3) 能否找到一组控制序列, 使系统从原点到达  $[1 \ 1 \ 1]^T$ , 解释为什么。

解: (1)  $x(1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(0)$

如取  $u(0) = -3$ , 则

$$x(1) = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad x(2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(1)$$

如取  $u(1) = 0$ , 则

$x(2) = [0]$ 。表明  $u(0) = -3$ 、 $u(1) = 0$ , 可使系统从  $x(0) = [1 \ 1 \ 1]^T$  达到原点。

- (2) 显然最少步数  $N=2$ 。

$$(3) \text{ 因为 } W_R = \begin{bmatrix} F^2 G & FG & G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ rank } W_R = 2 \neq 3, \text{ 系统不可达。从转移矩}$$

阵  $F$  可见,  $x_3(k)$  不受  $u(k)$  影响, 且与其他状态无关, 所以不能通过  $u(k)$  改变其状态。

#### 6-4 伺服系统的状态方程为

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0.0952 \\ 0 & 0.905 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0.00484 \\ 0.0952 \end{bmatrix} u(k)$$

试利用极点配置法求全状态反馈增益, 使闭环极点在  $s$  平面上位于  $\xi = 0.46, \omega_n = 4.2 \text{ rad/s}$ 。假定采样周期  $T = 0.1 \text{ s}$ 。

解: 求期望极点:

$$s \text{ 平面 } s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -1.932 \pm j3.73$$

$$z \text{ 平面 } z_{1,2} = e^{-s_{1,2}T} = 0.8243e^{-j0.373} = 0.7676 \pm j0.3004$$

期望特征方程:

$$\alpha_c = (z - 0.7676 + j0.3004)(z - 0.7676 - j0.3004) = z^2 - 1.535z + 0.6795 = 0$$

依 Ackerman 公式

$$K = [1 \ 0 \ \cdots \ 0] W_c^{-1} \alpha_c(F); \quad W_c = [FG \ G];$$

$$FG = \begin{bmatrix} 0.0139 \\ 0.0862 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0.00484 \\ 0.0952 \end{bmatrix}, \quad W_c^{-1} = [FG \ G]^{-1} = \begin{bmatrix} 105.1 & -5.342 \\ -95.13 & 15.34 \end{bmatrix},$$

$$\alpha_c(F) = \begin{bmatrix} 1 & 0.0952 \\ 0 & 0.905 \end{bmatrix}^2 - 1.535 \begin{bmatrix} 1 & 0.0952 \\ 0 & 0.905 \end{bmatrix} + 0.6798 \begin{bmatrix} 1 & 0.0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1446 & 0.0353 \\ 0 & 0.106 \end{bmatrix},$$

$$K = [1 \ 0] \begin{bmatrix} 105.1 & -5.342 \\ -95.13 & 15.34 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1446 & 0.0353 \\ 0 & 0.106 \end{bmatrix} = [15.17 \ 3.12]$$

**6-5** 对 (6-4) 题所示系统设计全阶状态预测观测器及现今值观测器, 要求观测器的特征根是相等实根, 该实根所对应的响应的衰减速率是控制系统衰减速率的 4 倍。若  $y(k) = [1 \ 0]x(k)$ , 试设计降阶状态观测器, 要求观测器极点位于原点, 并求由观测器而引入系统的数字滤波器传递函数。

若  $y(k) = [0 \ 1]x(k)$ , 试问能设计降价状态观测器吗?

解: (1) 预测观测器设计

$$\text{预测观测器方程为 } \bar{x}(k+1) = [F - LC]\bar{x}(k) + Gu(k) + Ly(k)$$

利用 Ackerman 公式计算  $L$  阵:  $L = \alpha_e \begin{bmatrix} C \\ CF \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

期望极点确定, 依题意, 原系统  $\sigma = \xi\omega_n = 1.932$ , 故观测器极点为  $z_e = e^{-1.932 \times 4 \times 0.1} = 0.46$ , 所以期望方程为

$$(z - 0.46)^2 = z^2 - 0.92z + 0.213 = 0$$

$$\alpha_e(F) = \begin{bmatrix} 1 & 0.0952 \\ 0 & 0.905 \end{bmatrix}^2 - 0.92 \begin{bmatrix} 1 & 0.0952 \\ 0 & 0.905 \end{bmatrix} + 0.212 \begin{bmatrix} 1 & 0.0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.293 & 0.094 \\ 0 & 0.1994 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ CF \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0 \\ -10.51 & 10.51 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0.293 & 0.094 \\ 0 & 0.1994 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0.0 \\ -10.51 & 10.51 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.988 \\ 2.096 \end{bmatrix}$$

将各式代入观测器方程, 最后可得

$$\bar{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0.013 & 0.0952 \\ -2.069 & 0.905 \end{bmatrix} \bar{x}(k) + \begin{bmatrix} 0.00484 \\ 0.0952 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0.987 \\ 2.069 \end{bmatrix} y(k)$$

(2) 现今值观测器

$$\bar{x}(k+1) = (F - LCF)\bar{x}(k) + (G - LCG)u(k) + Ly(k+1)$$

$$\bar{F}_c = F - LCF = \begin{bmatrix} 1 - L_1 & 0.0952(1 - L_1) \\ L_2 & 0.905 - 0.0952L_2 \end{bmatrix}, \text{闭环特征方程为}$$

$$\alpha(z) = z^2(L_1 - 1.905 + 0.0952L_2)z + 0.905 - 0.905L_1 = 0$$

与期望特征方程对比, 可得

$$L_1 - 1.905 + 0.0952L_2 = -0.92$$

$$0.905 - 0.905L_2 = 0.213$$

由此可得  $L_1 = 0.705; L_2 = 2.08$

$$\bar{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0.235 & 0.0223 \\ -2.31 & 0.685 \end{bmatrix} \bar{x}(k) + \begin{bmatrix} 0.00114 \\ 0.084 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0.705 \\ 2.08 \end{bmatrix} y(k+1)$$

(3) 降维观测器

$$\bar{x}_2(k+1) = (F_{22} - LCF)\bar{x}_2(k) + (G_2 - LG_1)u(k) + (F_{21} - LF_{11})y(k) + Ly(k+1)$$

依题意, 降维观测器期望特征方程为  $z=0$ ; 降维观测器特征方程为

$$\alpha(z) = \det[zI - F_{22} + F_{12}] = z - 0.905 + 0.00952L = 0$$

所以有  $0.0952L - 0.905 = 0$ , 由此得  $L = 9.506$

最后有  $\bar{x}_2(k+1) = 9.506[y(k+1) - y(k)] + 0.0492u(k)$

(4) 数字滤波器

将控制律代入降维观测器方程中：

$$u(k) = -15.17x_1(k) - 3.12\bar{x}_2(k) = -15.17y(k) - 3.12\bar{x}_2(k)$$

$$\bar{x}_2(k+1) = 9.506[y(k+1) - y(k)] + 0.0492[-15.17y(k) - 3.12\bar{x}_2(k)]$$

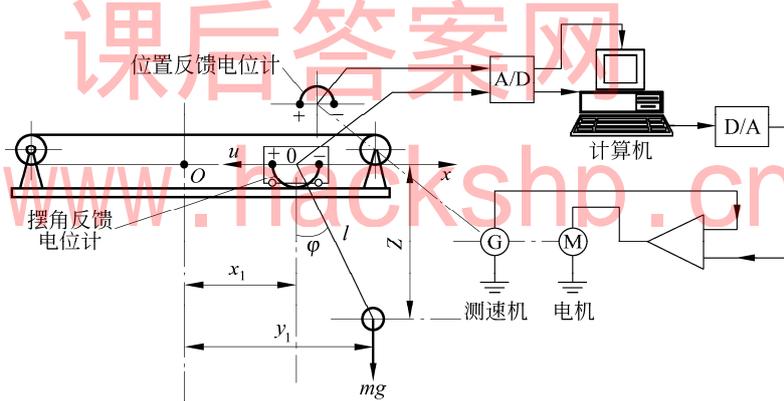
$$z\bar{x}_2(z) = 9.506[zy(z) - y(z)] + 0.0492[-15.17y(z) - 3.12\bar{x}_2(z)]$$

$$(z + 0.1535)\bar{x}_2(z) = 9.506(z - 1.078)y(z) ; \quad \frac{\bar{x}_2(z)}{y(z)} = \frac{9.506(z - 1.078)}{(z + 0.1535)}$$

$$u(z) = -15.17y(z) - 3.12 \frac{9.506(z - 1.078)}{(z + 0.1535)} y(z)$$

$$\frac{u(z)}{y(z)} = -\frac{44.86(z - 0.6614)}{(z + 0.153)}$$

6-6 桥式吊车计算机控制系统如题图 6-6 所示。



题图 6-6 桥式吊车控制系统示意图

图中  $u$  为施加于台车上的外力， $m_c$  是台车的等效质量， $m_1$  是重物的质量， $x_1$  是台车的位移， $y_1$  是重物的位移， $\varphi$  是重物的摆角， $l$  是摆长。为简化起见，假定：①轨道和台车之间无摩擦；②摆长  $l$  不变（只研究水平方向的控制）；③作用力  $u$  的动态过程可忽略。在上述假定下，可得被控对象状态方程：

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{u + (g \cos x_3 + lx_4^2)m_1 \sin x_3}{m_c + m_1 \sin^2 x_3} \\ x_4 \\ -\frac{u \cos x_3 + (g + lx_4^2 \cos x_3)m_1 \sin x_3 + gm_c \sin x_3}{l(m_c + m_1 \sin^2 x_3)} \end{bmatrix}$$

式中  $x_2 = \dot{x}_1$ ， $x_3 = \varphi$ ， $x_4 = \dot{\varphi}$ 。

在小扰动下，可取  $\dot{\varphi} = x_4 \approx 0$ ,  $\varphi = x_3 \approx 0$ ,  $\sin x_3 \approx x_3$ , 则上述方程可简化为

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_{43} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ g_2 \\ 0 \\ g_4 \end{bmatrix} u$$

式中  $a_{23} = m_1 g / m_c$ ;  $a_{43} = -\frac{m_1 + m_c}{m_c} g / l$ ;  $g_2 = 1 / m_c$ ;  $g_4 = -1 / m_c l$ 。

如取  $l = 1\text{m}$ ;  $m_c = 7.9\text{kg}$ ;  $m_1 = 3\text{kg}$ 。

- (1) 试求该系统被控对象的状态方程。
- (2) 若选取采样周期  $T = 0.1\text{s}$ , 试求系统的离散状态方程。
- (3) 求状态反馈阵  $K$  使系统闭环极点位于  $z_1 = 0.6$ ,  $z_2 = 0.6$ ,  $z_{3,4} = 0.5 \pm j0.3$ 。

(4) 取  $y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$ , 试设计降维观测器。

解：利用 MATLAB 软件进行设计。

(1) 计算数学模型

%系统参数与模型赋值

L=1;

m1=3;

mc=7.9;

g=9.8;

a23=m1\*g/mc;

a43=-((m1+mc)/mc)\*g/L;

g2=1/mc;

g4=-1/mc\*L;

A=[ 0 1 0 0

0 0 a23 0

0 0 0 1

0 0 a43 0];

B=[ 0

g2

0

g4];

C=[1 0 0 0

0 1 0 0

0 0 1 0];

D=[ 0

```
0  
0];
```

## (2) 线性系统离散化

离散化得到离散的系统模型： $X(k+1) = FX(k) + GU(k)$ 。

```
%系统离散化，采样时间为0.1秒  
T=0.1;  
[F,G,Cd,Dd]=c2dm(A,B,C,D,T,'zoh');
```

得到运行结果：

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0.018399 & 0.00061607 \\ 0 & 1 & 0.36380 & 0.018399 \\ 0 & 0 & 0.93315 & 0.097762 \\ 0 & 0 & -1.3219 & 0.93315 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0.00063096 \\ 0.01256 \\ -0.00062581 \\ -0.012376 \end{bmatrix} \quad C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D_d = 0$$

## (3) 配置系统极点程序

依给定的期望极点，利用MATLAB程序进行极点配置设计。

```
pole=zeros(4,1);%极点赋值  
pole(1)=0.6;  
pole(2)=0.6;  
pole(3)=0.5+0.3*i;  
pole(4)=0.5-0.3*i;  
kd=acker(F,G,pole);%采用 Ackermann 公式配置极点设计。
```

运行结果为：

```
kd =  
444.4784 286.2412 -182.7303 187.7744
```

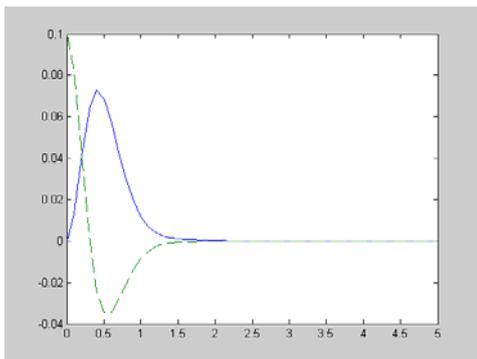
计算闭环系统的极点：

```
eig(F-G*kd)
```

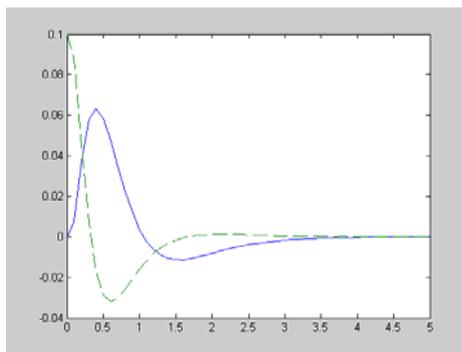
运行结果为：

```
ans =  
0.5000 + 0.3000i  
0.5000 - 0.3000i  
0.6000 + 0.0000i  
0.6000 - 0.0000i
```

摆角初值为 0.1rad 时仿真曲线，如题图 6-6-1 所示，其中虚线是摆角，实线为小车。



题图 6-6-1



题图 6-6-2

(4) 降维观测器设计(此问超出本教材范围)

因为  $y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$ , 可知降维观测器是 3 个输入的多输入、1 个输出的系统, 本

章讲述是单输入系统的极点配置方法。但利用 MATLAB 软件中的下述命令

$K = \text{place}(F, G, \text{pole})$

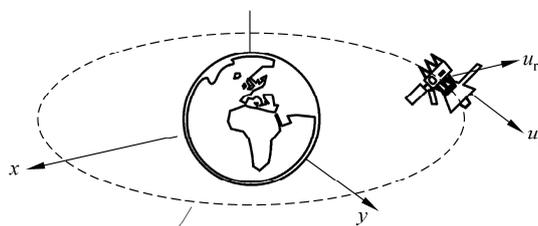
可以实现多输入极点配置。如期望极点  $z_c = 0.7$ , 可得反馈增益

$$L = [0.0145 \ 0.4355 \ 2.33]$$

依降阶观测器方程(6-46) 式, 可求得  $x_4$  的观测值。但完全依靠 所求增益计算闭环系统处于临界发散状态, 通过仿真调整, 将其调整为  $L = [0.0145 \ 0.4355 \ 0.5]$  时, 其仿真结果如题图 6-6-2 所示。

**6-7** 题图 6-7 是卫星轨道控制示意图, 描述了地球上空高度为 463km 的赤道圆轨道卫星运行情况, 卫星在轨道平面中运动的标准状态微分方程为

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_r + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_t$$



圆形、赤道轨道

题图 6-7 卫星轨道控制示意图

其中, 状态向量  $x$  表示赤道圆轨道的未准扰动, 分别表示径向和切向上的扰动位置和速度,  $u_r$  表示从径向推进器获得的径向输入,  $u_t$  表示从切向推进器获得的切向输入, 卫星的轨道角速率为  $\omega = 0.0011 \text{ rad/s}$  (约为每圈 90min)。采样周期  $T = 1 \text{ min}$ 。

- (1) 将卫星轨道摄动方程进行离散化, 并判断轨道振动是否稳定。
- (2) 如果只有  $u_r$  发挥作用, 卫星是否能控。
- (3) 如果只有  $u_t$  发挥作用, 卫星是否能控。
- (4) 如果能够测得切向方向上的位置摄动, 请确定由  $u_t$  到该位置振动量的传递函数。(提示: 可以令观测输出方程为  $y(k)=[0010]x(k)$ )
- (5) 采用状态反馈  $u_t = -kx$  设计合适的切向反馈控制器, 使得闭环采样控制系统具有较好的动态性能。

解:

(1) 离散化及稳定性分析:

连续系统状态方程为:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_r + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_t = Ax + B_1 u_r + B_2 u_t,$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \omega = 0.0011, T = 60s$$

离散化以后系统状态方程为:

$$x(k+1) = Fx(k) + G_1 u_r(k) + G_2 u_t(k)$$

求取 F, G<sub>1</sub>, G<sub>2</sub> 的 MATLAB 程序为:

```
w=0.0011;%卫星的轨道角速率
T=60;%采样周期
A=[0 1 0 0;3*w^2 0 0 2*w;0 0 0 1;0 -2*w 0 0];%系统矩阵
B1=[0 1 0 0]';%控制矩阵 1
B2=[0 0 0 1]';%控制矩阵 2
[F,G1]=c2d(A,B1,T);%系统离散化
[F,G2]=c2d(A,B2,T);%系统离散化
P=eig(F);%计算系统特征根
```

运行结果为:

```
F =
    1.0065    59.9564     0     3.9586
    0.0002     0.9978     0     0.1319
   -0.0003   -3.9586     1.0000    59.8258
   -0.0000   -0.1319     0     0.9913
```

G1 =

1799.3
0060.0
-0079.2
-0004.0

G2 =

0079.2
0004.0
1797.4
0059.8

P= 1.0000

0.9978 + 0.0660i
0.9978 - 0.0660i
1.0000

系统有单位圆上的特征根，因此，离散系统是临界稳定。

(2) 只有  $u_l$  发挥作用，能控性分析

可控性矩阵： $W_{c2} = [F^3 G_2 \quad F^2 G_2 \quad F G_2 \quad G_2]$

Wc2 =

1.0e+004 *				
0.2917	0.1501	0.0554	0.0079	
0.0027	0.0020	0.0012	0.0004	
1.2144	0.8830	0.5361	0.1797	
0.0054	0.0057	0.0059	0.0060	

行列式的值为  $\det(W_{c2}) = -1.0604e+007 \neq 0$ ，因此只有  $u_l$  发挥作用时系统能控。

(3) 只有  $u_r$  发挥作用，能控性分析

可控性矩阵： $W_{c1} = [F^3 G_1 \quad F^2 G_1 \quad F G_1 \quad G_1]$

Wc1 =

1.0e+004 *				
1.2486	0.8958	0.5390	0.1799	
0.0058	0.0059	0.0060	0.0060	
-0.2917	-0.1501	-0.0554	-0.0079	
-0.0027	-0.0020	-0.0012	-0.0004	

行列式的值为  $\det(W_{c1}) = 0$ ，因此只有  $u_r$  发挥作用时系统不可控。

(4) 如果能够测得切向方向上的位置摄动，考虑  $x(k) = [x_r(k) \quad \dot{x}_r(k) \quad x_l(k) \quad \dot{x}_l(k)]^T$  则观测输出方程可以写为

$$y(k) = Cx(k), C = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

只考虑切向方向的摄动, 则状态方程变为

$$x(k+1) = Fx(k) + G_2 u_t(k)$$

设  $x(0)=0$ ,  $z$  变换得到

$$\begin{cases} X(z) = (zI - F)^{-1} G_2 U_t(z) \\ Y(z) = CX(z) \end{cases}$$

$$Y(z) = \{C[zI - F]^{-1} G_2\} U_t(z)$$

得到传递函数矩阵

$$H(z) = \frac{Y(z)}{U_t(z)} = C[zI - F]^{-1} G_2$$

将  $C, F, G_2$  等参数值代入上式, 即可分离得到  $u_t$  到切向位置摄动量  $x_t(t)$  的传递函数。

(5) 采用 Ackermann 公式设计切向状态反馈控制律  $u_t(k) = -K_t x(k)$ ,

$$K_t = [1 \ 0 \ 0 \ 0] W_c^{-1} a_c(F)$$

其中  $W_c = [F^3 G_2 \ F^2 G_2 \ F G_2 \ G_2]$ ,  $a_c(F) = F^3 + a_1 F^2 + a_2 F + a_3 I$ ,

$a_c(z) = z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3 = 0$  是闭环系统特征方程。若期望闭环系统特征根为

$$P = [0.5, 0.2, 0.6+0.2i, 0.6-0.2i];$$

则可以采用 MATLAB 命令  $K_t = \text{acker}(F, G_2, P)$  求得最优反馈增益

$$K_t = [0.0010 \ 0.9158 \ -0.0017 \ 0.0242]$$

**6-8** 产品库存控制系统可用下述微分方程描述

$$\dot{x}_1 = -x_2 + u$$

$$\dot{x}_2 = -bu$$

式中  $x_1$  为产品库存清单数量,  $x_2$  为产品销售速度,  $u$  为产品生产速度,  $b$  为常数。若令

$u(t) = u(kT), kT \leq t < (k+1)T, T$  为采样周期。采用状态反馈设计:

$$u(k) = r(k) - k_1 x_1(k) - k_2 x_2(k)$$

式中  $r(k)$  为参考输入,  $k_1$  和  $k_2$  为反馈增益。

(1) 求  $k_1$  和  $k_2$  使闭环系统极点位于  $z$  平面原点。

(2) 若令  $e(k) = r(k) - x_1(k)$ ,  $D(z) = \frac{U(z)}{E(z)}$ , 试求  $D(z)$  使  $x_1(k)$  在  $r(k) = 1(k \geq 0)$  时是非周期的 (令  $T = 1s, b = 1$ ), 并求  $x_2(k)$ 。

解:

$$(1) \dot{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ -b \end{bmatrix} u(t)$$

$$\text{离散化 } F = e^{AT} = I + AT + A^2T^2/2 + \dots = \begin{bmatrix} 1 & -T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G = \int_0^T e^{A\tau} B d\tau = \int_0^T \begin{bmatrix} 1 & -T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -b \end{bmatrix} d\tau = \begin{bmatrix} T + T^2b/2 \\ -bT \end{bmatrix}$$

若  $u(k) = -k_1x_1(k) - k_2x_2(k)$ , 闭环特征方程为

$$\det[zI - F + GK] = \det \begin{bmatrix} z - 1 + (T + bT^2/2)k_1 & T + (T + bT^2/2)k_2 \\ -bk_1T & z - 1 - bk_2T \end{bmatrix} = 0$$

$$z^2 + (k_1T + bT^2/2 - bk_1T - 2)z + 1 + bk_2T + (bT^2/2 - T)k_1 = 0$$

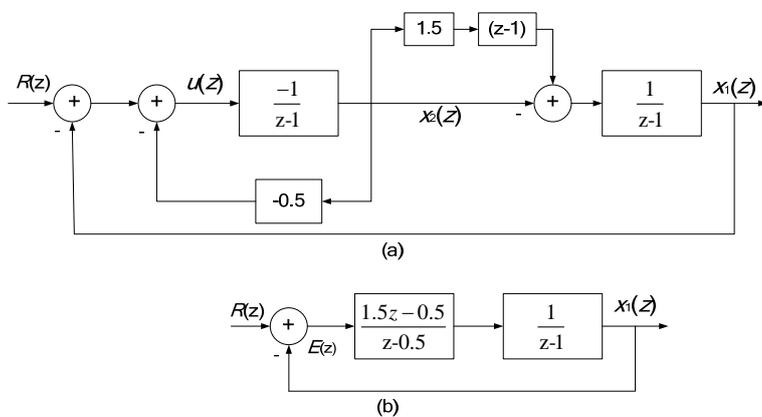
要求特征方程  $z^2 = 0$ ; 有

$$(k_1T + bT^2/2 - bk_1T - 2) = 0$$

$$(1 + bk_2T + (bT^2/2 - T)k_1) = 0$$

所以有  $k_1 = 1/bT^2$   $k_2 = \frac{2 - 3bT}{2b^2T^2}$ 。

(2) 当  $b=1, T=1$  时,  $k_1 = 1; k_2 = -0.5$ 。此时闭环系统的结构图如题图 6-8-1 (a)所示, 简化后, 可得图(b) 所示。



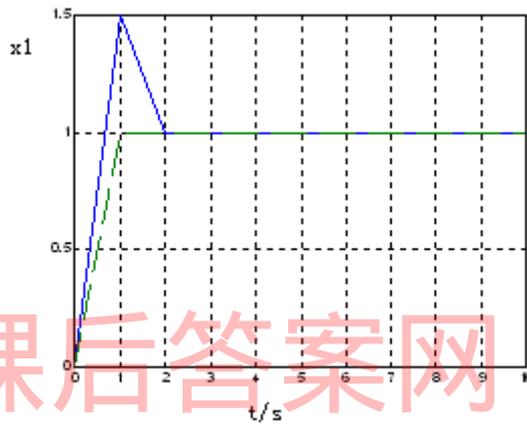
题图 6-8-1 系统结构图

依图(b) 所示, 如在  $E(z)$  之后加入控制器:  $D(z) = \frac{z-0.5}{1.5z-0.5} = \frac{0.67(z-0.5)}{(z-0.33)}$ , 则闭环

系统传统函数为:  $\phi(z) = \frac{1}{z}$ , 系统阶跃响应为  $X_1(z) = \frac{1}{z} \frac{z}{z-1} = \frac{1}{z-1}$ , 其离散时间响应为:

$X_1(z) = z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + \dots$ , 所以,  $x(k) = 0, k=0; x(k) = 1, k=1, 2, 3, \dots$ 。

利用 simulink 仿真, 响应曲线如题图 6-8-2 所示。其中实线为原全状态反馈系统的响应; 虚线为加入控制器的响应曲线。



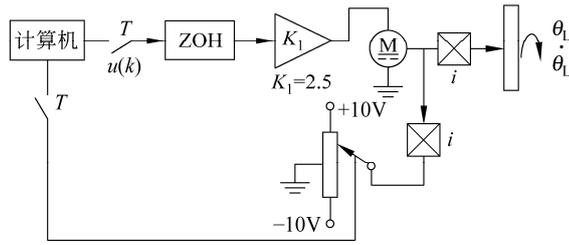
题图 6-8-2 时域响应曲线

6-9 直流电机的伺服系统如题图 6-9 所示。已知直流电机电枢电阻  $R_a = 9.8\Omega$ , 放大器输出阻抗  $R_o = 0.1\Omega$ , 电机反电势系数  $k_e = 0.986 V/(rad/s)$ , 电机力矩系数  $k_t = 10175 g \cdot cm/A$ , 转子转动惯量  $J_M = 60 g \cdot cm \cdot s^2$ , 减速比  $i = 8$ , 负载重量  $p = 5kg$ , 均质圆盘, 最大直径为 30cm, 采样周期  $T = 0.025 s$ 。假设输出转角值  $\theta_{Lmax} = \pm 170^\circ$  对应电位计最大输出电压  $\pm 10V$ 。试求:

- (1) 写出连续系统  $u(t)$  至  $\theta_L(t)$  之间的状态方程
- (2) 利用级数展开法求该连续系统离散状态方程。
- (3) 判断系统的可达性及可观测性。
- (4) 利用极点配置法进行全状态反馈设计, 使得闭环系统性能满足: 超调量  $\sigma_p \leq 15\%$ ,

上升时间  $t_r \leq 0.4s$ , 调节时间  $t_s \leq 1s$ 。确定期望极点可允许分布区域范围, 并选择一个合适的期望极点。

- (5) 若  $\theta(t)$  可测, 设计一降维状态观测器, 使其期望极点比系统响应快 5 倍, 并求出系统等效数字滤波器。
- (6) 在  $w'$  平面绘制系统开环对数频率特性曲线, 并求其相位稳定裕度和幅值稳定裕度。



题图 6-9 直流电机伺服系统构成

解：

(1) 状态方程

$$\text{电机加负载的传递函数 } G(s) = \frac{k_m}{(T_m s + 1)s}; \quad T_m = \frac{RJ_\Sigma}{k_e k_t};$$

$$J_\Sigma = J_m + J_L / i^2 = J_m + mr^2 / 2 / i^2 = 69g - cm - s^2; \quad R = R_a + R_o = 9.8 + 0.1 = 9.9\Omega$$

$$T_m = \frac{RJ_\Sigma}{k_e k_t} = \frac{9.9 \times 69}{0.986 \times 10175} = 0.068s; \quad k_m = 1/k_e = 1.0142 \text{ rad/s/v}$$

由图可知，功率放大器  $k_1=2.5$ ，被控对象放大系数  $k = k_1 k_m / i = 2.5 \times 1.0142 / 8 = 0.3169$

所以状态方程为：设  $\theta_l = x_1, \dot{\theta}_l = x_2$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = (-1/T_m)x_2 + (k/T_m)u \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -14.7 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.66 \end{bmatrix}$$

(2) 离散化

$$F = e^{AT} = \begin{bmatrix} 1 & (1 - e^{-14.7})/14.7 \\ 0 & e^{-14.7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.021 \\ 0 & 0.696 \end{bmatrix}$$

$$G = \int_0^T e^{A\tau} d\tau B = \begin{bmatrix} 0.0013 \\ 0.0975 \end{bmatrix}$$

考虑到指令灵敏度，可以在正向通道设置一定的放大系数，如取  $k_c=6$ ，则正向通道控制矩阵变为

$$G = \begin{bmatrix} 0.0078 \\ 0.585 \end{bmatrix}$$

(3) 可控性判别

$$W_R = [G \quad FG] = \begin{bmatrix} 0.0078 & 0.019896 \\ 0.585 & 0.401 \end{bmatrix}$$

所以  $\text{rank } W_R = 2$ ；系统可控；

若以  $\theta_L$  为输出，则有  $y = [1 \quad 0]x(k)$ ，所以

$$W_o = \begin{bmatrix} C \\ CF \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0.021 \end{bmatrix}$$

所以  $\text{rank } W_o = 2$ ；系统可观。

(4) 全状态反馈设计：首先确定期望极点位置：

因为要求  $\sigma\% < 15\%$ ；可以求得  $\xi \approx 0.5$ ；因为要求  $t_r \leq 0.4s$  可以求得  $\omega_n = 6.25\text{rad/s}$ ；

又因为要求  $t_s \leq 1s$ ，可以求得  $\xi\omega_n \geq 4.6$ 。所以， $\omega_n = 9.2\text{rad/s}$ 。依此可确定希望极点范围。

在该区内任选一点作为希望极点，取  $r = e^{-\xi\omega_n T} = e^{-4.6 \times 0.025} = 0.89$ 。由此可知

$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = 7.96$ 。希望极点  $z_{1,2} = r \angle \omega_d T = 0.89 \angle 0.199 = 0.87 \pm j0.176$ ；为计算方便，

取期望极点  $z_{1,2} = 0.8 \pm j0.15$ ；所取期望特征方程为

$$\Delta_c(z) = z^2 - 1.6z + 0.663 = 0$$

极点配置设计：

$$\det[zI - (F - Gk)] = \begin{bmatrix} (z-1+0.0078k_1) & (-0.021+0.0078k_2) \\ 0.576k_1 & (z-0.696+0.576k_2) \end{bmatrix}$$
$$= z^2 + (-1.696 + 0.0078k_1 + 0.576k_2)z + 0.0067k_1 - 0.576k_2 + 0.696 = 0$$

可得代数方程：

$$\begin{aligned} 0.0078k_1 + 0.576k_2 - 1.696 &= 0 \\ 0.0067k_1 - 0.576k_2 + 0.696 &= 0 \end{aligned}$$

求解可得  $k_1 = 4.35$   $k_2 = 0.108$ 。

(5) 降维观测器设计

由于  $\theta_L = x_1$  可测，故仅观测  $x_2$ ，有

$$\bar{x}_2(k+1) = (F_{22} - LF_{12})\bar{x}_2(k) + (G_2 - LG_1)u(k) + (F_{21} - LF_{11})x_1(k) - Lx_1(k+1)$$

$$F_{22} = 0.696, F_{12} = 0.021, F_{11} = 1, F_{21} = 0, G_1 = 0.0078, G_2 = 0.576$$

观测器希望极点：由于闭环的  $R_0 = e^{-\xi\omega T} = 0.814$ ， $\xi\omega T \approx 0.206$ ，

$\sigma = \omega\xi = 0.206/0.025 = 8.23$ ，故观测器在  $s$  平面上的希望极点应位于

$\sigma_0 = 8.23 \times 5 = 41$  处。所以在  $z$  平面上应为  $z_0 = e^{-\sigma_0 T} = 0.359$ 。观测器特征方程：

$$\det[zI - (F_{22} - LF_{12})] = z - (0.696 - 0.021L) = z - 0.359$$

解此方程得  $L=16$ 。观测器方程为

$$\bar{x}_2(k+1) = 0.359\bar{x}_2(k) + 0.45u(k) - 16(x_1(k) - x_1(k+1))$$

z 变换，得

$$z\bar{X}_2(z) = 0.359\bar{X}_2(z) + 0.45U(z) - 16(X_1(z) - zX_1(z))$$

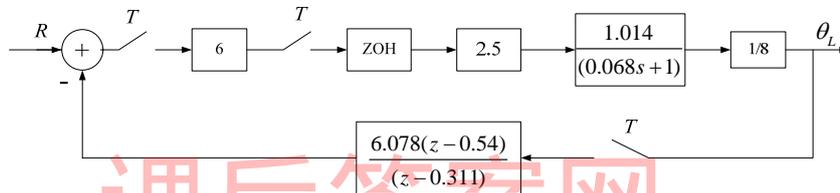
由于控制律为  $U(z) = -4.35X_1(z) - 0.108\bar{X}_2(z)$ ；将其代入，并简化整理得

$$\bar{X}_2(z) = \frac{(16z - 17.9575)}{z - 0.311} X_1(z)$$

将其代入，得

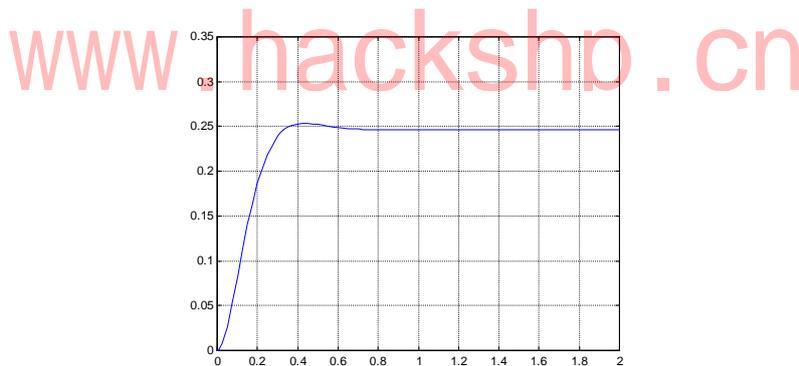
$$U(z) = -4.35X_1(z) - 0.108 \frac{(16z - 17.9575)}{z - 0.311} X_1(z) = -\frac{6.078(z - 0.54)}{(z - 0.311)} X_1(z)$$

系统结构图如题图 6-9-1 所示。



题图 6-9-1 系统结构图

仿真曲线如题图 6-9-2 所示。



题图 6-9-2 仿真曲线

(6) 依连续系统或离散系统可求得正向通道传递函数为

$$G(z) = \frac{0.0076z + 0.00699}{z^2 - 1.625z + 0.625}$$

采用 MATLAB 命令将其由 Z 平面变换至  $w'$  平面：

`[c,d]=d2cm([0.0076 0.00699],[1 -1.625 0.625],0.25,'tustin');`

得  $w'$  平面传递函数，其分子分母分别为

$$c = [-0.0002 \quad -0.3441 \quad 28.7311]$$

$$d = [1.0000 \quad 18.4615 \quad 0]$$

$$G(w') = \frac{-0.0002w'^2 - 0.3441w' + 28.73}{w'(w' + 18.416)}$$

用同样程序可将数字滤波器  $z$  传递函数变到  $w'$  平面，其分子分母分别为

```
c1=[7.1350 170.4958]
```

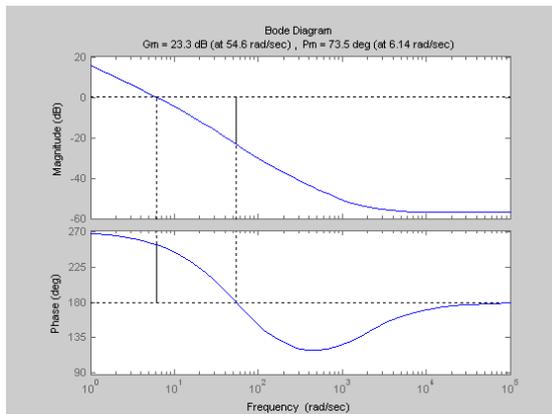
```
d1=[1.0000 42.0442]
```

利用串联命令可求得开环传递函数，并利用求稳定裕度命令求稳定裕度。

```
[num2,den2]=series(c1,d1,c,d);
```

```
margin(num2,den2)
```

其频率特性曲线如题图 6-9-3 所示。



题图 6-9-3

6-10 已知某飞机纵向运动简化离散方程为

$$x(k+1) = Fx(k) + Gu(k)$$

其中  $F = \begin{bmatrix} 0.9250 & 0.0953 \\ -0.9363 & 0.9188 \end{bmatrix}$ ,  $G = \begin{bmatrix} -0.0344 \\ -0.6240 \end{bmatrix}$ 。飞机状态分别选为  $x_1 = \alpha$  (迎角),  $x_2 = q$

(俯仰角速度)。试求

(1) 用极点配置法求全状态反馈增益  $K_1$  和  $K_2$ 。设期望极点分别为  $\lambda_1 = 0.7, \lambda_2 = 0.7$ ,

采样周期  $T = 0.1s$ 。

(2) 若飞机迎角反馈不可用，拟用俯仰角速度  $q$  进行在线估计，试设计一降维状态观测器，并使观测器极点位于  $z_1 = 0.4$ 。

(3) 试求整个系统调节器的传递函数。

解：(1) 利用 MATLAB 软件进行计算。程序如下：

```
Ad=[0.9250 0.0953
```

```
-0.9363 0.9188]
```

```
bd=[-0.0344
```

```
-0.6240]
```

```
pd=[0.7 0.7] ;
```

```
T=0.1;
```

```
eigenad=eig(ad);
```

```
kd=acker(ad,bd,pd)
```

```
eig(ad-bd*kd)
```

可得： $k_d = [0.2558 \ 0.7253]$ ；闭环极点为  $0.7, 0.7$ 。

(2) 降维观测器设计

依降维观测器公式, 可得

$$\bar{\alpha}(k+1) = [F_{11} - LF_{21}]\bar{\alpha}(k) + [F_{12} - LF_{22}]q(k) + [G_1 - LG_2]u(k) + Lq(k+1)$$

代入参数, 可得

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}(k+1) &= [0.925 - 0.9363L]\bar{\alpha}(k) + [0.0953 - 0.9188L]q(k) \\ &\quad + [-0.034 + 0.624L]u(k) + Lq(k+1) \end{aligned}$$

特征方程为

$$[z - (0.925 + 0.936L)] = z - 0.4$$

从而可得观测器增益

$$L = -0.561$$

观测器方程为

$$(z - 0.4)\bar{\alpha}(z) = -(0.561z - 0.610)q(z) - 0.384u(z)$$

$$u(z) = -0.256\bar{\alpha}(z) + 0.7253q(z)$$

$$\frac{\bar{\alpha}(z)}{q(z)} = \frac{-0.56(z - 0.592)}{(z - 0.498)}$$

(3) 调节器传递函数

$$u(z) = 0.256 \frac{0.56(z - 0.592)}{(z - 0.498)} q(z) + 0.7253q(z) = \frac{0.8685(z - 0.512)}{(z - 0.498)} q(z)$$

**6-11** 对习题 6-10 所示的飞机纵向运动简化离散方程, 试用离散最优二次型方法设计全状态反馈控制律 (利用 MATLAB 程序进行计算)。

解:  $x(k+1) = Fx(k) + Gu(k)$ ,  $F = \begin{bmatrix} 0.925 & 0 \\ -0.9363 & 0.9188 \end{bmatrix}$ ,  $G = \begin{bmatrix} -0.034 & 4 \\ 0.624 & 0 \end{bmatrix}$

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k)], \text{ 假设 } Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, R = 1$$

则最优反馈控制  $u(k) = -Kx(k)$ , 其中  $K = [G^T PG + R]^{-1} G^T PF$ ,  $P$  为无限时间代数里卡蒂方

程  $P = F^T PF - F^T PG[G^T PG + R]^{-1} G^T PF + Q$  的解。

MATLAB 程序:

```
F=[0.9250 0.0953;-0.9363 0.9188];
```

```
G=[-0.0344;0.6240];
```

```
Q=[1 0;0 1];
```

```
R=1;
```

```
[K,P,E]=dlqr(F,G,Q,R); %K 为反馈增益, P 为里卡蒂方程的解, E 为闭环系统特征根
```

运行结果:

```
K = [-0.8170 0.6501]
```

```
P = [10.0840 0.1102
```

$$\begin{aligned} & \text{0.1102} \quad \text{2.1387] } \\ E &= [ \text{0.7050} + \text{0.1156i} \\ & \quad \text{0.7050} - \text{0.1156i} ] \end{aligned}$$

则反馈控制律为:  $u(k) = -Kx(k) = 0.8170x_1 - 0.6501x_2$

**6-12** 对习题 5-15 中的球杆控制系统, 试利用状态空间方法进行设计, 选择合适的状态反馈增益, 使系统稳定。

解: 假设输出状态为  $y$ , 电机的输入状态为  $u$ , 从系统结构图中可以看出, 球杆系统的传递函数为:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2}{s^2}$$

定义状态变量  $x_1 = y, x_2 = \dot{x}_1$ , 则得到连续系统状态方程

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

(1) 求取采样系统的状态方程

离散系统状态方程为

$$F = e^{AT} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G = \int_0^T e^{At} B dt = \int_0^T \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} dt = \begin{bmatrix} T^2 \\ 2T \end{bmatrix}$$

则该系统的采样状态方程为:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T^2 \\ 2T \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

(2) 选取采样周期

根据经验可知, 这类直流控制电机的惯性时间常数通常为  $0.04s \sim 0.1s$ , 根据采样频率的选取经验规则, 则本控制系统可将采样周期选为  $T = 0.01s$

则此时的采样状态方程为:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.01 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0001 \\ 0.02 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

(3) 确定系统的闭环极点, 计算反馈增益

① 采用极点配置法设计控制器, 使得闭环姿态控制系统具有等效于 s 平面上阻尼比为  $\xi = 0.5$  和特征根实部为  $-10\text{rad/sec}$  的连续系统特性。

由期望的闭环系统性能要求, 可得等效的连续系统期望特征根为  $s = -10 \pm j17.3205$ , 根据映射关系  $z = e^{sT}$  和  $T = 0.01\text{s}$ , 得到离散系统期望特征根

$$\begin{aligned} z &= e^{-0.1} e^{\pm j0.173205} = 0.90484[\cos 0.173205 \pm j \sin 0.173205] \\ &= 0.8913 \pm j0.1560 \end{aligned}$$

根据给定的期望极点, 可得期望特征方程

$$z^2 + a_1 z + a_2 = z^2 - 1.7826z + 0.81875 = 0$$

利用 Ackermann 公式计算控制系统的反馈增益矩阵。

由于 
$$F = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} T^2 \\ 2T \end{bmatrix}$$

所以, 可控矩阵  $W_c$  为

$$\begin{aligned} W_c &= \begin{bmatrix} FG & G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3T^2 & T^2 \\ 2T & 2T \end{bmatrix} \\ W_c^{-1} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/T^2 & -0.5/T \\ -1/T^2 & 1.5/T \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2/T^2 & -1/T \\ -2/T^2 & 3/T \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$a_c(F) = F^2 + a_1 F + a_2 I = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^2 + a_1 \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + a_2 I = \begin{bmatrix} 1+a_1+a_2 & 2T+a_1T \\ 0 & 1+a_1+a_2 \end{bmatrix}$$

$$K = [K_1 \quad K_2] = [1 \quad 0] W_c^{-1} a_c(F)$$

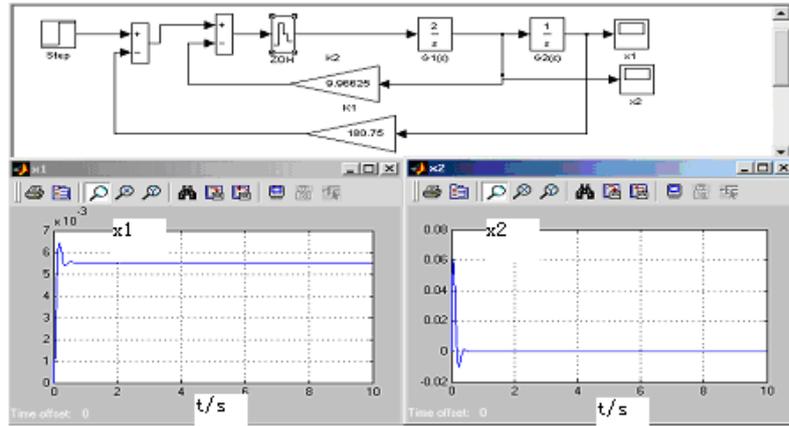
$$= \frac{1}{4} [1 \quad 0] \begin{bmatrix} 2/T^2 & -1/T \\ -2/T^2 & 3/T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+a_1+a_2 & 2T+a_1T \\ 0 & 1+a_1+a_2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1+a_1+a_2}{T^2} & \frac{3+a_1-a_2}{2T} \end{bmatrix}$$

将  $a_1 = -1.7826, a_2 = 0.81875, T = 0.01\text{s}$  代入, 最后可得

$$K = [K_1 \quad K_2] = [180.75 \quad 9.96625]$$

系统仿真结构图及响应曲线如题图 6-12-1 所示。



题图 6-12-1 系统仿真结构图及响应曲线

② 这里采用极点配置法设计控制器，使得闭环姿态控制系统具有等效于  $s$  平面上阻尼比为  $\xi = 0.5$  和特征根实部为  $-1.8 \text{ rad/sec}$  的连续系统特性。

由期望的闭环系统性能要求，可得等效的连续系统期望特征根为  $s = -1.8 \pm j3.12$ ，根据映射关系  $z = e^{sT}$  和  $T = 0.01 \text{ s}$ ，得到离散系统期望特征根

$$z = e^{-0.018} e^{\pm j0.0312} = 0.98216[\cos 0.0312 \pm j \sin 0.0312]$$

$$= 0.98168 \pm j0.03064$$

根据给定的期望极点，可得期望特征方程

$$z^2 + a_1 z + a_2 = z^2 - 1.96336z + 0.96463443 = 0$$

利用 Ackermann 公式计算控制系统的反馈增益矩阵。

由于

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} T^2 \\ 2T \end{bmatrix}$$

所以，可控矩阵  $W_c$  为

$$W_c = [FG \quad G] = \begin{bmatrix} 3T^2 & T^2 \\ 2T & 2T \end{bmatrix}$$

$$W_c^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/T^2 & -0.5/T \\ -1/T^2 & 1.5/T \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2/T^2 & -1/T \\ -2/T^2 & 3/T \end{bmatrix}$$

$$a_c(F) = F^2 + a_1 F + a_2 I = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^2 + a_1 \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + a_2 I = \begin{bmatrix} 1+a_1+a_2 & 2T+a_1 T \\ 0 & 1+a_1+a_2 \end{bmatrix}$$

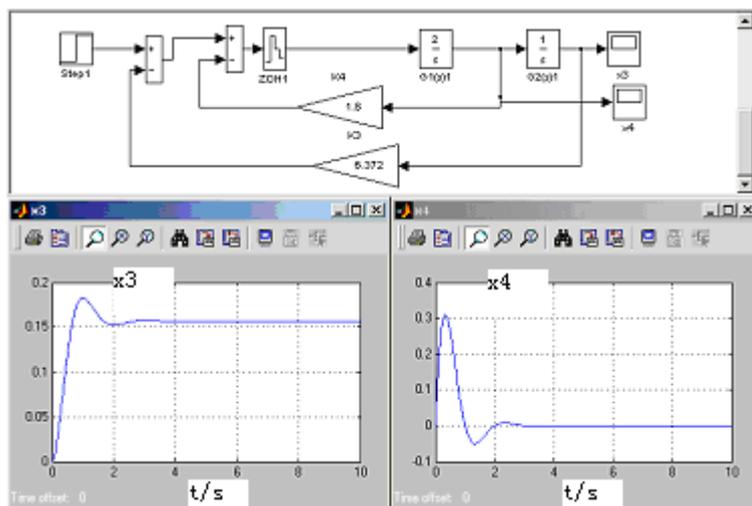
$$K = [K_1 \quad K_2] = [1 \quad 0] W_c^{-1} a_c(F)$$

$$= \frac{1}{4} [1 \quad 0] \begin{bmatrix} 2/T^2 & -1/T \\ -2/T^2 & 3/T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+a_1+a_2 & 2T+a_1 T \\ 0 & 1+a_1+a_2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1+a_1+a_2}{T^2} & \frac{3+a_1-a_2}{2T} \end{bmatrix}$$

将  $a_1 = -1.96336, a_2 = 0.96463443, T = 0.01s$  代入，最后可得

$$K = [K_1 \quad K_2] = [6.372 \quad 1.8]$$



题图 6-12-2 系统仿真结构图及响应曲线

6-13 下述系统是可达的吗？

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} u(k)$$

假定有一标量输入  $u'(k)$  使

$$u(k) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u'(k)$$

那么从  $u'(k)$  来看，系统是可达吗？

6-14 数控系统由下述方程描述

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

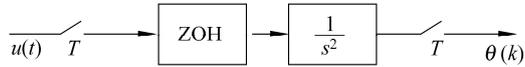
- (1) 确定系统的可控性；
- (2) 系统通过下述常系数状态反馈能稳定吗？

$$u(k) = -[k_1 \quad k_2 \quad k_3]x(k)$$

6-15 卫星的动力学方程可以表示如题图 6-15 所示。设采样周期  $T=0.05s$ 。

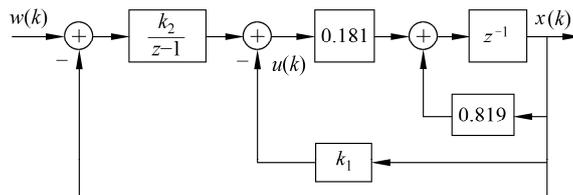
- (1) 求该系统的离散模型；
- (2) 利用极点配置法求全状态反馈。系统期望的阻尼比  $\xi=0.7$ ，自然频率  $\omega_n = 10rad/s$ 。
- (3) 求现今值观测器增益，其期望极点的阻尼比  $\xi=0.7$ ，自然频率  $\omega_n = 20rad/s$ 。

- (4) 确定数字滤波器的传递函数。
- (5) 用根轨迹或频率法设计超前滤波器，等效  $s$  平面的自然频率  $\omega_n \cong 10\text{rad/s}$ ，阻尼比  $\xi \cong 0.7$ 。
- (6) 比较上述两个滤波器。



题图 6-15 卫星的动力学结构

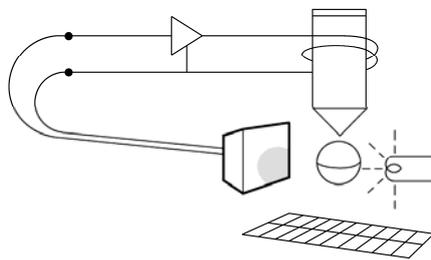
**6-16** 已知系统结构图如题图 6-16 所示，试用极点配置法求  $k_1$  及  $k_2$ ，使系统的调节时间最短。



题图 6-16 系统结构图

**6-17** 利用电磁力可以将一个钢球悬浮起来，产生电磁力的电流由球的位置控制，其方案如题图 6-17 所示。运动方程为  $m\ddot{X} = -mg + f(X, I)$ ，式中  $f(X, I)$  是作用于球上的电磁力。平衡状态为  $X_0, I_0$ 。在平衡状态下进行小扰动线性化处理，可得到如下线性化方程  $m\ddot{x} = k_1x + k_2i$ 。已知  $k_1 = 1000, k_2 = 20$ ，采样周期  $T = 0.01\text{s}$ 。

- (1) 极点配置设计全状态反馈控制律，满足要求：调节时间  $t_s \leq 0.25\text{s}$ ，超调量小于初始偏离的 20%。
- (2) 为观测位移速度设计降阶观测器，观测误差的调节时间小于 0.08 秒。
- (3) 通过仿真画出初始偏离的响应曲线。



题图 6-17 钢球悬浮系统示意图

## 第 7 章 习题

- 7-1** 计算机控制系统由哪几个部分组成？各部分的主要作用是什么？
- 7-2** 输入输出通道中通常遇到什么干扰，如何进行抑制？

- 7-3 计算机控制系统设计时, 选取信号测量用的传感器应注意什么问题
- 7-4 计算机控制系统设计时, 设计者应考虑选择哪些部件的字长, 应根据什么原则来选择? 这些部件的字长的相互关系如何? 若已有部件的字长不能满足要求, 可以采用哪些措施解决?
- 7-5 什么是接口技术和过程通道?
- 7-6 何为计算机控制系统的实时性? 如何保证计算机控制系统的实时性?
- 7-7 控制用计算机与科学计算用计算机有何异同点?
- 7-8 A/D 和 D/A 的精度与分辨率两个技术指标含义有何不同? 它们的关系如何?
- 7-9 已知 8 位单极性 D/A 转换器的参考电压  $V_{ref}=5V$ , 当输入数据为 40H、80H、C0H 时, 理论上的输出电压为多少?
- 7-10 设 12 位 A/D 转换器的输入电压为  $0\sim+5V$ , 求出当输入模拟量为下列值时输出的数字量: 1.25V、2V、2.5V、3.75V、4V、5V。
- 7-11 A/D 转换器的字长  $n$  由输入信号动态范围  $[y_{min}, y_{max}]$  和要求的分辨率  $\Delta y$  决定, 现某炉温变化范围为  $0\sim 1500^\circ C$  要求分辨率为  $3^\circ C$ , A/D 转换器的字长应当选为多少? 若  $n$  不变, 通过变送器将信号零点迁移到  $600^\circ C$ , 则此时系统对炉温变化的分辨率为多少?
- 7-12 D/A 转换器的字长由执行机构的输入变化范围  $[u_{min}, u_{max}]$  和灵敏度  $\Delta u$  决定, 现某执行机构的输入变化范围为  $0\sim 10mA$ , 灵敏度为  $0.05mA$ , 应选字长  $n$  为多少的 D/A 转换器?
- 7-13 数字滤波与模拟滤波相比有什么特点?
- 7-14 在计算机控制系统中, 为何常采用数字滤波的方法? 常用的数字滤波方法有几种? 它们各有什么优缺点?
- 7-15 按照中值滤波的原理, 试用 C 语言编写其实现源程序。
- 7-16 如何用软件来补偿传感器的测量误差?
- 7-17 为什么要制定计算机总线标准? 采用总线结构有哪些优点?
- 7-18 计算机总线大致可分为哪几类? 常见的总线体系结构有哪几种? 总线控制方式又有哪些?
- 7-19 STD 总线有哪些特点? 为什么它曾在工业界受到欢迎?
- 7-20 滤波器的脉冲传递函数为

$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{(1+0.9z^{-1})(1+0.8z^{-1})}{(1+0.6z^{-1})(1+0.95z^{-1})}$$

试画出对应的零极点编排图和串联编排图, 写出实现方法的迭代方程及结构图。

- 7-21 针对某机械手伺服系统设计得到的控制器传递函数为

$$D(z) = 13.667 \frac{(z-0.95122)}{(z+0.667)}$$

试画出直接实现时的编排结构图, 为其配置比例因子, 写出对应的迭代方程。

- 7-22 试写出飞机数字电传操纵系统的离散控制器直接编排实现的结构图和迭代方程, 并写出其对应的算法 I 和算法 II, 画出程序流程图。(见 P152 应用举例)

- 7-23 已知控制器的传递函数为  $D(z) = \frac{0.5z-0.42}{z^2-1.1z+0.3}$ ,

- (1) 试用直接法、串联法和并联法画出系统的编排结构图;
- (2) 对直接实现法进行比例因子的配置, 并写出对应的算法 I 及算法 II 的迭代方程, 画出其流程图。

- 7-24 数字控制器的计算机实现中会遇到哪几种量化误差? 它们对控制系统有什么影响?
- 7-25 计算机控制系统中的采样周期是如何影响系统的性能及成本的?
- 7-26 数字飞行控制系统, 若飞机短周期自然频率为  $\omega_n = 4 \text{ rad/s}$ , 而一阶弹性模态自然频率  $\omega_{n1} = 50 \text{ rad/s}$  秒, 试大致估计采样周期。
- 7-27 一阶模拟滤波器的传递函数为  $D(s) = \frac{s + 4.5762}{s + 2.7684}$ , 现采用突斯汀法离散, 采样周期为  $T=0.5s, 0.005s$ , 并用八位微机定点小数实现, 试分析采样周期对滤波器的影响。
- 7-28 什么是串模干扰和共模干扰? 它们如何产生? 如何对他们进行抑制?
- 7-29 为了计算机控制系统的可靠, 通常采用哪些可靠性技术?
- 7-30 说明要提高计算机控制系统的抗干扰能力应从哪些方面采取措施?

## 第 8 章 习 题

- 8-1 嵌入式处理器可以分为几种类型, 它们各有什么特点?
- 8-2 嵌入式系统对实时性的要求有哪些? 试分别举例说明满足这几种对实时性要求的嵌入式应用系统。
- 8-3 与通用微型计算机应用系统相比, 嵌入式系统具有哪些特点?
- 8-4 在嵌入式系统的开发过程中, 为什么要采用软硬件协同设计的技术? 在没有硬件环境的支撑下, 如何进行软件的开发?
- 8-5 嵌入式系统软硬件协同设计技术中需要有标准的描述、较好的确认和评估方法, 请你根据目前技术发展的趋势, 寻找标准的描述方法, 比较合理的确认和评估方法。
- 8-6 实时操作系统与一般计算机操作系统有什么不同? 常见的实时操作系统有哪些? 评价它们的指标主要体现在哪几个方面?
- 8-7 试结合一个实际系统, 总结得到嵌入式系统的开发过程。
- 8-8 为何 PLC 的 CPU 采用巡回扫描工作方式, 而不采用一般微机所使用的查询方式和(或中断方式)?
- 8-9 请查询有关的资料, 比较一下微机的中断输入处理与 PLC 的中断输入处理有什么区别?

答: PLC 的中断输入处理由一块专用特殊模块完成。由于 PLC 的扫描工作方式决定其中断处理的特殊性, 中断的响应不是在每条指令结束后查询有无中断申请, 而是在相关的程序块结束后查询, 如有中断申请, 则转入执行中断服务程序。如果用户程序是以块式结构组成, 则在每块结束或实行调用时处理中断, 因此中断响应是在系统扫描周期的各个阶段。对于中断程序来说, 只有中断申请被接受后中断程序被扫描一次。中断源的信息是通过输入点而进入系统的, 而 PLC 扫描输入点是按顺序进行的。中断源的优先级顺序按照它们占用的输入点编号的前后顺序自动排成。系统在扫描中断源的过程中, 在存储区一个特定区建立“中断处理表”, 按顺序存放诊断信息。系统执行时, 按照中断申请表的先后顺序转至相应的诊断子程序入口地址进行中断处理。在 PLC 中, 多中断源可以有优先顺序, 但无中断嵌套关系。因此当转入中断服务子程序时, 并不自动关闭中断, 也没有必要设置专门的允许中断指令再去开中断。通常中断服务程序执行结果必须采用特殊的处理措施, 利用专门的快速响应 I/O 模板, 或通过软件利用专门的指令去执行某一 I/O 映像区的输入输出等。

- 8-10 可编程控制器由哪几部分组成？各部分的作用及功能又是如何？
- 8-11 何为可编程控制器的扫描周期，它主要受什么因素影响？
- 8-12 可编程控制器的等效工作电路由哪几部分组成？试与继电器控制系统进行比较。
- 8-13 可编程控制器的工作过程具有什么样的显著特点？
- 8-14 使可编程控制器产生输出滞后的因素包括哪些？  
答：包括：①输入滤波器时间常数造成输入延迟；②输出继电器的机械滞后造成的输出延迟；③PLC循环扫描工作方式影响；④PLC对输入采样、输出刷新的集中批量处理方式、⑤用户程序中语句顺序安排不当等。
- 8-15 设计 1 个 4 台电机顺序控制的程序，满足以下要求：
- (1) 启动操作：按下启动按钮SB1后，电机M1启动，10s后电机M2启动，8s后电机M3启动，12s后电机M4启动；
  - (2) 停车操作：按下停止按钮SB2后，电机M4立刻停止，8s后电机M3停止，9s后电机M2停止，4s后电机M1停止。
- 8-16 设计一个智力抢答控制装置，满足以下要求：
- (1) 当出题人说出问题且按开始按钮SB1后15s内，4个参赛人中只有最早按抢答按钮的人抢答有效；
  - (2) 每个抢答桌上安装一个抢答按钮、1个指示灯。当抢答有效时，指示灯快速闪亮3s，且赛场中的音响装置放一端4s的音乐。
  - (3) 15s后抢答无效。
- 8-17 有 5 组节日彩灯，每组由红、橙、绿、蓝 4 盏灯顺序排放。编制相应的梯形图以实现下面的控制要求：
- (1) 每0.5s移动1个灯位；
  - (2) 每次亮1s；
  - (3) 可用1个开关选择灯点亮的方式：①每次1盏；②每次1组。

## 第 9 章 习 题

- 9-1 计算机网络系统由哪部分组成？其特点是什么？简述 Intranet 与 Internet 的相同点和不同点。
- 9-2 简述集散控制系统发展历程和特点。
- 9-3 集散控制系统常用网络结构有哪些？
- 9-4 集散控制系统的通信特点是什么？
- 9-5 集散控制系统体系结构体现在哪几个方面？
- 9-6 简述一个典型的 DCS 构成和特点，并用一个典型的 DCS 产品加以说明。
- 9-7 DCS 的组态软件是什么？其主要功能体现在哪里？
- 9-8 简述 DCS 在生产过程综合自动化系统中的作用和地位。
- 9-9 DCS 的核心思想是什么？在传统 DCS 中是否能够实现该核心思想？为什么？  
答：DCS 的核心思想是分散控制、集中监视。而在传统的 DCS 中，由于常规仪表功能的限制，所有现场信号都需送往过程控制站，而所有的控制信号也需要由工程控制站下传，这就导致了 DCS 的仍然存在的集中性，分散度不够。随着微处理器技术、通信技术和集成电路技术的发展，智能仪表的生产已经成为现实，在这种情况下产生了现场总线技术，它既能满足生产过程完全分散控制的要求，同时又能充分利用智能仪表的功能特点。

- 9-10 什么是现场总线? 简述其优缺点。
- 9-11 现场总线有什么特点? 常用的现场总线有几种类型? 它们各有什么特点?
- 9-12 简述现场总线的七层模型。
- 9-13 H1、HSE 标准有什么区别?
- 9-14 RS485 总线为什么比 RS232C 总线传送的距离长?
- 9-15 为什么说 HART 协议是过渡协议? 它是如何发挥作用的?
- 9-16 现场总线技术与传统测控仪表技术上的差别在何处?

答: 现场总线技术与传统测控仪表技术上的差别是: 现场总线将专用微处理器置入测量控制仪表中, 使这些测控仪表各自都具有数字计算、逻辑判断和数字通信能力, 采用多种规格的传输导线作为总线介质, 把多个测量控制仪表连接成网络系统, 并按公开、规范的通信协议, 在位于现场的多个微机化测量控制设备之间以及现场仪表与远程监控计算机之间, 实现数据传输、信息交换、远程登陆、远程访问, 形成满足各种实际需要的自动控制系统。它把系统中各个单个分散的测量控制设备变成网络节点, 以现场总线为纽带, 将它们连接成可以互相沟通信息、共同完成自控任务的网络控制系统。它给自动化领域带来的变化, 就像众多分散的计算机被 Internet 网络连接在一起, 使各个计算机的功能、作用发生重大变化; 现场总线强调自控系统与设备之间的通信能力, 并将它们连接成网络系统, 加入到信息网络的行列。因此可以说现场总线技术的到来是控制技术的又一个新时代的开始。

- 9-17 DCS 与现场总线技术集成的几种可行方案目前为: 现场总线在 DCS 系统 I/O 总线上的集成、现场总线在 DCS 网络层上的集成、现场总线通过网关与 DCS 系统并行集成。

查阅有关资料, 分析比较这几种方案的适用场合。

答: DCS 机构体系中, 自上而下大体可分为 3 层: 管理层、监控操作层和 I/O 测控层。在 DCS 的 I/O 总线上, 挂有 DCS 控制器和各种 I/O 卡, I/O 卡用于连接现场 4~20MA 设备、离散量或 PLC 等现场信号。针对第一种集成, 其关键是通过一个现场总线接口卡挂在 DCS 的 I/O 总线上, 实现现场总线系统中的数据信息映射成原有 DCS 的 I/O 总线上相应的数据信息, 如基本测量值、报警值或工艺设定值等, 使得在 DCS 控制器所看到的来自现场总线信息就如同来自一个传统的 DCS 设备卡一样。从而实现了在 I/O 总线上的现场总线技术集成。这种方案主要应用于已经安装并稳定运行的 DCS 系统, 而现场总线又是首次引入系统且规模较小的场合, 也可应用于 PLC 系统。这种系统的优点是结构比较简单, 但有时集成规模受到现场总线接口卡的限制。

在第 2 种集成方案中, 现场总线控制执行信息、测量以及现场仪表的控制功能, 均可在 DCS 工作站上进行浏览并修改。即原来必须由 DCS 主计算机完成的一些控制和计算功能, 现在可以下放到现场仪表上实现, 并且可以在 DCS 操作员界面上得到相关的参数或数据信息; 它的另一个优点是不需要对 DCS 控制站进行改动, 对原有系统影响较小。

若在一个工厂中并行运行 DCS 系统和 FCS 系统, 则可以采用第 3 种集成方案, 即通过一个网关来连接两者。该网关完成 DCS 系统与 FCS 系统高速网络之间的信息传递。在此, DCS 系统的信息可以在新的操作员界面上得到显示。通过使用网桥可以安装大量的 H1 低速总线。现场总线接口单元可以提供控制协调、报警管理和短时趋势收集等功能。现场总线与 DCS 的并行运行, 完成整个工厂的控制系统和信息系统的集成统一, 并可以通过 Web 服务器实现 Intranet 与 Internet 的互联。这种方案丰富了网络的信息内容, 便于发挥数据信息和控制信息的综合优势。另外, 在这种集成方案中, 现场总线系统通过网关而集成在一起的 DCS 系统是相互独立的。

**9-18** FCS 是在 DCS 的基础上发展起来的，FCS 在开放性、控制分散等诸多方面都优于传统 DCS，代表着自动控制系统的发展方向与潮流。DCS 代表着传统与成熟。试从技术、商务和用户 3 个角度分析目前影响 FCS 的发展，制约 FCS 应用的主要原因。

答：从技术方面分析。首先，现阶段现场总线标准本身尚在发展中，尚没有统一的国际标准，这给现场总线的产品开发带来难度，相关的产品单一而且价格昂贵，致使现场总线的各种优越性在当前还很难得到全部发挥。再者，由于软硬件水平的限制，FCS 还无法提供 DCS 已有的控制功能，用现场仪表还只能组成一般的控制回路，如单回路、串级、比例控制等，对于复杂的、先进的控制算法还无法在仪表中实现，对于复杂控制缺乏好的解决方案。此外，DCS 多层网络结构在 FCS 中被扁平化，FCS 实现了控制功能的下移，强调设备间的数据交换，FCS 的数据处理能力和控制的灵活性得到了加强。如果同层的设备过于独立，相互间需要交换的数据量也会大大增加，容易导致数据网络的堵塞。DCS 通常拥有大型控制柜用于协调各个设备，它更强调的是层与层之间的数据传输。由此可见，DCS 和 FCS 是各具优势的，为使 FCS 的控制方式和手段完善化，是有必要借鉴 DCS 的一些控制思想的。另外，FCS 将逐步取代 DCS 主导控制协调地位，但并不意味着 DCS 消亡。在大系统中它的优势性明显，更适用于较快的数据传输速率，以及更灵活的处理数据，而在小型开关量模拟量混合控制系统中则不明显。这和 DCS 成为主导控制系统后并没有使其它控制设备“消亡”的现象相类似，在小型回路控制中回路控制器可能比 FCS 或 DCS 更适用。

从商务方面分析。目前，昂贵的价格也是制约企业特别是中小型企业应用 FCS 的主要因素，节省电缆及相关材料只是现场总线的表层优点，DCS/PLC 的远程 I/O 也能达到相似的效果。然而，FCS 的本质优点是大量现场设备的信息进入系统，使信息化、数字化、智能化、网络化从控制室扩展到“现场”。且任何更先进的新产品刚推出时，其价格一般会高于老一代产品，对现场总线也不应苛求。现场总线不是低成本简易产品，但它将导致“总体的节省，长远的效益”。

从用户方面分析。目前 FCS 成功应用的实例不多，难以估计实际应用效果，习惯势力不愿冒风险。许多诸如石化等大型企业从自身利益出发，并不愿意 FCS 过早取代 DCS。现场总线的根本优势是良好的互操作性、结构简单、控制功能彻底分散、灵活可靠、现场信息丰富以及可维护性好。然而，这些优势是建立在 FCS 系统初装的前提下，倘若企业建立有完善的 DCS，现在要向 FCS 过渡，则必须仔细考虑现有投资对已有投资的回报率，承担由 DCS 向 FCS 过渡的代价和风险。为此，充分利用已有的 DCS 设施，基于现有 DCS 的系统以及成熟的 DCS 控制管理方式来实现 FCS 不失为当前的首选之途。

由于以上这些原因，FCS 取代 DCS 将是一个逐渐过程。在这一过程中，会出现一些过渡型的系统结构。如在 DCS 中以 FCS 取代 DCS 中的某些子系统，用户将现场总线设备连接到独立的现场总线网络服务器，服务器配有 DCS 中连接操作站的上层网络接口，与操作站直接通信，在 DCS 的软件系统中可增添相应的通信与管理软件，这样不需要对原有控制系统作结构上的重大变动。

**9-19** 简单区分控制网络和信息网络的差异。

**9-20** 推动工业以太网技术发展最直接的两个主要原因是什么？以太网在工业现场设备应用的致命弱点和主要障碍之一指的是哪一个？

**9-21** 以太网用于工业现场的关键技术是什么？

**9-22** 工业以太网采用那些机制来实现实时性？

**9-23** 控制网络与信息网络的差别何在？各适用于何种场合？它们的集成主要通过哪些方式或技术来进行？

**9-24** 如何理解网络控制系统的定义？

- 9-25 归纳一下采用网络控制的优点，指出采用网络控制系统的难点。
- 9-26 网络传输的延迟对系统的控制效果会有什么影响？
- 9-27 举例说明网络控制系统的典型应用。
- 9-28 网络传输延迟产生的原因可能有哪些？
- 9-29 除了本书介绍的硬件同步的方法外，还有哪些硬件同步的方法？
- 9-30 为减少时空的不一致，采用的补偿算法可以有多种，试举例说明其中的一些补偿算法。

课后答案网  
www.hackshp.cn