学校代号	10532	学	号	B0902	200046
····································	U461 1	宓	奶	公	开



博士学位论文

基于微分几何解耦的汽车主动悬架 控制算法研究

学位申请人姓名	陈建国
培养单位	机械与运载工程学院
导师姓名及职称	程军圣 教授
学科专业	机械工程
研究方向	振动与噪声控制
论文提交日期	2013年9月1日

学校代号: 10532

- 学 号: B090200046
- **密 级:**公开

湖南大学博士学位论文

基于微分几何解耦的汽车主动悬架 控制算法研究

<u>学位申请人姓名:</u>	陈建国
<u>导师姓名及职称:</u>	程军圣 教授
<u>培 养 单 位</u> :	机械与运载工程学院
<u>专业名称:</u>	机械工程
论 文 提 交 日 期 :	2013年9月1日
论 文 答 辩 日 期 :	2013年11月9日
答辩委员会主席:	于德介 教授

Research on Control Algorithm of Vehicle Active Suspension Based on Differential Geometry Decoupling Theory

by

CHEN Jianguo

A dissertation submitted in partial satisfaction of the

Requirements for the degree of

Doctor of Engineering

in

Mechanical Engineering

in the

Graduate School

of

Hunan University

Supervisor

Professor CHENG Junsheng

Sept, 2013

摘 要

车辆悬架系统不仅影响着车辆的平顺性,而且影响着车辆操纵稳定性。在平顺性方面,由于四个车轮受到路面的激励,车身的振动是各车轮引起振动的综合结果。在操稳性方面,当车辆转向时,由于前轮转向角的影响,车辆车身的侧倾会加剧;当车辆处于紧急转向工况,由于纵向及横向载荷转移,四个悬架的垂向力会发生改变,从而使各轮胎的抓地性发生改变,对紧急转向时车辆的稳定性造成影响。车辆在不同工况下,控制的目的是不同的。车辆悬架控制系统是一 MIMO 的非线性控制系统。车辆主动悬架的控制问题,本质上是 MIMO 系统的控制分配问题,即数学上著名的 Morgan 问题。微分几何解耦控制理论是解决非线性系统控制问题的有力工具,可以实现对主动悬架控制力的合理分配。

本课题针对车辆的不同工况,利用微分几何解耦控制理论,对车辆主动悬架 控制算法进行研究。

(1)车辆在直线工况下,主动悬架控制的目的是提高车辆平顺性。提出了不 包括阻尼器解耦的 EDDC 控制算法。悬架系统经过解耦,车身的垂向、侧倾及俯 仰运动各自独立。悬架系统被解耦成了多个独立的线性子系统。通过线性子系统 的极点配置,车身的垂向、俯仰及侧倾振动大幅衰减,时域仿真、频域仿真及基 于 dSPACE 硬件实时仿真验证了解耦算法的有效性。

(2)车辆在转向工况下,车身的侧倾控制是主动悬架控制的重点。通过符号运算,在车身侧倾表达式中显式表达了与车辆前轮转角相关的项,明确了前轮转角对侧倾造成的影响;利用 EDDC 解耦算法,对车身的姿态进行解耦,使车身的各向运动相互独立,并对前轮转角对车身侧倾的干扰项通过解耦来进行抑制;分别在前轮转角输入为阶跃信号及正弦信号的情况下进行了仿真,验证解耦算法的有效性。

(3) 对于紧急转向工况,车辆的横向稳定性是车辆主动悬架控制的重点。建 立了包括 Burckhardt 非线性轮胎模型的整车横向稳定性控制的数学模型,并把该 模型表达成仿射非线性的形式,为微分几何解耦控制奠定了基础。

(4)提出了基于 PI 制动与主动悬架解耦的车辆横向稳定性联合控制算法。 采用 PI 制动来改善紧急转向时车辆的横摆;以主动悬架的主动作动器为输入,利 用解耦算法来调节主动悬架的垂向载荷,改善轮胎的抓地性,从而调节车辆的侧 向力,达到减小车身侧偏角的目的。对车辆在干燥路面及湿滑路面下,分别进行 了阶跃输入及单移线输入仿真,验证了 PI 制动与主动悬架解耦联合控制算法的有 效性。

关键词:主动悬架;微分几何;解耦控制;平顺性;操纵稳定性

Π

Abstract

The vehicle suspension system influences not only harshness, but also handling stability of the vehicle. In the aspect of harshness, four wheels undergo the excitation from road; the vibration of the vehicle body is the resultant which all the wheels cause. In the aspect of handling stability, due to the influence of the front wheel angle, the roll motion of the vehicle body gets aggravated in steering condition. When the vehicle is in an emergence steering condition, since the longitude and the lateral load transferring, the vertical force of four suspensions alter, so the holding ability of the tires changes correspondingly and that influences the handling stability of the vehicle. The control objectives of the vehicle in different conditions are different. The vehicle suspension control system is a MIMO nonlinear system. The control of vehicle active suspension is essentially the control allocation of a MIMO system, namely the well-known Morgan problem in mathematics. The differential geometry control theory is a powerful tool to solve the control problem of the nonlinear systems and can realize the reasonable allocation of the active suspension force.

Considering the different working conditions of vehicles, the decoupling control algorithms on the active suspension have been researched by using differential geometry theory in this project.

(1) In straight line driving condition, the control objective of the active suspension is to improve the harshness of the vehicle. The EDDC (excluding damper decoupling control) algorithm is proposed. The vertical motion, pitch motion and roll motion of the vehicle body are independent of each other by decoupling, and the suspension system is separated into multi independent linear subsystems. Through the pole assigned of the linear subsystem, the vertical motion, pitch motion and roll motion of the vehicle body attenuate greatly. The simulation of the time domain, the frequency domain, and the real time simulation based on dSPACE hardware verify the effectiveness of the decoupling control algorithm.

(2) In steering condition, the control objective of the active suspension is the roll control of the vehicle body. Through the symbol computing, the items associated with the front wheel corner are expressed explicitly in the roll equation of the vehicle body and makes the influence on the roll motion which caused by the front wheel corner clear. By using the EDDC decoupling algorithm, the posture of the vehicle body is

decoupled and makes the motion on each direction independent of each other, and the interference item to the roll motion caused by the front wheel corner is restrained by decoupling. The simulation results of the step and sine input signal verify the effectiveness of the decoupling algorithm.

(3) In emergency steering condition, the lateral stability is the key objective of the active suspension control. The lateral stability control mathematic model of the whole vehicle which including the Burckhardt nonlinear tire model is established, and the model is expressed in affine nonlinear form. The above lays the foundation for differential geometry decoupling control.

(4) The union algorithm of the vehicle lateral stability control based on the PI braking and the active suspension decoupling is proposed. Using PI braking strategy the yaw motion of the vehicle in emergency steering condition is improved. Set the actors of the active suspensions as input, using the decoupling algorithm to adjust the vertical load, improve the holding ability of the tires thus its lateral force is adjusted correspondingly, as a result, the aim to decrease the side slip angle of the vehicle is achieved. Simulations are carried out both on the dry and the wet surface road, the step and the sine signal are the input respectively, the results verify the effectiveness of the union control algorithm.

Key words: Active suspension; Differential geometry; Decoupling control; Harshness; Handling stability

	ম
ы	

学位论文原创性声明和学位论文版权使用授权书	I
摘 要	I
Abstract II	I
插图索引VI	I
附表索引	7
第1章绪 论	l
1.1 悬架的作用及发展过程	l
1.1.1 悬架对车辆平顺性及操纵稳定性的影响	l
1.1.2 车辆悬架发展历程	2
1.2 车辆主动悬架控制算法的研究现状	3
1.3 主动悬架控制技术存在的主要问题及课题的提出)
1.3.1 主动悬架控制存在的主要问题)
1.3.2 课题的提出10)
1.4 本文的研究内容10)
第2章 微分几何理论基础13	3
2.1 基本概念	3
2.2 SISO 非线性系统的反馈线性化14	1
2.3 MIMO 系统的解耦18	3
2.4 解耦示例)
2.5 本章小结	2
第3章 直线行驶整车主动悬架解耦减振控制23	3
3.1 直线工况下的整车数学模型23	3
3.2 微分几何解耦控制25	5
3.2.1 整车悬架系统的状态方程25	5
3.2.2 包含阻尼器解耦控制算法 IDDC	7
3.2.3 不包含阻尼器解耦控制 EDDC	2
3.3 基于 dSPACE 的主动悬架 EDDC 算法实时仿真42	2
3.3.1 实时仿真的软硬件	2
3.3.2 基于 dSPACE 的 EDDC 算法实时仿真44	1
3.4 本章小结	7
第4章 转向工况下的车辆主动悬架解耦侧倾控制)

41 转向工况下整车模型	49
4 2 系统的状态方程	52
43 系统模型仿直	55
	58
4.5 EDDC 質汁在古	
4.5 EDDC 昇伝切具	
4.5.1 间轮转用阶跃输入响应	60
4.5.2 前轮转角正弦输入响应	63
4.5 小结	65
第5章 基于制动与主动悬架解耦的车辆横向稳定性联合控制	66
5.1 基于非线性轮胎模型的整车动力学方程	66
5.1.1 整车动力学方程的建立	66
5.1.2 轮胎模型	
5.1.3 参考模型	72
5.2 控制算法	72
5.2.1 横摆稳定性控制	72
5.2.2 主动悬架解耦的质心侧偏角控制	75
5.3 算法仿真	
5.3.1 干燥柏油路面仿真	
5.3.2 湿滑路面仿真	
5.4 基于 Carsim 与 Simulink 联合仿真的控制算法验证	
5.5 与其他方法的控制结果对比	91
5.6 本章小结	92
结论及展望	93
参考文献	96
致 谢	
附录 A 攻读博十期间发表的论文	

插图索引

图 1.1	车辆悬架、转向、制动子系统的耦合1
图 1.2	论文的研究思路12
图 2.1	SISO 系统坐标变换后的控制框图18
图 2.2	MIMO 系统反馈解耦后的控制结构19
图 3.1	整车主动悬架简化模型图
图 3.2	路面激励信号
图 3.3	垂向位移(IDDC)
图 3.4	俯仰角(IDDC)29
图 3.5	侧倾角(IDDC)
图 3.6	垂向加速度(IDDC)
图 3.7	俯仰角加速度(IDDC)31
图 3.8	侧倾角加速度(IDDC)31
图 3.9	簧上质量垂向位移 (EDDC)
图 3.10) 簧上质量俯仰角 (EDDC)
图 3.11	□ 簧上质量侧倾角 (EDDC)34
图 3.12	2 垂向加速度 (EDDC)34
图 3.13	3 俯仰角加速度 (EDDC)35
图 3.14	4 侧倾角加速度(EDDC)35
图 3.15	5 轮 1 处悬架的动挠度(EDDC)
图 3.10	5 轮 2 处悬架的动挠度(EDDC)
图 3.17	7 轮 3 处悬架的动挠度(EDDC)
图 3.18	3 轮 4 处悬架的动挠度(EDDC)37
图 3.19	9 轮 1 处轮胎的动行程(EDDC)38
图 3.20) 轮 2 处轮胎的动行程(EDDC)38
图 3.21	1 轮 3 处轮胎的动行程(EDDC)
图 3.22	2 轮 4 处轮胎的动行程(EDDC)
图 3.23	3 垂向位移功率谱密度41
图 3.24	4 垂向加速度功率谱密度41
图 3.25	5 俯仰角功率谱密度41
图 3.20	5 俯仰角加速度功率谱密度41
图 3.27	7 侧倾角功率谱密度

图 3.28 侧	1倾角加速度功率谱密度41
图 3.29 dS	SPACE 的 MicroAutoBox 实物图42
图 3.30 封	计装的 Simulink 模型43
图 3.31 封	计装的主动悬架控制器模块43
图 3.32 C	ontroldesk 实时仿真界面44
图 3.33 垂	自位移(dSPACE)44
图 3.34 俯	F仰角(dSPACE44
图 3.35 侧	则倾角(dSPACE)45
图 3.36 垂	前加速度(dSPACE)45
图 3.37 俯	F仰角加速度(dSPACE)45
图 3.38 侧	J倾角加速度(dSPACE)45
图 3.39 轮	21 处悬架动挠度(dSPACE)45
图 3.40 轮	2 处悬架动挠度(dSPACE)45
图 3.41 轮	23 处悬架动挠度(dSPACE)46
图 3.42 轮	24 处悬架动挠度(dSPACE)46
图 3.43 轮	21 处轮胎动行程(dSPACE)46
图 3.44 轮	2 处轮胎动行程(dSPACE)46
图 3.45 轮	3 处轮胎动行程(dSPACE)46
图 3.46 轮	24 处轮胎动行程(dSPACE)46
图 4.1 车车	辆的转向运动49
图 4.2 车车	辆的俯仰运动
图 4.3 车车	辆的侧倾运动
图 4.4 不	同前轮转角下的车身侧倾角56
图 4.5 不	同前轮转角下的横摆角速度56
图 4.6 不 [同车速下的侧倾角57
图 4.7 不	同车速下的横摆角速度
图 4.8 侧伯	倾角曲线60
图 4.9 俯伯	仰角曲线61
图 4.10 垂	自位移61
图 4.11 垂	62 前加速度曲线
图 4.12 横	专摆角速度曲线62
图 4.13 侧	1倾角(正弦信号)63
图 4.14 俯	F仰角(正弦信号)63
图 4.15 垂	64 (正弦信号)
图 4.16 垂	64 向加速度(正弦信号)

冬	4.17	横摆角速度(正弦信号)	65
图	5.1	转向运动模型	67
冬	5.2	车轮的滑移率	69
冬	5.3	轮胎力的方向	70
图	5.4	车轮的纵横向附着系数关系	71
图	5.5	车轮纵横向附着系数与滑移率关系	71
图	5.6	车辆转向示意图	72
图	5.7	干燥路面阶跃输入的横摆角速度	79
图	5.8	干燥路面阶跃输入的横摆角速度(仅 PI 控制)	80
图	5.9	干燥路面阶跃输入的前右轮制动力矩	80
图	5.10	一干燥路面阶跃输入的后左轮制动力矩	81
图	5.11	干燥路面阶跃输入的质心侧偏角	81
图	5.12	干燥路面阶跃输入质心侧偏角(仅 PI 控制)	82
图	5.13	干燥路面阶跃输入的各轮处悬架力曲线	82
图	5.14	干燥路面单移线输入的横摆角速度	83
图	5.15	干燥路面单移线输入的质心侧偏角	83
图	5.16	一干燥路面单移线输入的车身侧倾角	84
图	5.17	湿滑路面阶跃输入的质心侧偏角	84
图	5.18	湿滑路面阶跃输入的横摆角速度	85
图	5.19	湿滑路面单移线输入下的质心侧偏角	85
图	5.20	湿滑路面单移线输入横摆角速度角	86
图	5.21	Carsim 与 Simulink 联合仿真系统框图	86
图	5.22	Carsim 仿真软件界面	87
图	5.23	Simulink 仿真模型	88
图	5.24	参考模型的横摆角速度输出	89
图	5.25	仅 PI 制动横摆角速度	89
冬	5.26	7 仅 PI 制动质心侧偏角	89
图	5.27	联合控制横摆角速度	90
冬	5.28	联合控制质心侧偏角	90
冬	5.29	分层协调控制质心侧偏角	91
冬	5.30	LPV 控制的横向车速对比	91

附表索引

32
40
47
55
62
65
75
75

第1章绪论

1.1 悬架的作用及发展过程

1.1.1 悬架对车辆平顺性及操纵稳定性的影响

汽车悬架是汽车底盘系统中重要的组成部分,它联接车体和车轮,对车体进 行支撑。当车辆处于行驶过程中,其四个车轮会受到路面的激励,悬架缓冲这些 激励对车身的冲击,衰减由这些路面激励引起的车身振动,保证车辆平稳行驶。 汽车悬架不仅影响到车辆行驶的平顺性,同时影响到车辆操纵的稳定性。

文献[1][2]建立了整车的动力学模型,针对悬架子系统、转向子系统及制动系 统的相互影响进行仿真,研究表明:(1)汽车在路面激励作用下,车身产生垂向、 侧倾及俯仰运动,直接影响车辆乘坐的平顺性;(2)汽车转向时,由于侧倾运动 的作用使悬架的垂向力发生改变,使作用在左右车轮上垂直载荷重新分布,这将 影响轮胎的侧偏特性,影响车辆的横向稳定性;(3)在车辆制动时,由于车辆纵 向速度的变化引起载荷的前后转移,改变了轮胎法向载荷的大小,从而通过轮胎 影响汽车纵横向动力学响应;(4)当车辆处于转向制动工况,车辆的各个悬架力 会同时发生改变,这时不仅车辆的平顺性会受到影响,同时还影响到操纵稳定性。 车辆悬架与转向、制动子系统在整车中的耦合关系如图 1.1 所示。



图 1.1 车辆悬架、转向、制动子系统的耦合

前轮转角会引起车身载荷的左右转移,造成车身侧倾,在一定的初始速度下, 前轮转角越大,侧倾越严重。转向使左右悬架的垂向力发生改变,进而改变轮胎 的侧向力。而车轮的制动会使载荷发生纵向转移,改变前后悬架的垂向力;这些 都直接影响到车辆乘坐的平顺性。由于悬架垂向力的变化,相应会引起车轮的垂 向载荷改变,进而改变车轮的纵向力和侧向力,改变车辆的横摆和侧滑,影响车 辆的操控稳定性^[2]。车辆的悬架子系统、转向子系统、制动子系统耦合交织在一 起,相互影响。车辆是耦合的 MIMO(多入多出)非线性系统,而悬架在车辆的平 顺性控制和操稳性控制中分别起着直接和间接的作用。

1.1.2 车辆悬架发展历程

被动悬架具有结构简单、成本低廉、性能可靠等优点,在车辆的悬架系统中 一直被广泛采用。被动悬架的弹簧刚度和阻尼器系数是设计人员根据特定的设计 要求和行驶工况确定的,无法调整,不能根据外部的信号变化做出相应的改变。 无法保证多种工况车辆的乘坐舒适性和操控稳定性。

为了提高车辆适应外部环境的能力,使车辆悬架的参数随外部信号的变化而做出相应的调整, D.C.Karnopp 和 D.A.Crosby 设计了具有天棚阻尼概念的半主动阻尼器^{[3][4]},其对悬架性能的改善具有一定效果。

如果能够知道车辆行驶道路的路面信息,车辆悬架就可以根据这些信息进行 调整,从而提高乘坐的舒适性。20世纪80年代,日产公司在车辆前端装置了声 纳,根据检测的信息,悬架阻尼器的参数作出相应的调整,明显提高了车辆的性 能。

2002 年凯迪拉克在高级轿车 STS 上安装了由 Lord 公司与 Delphi 公司合作开 发的汽车磁流变半主动悬架系统-磁流变驾乘控制系统^[5],实验表明:该系统不仅 可以衰减来自路面不平引起的车身振动,而且可以抑制汽车转向和制动引起的侧 倾和俯仰,增加轮胎的抓地性,汽车的舒适性及安全性都得到了提高^[6]。

采用磁流变和电流变的半主动悬架不具有动力源,其本质是通过调整磁流变 和电流变流体的阻尼系数来更有效的消耗车身振动的能量,其控制效果与主动悬 架有一定差距。另一方面,由于电流变液、磁流变液具有典型的非线性特性,如 迟滞、滞环等,建立其有效的数学模型较为困难,利用这些数学模型进行控制时, 需要用到这些非线性模型的逆模型^{[7][8]}(即由所需的控制力计算控制电流),这也 是电流变和磁流变半主动悬架控制的难点之一。半主动悬架控制仍然存在诸多问 题需要解决^{[9][10]}。

为了进一步提高车辆的性能,世界各国都致力于主动悬架的研究与开发。20 世纪 50 年代,通用汽车公司率先提出了主动悬架的概念。随后美国 LOTUS 公司 将有源主动悬架安装在赛车上,并在比赛中取得了良好成绩。瑞典 VOVOL 公司 将试验性的 LOTUS 主动悬架安装在了实际车辆上。德国保时捷、日本丰田、德 国奔驰、美国福特等公司都先后在各自的高级轿车尝试安装了主动悬架。为了研

究军用车辆的主动悬架控制技术,1992年,美军陆军专门成立了国家机动车中心, 极大促进了主动悬架控制技术在军车上的应用和开发^{[11][12]}。

主动悬架与半主动悬架、被动悬架相比较,主要具有如下优点[13]:

(1)有效衰减路面振动,提高乘坐舒适性。被动悬挂系统参数固定,无法随输入激励信号而做出相应改变。而主动悬挂可根据外界信息的变化,产生系统需要的控制力。

(2)能控制车身的运动。汽车制动会引起车身俯仰运动,转向会引起侧倾运动,由于半主动悬架、被动悬架不具有动力源,不能及时有效地抑制车辆的俯仰及侧倾;相反主动悬架具有动力源,能够产生与惯性力相抵抗的力,进而减小车身位置的变化,保持车辆行驶过程中的平稳性^[13]。

(3)当路面附着系数小,车辆急速转向时,由于离心力的作用,车辆不可避 免地会产生侧滑、横摆运动,被动及半主动悬架对此无能为力。而主动悬架可以 通过调节主动作动器的作动力,改变轮胎的垂直载荷,轮胎的侧向力相应得到改 变,从而改善车辆的横向稳定性。

车辆主动悬架的研究,主要包括两个方面:1)主动悬架作动器的研究。即设 计结构简单的执行器。该执行器必须具有较大的输出作动力、具有较高的带宽、 使用稳定可靠。2)主动悬架控制算法的研究。如何实现主动悬架作动器控制力的 合理分配,达到预期的控制目标。

由于主动悬架的研究国内起步较晚,到目前为止,主动悬架的技术理论还不 够成熟,只有少量的高档轿车和部分赛车上安装了主动悬架,在普通车上的推广 应用尚需做大量的工作。

1.2 车辆主动悬架控制算法的研究现状

利用悬架来衰减路面激励引起的振动,提高车辆平顺性,是车辆悬架设计的 初衷;同时也可以利用主动悬架对处于转向工况车辆的车身进行侧倾控制;还可 以利用主动悬架改善车辆紧急转向时的横向稳定性。国内外专家学者对主动悬架 的控制方法进行了广泛的探索,涉及到的控制方法几乎包含现代控制理论的所有 分支,现对比较典型的控制算法进行阐述。

1. 最优控制

最优控制理论起源于 20 世纪 60 年代,是现代控制理论中重要的内容之一。 利用极大极小值原理,将系统控制的目标设计成一个目标函数,通过求解系统的 Riccati 方程获得系统的最优解。Thompson 于 1976 年采用现代控制理论状态空间 方法建立了 1/4 主动悬架模型,利用最优控制理论确定了悬架的最优控制率^[14], 于 1984 年 Thompson 又利用最优控制理论中部分状态反馈技术得到了次最优反馈 矩阵^[15]。随后,Thompson 和 Pearce 将二自由度模型发展到了四自由度模型。

Chalassani于 1986年建立了整车数学模型,并对该模型的行驶性能进行了研究。 1990年,Hrovat D^[16]建立了二自由度车辆模型,采用 LQG-线性二次高斯型优化 理论对车辆进行减振控制。文献[17,18,19]应用最优控制理论进行了车辆主动悬架 的 LQG 控制器的设计,将主、被动悬架的车身加速度、仰俯角加速度、悬架动 挠度及车轮动位移 4 项指标进行了对比分析。仿真结果表明,车辆的主动悬架采 用 LQG 控制器后,车辆的平顺性改善明显。

车辆在转向工况会发生侧倾,许多学者对车身侧倾采用主动悬架优化控制理 论进行了研究。CHENW和XIAOH^[20]采用随机次优控制策略将主动悬架控制及 电动转向控制相结合,减小了车辆转向时车身的侧倾角。陈双、宗长富等^[21]将 LQG 方法、模糊控制相结合,利用主动悬架来提高车辆的平顺性,LQG 方法与 模糊控制结合后,车身侧倾角进一步减小,车身侧倾姿态得到优化。来飞等^[22] 建立了转向及悬架统一数学模型,利用 LQG 理论,对主动悬架以及四轮转向进 行综合控制,车身的侧倾角减小效果明显。王启瑞^[23]设计了主动悬架和电动助力 转向相结合的随机次优控制,使得车辆主动悬架较好地衰减了路面的振动,提高 了车辆的抗侧倾能力。David J.M. Sampson和 David Cebon^{.[24]}提出了基于优化理 论的主动悬架防侧倾控制器,并在转向工况下对车辆进行了时域仿真,结果表明, 车辆的侧倾角减小了 26%-46%,车辆的操控稳定性提高明显。

在利用主动悬架提高车辆的横向稳定性方面,陈无畏^[25]等提出了基于主动悬架与电子稳定程序结合的分层协调控制,其中主动悬架采用随机最优策略,电子稳定程序采用模糊控制,上层控制器采用线性权函数对下层控制器输出加权值, 实现协调控制。车辆的操控稳定性明显改善。

最优控制理论存在以下主要问题:

(1)在建立控制系统的目标函数时,权重系数对控制的结果有较大影响。目标函数权重矩阵的不同取值反映了不同控制性能在总目标函数中所占的比例是不同的,取值越大,表明其在目标函数中越重要。而权重系数的选取主要依靠人为经验选取,如何更加合理的设置权重系数是一难题。

(2)所建立的系统方程是线性方程,而实际系统常常具有非线性。系统的参数常具有不确定性,当参数发生变动, LQG或者 LQR 优化方法鲁棒性较差^[26]。

(3) 在车辆高速行驶时,路面对车轮的激励变化很快,采用优化算法难以在 较短的控制周期(10ms)完成控制信号的计算,实时性受到限制。

2. 预测控制

如果能够预先知道路面的信息,从而根据路面信息并结合最优控制理论提前 对主动悬架做出相应的控制,达到减振的目的,这是预测控制的基本思想。

王其东等^[27]建立了主动悬架与电动助力转向结合的数学模型,应用预测控制 理论控制主动悬架,由路面激励引起的振动得到有效抑制,车辆的平顺性得到提

高。黄昆等^[28] 针对 1/4 车辆模型,设计了基于模型预测控制方法的电磁主动悬 架控制器,分别针对随机不平路面和瞬时垂向冲击工况进行仿真,该方法可以使 车辆获得较佳的平顺性。刘少军^[29]、刘显贵^[30]、李治国^[31]、宗长富^[32]、Yu F^[33] 对主动悬架预测控制做了相关的研究。

预测控制对车辆前方路面较大干扰(如凸包)控制效果明显,可以改善车辆 悬架的减振效果,但需在车辆前方加装路面传感器,传感器的精度直接影响车辆 减振的效果,同时了增加车辆的成本。

3. 模糊控制

车辆系统是多人多出(MIMO)耦合的非线性系统,转向、制动、悬架耦合 在一起,相互影响,加上一些未确定因素的干扰,如路面附着系数的变化、风力 影响等,建立车辆精确的数学模型本身就是一件困难的工作。在解决非线性不确 定系统控制问题的时候,模糊控制具有先天优势,因为它不需要系统精确的数学 模型,主要依靠专家经验或者前人的先验知识来制定控制策略。模糊控制理论不 仅广泛应用于工业控制中,而且在车辆主动悬架控制方面也是如此。

1996年,Yoshimura T^[34]在建立 1/4 车辆模型的基础上,利用模糊控制进行 减振,簧上质量的位移及其微分作为模糊控制器的输入,其输出是控制力,仿真 验证了算法的有效性。1999年,Yoshimura T^[35]进一步对 1/2 车辆模型采用模糊 控制进行减振,取得了较好的控制效果。Ting,C.S^[36]等设计模糊滑模控制器,对 带有主动悬架的 1/4 车辆模型进行控制,仿真验证了算法的有效性。Sharkawy^[37] 采用模糊自适应控制器来对主动悬架进行控制,取得了比 LQG 优化控制更好的 减振效果。Huang^[38]提出了带有自组织、自学习功能的模糊控制器,模糊控制规 则集可以通过学习在线修改,使用主动悬架控制车身的位移和加速度,车辆的乘 坐舒适性有所提高。Lin,J^[39]设计了模糊滑模控制器控制主动悬架,以簧上质量 的位移误差及其变化率构造主滑模平面,把主滑模平面及其变化率作为模糊控制 器的输入变量,另外单独设计辅助滑模控制器来消除主控制器的控制误差,辅助 滑模控制器是以车身的加速度来构造辅助滑模平面的。该控制算法在提高车辆乘 坐舒适性的同时,减小了轮胎的变形,提高车辆的抓地能力。

国内方面,孙建民^[40]提出了一种带有修正因子的模糊控制器,利用 LMS 算 法在线调整修正因子,以弥补专家经验的不足,仿真和实验一起验证了算法的有 效性。陈龙、袁传义等^[41]提出了一种参数自调整模糊控制算法,当系统的偏差变 大或变小时,调整因子总可以确保系统稳定。仿真结果表明,采用该方法的车辆 平顺性和操稳性指标明显优于 LQG 方法。陈一锴、何杰等^[42]为了提高重型货车 抗侧翻能力,将 PID 算法和模糊控制结合,提出了 PID 参数可在线调整的模糊控 制算法,通过阶跃转向输入和双移线输入的仿真表明,车辆转向工况的抗侧翻能 力得到提高。季新杰、李声晋等^[43]针对采用电动静液作动器的主动悬架,提出了

一种模糊 PID 算法,把悬挂质量的位移及其变化率输入到模糊控制器,模糊控制器的输出为 PID 控制器的 3 个参数,有效降低了悬架的动挠度和车体的垂向加速度。李以农,卢少波等^[44]设计了基于灰预测算法的模糊控制器,使用灰预测算法预测车辆下一时刻的输出及输出的变化率,作为模糊控制器的输入,使得传统的模糊控制器具有了误差预先补偿功能,改善了车辆动力学特性。陈龙、聂佳梅等^[45]提出了一种自调整预测步长的灰预测模糊控制器,它根据系统的状态来进行模糊判决,自适应地实现了灰预测步长的调整,改善了控制效果。

另外,为了使模糊控制理论更好地应用于主动悬架控制,许多学者如:宋晓琳^[46]、冯金芝^[47]、唐传茵^[48]、Cherry A S^[49]等将模糊控制和其他控制算法相结合,进行了有益的尝试。

模糊控制理论相对比较成熟,但在 MIMO 非线性系统控制中,模糊规则集对控制的效果有决定性的作用,而模糊规则集的确定基本依赖专家经验,如何更好的优化规则集,获得更好的控制效果,依然需要进一步研究。

4. 鲁棒控制

对于具有不确定参数的多入多出(MIMO)系统进行控制时,需解决其稳定性问题,鲁棒控制在这方面具有一定的优势,对主动悬架的鲁棒控制国内外学者进行 了广泛的研究。

Wang 和 Wilson^[50]用线性传函推导了主动悬架的状态控制模型,基于 LMI 方法设计了 H_∞鲁棒控制器,仿真结果验证了带有主动悬架的车辆乘坐舒适性好于被动系统,当主动悬架具有高阶不确定性时,这种鲁棒控制器的性能依然能够保持。 Hyo-Jun Kim^[51]在建立 3 自由度车辆模型的基础上,采用 H_∞方法控制主动悬架作动器,来抑制车辆的侧倾。仿真及硬件在环试验表明,车辆的侧倾角大幅减小,说明算法的有效性。Gaspar^[52]考虑了系统参数不确定性,采用µ综合法对车辆的主动悬架减振进行了研究。Yamashita^[53]为了提高车辆鲁棒性能,建立了整车模型,研究了主动悬架 H_∞控制方法。Du^[54]针对主动悬架作动器的时滞,设计了带时滞的状态反馈 H_∞控制器,该算法在保证系统闭环稳定的同时,达到较好的控制效果。

国内方面,孙涛^[55]建立了二自由度主动悬架混合不确定系统模型,设计了基于鲁棒理论的µ综合控制器,研究了系统在摄动条件下的鲁棒性能。宋刚^[56]针对参数的不确定性,提出了基于 LMI 方法的 H₂/ H_∞混合控制器用于悬架控制,当车身质量变化时,该控制器依然获得了较好的控制效果。由于车辆参数的不确定性,多种鲁棒控制器过于保守,孙涛^[57]利用µ分析法,有效降低了采用 H_∞控制和µ综合控制理论所设计的鲁棒控制器的保守性。陈虹^[58]利用频率加权输出作为系统的输出,并以此构成主动悬架增广系统,分析了当系统存在各种不确定因素时,采用 H₂和 H_∞主动悬架的汽车在不同路面上以不同速度行驶时的鲁棒性。李克强^[59]

H_∞控制器,对提高舒适性有较好的效果。李伟^[60]用线性分式变换理论,对转向工况下的悬架参数进行了不确定性分析,采用频率加权函数对具有参数不确定性的 悬架系统进行了频率加权增广描述,采用 H₂/H_∞鲁棒控制理论,较好提高车辆综 合性能。刘树博^[61]针对悬架系统参数和控制器存在的摄动问题,设计了主动悬架 的非脆弱 H₂/广义 H₂ 鲁棒控制器,从时域及频域两个方面研究了主动悬架静态输 出反馈最优控制问题。方敏^[62] 对多目标 H₂/H_∞混合控制方案的优化进行了研究。 李以农^[63] 等基于 LMI 算法,设计了主动悬架 H₂ / H_∞多目标输出反馈控制器,较 好地解决了平顺性与操纵稳定性指标之间的矛盾。

虽然目前主动悬架鲁棒控制有大量的研究成果发表,但使用中依然存在一些问题^[12]:

大多所建车辆的模型为 1/4 模型或者 1/2 模型,很少用到整车模型。因采用 整车模型会导致输出反馈控制阶次过高,实际应用困难。

传统的鲁棒控制主要研究被控对象和外界扰动存在不确定性时的控制器设计问题,在实现过程中控制器会受到诸多不确定因素的影响,使控制器参数难以准确实现。这会导致闭环系统性能下降,稳定性遭到破坏,导致控制器的脆弱性问题。

鲁棒控制如何克服这些不足,依然需要进一步研究。

5. 集成控制

车辆是一 MIMO 耦合的非线性系统,其状态是多个子系统综合作用的结果。 如车辆处于转向工况时,路面激励会对车身的侧倾造成影响,而且前轮转角所引 起的离心力对侧倾也有影响。采用单一子系统的控制对整车状态的改善有限,对 车辆多个子系统的集成控制受到越来越多的关注,其中与主动悬架控制相关的多 系统集成控制国内外学者做了大量的研究工作。

Lu^[64]将转向、制动及悬架控制进行了集成,悬架采用模糊控制,转向及制动 采用滑模变结构控制,通过全局状态辨识来识别车辆的状态,根据车辆状态对各 子系统分配不同的控制任务。Poussot Vassal^[65]进行了制动与主动悬架的控制集成 研究,针对两个子系统分别设计了两个 H_∞控制器控制,并基于 LMI 方法对两 H_∞ 控制器进行了综合,达到调整车身姿态和横摆运动的目的。March^[66]首先针对前 轮转向和主动悬架单独设计了两个模糊控制器,然后根据车辆的状态对两个模糊 控制器进行协调,从而实现车辆控制的集成。Smakman^[67]进行了主动悬架控制和 滑移率控制提高车辆横向稳定性的研究。Hac^[68]和 Kou Y^[69]进行了电控底盘和 ESP 系统的集成研究,由悬架及制动系统产生回正横摆力矩,提高了车辆的稳定 性。Nouillant^[70]设计了基于 ABS 和主动悬架的集成控制系统,底层由前馈加反馈 的防抱死制动和主动悬架线性控制器组成,顶层由全局控制器和扩张状态观测器 一起协调两独立的控制器。

陈无畏^{[71][72]}对主动悬架与电动助力转向系统进行了多变量自适应集成控制 和 H_∞集成控制的研究。王其东等^[73]对悬架系统采用最优控制,对制动系统采用 模糊控制,2 个系统通过1 个上层控制器进行协调集成。袁传义、陈龙等^[74]对主 动悬架及转向系统设计了模糊集成控制器,有效地消除了汽车的转向效应对悬架 执行器作用力的影响以及车身姿态对电动助力的影响。郭建华、李幼德^[75]对制动 系统采用滑模变结构控制,对主动悬架采用反演递推控制,将主动悬架控制与车 轮防抱死控制结合,可以有效缩短制动距离。王金湘、陈南等^[76]设计了以提高平 顺性和操纵稳定性为控制目标的主动悬架控制器,并基于多主体的控制器组织方 法建立底盘集成控制扩展框架,使主动悬架控制器,包含主动转向、主动驱动/ 制动力矩分配的集成控制系统协调工作。来飞、邓兆祥^[77]、董红亮^[78]对四轮转向 与主动悬架控制进行了集成控制,在四轮转向控制器的设计方面,采取前馈加反 馈跟踪理想参考模型的控制策略,对主动悬架则采用最优控制方法,并对这两个 系统设计了集成控制器,集成控制可以提高车辆的综合性能。

多系统的协调集成控制,可以使车辆达到较好的综合性能,取得了显著的成果,将来必然会成为车辆控制的主要研究方向。但仍然存在一些问题需要解决:

(1)在车辆各子系统建模时,为分析和设计控制器方便,诸多文献通常将整个车辆底盘系统分割成相互作用有限的若干子系统,然后在控制器设计时再考虑 各子系统间的相互干扰和影响。但是,这种简化模型没有将子系统间的耦合关系 体现在具体的数学模型中,难以真实反映各子系统的相互影响,控制器的作用效 果大打折扣。

(2)在完成各子系统的控制器设计后,需对各控制器进行协调集成。由于各 子系统的耦合关系没有明确,上层协调控制器的设计缺乏依据,只能根据经验及 仿真的结果来确定。上层协调控制器的设计方法值得进一步研究、

6. 解耦控制算法

对于 MIMO 非线性系统,如果能够实现系统输入输出的解耦,使 MIMO 系统解耦成 SISO 的控制系统,一个输入对应一个输出,系统的控制将变得简化。 国内外学者对系统的解耦进行了尝试。

Alleyne A^[79]利用输入输出反馈线性化技术对电液伺服系统进行了解耦控制。 Sheen JJ^[80]采用反馈线性化技术对飞行器解耦,实现了飞行器的姿态控制。雷延 花^[81]利用微分几何解耦技术实现了导弹大迎角飞行控制。

在车辆解耦控制方面 Burgio 和 Zegelaar^[82]利用状态反馈线性化技术实现转向和制动控制器的集成。Zhang 和 Anwar^[83]以线控转向为输入,利用解耦理论实现了车辆的侧滑和横摆运动的解耦,同时可以调节车辆横摆运动的阻尼,提高车辆的横向稳定性。陈无畏,徐娟等^[84]根据微分几何解耦控制理论设计出解耦控制器,以消除装有主动悬架和电动助力转向的耦合和路面不平度的干扰。

整车的建模涉及转向、悬架、制动等多个子系统,参数比较多,利用微分几 何解耦比较困难,这也是现有关于车辆解耦的文献比较少的原因。然而,利用微 分几何解耦理论可以将多个耦合的系统解耦,成为独立的、互不干扰的子系统, 消除系统间的相互影响,提高车辆控制的效果。将微分几何解耦理论运用于车辆 控制,需要更多的研究者进一步探索。

7. 其他控制方法

应用于主动悬架控制的主要控制方法还包括:反演递推控制^{[85][86]}、自适应控制^[87]、滑模变结构控制^[88]、神经网络控制等,这里不再详述。

1.3 主动悬架控制技术存在的主要问题及课题的提出

1.3.1 主动悬架控制存在的主要问题

如前所述,车辆的悬架系统受到转向系统、制动系统的影响。如转向时,车 身的侧倾加剧;制动时,车辆会产生"点头"现象,影响车辆的平顺性。反之,悬 架力的变化引起轮胎垂向载荷改变,从而导致轮胎的纵向力和侧向力变化,使车 辆的横摆和侧滑发生改变,影响车辆的操纵稳定性。在直线工况下,主动悬架主 要用于车身减振;在转向工况下,主动悬架可减小车身的侧倾;在紧急转向工况 下,主动悬架可提高车辆的横向稳定性。

目前的主动悬架控制技术存在的一些问题如下:

1)控制所采用的模型过于简化,与实际情况有差距。如诸多文献在悬架减振控制时,有的采用 1/4 模型,有的采用 1/2 模型。1/4 模型的车辆不会产生俯仰及侧倾运动,1/2 模型没有考虑侧倾。由此设计的控制器难以实用。

2)车辆的悬架受到四个车轮路面激励的作用,如果是转向工况,前轮转角也 是一输入变量,而主动悬架控制器的输出是四个主动悬架作动器的作用力。车辆 悬架系统,是一 MIMO 的非线性控制系统。车辆主动悬架的控制问题,本质上是 MIMO 系统控制输入的分配问题,即数学上著名的 Morgan 问题。目前的控制分 配主要是优化算法和模糊控制,都不太理想。如何实现在四个轮上主动悬架控制 量的合理分配,达到车辆控制的目的,值得进一步研究。

3)当利用主动悬架对转向工况下车身的侧倾进行控制时,车辆的前轮转向角、 车速以及车身的离心力如何影响到车身的侧倾,其耦合关系如何,目前研究较少。

4)由于轮胎受力符合摩擦椭圆特性,其纵向力及横向力耦合在一起。在紧急 工况把主动悬架用于车辆横向稳定性控制时,为提高轮胎的抓地性,可以控制各 轮上的主动悬架的作动力,来调节车轮的垂向载荷及其变化,用于间接控制车辆 的横向稳定性;而如何根据车辆当前的状况来实时控制各轮上主动悬架作动器的 作动力,目前研究较少。

1.3.2 课题的提出

车辆在不同工况下,对主动悬架控制的目的是不同的。针对车辆的不同工况, 对主动悬架提出不同的控制要求。本文采用微分几何解耦理论,对主动悬架的控 制算法进行研究,提高车辆直线行驶工况下的平顺性及转向工况下的操纵稳定性。

其中包括:直线工况车辆的主动悬架减振控制;转向工况的主动悬架车身侧 倾控制;紧急转向工况下的车辆横向稳定性控制。为主动悬架控制算法提供新的 思路。

本文的研究工作得到了湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室自主研究课题(60870002),湖北省自然科学基金资助项目(2011CDB089)的支持与资助。

1.4 本文的研究内容

1. 直线工况下车辆的主动悬架解耦减振控制

车辆在直线行驶时由于四个车轮同时受到路面的激励,车身会产生侧倾、俯 仰及垂向运动。车身的振动是各车轮引起振动的耦合结果。利用微分几何解耦理 论,实现车辆侧倾运动、垂向运动及俯仰运动的解耦。经过解耦,上述车身的各 向运动成为各自独立的线性子系统,互不干扰。通过控制器参数的合理选取,合 理分配各主动悬架力,实现减振的目的。

2. 转向工况下车辆的解耦侧倾控制

车辆在转向工况下由于离心力的作用,车身易侧倾。采用线性轮胎模型,建 立包括悬架、转向子系统线性状态方程。通过符号运算,获得车身侧倾的显式表 达,明确车速、前轮转角对侧倾的耦合影响。利用解耦理论对车辆的垂向运动、 俯仰运动及侧倾运动解耦,实现主动悬架控制力的合理分配,达到减小车身侧倾 角的目的。

3. 基于制动与主动悬架解耦的车辆横向稳定性联合控制

车辆在紧急转向工况下,会发生侧滑、横摆运动,影响车辆的稳定性。建立 包括 Burkhardt 非线性轮胎模型、转向模型、悬架模型及制动模型的整车非线性 方程。将主动悬架作动器的力作为输入,把该非线性方程表达成仿射非线性的形 式。采用单个车轮 PI 制动控制车轮的滑移率来调节车辆的横摆运动;在此基础上, 对整车主动悬架解耦,通过调节主动悬架的垂向载荷,改善车轮的抓地性,实现 悬架控制力的合理分配,达到既减小车辆的横摆,同时减小车辆的侧滑。提高车 辆紧急转向的横向稳定性。

论文的思路见图 1.2。

本文的章节安排如下:

第1章: 绪论。首先论述了悬架的作用, 车辆转向、制动对悬架的影响; 简

单介绍车辆悬架的发展历程;总结了车辆主动悬架典型的控制算法的不足;分析 了现有车辆主动悬架控制算法目前存在的问题,针对这些问题,提出了课题的研 究思路和主要研究内容。

第2章: 微分几何解耦控制理论基础。首先对微分几何理论的基本概念进行 介绍; 针对单入单出(SISO)非线性系统,定义了系统关于输入量的相对阶; 分 别论述了系统实现状态反馈精确线性化及状态反馈局部线性化的条件; 如何设计 系统的输入来实现反馈线性化; 将 SISO 的线性化理论加以推广, 使之应用于多 入多出(MIMO)系统, 对 MIMO 系统的相对阶及解耦矩阵进行了论述,并给出了 状态反馈解耦的反馈形式。

第3章: 直线行驶整车主动悬架解耦减振控制。首先建立直线工况下的数学模型。利用微分几何解耦理论对车身的姿态进行解耦, 使车身的各向振动实现了解耦,各向运动相互独立。尝试了两种情况的解耦,分别是包括阻尼器的解耦算法(IDDC)和不包括阻尼器的解耦算法(EDDC),对两种算法进行了时域的仿真对比。并对 EDDC 解耦算法进行频域分析和基于 dSPACE 的硬件实时仿真,验证算法的有效性。

第4章:转向工况下车辆的主动悬架解耦侧倾控制。首先建立转向工况下的 数学模型。通过符号运算,在车身侧倾表达式中显式表达了与车辆前轮转角相关 的项,明确了前轮转角对侧倾造成的影响;利用 EDDC 解耦算法,对车身振动进 行解耦,使车身的各向运动相互独立;为了减小前轮转角对车身侧倾的影响,将 车身侧倾表达式中与前轮转角相关的干扰项通过解耦控制进行抑制;分别在前轮 转角输入为阶跃信号及正弦信号的情况下进行了仿真,验证解耦算法的有效性。

第5章: 基于制动与主动悬架解耦的车辆横向稳定性联合控制。建立了包括 Burkbardt 非线性轮胎模型的整车横向稳定性控制的数学模型,把该模型表达成仿 射非线性的形式,为解耦控制奠定了基础。以二自由度的自行车模型为参考模型, 采用 PI 算法来改善车辆紧急转向时的横摆;以主动悬架的主动作动器为输入,利 用解耦算法来调节主动悬架的垂向载荷,改善轮胎的抓地性,从而改善车辆的侧 向力,减小车辆紧急转向时车身的侧偏角。对车辆在干燥路面及湿滑路面下,分 别进行了阶跃输入及单移线输入仿真,验证 PI 制动与主动悬架解耦联合控制算法 的有效性。

最后对论文的主要研究工作进行了总结,并对进一步的研究工作进行了展望。



第2章 微分几何理论基础

微分几何控制理论是近年来研究非线性系统控制问题的主要方法之一^[89],是 解决非线性系统控制的有力工具,大大促进了非线性控制理论的发展。它通过适 当的坐标变换,将耦合的 MIMO 非线性系统解耦成多个独立的线性子系统,并对 其施加相应的控制,使系统得到理想的响应。本章对论文中所采用的微分几何理 论做简单阐述,详细的论述及理论推导见文献^[89-91]。

2.1 基本概念

1. 同胚和微分同胚

定义 2.1^[90,91] 设 X 和 Y 是两个拓扑空间, $f: X \rightarrow Y$ 是连续映射,如果 f 是双映射,并且逆映射 $f^1: Y \rightarrow X$ 也连续,则称 $f: X \rightarrow Y$ 是同胚映射,简称 X 和 Y 同胚,即 X 和 Y 是两个同胚的拓扑空间。

定义 2.2 设 $X \subset R^k$ 和 $Y \subset R^l$ 为开集,如果它的所有偏导数 $\frac{\partial^n f}{\partial x_{i_1}, \cdots, \partial x_{i_n}}$ 存在且 连续,则称 X 到 Y 的映射 f 为光滑的^[90,91]。

定义 2.3 如果 X 到 Y 的映射 f 是一个同胚映射, 且 f 和其逆映射 f^{-1} 均是光 滑的,则称映射 f 是微分同胚的^[90,91]。

如果在集合 X 和 Y 之间存在(任意)一个微分同胚映射,那么我们称集合 X 和 Y 是微分同胚的。特别地^[91],若 X 和 Y 均在 R "中的子集,Y=f(X)为定义在 X 上而取值于 Y 的函数,如果 Y=f(X)连续可微且雅可比(Jacobi)矩阵 $\frac{\partial f}{\partial X}$ 可逆,则 由反函数定理可知 Y=f(X)就是一个 X 到 Y 的微分同胚映射或函数。

线性系统理论中有线性变换的概念,将其推广到非线性系统,就转换成了微 分同胚的概念,在非线性系统的分析过程中起着重要作用。通过适当的微分同胚 映射或坐标变换,可以将非线性系统转化为某些结构比较简单的线性系统。

2. 向量场、李导数和李括号

定义 2.4 设 f(X)是 n 维函数向量,即

$$f(X) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, \cdots, x_n) \\ f_2(x_1, \cdots, x_n) \\ \cdots \\ f_n(x_1, \cdots, x_n) \end{bmatrix}$$

f(X)的每一个分量都是变量 $X = (x_1, \dots, x_n)^T$ 的函数,状态空间中每一个确定的

点 X_0 对应着一个由 f(X)关系所确定的向量 $f(X_0)$,这样我们就把 f(X)称为状态空间的一个向量场^[91]。

定义 2.5 设有 X 的标量函数为 $\lambda(X) = \lambda(x_1, \dots, x_n)$ 和一个向量场 $f(X) = f(f_1(X), \dots, f_n(X))^T$,函数 $\lambda(X)$ 的梯度向量 $\nabla \lambda(X)$ 与向量场f(X)的标量积(点积),称为函数 $\lambda(X)$ 对向量场f(X)的李导数^[91],记为:

$$L_f \lambda(X) = \left\langle \frac{\partial \lambda(X)}{\partial X}, f(X) \right\rangle = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\partial \lambda(X)}{\partial X_i} f_i(X)$$

李导数实际上就是λ(X)在向量场 f(X)方向的变化率。沿着同一向量场 f(X)多 重李导数运算可以表示为:

 $L_{f}^{0}\lambda(X) = \lambda(X) \qquad L_{f}^{1}\lambda(X) = L_{f}\lambda(X) \qquad L_{f}^{k}\lambda(X) = L_{f}(L_{f}^{k-1}\lambda(X))$ 定义 2.6 给定向量场 *f*(*X*) 和 *g*(*X*),以[*f*(*X*),*g*(*X*)]或者 *ad*_f*g* 表示如下运算:

$$[f,g] = ad_f g = \frac{\partial g}{\partial X} f - \frac{\partial f}{\partial X} g$$

这个 g(X)沿着 f(X)的新向量场,称为李括号。

特别地, 有 $L_{g}L_{f}^{k}\lambda(X) = \frac{\partial(L_{f}^{k}\lambda(X))}{\partial X}g$

定义 2.7 当且仅当存在(*n*-*m*)个标量函数*h*₁(*X*),…,*h*_{*m*}(*X*),满足如下的偏微分方程:

$\nabla h_i f_i = 0$

则 R^n 中一组线性无关的向量场集合 { f_1, \dots, f_m }称为完全能积的。

其中1≤*i*≤*n*−*m*, 1≤*j*≤*m*, 且梯度 ∇h_i 都是线性无关的。

定义 2.8 一组线性无关的向量场集合 {*f*₁,…,*f*_m}被称为对合的^[91],当且仅当存 在标量函数α使得下列关系式成立:

$$[f_i, f_j](X) = \sum_{i=1}^{l=m} \alpha_i f_i(X)$$

对合意味着在该集合中任意取两个向量场做李括号运算,得到的新向量场是 原向量场集合的线性组合。

定理 2.1 (Frobenius 定理)一组线性无关的向量场集合 {*f*₁,…,*f*_m}完全能积的充分必要条件是它是对合的。

2.2 SISO 非线性系统的反馈线性化

1. 系统的相对阶

定义 2.9: 对于 SISO 的仿射非线性系统,

$$\dot{X} = f(X) + g(X)u$$

$$y = h(X)$$
(2.1)

上式中, $X \in \mathbb{R}^n$ 为系统的状态变量, $u \in \mathbb{R}$ 为输入, $y \in \mathbb{R}$ 为输出,在系统的某一工作点 X_0 的邻域 Ω 内,如果满足:

$$L_g L_f^k h(X) = 0 \qquad 0 \le k < \gamma - 1$$
$$L_g L_f^{\gamma - 1} h(X) \ne 0$$

则系统具有相对阶为γ。

对于一个线性系统来说,系统的相对阶^[89]就是系统传递函数中分母多项式的 阶和分子多项式的阶之差。

定理 2.2 SISO 仿射非线性系统精确线性化有解的充要条件是:

(1) $rank\{g, ad_f g, \cdots, ad_{\ell}^{n-1}g\} = n$

(2) 向量场集合 D={ $g,ad_fg,\dots,ad_f^{n-2}g$ }是对合的。

条件(1)意味着系统是能控的,条件(2)表明式(2.1)仿射非线性系统是 可积的。即微分方程

$$\frac{\partial h}{\partial X}(g, ad_f g, \cdots, ad_f^{n-2}g) = 0$$

有连续可微的解存在。根据 Frobenius 定理可得到此结论。

2. SISO 系统的状态反馈精确线性化

对式(2.1)的输出 y 关于时间 t 求导,有

$$\dot{y} = \frac{\partial h}{\partial X} f(X) + \frac{\partial h}{\partial X} g(X)u = L_f h(X) + L_g h(X)u$$

若 $L_sh(X)=0$, 输入u不能显式出现,则继续求导

$$\ddot{y} = \frac{\partial L_f h}{\partial X} f(X) + \frac{\partial L_f h}{\partial X} g(X) u = L_f^2 h(X) + L_g L_f h(X) u$$

若 $L_sL_fh(X)=0$,则继续求导,只到等式的右边出现输入u.

$$y^{(\gamma)} = \frac{\partial L_{f}^{\gamma-1}h}{\partial X}f(X) + \frac{\partial L_{f}^{\gamma-1}h}{\partial X}g(X)u = L_{f}^{\gamma}h(X) + L_{g}L_{f}^{\gamma-1}h(X)u$$

当求导次数为 γ , $L_{g}U_{f}^{-1}h \neq 0$,此时等式的右边出现输入u, γ 即为系统的相对阶。 若 $\gamma = n$,则系统可精确线性化,此时可以证明 $\{g, ad_{f}g, \dots, ad_{f}^{n-1}g\}$ 是线性无关的^[91],通过上述的求导过程,我们可以取微分同胚的坐标变换式如下:

$$Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \Phi(X) = \begin{bmatrix} h(X) \\ L_f h(X) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(X) \end{bmatrix}$$

有 $X = \Phi^{-1}(Z)$

则系统(2.1)在新坐标系下变换为:

$$\begin{cases} \dot{z}_{1} \\ \dot{z}_{2} \\ \vdots \\ \dot{z}_{n} \end{cases} = \begin{bmatrix} z_{2} \\ z_{3} \\ \vdots \\ L_{f}^{n} h(\Phi^{-1}(Z)) + L_{g} L_{f}^{n-1} h(\Phi^{-1}(Z)) u \end{bmatrix}$$

取控制输入为:

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{n-1} h(X)} (-L_f^n h(X) + v)$$

则系统成为:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_n \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} \\ \dot{z}_n \end{cases} \begin{pmatrix} z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_n \\ v \end{bmatrix}$$
(2.2)

v 为系统的参考输入。原仿射非线性系统变换成了线性系统,式(2.2)为 Brunowsky标准型,可以写成:

$$\dot{Z} = AZ + Bv$$

系统(2.2)实现了精确线性化。

3. SISO 系统的状态反馈局部线性化

若系统(2.1)的相对阶γ小于 *n*,此时原系统不能利用原有的输出函数化成 Brunowsky 标准型,但可以实现系统的局部线性化。

定理 2.3 如果系统在 X₀具有相对阶 γ, γ小于 n,

 $\diamondsuit z_i = \Phi_i(X) = L_i^{i-1}h(X) \qquad i = 1, 2, \cdots, \gamma$

则可以找到另外 $n-\gamma$ 个函数, $\Phi_{\gamma+1}(X)$, $\Phi_{\gamma+2}(X)$, … $\Phi_n(X)$, 使得在 X_0 点, 变换 $\Phi(X) = (\Phi_1(X), \Phi_2(X), ..., \Phi_n(X))^T$ 具有非奇异的雅各比矩阵, 从而构成 X_0 邻域上的 局部坐标变换。这些添加的函数在 X_0 点的值可以任意。

取坐标变换如下:

$$Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{\gamma} \\ z_{\gamma+1} \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \Phi(X) = \begin{bmatrix} h(X) \\ L_f h(X) \\ \vdots \\ L_f^{\gamma-1} h(X) \\ \\ \Phi_{\gamma+1}(X) \\ \vdots \\ \Phi_n(X) \end{bmatrix}$$

则系统在新坐标下的方程变换为:

$$\begin{cases} \dot{z}_{i} \\ \dot{z}_{\gamma} \\ \dot{z}_{\gamma+1} = \begin{bmatrix} Z_{i+1} \\ L_{f}^{\gamma} h(\Phi^{-1}(Z)) + L_{g} L_{f}^{\gamma-1} h(\Phi^{-1}(Z)) u \\ q_{\gamma+1}(Z) + p_{\gamma+1}(Z) u \\ \vdots \\ \dot{z}_{n} \end{bmatrix} \\ y = z_{1} \end{cases}$$

取控制输入为:

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{\gamma - 1} h(X)} (-L_f^{\gamma} h(X) + v)$$

则系统的状态方程可以表达成:

$$\begin{cases} \dot{z}_{i} \\ \dot{z}_{\gamma} \\ \dot{z}_{\gamma+1} = \begin{bmatrix} z_{i+1} \\ v \\ q_{\gamma+1}(Z) + p_{\gamma+1}(Z)u \\ \vdots \\ \dot{z}_{n} \end{bmatrix} (2.3)$$

$$y = z_{1}$$

 $\diamondsuit \xi = (z_1, z_2, \cdots, z_{\gamma})^T \qquad \eta = (z_{\gamma+1}, z_{\gamma+2}, \cdots, z_n)^T$

则系统(2.3)可写成:

$$\begin{cases} \dot{z}_i \\ \dot{z}_{\gamma} = \begin{bmatrix} z_{i+1} \\ v \\ q(\xi,\eta) + p(\xi,\eta)u \end{bmatrix} \\ y = z_1 \end{cases}$$

系统实现了局部线性化,前γ个表达式成为了线性表达式。为了获得理想的响应,可以设计系统的理想输入控制率为:

$$v = -\sum_{i=1}^{i=\gamma-1} k_i z_i$$
 (2.4)

将式 (2.4) 代人式 (2.3), 得

$$y^{(\gamma)} + k_{\gamma-1}y^{(\gamma-1)} + \dots + k_1y = 0$$

*k_i*为控制器的参数。通过选取不同的控制器参数,从而实现合理地配置系统极点,使系统获得理想的响应。



图 2.1 SISO 系统坐标变换后的控制框图

2.3 MIMO 系统的解耦

现实的控制系统许多都是 MIMO 的,如飞行器姿态控制、机器人的运动轨迹 控制、车辆的姿态控制等。将微分几何的 SISO 反馈线性化理论加以推广,可实 现 MIMO 系统的状态反馈解耦,使耦合的非线性系统解耦成独立的线性子系统, 从而为控制器的设计提供便利。

MIMO 仿射非线性系统的表达式如下:

$$\dot{X} = f(X) + g(X)U$$

$$y_i = h_i(X) \qquad i = 1, \cdots, m$$
(2.5)

 $X \in \mathbb{R}^n$ 为系统的状态变量, $U \in \mathbb{R}^m$ 为输入。

MIMO 系统的相对阶

定义 2.10: MIMO 仿射非线性系统(2.5) 在 X_0 具有关于输入 U 的向量相对 阶 $\gamma=[\gamma_1,...,\gamma_m]$, 如果

i) 对所有 *i*, *j*=1,...,*m*, *k*< γ_i -1, 在 X_0 的邻域内的所有 *X* 都有 $L_{e} L_{f}^{k} h_{i}(X) = 0$

$$L_{g_i}L_f^{\gamma_i-1}h_i(X) \neq 0$$

ii) *m×m* 解耦矩阵

$$E(X) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_{f}^{\gamma_1 - 1} h_1(X) & \cdots & L_{g_m} L_{f}^{\gamma_1 - 1} h_1(X) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ L_{g_1} L_{f}^{\gamma_m - 1} h_m(X) & \cdots & L_{g_m} L_{f}^{\gamma_m - 1} h_m(X) \end{bmatrix}$$
(2.6)

在X₀处非奇异。

定理 2.4: 对于式 (2.5) 的非线性系统,如果在 X_0 点具有相对阶,即矩阵 E

(X) 在 X₀ 点非奇异, 那么系统输入输出解耦在 X₀ 附近可通过一个静态状态反馈 解决, 该反馈形式为^{[89][91]}:

$$\boldsymbol{u} = -\boldsymbol{E}^{-1} \left(\begin{bmatrix} L_f^{\boldsymbol{v}_1} \boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ L_f^{\boldsymbol{v}_m} \boldsymbol{h}_m(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{v}_m \end{bmatrix} \right)$$
(2.7)

其中[v1,...,vm]是参考输入。

把式(2.7)代入式(2.5),则系统可以表达成 m 组方程:

$$\begin{cases} \dot{z}_{ij} \\ \dot{z}_{i\gamma_i} = \begin{bmatrix} z_{i,j+1} \\ v_i \\ q_i(\xi,\eta) + p_i(\xi,\eta)u \end{bmatrix} \\ y_i = z_i \end{cases}$$

系统的输入输出动态方程如下:

$$\begin{pmatrix} y_1^{(\gamma_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(\gamma_m)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix}$$
(2.8)

式(2.8)表明,系统(2.5)仿射非线性系统经过式(2.7)的反馈后,系统的输出各自独立,成为独立的线性系统。系统的输出 y_i仅受 v_i的作用,系统实现了解耦。系统解耦后的结构图如图 2.2 所示。



图 2.2 MIMO 系统反馈解耦后的控制结构

2.4 解耦示例

设有一 MIMO 的非线性系统,其系统方程如下:

$$\dot{X} = f(X) + \sum_{i=1}^{3} g_i(X)u_i$$

 $h_1 = x_1, h_2 = x_2, h_3 = x_4$

$$f(X) = \begin{bmatrix} x_3 + x_4^2 \\ x_2^2 + x_5 \\ -2x_4(x_1^2 + x_6) \\ x_1^2 + x_6 \\ -2x_2(x_2^2 + x_5) \\ -2x_1(x_3 + x_4^2) + 1 \end{bmatrix} \qquad g_1(X) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 + \sin(x_3 + x_5) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

在 X= (0,0,0,0,0,0)^T处对系统解耦。

$$L_{f}h_{1} = \frac{\partial h_{1}}{\partial X}f(X) = (1,0,0,0,0,0)f(X) = f_{1}(X) = x_{3} + x_{4}^{2}$$

 $L_{f}h_{2} = \frac{\partial h_{2}}{\partial X}f(X) = (0,1,0,0,0,0)f(X) = f_{2}(X) = x_{2}^{2} + x_{5}$
 $L_{f}h_{3} = \frac{\partial h_{3}}{\partial X}f(X) = (0,0,0,1,0,0)f(X) = f_{4}(X) = x_{1}^{2} + x_{6}$
 $L_{g_{1}}L_{f}h_{1} = \frac{\partial(L_{f}h_{1})}{\partial X}g_{1}(X) = (0,0,1,2x_{4},0,0)g_{1}(X) = 1 + \sin(x_{3} + x_{5})$
 $L_{g_{1}}L_{f}h_{2} = \frac{\partial(L_{f}h_{2})}{\partial X}g_{1}(X) = (0,2x_{2},0,0,1,0)g_{1}(X) = 0$
 $L_{g_{1}}L_{f}h_{3} = \frac{\partial(L_{f}h_{3})}{\partial X}g_{1}(X) = (2x_{1},0,0,0,0,1)g_{1}(X) = 0$
 $\hat{T}X = (0,0,0,0,0,0)^{T} \mathcal{W}, \quad L_{g_{1}}L_{f}h_{1} \neq 0, \quad \text{Br } L_{g_{1}}L_{f}^{2-1}h_{1} \neq 0, \quad \text{dr } \mathbb{R} \ \mathbb{Z} \ 2.10 \ \text{Tr} \ \mathbb{H}, \quad \Upsilon_{1} = 2.$

$$L_{g_2}L_f h_1 = \frac{\partial (L_f h_1)}{\partial X} g_2(X) = (0, 0, 1, 2x_4, 0, 0) g_2(X) = 0$$

$$\begin{split} L_{g_2}L_fh_2 &= \frac{\partial(L_fh_2)}{\partial X}g_2(X) = (0, 2x_2, 0, 0, 1, 0)g_2(X) = e^{\sin x_1} \\ L_{g_2}L_fh_3 &= \frac{\partial(L_fh_3)}{\partial X}g_2(X) = (2x_1, 0, 0, 0, 0, 1)g_2(X) = 0 \\ &\stackrel{\text{de}}{} X = (0, 0, 0, 0, 0, 0)^{\text{T}} \psi, \quad L_{g_2}L_fh_2 \neq 0, \quad \text{de} \not{\approx} \ensuremath{\mathbbmath\mathbb$$

取微分同胚变换

$$Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix} = \Phi(X) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 + x_4^2 \\ x_2 \\ x_2^2 + x_5 \\ x_4 \\ x_1^2 + x_6 \end{bmatrix}$$

由式(2.7),计算反馈输入: 其中,解耦矩阵 *E*(X)

$$E(X) = \begin{bmatrix} 1 + \sin(x_3 + x_5) & 0 & 0 \\ 0 & e^{\sin x_1} & 0 \\ 0 & 0 & \cos(x_3 x_5^2) \end{bmatrix}$$

$$u = E^{-1} \left(\begin{bmatrix} -L_f^2 h_1(x) \\ -L_f^2 h_2(x) \\ -L_f^2 h_3(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \right), \quad \text{RD}$$
$$u_1 = \frac{1}{1 + \sin(x_3 + x_5)} v_1$$
$$u_2 = \frac{1}{e^{\sin x_1}} v_2$$
$$u_3 = \frac{1}{\cos(x_3 x_5^{-2})} (v_3 - 1)$$

在反馈输入的作用下,系统变成:

$$\begin{cases} \dot{z}_{1} & z_{2} \\ \dot{z}_{2} & v_{1} \\ \dot{z}_{3} \\ \dot{z}_{4} & z_{4} \\ \dot{z}_{4} & v_{2} \\ \dot{z}_{5} & z_{6} \\ \dot{z}_{6} & v_{3} \end{bmatrix}$$

系统解耦成了3个独立的互不干扰的线性子系统。

2.5 本章小结

本章对微分几何的基本理论做了简单介绍。首先介绍了微分同胚、向量场、 李导数、李括号等概念。针对单入单出(SISO)系统,给出了该系统的相对阶的 概念,分别论述了系统实现状态反馈精确线性化以及状态反馈局部线性化的条件 及如何实现反馈线性化。将 SISO 的线性化理论加以推广,使之应用于多入多出 (MIMO)系统,对 MIMO 系统的相对阶及解耦矩阵进行了论述,并给出了状态 反馈解耦的反馈形式。

第3章 直线行驶整车主动悬架解耦减振控制

车身的振动影响车辆平顺性,利用主动悬架对车身减振是悬架控制最主要的 研究内容。车辆的四个车轮同时受到路面的激励,车身在四个车轮路面激励的作 用下,会产生垂向、侧倾和俯仰运动,车身的振动是四个车轮激励作用的综合结 果,车辆悬架系统是耦合的 MIMO 控制系统。对车辆悬架的控制需要实现对四个 主动悬架控制力合理的分配。

微分几何反馈线性化理论是解决非线性 MIMO 系统控制问题的有力工具,可 以对非线性多变量系统实现解耦,使其分解为多个独立的线性子系统,从而实现 单独控制,达到好的控制效果。

本章首先建立直线工况下的整车模型。利用微分几何解耦理论,对车辆簧上 质量的振动进行解耦,使悬架簧上质量各个方向的振动互不干涉、相互独立;悬 架系统被解耦成多个线性独立的子系统。提出了包括阻尼器的解耦算法(IDDC) 和不包括阻尼器的解耦算法(EDDC),针对 EDDC 算法,时域仿真、频域仿真及 基于 dSPACE 的硬件实时仿真验证了算法的有效性。

3.1 直线工况下的整车数学模型

当汽车直线行驶时,主要分析路面激励对车辆平顺性的影响,此时悬架的垂向动力学起主要作用。建模时不需考虑轮胎水平方向力。系统的示意图见图 3.1.



图 3.1 整车主动悬架简化模型图
直线工况的悬架力:

$$F_{s1} = k_{s1}(z_{u1} - z_{s1}) + c_{s1}(\dot{z}_{u1} - \dot{z}_{s1}) + u_1$$
(3.1)

$$F_{s2} = k_{s2}(z_{u2} - z_{s2}) + c_{s2}(\dot{z}_{u2} - \dot{z}_{s2}) + u_2$$
(3.2)

$$F_{s3} = k_{s3}(z_{u3} - z_{s3}) + c_{s3}(\dot{z}_{u3} - \dot{z}_{s3}) + u_3$$
(3.3)

$$F_{s4} = k_{s4}(z_{u4} - z_{s4}) + c_{s4}(\dot{z}_{u4} - \dot{z}_{s4}) + u_4$$
(3.4)

其中

$$z_{s1} = z_s + a\sin\theta - d\sin\varphi$$

$$z_{s2} = z_s + a\sin\theta + d\sin\varphi$$

$$z_{s3} = z_s - b\sin\theta + d\sin\varphi$$

$$z_{s4} = z_s - b\sin\theta - d\sin\varphi$$

(3.5)

*zs*为簧上质量质心处位移,*zsi*(i=1,2,3,4,下同)各车轮处簧上质量位移,*ksi*为悬架弹簧刚度,*csi*为被动阻尼器的阻尼系数,*ui*为悬架主动作动器提供的作动力。*Fsi*为主动悬架力。

簧上质量的侧倾运动方程为:

$$I_x \ddot{\varphi} = (F_{s1} + F_{s4} - F_{s2} - F_{s3})d\cos\varphi$$
(3.6)

*I*_x为悬架簧上质量的侧倾转动惯量, φ为侧倾角, *d* 左右轮距的一半。 簧上质量俯仰运动方程:

$$I_{v}\ddot{\theta} = (F_{s3} + F_{s4})b\cos\theta - (F_{s1} + F_{s2})a\cos\theta \qquad (3.7)$$

*I*y为悬架的簧上质量俯仰角转动惯量, θ为俯仰角。a 为簧上质量质心距前轴的距离, b 为簧上质量质心距后轴的距离。

垂向运动方程:

$$m_{s}\ddot{z}_{s} = F_{s1} + F_{s2} + F_{s3} + F_{s4} \tag{3.8}$$

ms为簧上质量。

簧下质量的垂向运动方程:

$$m_{ui}\ddot{z}_{ui} = k_{ti}(q_i - z_{ui}) - F_{si} \qquad i = 1, 2, 3, 4$$
(3.9)

*m*_{ui}为簧下质量,*z*_{ui}簧下质量位移,*k*_t轮胎刚度,*q*_i车轮受到的路面激励。 根据文献[92],用以下滤波方程作为路面随机激励的时域数学模型:

$$\dot{q}_i(t) + \alpha u q_i(t) = \xi_i(t)$$
 $i = 1, 2, 3, 4$ (3.10)

式中, ξ 为平稳随机路面激励; α 为路面等级决定的常数; $\xi(t)$ 为零均值 Gauss 随机过程;u为车速。i=1、2、3、4 为车轮序号。后面车轮受到的路面激励为 $q(t+\tau)$,其中 $\tau=(a+b)/u$,左右车轮受到的激励分别为q(t), $q(t+t_1)$ 。其中 t_1 是一较大的时间常数。图 3.2 为仿真的路面激励信号。



图 3.2 路面激励信号

3.2 微分几何解耦控制

3.2.1 整车悬架系统的状态方程

将上述整车动力学方程写成状态方程的形式,令

 $\begin{aligned} x_{1} &= z_{s} \qquad x_{2} = \dot{z}_{s} \qquad x_{3} = \theta \qquad x_{4} = \dot{\theta} \qquad x_{5} = \phi \qquad x_{6} = \dot{\phi} \qquad x_{7} = z_{u1} \\ x_{8} &= \dot{z}_{u1} \qquad x_{9} = z_{u2} \qquad x_{10} = \dot{z}_{u2} \qquad x_{11} = z_{u3} \qquad x_{12} = \dot{z}_{u3} \qquad x_{13} = z_{u4} \qquad x_{14} = \dot{z}_{u4} \\ \dot{X} &= f(X) + g(X)u + p(X)w \end{aligned}$ (3.11)

h(t) = y(t)

其中 X 是 14 维的系统状态矢量, $U=[u_1,..., u_4]^T$ 是 4 维主动悬架作动器的 输入, $W=[q_1..., q_4]^T$ 是 4 个车轮受到的路面激励, $h=[z_s, \theta, \varphi]^T$ 是输出。即把簧上 质量质心处振动的垂向位移、俯仰角和侧倾角作为输出。为了计算的方便, 增加 z_{u1} 作为输出, 从而, $h=[z_s, \theta, \varphi, z_{u1}]^T$, 以便使解耦矩阵 E(X) 成为 4×4 的方阵。

其中, f(X)、g(X)的表达式如下:

$$\begin{split} f_{1}(X) &= \dot{z}_{s} \\ f_{2}(X) &= (-k_{s1}(z_{s} + a\sin\theta - d\sin\varphi - z_{u1}) - c_{s1}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u1} + a\dot{\theta}\cos\theta - d\dot{\phi}\cos\varphi) \\ &- k_{s1}(z_{s} + a\sin\theta + d\sin\varphi - z_{u2}) - c_{s1}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u2} + a\dot{\theta}\cos\theta + d\dot{\phi}\cos\varphi) \\ &- k_{s3}(z_{s} - b\sin\theta + d\sin\varphi - z_{u3}) - c_{s3}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u3} - b\dot{\theta}\cos\theta + d\dot{\phi}\cos\varphi) \\ &- k_{s3}(z_{s} - b\sin\theta - d\sin\varphi - z_{u4}) - c_{s3}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u4} - b\dot{\theta}\cos\theta - d\dot{\phi}\cos\varphi)) / m; \\ f_{3}(X) &= \dot{\theta} \\ f_{4}(X) &= \{-a\cos\theta[k_{s1}(z_{s} + a\sin\theta - d\sin\varphi - z_{u1}) + c_{s1}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u1} + a\dot{\theta}\cos\theta - d\dot{\phi}\cos\varphi)] \\ &+ k_{s2}(z_{s} + a\sin\theta + d\sin\varphi - z_{u2}) + c_{s2}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u2} + a\dot{\theta}\cos\theta + d\dot{\phi}\cos\varphi)] \\ &+ b\cos\theta[k_{s3}(z_{s} - b\sin\theta + d\sin\varphi - z_{u3}) + c_{s3}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u3} - b\dot{\theta}\cos\theta + d\dot{\phi}\cos\varphi)] \\ &+ k_{s4}(z_{s} - b\sin\theta - d\sin\varphi - z_{u4}) + c_{s4}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u4} - b\dot{\theta}\cos\theta - d\dot{\phi}\cos\varphi)]\} / I_{y} \\ f_{5}(X) &= \dot{\phi} \\ f_{6}(X) &= \{d\cos\varphi[k_{s1}(z_{s} + a\sin\theta - d\sin\varphi - z_{u1}) + c_{s1}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u1} + a\dot{\theta}\cos\theta - d\dot{\phi}\cos\varphi)] \\ &- d\cos\varphi[k_{s2}(z_{s} + a\sin\theta - d\sin\varphi - z_{u2}) + c_{s2}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u2} + a\dot{\theta}\cos\theta - d\dot{\phi}\cos\varphi)] \\ &- d\cos\varphi[k_{s2}(z_{s} + a\sin\theta - d\sin\varphi - z_{u2}) + c_{s2}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u2} + a\dot{\theta}\cos\theta - d\dot{\phi}\cos\varphi)] / I_{x} \\ f_{7}(X) &= \dot{z}_{u1} \\ f_{8}(X) &= (-k_{u}z_{u1} + k_{s1}(z_{s} + a\sin\theta - d\sin\varphi - z_{u2}) + c_{s2}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u2} + a\dot{\theta}\cos\theta - d\dot{\phi}\cos\varphi)) / m_{u1} \\ f_{9}(X) &= \dot{z}_{u2} \\ f_{10}(X) &= (-k_{u}z_{u2} + k_{s2}(z_{s} + a\sin\theta + d\sin\varphi - z_{u2}) + c_{s2}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u3} - b\dot{\theta}\cos\theta + d\dot{\phi}\cos\varphi)) / m_{u3} \\ f_{13}(X) &= \dot{z}_{u3} \\ f_{10}(X) &= (-k_{u}z_{u3} + k_{s3}(z_{s} - b\sin\theta + d\sin\varphi - z_{u3}) + c_{s3}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u3} - b\dot{\theta}\cos\theta + d\dot{\phi}\cos\varphi)) / m_{u3} \\ f_{13}(X) &= \dot{z}_{u4} \\ f_{14}(X) &= (-k_{u}z_{u3} + k_{s3}(z_{s} - b\sin\theta - d\sin\varphi - z_{u3}) + c_{s3}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u3} - b\dot{\theta}\cos\theta - d\dot{\phi}\cos\varphi)) / m_{u3} \\ g = [g_{1} \qquad g_{2} \qquad g_{3} \qquad g_{4}] \\ I_{10}(X) &= (-k_{u}z_{u4} + k_{s4}(z_{s} - b\sin\theta - d\sin\varphi - z_{u4}) + c_{s4}(\dot{z}_{s} - \dot{z}_{u4} - b\dot{\theta}\cos\theta - d\dot{\phi}\cos\varphi)) / m_{u4} \\ g = [g_{1} \qquad g_{2} \qquad g_{3} \qquad g_{4}] \end{cases}$$

$\mathcal{G}=[\mathcal{G}_1]$	$oldsymbol{g}_2$	$oldsymbol{\mathcal{G}}_3$	$\mathcal{G}_4]$
=[0	0	0	0;
-1/ <i>m</i>	-1/ <i>m</i>	-1/ <i>m</i>	-1/m;
0	0	0	0;
$-a\cos\theta/I_y$	$-a\cos\theta/I_y$	$b\cos\theta/I_y$	$b\cos\theta/I_y;$
0	0	0	0;
$-d\cos\varphi/I_x$	$d\cos\varphi/I_x$	$-d\cos\varphi/I_x$	$d\cos\varphi/I_x;$
0	0	0	0;
$1/m_{u1}$	0	0	0;
0	0	0	0;
0	$1/m_{u2}$	0	0;
0	0	0	0;
0	0	$1/m_{u3}$	0;
0	0	0	0;
0	0	0	$1/m_{u4}$];

系统控制的目标是使车辆的俯仰角、侧倾角、垂向位移尽可能小,同时使各

向振动加速度减小。利用微分几何理论来对系统解耦,并对解耦后的系统进行减振控制。下面分两种情况来实现解耦控制。

3.2.2 包含阻尼器解耦控制算法 IDDC (Including Damper Decoupling Control)

1. 控制量的计算

按照定义 2.10, 计算系统的相对阶, 验证条件

 $L_{g_i} L_f^k h_i(X) = 0$, $i, j=1,...,m, k < \gamma_i - 1$

 $L_{g_i} L_{f}^{\gamma_i - 1} h_i(X) \neq 0$ 何时成立。

由此可知, 对应于输出 z_s 的 k 等于 1 时, $L_{g_j} L_{f}^{r_{j-1}} h(X) \neq 0$, 可知, $\gamma_1 = 2$ 。同理, 可计算得到其他输出对应的相对阶。经计算, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = 2$ 。

计算系统的解耦矩阵 E(X)

$$E(X) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{m} & -\frac{1}{m} & -\frac{1}{m} & -\frac{1}{m} \\ -\frac{a\cos x_3}{I_y} & -\frac{a\cos x_3}{I_y} & \frac{b\cos x_3}{I_y} & \frac{b\cos x_3}{I_y} \\ -\frac{d\cos x_5}{I_x} & \frac{d\cos x_5}{I_x} & -\frac{d\cos x_5}{I_x} & \frac{d\cos x_5}{I_x} \\ \frac{1}{m_{u1}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

E(X) 非奇异,可以求其逆。

$$E^{-1}(X) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & m_{u1} \\ \frac{-mb}{a+b} & \frac{-I_y}{(a+b)\cos x_3} & 0 & -m_{u1} \\ \frac{-m}{2} & 0 & \frac{-I_x}{2d\cos x_5} & -m_{u1} \\ \frac{-(a-b)m}{2(a+b)} & \frac{I_y}{(a+b)\cos x_3} & \frac{I_x}{2d\cos x_5} & m_{u1} \end{bmatrix}$$
(3.12)

计算控制量 U,由(2.7)式可得:

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{E}^{-1} \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -L_{f}^{2}h_{1}(x) \\ -L_{f}^{2}h_{2}(x) \\ -L_{f}^{2}h_{3}(x) \\ -L_{f}^{2}h_{4}(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1} \\ v_{2} \\ v_{3} \\ v_{4} \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$
(3.13)

减小悬架簧上质量振动的位移项(主要包括垂向位移、俯仰角及侧倾角)及 加速度项(主要包括垂向加速度、俯仰角加速度及侧倾角加速度)是此时悬架控 制的主要目的。因此令参考输入:

$$v_{1} = -k_{11}\dot{z}_{s} - k_{12}z_{s}$$

$$v_{2} = -k_{21}\dot{\theta} - k_{22}\theta$$

$$v_{3} = -k_{31}\dot{\phi} - k_{32}\varphi$$

$$v_{4} = -k_{41}\dot{z}_{u1} - k_{42}z_{u1} - k_{t}z_{u1} / m_{u1}$$
(3.14)

为保证解耦后系统的稳定性, *k_{ij}*(*i*=1,2,3,4;*j*=1,2)须大于零。把式(3.13)、式(3.14)代人式(3.11),系统垂向位移、侧倾角、俯仰角表达式成为了独立的线性二阶系统的表达形式:

$$\ddot{z}_s + k_{11}\dot{z}_s + k_{12}z_s = 0$$
$$\ddot{\theta} + k_{21}\dot{\theta} + k_{22}\theta = 0$$
$$\ddot{\phi} + k_{31}\dot{\phi} + k_{32}\varphi = 0$$

由线性控制理论可知,只要二阶系统的系数大于零,系统就能稳定。二阶系 统选取大的阻尼系数可以使 *z*_s、θ、φ显著衰减。但系数的选取须考虑其他的指标, 如悬架的动挠度、车轮的动行程等指标。通过仿真,可以实现对系数合理选取。

2. 仿真结果

仿真所用的参数: m=1200kg, $I_y=2160$ kgm², $I_x=460$ kgm², $k_t=190$ kN/m, a=1.4m, $k_{s1}=k_{s2}=35$ kN/m, $k_{s3}=38$ kN/m, $k_{s4}=38$ kN/m, $m_{u1}=59$ kg, $m_{u2}=59$ kg, $m_{u3}=59$ kg, $m_{u4}=59$ kg, b=1.7m, d=1m, $k_{i1}=2$, $k_{i2}=0.25$, $c_{s1}=1000$ Ns/m, $c_{s2}=1000$ Ns/m, $c_{s3}=c_{s4}=1100$ Ns/m。仿真时间为 10s, 仿真步长 0.01s, 采用四阶龙格库塔算法解微 分方程组。





图 3.4 俯仰角 (IDDC)



图 3.6 垂向加速度(IDDC)





图 3.3 至图 3.5 分别对应的是 IDDC 控制的簧上质量垂向位移(均方根值衰减 了 90%)、俯仰角(衰减了 82%)和侧倾角(衰减了 83%),衰减效果显著。

图 3.6-图 3.8 对应的是 IDDC 控制的垂向加速度(均方根值增加了 24%)、俯仰角加速度(均方根值增加了 72%)及侧倾角加速度(衰减了 22%)。

	被动悬架	IDDC 控制	幅值衰减
垂向位移(m)	0.0079	0.00078	90%
俯仰角 (rad)	0.0040	0.00072	82%
侧倾角(rad)	0.0035	0.00045	83%
垂向加速度(m/s ²)	0.7318	0.9119	-24%
俯仰角加速度 (rad/s ²)	0.6237	1.0778	-72%
侧倾角加速度(rad/s ²)	1.4597	1.1259	22%

表 3.1 IDDC 控制与被动悬架均方根值结果比较

IDDC 解耦控制在使车辆的位移项(包括俯仰角及侧倾角)大幅衰减的同时, 并没有减小车身振动的加速度项。因为控制系统的输出是车身的位移项而非加速 度项,加速度项的幅值由路面激励及参考输入 v_i 决定,在 **IDDC** 算法中解耦包括 了阻尼器的阻尼力,即主动悬架作动器输出力不仅克服了悬架的弹簧力,同时也 克服了悬架阻尼器的阻尼力。阻尼器的阻尼力没有对车身加速度振动进行衰减, 所以垂向位移均方根值、俯仰角加速度均方根值反而变大。对加速度项的减振效 果不好。

如果解耦控制算法解耦时不包含被动阻尼器,则被动阻尼器可以衰减来自路 面的激励。

3.2.3 不包含阻尼器解耦控制 EDDC (Excluding Damper Decoupling Control)

在系统的状态方程 **f**(**X**)的表达式中,既包含有被动悬架的弹簧力,也包含 有被动悬架阻尼器的阻尼力。为了减小振动的加速度项,利用被动阻尼器对车身 振动的加速度项进行衰减,计算主动悬架控制输入时,用到的表达式 **f**(**X**)中并没 有把被动阻尼器的阻尼力包括在内。因被动阻尼器是耗能元件,其作用是消耗振 动的能量,而不会加剧振动。

系统的解耦矩阵见式(3.12),由式(3.13)计算出控制量 *U*。完成控制量 *U*的计算以后,把 *U*施加到车辆的主动悬架上,车辆的悬架系统是包含阻尼器的。

3.2.3.1 算法时域仿真

采用 EDDC 控制的主动悬架与被动悬架仿真的对比结果如图 3.9-图 3.22.







图 3.10 簧上质量俯仰角 (EDDC)







图 3.12 垂向加速度 (EDDC)



图 3.14 侧倾角加速度 (EDDC)







图 3.16 轮 2 处悬架的动挠度(EDDC)







图 3.18 轮 4 处悬架的动挠度(EDDC)



图 3.19 轮 1 处轮胎的动行程(EDDC)



图 3.20 轮 2 处轮胎的动行程(EDDC)









	被动悬架	EDDC 控制	幅值衰减
垂向位移(m)	0.0079	0.0027	66%
俯仰角 (rad)	0.0040	0.0020	50%
侧倾角(rad)	0.0035	0.0015	57%
垂向加速度(m/s ²)	0.7318	0.6295	14%
俯仰角加速度 (rad/s ²)	0.6237	0.5958	5%
侧倾角加速度(rad/s ²)	1.4597	1.2479	15%
轮1处悬架动挠度(m)	0.0074	0.0069	6%
轮 2 处悬架动挠度(m)	0.0079	0.0071	10%
轮3处悬架动挠度(m)	0.0067	0.0062	6%
轮4处悬架动挠度(m)	0.0071	0.0065	8%
轮1处动行程(m)	0.0042	0.0041	2.5%
轮 2 处轮胎动行程(m)	0.0041	0.0043	-5%
轮3处轮胎动行程(m)	0.0040	0.0040	0%
轮4处轮胎动行程(m)	0.0042	0.0041	2.5%

表 3.2 (EDDC) 控制与被动悬架控制均方根值结果比较

由图 3.9-图 3.16 及表 3.2 可看出, 悬架簧上质量振动的垂向位移均方根值衰减幅值为 66%、俯仰角衰减幅值为 50%,侧倾角衰减幅值为 57%,垂向加速度衰减幅值为 14%,俯仰角加速度衰减幅值为 5%及侧倾角加速度衰减幅值为 15%; 无论是位移项(包括垂向位移、俯仰角及侧倾角)还是加速度项(包括垂向加速 度、俯仰角加速度及侧倾角加速度)都取得了明显的减振效果,这是 EDDC 算法 和 IDDC 算法明显的不同。各车轮处的动挠度有一定程度减小。动行程变化不大 或稍有增加。控制算法的减振效果非常明显。

3.2.3.2 EDDC 算法频域分析:

为了保证控制算法在较宽频域范围内的稳定性,需对控制算法进行频域分析。 根据国标 ISO2361-1,人体对垂直振动最敏感的频率段为 4-8Hz,对水平振动最敏 感的频率段为 1-2Hz。因此要求车身垂向加速度在 4-8Hz 尽量要小,而俯仰、侧 倾加速度在 1-2Hz 尽可能小。



图 3.23 垂向位移功率谱密度

图 3.24 垂向加速度功率谱密度

从图 3.23-3.24 可以看出,在 4-8Hz 人体对垂向振动敏感的频段内,主动悬架 的车身垂向位移频域功率谱密度值、垂向加速度功率谱密度值远小于被动悬架对 应的频域响应值。



从图 3.25-3.28 可以看出,在 1-2Hz 人体水平方向敏感的频率段,车身的俯仰 角及其加速度功率谱密度值、侧倾角及其加速度功率谱密度值都小于被动悬架的 响应值。说明解耦控制算法在频域响应的有效性。

3.3 基于 dSPACE 的主动悬架 EDDC 算法实时仿真

一种控制系统的设计,须经历离线仿真到实验验证的过程。由于实际的试验 平台需要大量的软硬件设备,成本昂贵。而主动悬架作动器由于需要较高的频带, 目前大多仍然处于研发阶段,为主动悬架的实际减振控制验证带来困难。本课题 着重于控制算法的提出与验证,考虑到实际条件的限制,对算法采用基于 dSPACE 的硬件实时仿真是可取的方案。

dSPACE(digital Signal Processing And Control Engineering) 是德国 GMBH 公司开发的软硬件系统,是基于 Matlab/Simulink 的控制系统开发与测试平台,拥 有高速的计算能力,可以方便实现控制代码的生成与下载,是机电控制系统实时 仿真的首选工具。

3.3.1 实时仿真的软硬件

本实时仿真所用 dSPACE 的处理器型号为 1401, I/O 板型号为 1501。



图 3.29 dSPACE 的 MicroAutoBox 实物图

实时仿真的步骤:

在 dSPACE 中实时仿真,主要完成如下工作:

(1) 创建 Simulink 仿真模型

(2)在 Simulink 中建立仿真所用的数学模型,该数学模型包括:车身垂向、侧倾、俯仰运动数学模型、路谱信号、控制器的数学模型等。并在 Simulink 中离

线仿真,保证模型的正确有效。

(3)从 RTI 库中拖放各接口模块至 Simulink 中,包括 I/O、A/D、D/A 模块等,完成相应的接口参数设置。

(4)利用 RTW 模块实现控制程序 C 代码的生成、编译及下载。

(5)利用 Controldesk 实现数据的读取、参数的调整、显示系统的状态。 按照以上步骤 1,所建的 Simulink 模型如下:



图 3.30 封装的 Simulink 模型



图 3.31 封装的主动悬架控制器模块



利用 dSPACE 的 RTW 模块生成 C 代码后,下载生成的 C 程序到 MicroAutoBox 中,进行实时仿真。实时仿真界面如下:

图 3.32 Controldesk 实时仿真界面

3.3.2 基于 dSPACE 的 EDDC 算法实时仿真







图 3.34 俯仰角 (dSPACE



图 3.33-图 3.35 为 dSPACE 实时仿真的垂向位移(均方根值衰减了 61%)、俯仰角(衰减了 56%)、侧倾角(衰减了 50%),与表 3-2 的结果比较,衰减的幅值 很接近,控制算法对位移量及角度的衰减效果非常明显。



图 3.36-图 3.38 为 dSPACE 实时仿真的垂向加速度(均方根值衰减了 11%)、

俯仰角加速度(衰减了10%)、侧倾角加速度(衰减了13%),与表 3-2 的结果比较,衰减的幅值很接近。

无论是车身振动的位移项还是加速度项,其 dSPACE 实时仿真结果与前面仿 真的结果较为相近,说明前述应用 MATLAB 仿真的正确性。可将控制算法直接 应用于实际的控制器,进行实际实验。





图 3.45 轮 3 处轮胎动行程(dSPACE)

图 3.46 轮 4 处轮胎动行程 (dSPACE)

解耦控制算法对车辆悬架的动挠度及轮胎的动行程控制效果不明显,解耦主动悬架与被动悬架相比,其均方根值变化不大或者略微变差(见表 3.3),在可接受范围内。

	被动悬架	主动悬架	幅值衰减
垂向位移(m)	0.0018	0.0007	61%
俯仰角 (rad)	0.0016	0.0007	56%
侧倾角 (rad)	0.0026	0.0013	50%
垂向加速度(m/s ²)	1.1576	1.032	11%
俯仰角加速度 (rad/s ²)	1.0096	0.9085	10%
侧倾角加速度(rad/s ²)	3.1177	2.7124	13%
轮1处悬架动挠度(m)	0.0092	0.0088	4%
轮 2 处悬架动挠度(m)	0.0088	0.009	-2%
轮3处悬架动挠度(m)	0.009	0.0088	2%
轮4处悬架动挠度(m)	0.0093	0.0095	-2%
轮1处轮胎动行程(m)	0.0126	0.013	-3%
轮 2 处轮胎动行程(m)	0.0128	0.013	-2%
轮3处轮胎动行程(m)	0.0123	0.0126	-2%
轮4处轮胎动行程(m)	0.013	0.013	0%

表 3.3 实时仿真的均方根值结果对比

EDDC 解耦控制算法对悬架的动行程和轮胎的动行程控制效果不明显,其原 因如下:由于车辆主动悬架控制系统有4个输入(四个主动悬架作动器),而考核 指标包括:车身的垂向位移、垂向加速度、车身的侧倾角、侧倾角加速度、车身 的俯仰角、俯仰角加速度、4个车轮处悬架的动挠度、四个车轮的动行程,其指 标共有14个。其考核指标数远大于输入数。对于 MIMO 控制系统来讲,一个输 入至多能控制一个输出。如果一个输入能控制多个输出,只能说明该输入对应的 控制输出是线性相关的。而上述指标明显是线性不相关的,因此,4个输入难以 使所有的控制指标(14个)都获得满意的效果。而 EDDC 解耦控制算法设计的输 出为车身的侧倾角、俯仰角及垂向位移,均取得了满意的控制效果。对于垂向加 速度、俯仰角加速度及侧倾角加速度可以通过选取合适的控制输入v_i来抑制,也 得到一定程度的衰减。在保证位移及加速度项衰减的同时,解耦控制算法并没有 使车辆悬架的动挠度及轮胎的动行程恶化,说明解耦控制算法的有效性。

3.4 本章小结

(1)首先建立直线工况下的整车数学模型,利用微分几何解耦理论对车身的 姿态进行解耦,使车身的各向振动实现了解耦,各向运动相互独立。

(2)提出了包括阻尼器的解耦算法(IDDC),并对算法进行了时域仿真,结

果表明, IDDC 算法对于车身的垂向位移、俯仰角、侧倾角衰减明显, 但对于垂向加速度、俯仰角加速度、侧倾角加速度衰减并不明显。

(3)提出了不包括阻尼器的解耦算法(EDDC),对算法进行了时域仿真, 该算法对车身的垂向位移、俯仰角、侧倾角衰减效果十分明显,对垂向加速度、 俯仰角加速度、侧倾角加速度有一定衰减,对轮胎的动行程、悬架的动挠度效果 不显著。对产生这些效果的原因进行了定性的分析。

(4)对 EDDC 解耦算法进行了频域分析和基于 dSPACE 的硬件实时仿真试验,验证算法的有效性。

第4章 转向工况下的车辆主动悬架解耦侧倾控制

上一章讨论的车辆主动悬架减振控制算法没有考虑车辆转向。当车辆在转向 工况下,车辆的转向子系统与悬架子系统耦合在一起,由于侧倾力矩的原因,车 身的侧倾会加剧,影响车辆的稳定性。文献[1]建立了整车悬架模型,分析了悬架、 转向和制动的相互影响,研究结果表明,随着车轮转角的加大,其侧倾角加大。 据美国国家交通安全局(NHSA)统计,由于转向侧翻事故引起的乘员受伤和死 亡的概率高达 30%和 21%。如何减小转向工况下车身的侧倾,同时减小车身的振 动,成为车辆悬架控制研究的热点问题之一。采用主动悬架控制是减少车辆侧倾 的有力手段。

本章主要针对车辆转向工况下车身的侧倾进行控制。首先建立车辆在转向工 况下的数学模型,通过符号运算,明确了前轮转角对车身侧倾的影响。利用微分 几何解耦理论对车辆解耦,将车辆侧倾表达式中与车轮转角有关的项,通过解耦 进行抑制;并对解耦控制算法在阶跃信号输入及正弦信号输入作用下进行了仿真, 验证车辆主动悬架解耦侧倾控制算法的有效性。

4.1 转向工况下整车模型

当车辆处于转向工况,前轮转向角会加剧车辆的侧倾。建模时应考虑车辆的转向横摆运动,由参考文献[23],利用牛顿欧拉公式,可推导其动力学方程:



图 4.1 车辆的转向运动



图 4.2 车辆的俯仰运动



图 4.3 车辆的侧倾运动

考虑车身侧倾影响,汽车转向运动方程为:

$$mu(\dot{\beta} + w_z) = F_{yf} + F_{yr} + m_s h\ddot{\varphi}$$

$$I_z \dot{w}_z = aF_{yf} - bF_{yr}$$
(4.1)

β 为车身侧偏角; u 为车速; m 为整车质量; m_s为簧上质量; I_z 为横摆转动 惯量; w_z 为横摆角速度; δ 为前轮转角; a 簧上质量质心与前轴的距离; b 簧 上质量质心与后轴的距离; h 为簧上质量质心与侧倾中心的距离。F_{yf}为前车轮总侧偏力(两轮); F_{yr}为后车轮总侧偏力(两轮)。

簧上质量的俯仰运动方程为:

$$I_{y}\ddot{\theta} = (F_{s3} + F_{s4})b\cos\theta - (F_{s1} + F_{s2})a\cos\theta$$
(4.2)

 I_y 为悬架的簧上质量俯仰角转动惯量, F_{s1} 、 F_{s2} 、 F_{s3} 、 F_{s4} 为主动悬架力, θ 为俯仰角。

簧上质量的侧倾运动方程为:

 $I_x \ddot{\varphi} = m_s u(\dot{\beta} + w_z)h + m_s gh \sin \varphi + (F_{s1} + F_{s4} - F_{s2} - F_{s3})d \cos \varphi \quad (4.3)$ $I_x 为 悬架簧上质量的侧倾转动惯量, \varphi为侧倾角, d 左右轮距的一半。$ 簧上质量的垂直运动方程为:

$$m_{s}\ddot{z}_{s} = F_{s1} + F_{s2} + F_{s3} + F_{s4} \tag{4.4}$$

簧下质量的垂直运动方程为:

$$m_{ui}\ddot{z}_{ui} = k_{ti}(q_i - z_{ui}) - F_{si} \qquad i = 1, 2, 3, 4$$
(4.5)

 z_{ui} 簧下质量位移; m_{ui} 簧下质量; q_i 车轮受到的路面激励; k_t 轮胎刚度。 各主动悬架力:

$$F_{s1} = k_{s1}(z_{u1} - z_{s1}) + c_{s1}(\dot{z}_{u1} - \dot{z}_{s1}) - \frac{k_{af}}{2d}(\varphi - \frac{z_{u2} - z_{u1}}{2d}) + u_1$$
(4.6)

$$F_{s2} = k_{s2}(z_{u2} - z_{s2}) + c_{s2}(\dot{z}_{u2} - \dot{z}_{s2}) + \frac{k_{af}}{2d}(\varphi - \frac{z_{u2} - z_{u1}}{2d}) + u_2$$
(4.7)

$$F_{s3} = k_{s3}(z_{u3} - z_{s3}) + c_{s3}(\dot{z}_{u3} - \dot{z}_{s3}) + \frac{k_{ar}}{2d}(\varphi - \frac{z_{u3} - z_{u4}}{2d}) + u_3$$
(4.8)

$$F_{s4} = k_{s4}(z_{u4} - z_{s4}) + c_{s4}(\dot{z}_{u4} - \dot{z}_{s4}) - \frac{k_{ar}}{2d}(\varphi - \frac{z_{u3} - z_{u4}}{2d}) + u_4$$
(4.9)

当俯仰角θ,侧倾角φ在小范围内时,近似有

$$z_{s1} = z_s + a\theta - d\varphi$$

$$z_{s2} = z_s + a\theta + d\varphi$$

$$z_{s3} = z_s - b\theta + d\varphi$$

$$z_{s4} = z_s - b\theta - d\varphi$$
(4.10)

*z*_s为簧上质量质心处位移,*z*_{si}(*i*=1,2,3,4,下同)各车轮处簧上质量位移,*k*_{si}为悬架弹簧刚度,*c*_{si}为被动阻尼器的阻尼系数,*u*_i主动作动器提供的作动力,*k*_{af}、 *k*_{ar}分别为前后悬架横向稳定杆刚度。

轮胎模型:

当前轮转角较小时,可认为轮胎的特性是线性的。考虑车身侧倾造成的影响,

则轮胎侧偏力可表达为:

$$F_{yf} = k_1 \alpha_1 = k_1 (\delta - \beta - \frac{aw_z}{u} + e_f \varphi)$$
 (4.11)

$$F_{yr} = k_2 \alpha_2 = k_2 (\frac{bw_z}{u_0} - \beta + e_r \varphi)$$
(4.12)

式中, k_1 、 k_2 分别为前轮胎侧偏刚度、后轮胎侧偏刚度; α_1 、 α_2 分别为前轮胎侧偏角、后轮胎侧偏角; e_f 、 e_r 分别为前侧倾转向系数、后侧倾转向系数; δ 为前轮转角。

4.2 系统的状态方程

将转向工况下整车的数学模型表达成状态方程的形式。取系统的状态变量为: $X = [\beta \ w_z \ \theta \ \dot{\theta} \ z_{u1} \ \dot{z}_{u2} \ \dot{z}_{u2} \ z_{u3} \ \dot{z}_{u3} \ z_{u4} \ \dot{z}_{u4} \ \varphi \ \dot{\varphi} \ z_s \ \dot{z}_s]^T$

取系统的输出变量为:

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\varphi} & \boldsymbol{z}_s & \boldsymbol{z}_{u1} \end{bmatrix}^T$$

则系统的状态方程和输出方程可写成:

$$\begin{aligned}
\dot{X} &= f(X) + g(X)U + PW \\
Y_i &= h_i(X) \\
U &= [u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4 \quad]^T \\
w &= \begin{bmatrix} \delta & q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \end{bmatrix}^T
\end{aligned}$$
(4.13)

式中 f(X)为16×1的矩阵,g(X)为16×4 输入矩阵,P为干扰输入矩阵。U为输入矢量,W为干扰矢量,δ作为一个干扰输入常量。

在 *f*(*X*)的表达式中,既包括被动悬架的弹簧力,也包括被动阻尼器的阻尼力,采用上一章提出的 EDDC 控制算法,不包含被动阻尼器的 *f*(*X*)的表达式如下:

$$\begin{split} f_1(X) &= -(I_x\beta k_1 + I_x\beta k_2 - w_z I_x bk_2 / u + w_z I_x ak_1 / u + w_z I_x mu - w_z m_s^2 h^2 u \\ &= -1/2m_i hz_{ui}k_{ui} / d + m_i hz_{ui}k_{ii} d + 1/2m_i hz_{ua}k_{ui} / d - m_i hz_{ua}k_{si} d - m_i hz_{ua}k_{si} d \\ &+ 1/2m_i hz_{ui}k_{ui} / d + m_i hz_{ui}k_{si} d - 1/2m_i hz_{ua}k_{ui} / d - \varphi I_x k_1 e_f - \varphi m_i hk_{af} \\ &- \varphi m_i hk_{ar} - \varphi m_s^2 h^2 g + 2\varphi d^2 m_i hk_{s1} + 2\varphi d^2 m_i hk_{s3}) / u / (I_x m - m_s^2 h^2) \\ f_2(X) &= (\beta bk_2 - \beta ak_1 - wz a^2 k_1 / u - w_z b^2 k_2 / u + ak_i e_f \varphi) / I_z \\ f_3(X) &= \dot{\theta} \\ f_4(X) &= (-2\theta b^2 ks 3 - 2\theta a^2 ks 1 - ak_{s1} z_{u1} - ak_{s1} z_{u2} + bk_{s3} z_{u3} + bk_{s3} z_{u4} + 2z_s ak_{s1} - 2z_s bk_{s3}) / I_y \\ f_5(X) &= \dot{z}_{u1} \\ f_6(X) &= -1/4(4ak_{s1}\theta d^2 - z_{u1}k_{af} + 4z_{u1}k_{i1}d^2 + 4z_{u1}k_{s1}d^2 + k_{af} z_{u2} - 2\varphi dk_{af} + 4\varphi d^3 k_{s1} \\ &- 4k_{s1} z_s d^2) / m_{u1} / d^2 \\ f_7(X) &= \dot{z}_{u2} \\ f_8(X) &= (-ak_{s1}\theta d^2 - 1/4z_{u1}k_{af} + 1/4k_{af} z_{u2} - z_{u2}k_{i2}d^2 - z_{u2}k_{s1}d^2 - 1/2\varphi dk_{af} + \varphi d^3 k_{s1} \\ &+ k_{s1} z_s d^2) / m_{u2} / d^2 \\ f_9(X) &= \dot{z}_{u3} \\ f_{10}(X) &= 1/4(4bk_{s3}\theta d^2 + z_{u3}k_{ar} - 4z_{u3}k_{i3}d^2 - 4z_{u3}k_{s3}d^2 - k_{ar} z_{u4} + 4\varphi d^3 k_{s3} - 2\varphi dk_{ar} \\ &+ 4k_{s3} z_s d^2) / m_{u3} / d^2 \\ f_{11}(X) &= \dot{z}_{u4} \\ f_{12}(X) &= (bk_{s3}\theta d^2 - 1/4z_{u3}k_{ar} + 1/4k_{ar} z_{u4} - z_{u4}k_{i3}d^2 - z_{u4}k_{s3}d^2 - \varphi d^3 k_{s3} + 1/2\varphi dk_{ar} \\ &+ k_{s3} z_s d^2) / m_{u4} / d^2 \\ f_{13}(X) &= \dot{\phi} \\ f_{14}(X) &= (-m_s h\beta k_1 - m_s h\beta k_2 + m_s hw_z bk_2 / u - m_s hw_z ak_1 / u + 1/2mz_{u1}k_{af} / d - mz_{u1}k_{s1}d \\ -1/2mz_{u2}k_{af} / d + mz_{u2}k_{s1}d + mz_{u3}k_{s3}d - 1/2mz_{u3}k_{ar} / d - mz_{u4}k_{s3}d + 1/2mz_{u4}k_{ar} / d \\ + \varphi m_s hk_1 e_f + \varphi m k_{af} + \varphi m k_{af} + \varphi m m_s gh - 2\varphi d^2 m_{s1} - 2\varphi d^2 m_{s3}) / (I_x m - m_s^2 h^2) \\ f_{15}(X) &= \dot{z}_s \\ f_{16}(X) &= (2ak_s (\theta - 2bk_s (\theta + k_{s1} z_{u1} + k_{s1} z_{u2} + k_{s3} z_{u3} + k_{s3} z_{u4} - 2k_{s1} z_s - 2k_{s3} z_s) / m_s
\end{cases}$$

	$-m_shd$	m_shd	m_shd	$-m_shd$
	$u(I_xm-m_s^2h^2)$	$u(I_xm-m_s^2h^2)$	$u(I_xm-m_s^2h^2)$	$u(I_xm-m_s^2h^2)$
	0	0	0	0
	0	0	0	0
	$-a/I_y$	$-a/I_y$	b/I_y	b/I_y
	0	0	0	0
	$-1/m_{u1}$	0	0	0
	0	0	0	0
$q(\mathbf{X}) =$	0	$-1/m_{u2}$	0	0
g(x) =	0	0	0	0
	0	0	$-1/m_{u3}$	0
	0	0	0	0
	0	0	0	$-1/m_{u4}$
	0	0	0	0
	<i></i>	md	md	d
	$I_x m - m_s^2 h^2$			
	0	0	0	0
	$1/m_s$	$1/m_s$	$1/m_s$	$1/m_s$

系统干扰输入矩阵

	$\frac{k_1 I_x}{I_x m - m_s^2 h^2}$	0	0	0	0
-	$\frac{ak_1}{I_z}$	0	0	0	0
	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0
	0	k_{t1} / m_{u1}	0	0	0
	0	0	0	0	0
P(X) =	0	0	k_{t2} / m_{u2}	0	0
	0	0	0	0	0
	0	0	0	k_{t3} / m_{u3}	0
	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	k_{t4} / m_{u4}
	$\frac{k_1 m_s h}{(I_x m - m_s^2 h^2)u}$	0	0	0	0
	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0

4.3 系统模型仿真

为了验证模型的有效性,对所建模型进行仿真。仿真所用的参数见表 4.1

表 4.1	仿真参数设置
-------	--------

参数符号	参数符号 参数名称	
а	簧上质量质心与前轴的距离	0.968m
b	簧上质量质心与后轴的距离	1.392m
d	左右轮距离的一半	0.64m
h	簧上质量质心与侧倾中心的距离	0.505m
m	整车质量	1030kg
ms	簧上质量	910kg
I_x	悬架簧上质量的侧倾转动惯量	300kgm ²
I_y	悬架的簧上质量俯仰转动惯量	1058.4kgm ²
I_z	横摆转动惯量	1087.8kgm ²
m_{u1}, m_{u2}	轮1及轮2的簧下质量	26.5kg
m_{u3}, m_{u4}	轮3及轮4的簧下质量	24.4kg
k_{s1}, k_{s2}	悬架弹簧刚度	20.6kN/m
k_{s3}, k_{s4}	悬架弹簧刚度	15.2kN/m
k_{t1} , k_{t2} , k_{t3} , k_{t4}	轮胎刚度	138kN/m
C_{s1} , C_{s2}	阻尼器阻尼系数	1570Ns/m
C_{s3} , C_{s4}	阻尼器阻尼系数	1760Ns/m
e_f	前侧倾转向系数	-0.114
er	后侧倾转向系数	0
k_1, k_2	前后轮胎侧偏刚度	35kN/m

仿真分两种情况,分别改变前轮转角及车速,观察其对车身侧倾及横摆角速 度的影响。

(1) 前轮转角对侧倾的影响。取初始车速为 $u_0=20$ m/s, δ 分别为 2^0 , 4^0 , 6^0



图 4.4 不同前轮转角下的车身侧倾角

图 4.4 表明,在一定的初始车速下,前轮转角越大,车身的侧倾角越大。当前轮转角为 6⁰,其侧倾角稳态均值达到 0.25rad。



图 4.5 不同前轮转角下的横摆角速度

图 4.5 表明,在一定的初始车速下,前轮转角越大,车辆的横摆角速度越大, 横摆角速度超调也越大。当前轮转角为 6⁰,其横摆角速度稳态均值达到 0.34rad/s, 其横摆角速度超调达到 35%。

(2)不同初始车速的影响。车辆前轮转角为 5^{0} ,初始车速 $u_{0}=10$ m/s, 15 m/s, 20 m/s

56





图 4.7 不同车速下的横摆角速度

图 4.6 表明,在一定的前轮转角下,车辆转向时的初始车速越高,车身的侧 倾越严重。图 4.7 表明,随着车速的增加,其横摆角速度超调也越大。初始车速 为 10m/s 时,其横摆角速度超调为 8%,当初始车速为 20m/s 时,其横摆角速度超 调增加到 34%.

图 4.4-图 4.7 表明,随着初始车速的加大及前轮转角的增加,车辆转向时的 侧倾加大,横摆角速度超调增加,车辆的转向稳定性变差。仿真结果正确反映了 车身的侧倾与前轮转角、车速的变化趋势,与客观实际比较相符。

4.4 系统解耦及控制

主动悬架控制的目的:减小转向时车身的侧倾角、俯仰角及垂向位移;减小 垂向振动的加速度;并且减小车辆的横摆超调,使横摆运动尽快达到稳态。

相对阶的计算:

按照定义 2.10, 计算系统的相对阶, 验证条件

 $L_{g_j}L_f^kh_i(X)=0, \quad i, j=1,\ldots,m, \quad \kappa < \gamma_i-1$

 $L_{g_i} L_f^{\gamma_i - 1} h_i(X) \neq 0$ 何时成立。

$$L_{f}^{1}h_{1}(X) = \frac{\partial h_{1}(X)}{\partial X}f(X)$$

$$= (0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)(f_{1},f_{2},\cdots,f_{16})^{T} = f_{3} = \dot{\theta}$$

$$L_{g1}L_{f}^{1}h_{1}(X) = \frac{\partial L_{f}^{1}h_{1}(X)}{\partial X}g_{1} = (0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)g_{1} = -a/I_{y}$$

$$L_{g2}L_{f}^{1}h_{1}(X) = \frac{\partial L_{f}^{1}h_{1}(X)}{\partial X}g_{1} = (0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)g_{2} = -a/I_{y}$$

$$L_{g3}L_{f}^{1}h_{1}(X) = \frac{\partial L_{f}^{1}h_{1}(X)}{\partial X}g_{1} = (0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)g_{3} = b/I_{y}$$

$$L_{g4}L_{f}^{1}h_{1}(X) = \frac{\partial L_{f}^{1}h_{1}(X)}{\partial X}g_{1} = (0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)g_{4} = b/I_{y}$$

由此可知, 对应于输出 θ 的 κ 等于1时, $L_{g_i}L_{f}^{\gamma_i-1}h_i(X) \neq 0$, 可知, $\gamma_1=2$ 。同理, 可计算得到其他输出对应的相对阶。经计算, $\gamma_1=\gamma_2=\gamma_3=\gamma_4=2$ 。

计算系统的解耦矩阵 E(X)

输入个数 m=4,系统的解耦矩阵为:

$$E(X) = \begin{bmatrix} -\frac{a}{I_y} & -\frac{a}{I_y} & \frac{b}{I_y} & \frac{b}{I_y} \\ \frac{-md}{I_x m - m_s^2 h^2} & \frac{md}{I_x m - m_s^2 h^2} & \frac{md}{I_x m - m_s^2 h^2} & \frac{-md}{I_x m - m_s^2 h^2} \\ \frac{1}{m_s} & \frac{1}{m_s} & \frac{1}{m_s} & \frac{1}{m_s} & \frac{1}{m_s} \\ \frac{-1}{m_{u1}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

E(*X*)满秩,由定理 2.4 可知,系统可以实现解耦。 控制量 *U*的计算分两步进行。

$$U = U_1 + U_2 \tag{4.14}$$

(1) U₁的计算:

由式 (2.7)

$$\boldsymbol{U} = -\boldsymbol{E}^{-1} \left(\begin{bmatrix} L_f^{\boldsymbol{\gamma}_1} \boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ L_f^{\boldsymbol{\gamma}_m} \boldsymbol{h}_m(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{v}_m \end{bmatrix} \right)$$

取参考输入如下:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{\theta 1}\dot{\theta} - k_{\theta 2}\theta \\ -k_{\varphi 1}\dot{\varphi} - k_{\varphi 2}\varphi \\ -k_{z 1}\dot{z}_s - k_{z 2}z_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

其中 $k_{\theta i}$, $k_{\varphi i}$, k_{zi} 大于 0.

从而可以由式(2.7)计算出 U₁。

$$\mathcal{U}_{1} = \mathcal{E}^{-1} \begin{bmatrix} -L_{\varphi}^{2} h_{1}(x) \\ -L_{\varphi}^{2} h_{2}(x) \\ -L_{\varphi}^{2} h_{3}(x) \\ -L_{\varphi}^{2} h_{4}(x) \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} v_{1} \\ v_{2} \\ v_{3} \\ v_{4} \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$
(4.15)

系统经式(4.15)解耦并加入参考输入后,车辆的俯仰、侧倾及垂向运动表 达式成为了独立的二阶线性系统。由经典控制理论可知,只要二阶系统的系数大 于 0,就能保证这些二阶系统的稳定性。参考输入决定了二阶系统的一阶项和常 数项的系数。

(2) U₂的计算:

式(4.13)中,由于存在前轮转向角*δ*干扰常量,会加剧车辆的侧倾,在控制量中应对其进行抑制。*δ*在式(4.13)中的表达式为:

$$\ddot{\varphi} = (-m_s h \beta u dk_1 - m_s h \beta u dk_2 + m_s h w_z dbk_2 - m_s h w_z dak_1 + m z_{u1} u k_{af} / 2 - m z_{u1} u k_{s1} d^2 -m z_{u2} u k_{af} / 2 + m z_{u2} u k_{s1} d^2 + m z_{u3} u k_{s3} d^2 - m z_{u3} u k_{ar} / 2 - m z_{u4} u k_{s3} d^2 + m z_{u4} u k_{ar} / 2 + \varphi u dm_s h k_1 e_f + \varphi u dm_s h k_2 e_r + \varphi u dm k_{af} + \varphi u dm k_{ar} + \varphi u dm m_s h g - 2\varphi u d^3 m k_{s1} -2\varphi u d^3 m k_{s3} - m_t d^2 u_1 u + m d^2 u_2 u + m d^2 u_3 u - m d^2 u_4 u + m_s h k_1 \delta u d) / ((I_s m - m_s^2 h^2) u d)$$

与 δ 有关项在 $\ddot{\varphi}$ 的表达式为 $m_shk_1\delta/(I_xm-m_s^2h^2)$ 。同时,为了增加系统的稳定性,必须加大对侧倾角的控制,在 $\ddot{\varphi}$ 的表达式中添加 $-m_shm\varphi_g/(I_xm-m_s^2h^2)$ 项,这两项由控制量 U_2 生成。由此可得:

$$U_{2} = E^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-m_{s}h(k_{1}\delta + m\varphi g)}{I_{x}m - m_{s}^{2}h^{2}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

把 U_1 和 U_2 相加,即生成控制量 U.
把控制量 U代入式 (4.1), 可得:

$$\ddot{\theta} + k_{\theta 1}\dot{\theta} + k_{\theta 2}\theta = 0,$$

$$\ddot{z}_{s} + k_{z1}\dot{z}_{s} + k_{z2}z_{s} = 0,$$

$$\ddot{\phi} + k_{\theta 1}\dot{\phi} + k_{\theta 2}\phi = 0 \qquad (4.16)$$

式(4.16)表明,不包含被动阻尼器的悬架系统经解耦后簧上质量的垂向位移、俯仰角、侧倾角表达式各自独立,系统的俯仰、侧倾、及垂向运动实现了解耦,成为独立的线性系统,互不影响。选择合理的参数可以实现垂向位移、俯仰角、侧倾角的衰减。

在控制算法计算的过程中用到的 *f*(*X*)没有包含被动阻尼器。当完成控制量的计算,所带入的控制系统是包含被动阻尼器的。

4.5 EDDC 算法仿真

在 MATLAB 中对 EDDC 算法进行仿真。将 EDDC 算法仿真结果与被动悬架 的仿真结果进行比较,从而验证算法的有效性。

仿真所用的参数见表 4.1, 车辆的初始车速为 20m/s, 车辆的前轮转角 $\delta=5^{\circ}$, 控制器参数为 $k_{\theta 1}=k_{\varphi 1}=k_{z 1}=4$, $k_{\theta 2}=k_{z 2}=0.25$ 。

4.5.1 前轮转角阶跃输入响应







图 4.12 横摆角速度曲线

表 4.2 阶跃响应结果均方根值比较

	被动悬架	主动悬架	幅值衰减
俯仰角 (rad)	0.0084	0.0045	48%
侧倾角 (rad)	0.2092	0.0057	97%
垂向位移(m)	0.0097	0.0048	50%
垂向加速度(m/s ²)	1.4808	1.3836	6%
横摆角速度超调量(%)	34	16	18%

图 4.8-图 4.12 以及表 4.2 表明,系统经过符号运算,可以准确知道转向角对 侧倾的影响,从而可以通过解耦得到抑制,大幅减小转向工况下车辆的侧倾(与 被动悬架相比衰减了 97%),提高转向的稳定性。同时经解耦控制的主动悬架的 俯仰角(衰减了 48%)、垂向运动(位移衰减了 50%,加速度衰减了 6%)大幅衰 减,横摆角速度的超调也明显减小。

4.5.2 前轮转角正弦输入响应

初始车速为 20m/s, 前轮最大转角为 5°。



图 4.14 俯仰角(正弦信号)



图 4.16 垂向加速度(正弦信号)



图 4.17 横摆角速度(正弦信号)

表 4.3 正弦响应最大值比较

	被动悬架	主动悬架	幅值衰减
俯仰角 (rad)	0.0224	0.0109	51%
侧倾角(rad)	0.2193	0.0219	90%
垂向位移(m)	0.0214	0.0122	43%
垂向加速度(m/s ²)	0.3886	0.2654	32%

图 4.13-图 4.17 及表 4.3 表明, 正弦信号作用下,车身的侧倾角最大值衰减 幅值达到 90%,垂向运动、俯仰运动都有不同程度的衰减,效果很明显。

4.5 小结

为了减小转向工况下车身的侧倾,首先建立了转向工况下车辆的数学模型; 通过符号运算,在车身侧倾表达式中显式表达了与车辆前轮转角相关的项,明确 了前轮转角对侧倾造成的影响;利用 EDDC 解耦算法,对车身的姿态进行解耦, 使车身的各向运动相互独立,并对前轮转角对车身侧倾的干扰项通过解耦来进行 抑制;分别在前轮转角输入为阶跃信号及正弦信号的情况下进行了仿真,验证了 解耦算法的有效性。

第5章 基于制动与主动悬架解耦的车辆横向稳定性

联合控制

前两章内容从车辆的垂向出发,利用主动悬架对车身减振,调整车身的姿态,防止车身侧倾,提高车辆的平顺性进行了研究。车辆在急速行驶中转向,会产生 横摆、侧滑运动,影响车辆的横向稳定性,此时,车辆的平顺性应放在次要位置, 车辆控制的主要目标应是提高车辆的横向稳定性。可以通过主动悬架来改变轮胎 的垂向载荷,保证轮胎的抓地性,充分利用地面附着,改善车辆的横向稳定性。

衡量车辆横向稳定性的主要指标包括:车辆的横摆角速度和质心侧偏角。对 于车辆的横摆角速度,采用防抱死/牵引力控制调节车轮的滑移率可以获得较满意 的控制效果。轮胎的受力是影响车辆状态最重要的因素,文献[93,94]表明,而当 车辆在急速转向时,轮胎常常处于饱和的非线性区域,轮胎的纵向力与横向力耦 合在一起,其受力符合摩擦圆特性。当调节车轮的滑移率使车轮纵向力增加的同 时,车轮所受侧向力相应会减小。因此,对于车辆的质心侧偏角,单纯的制动控 制较难获得满意的控制效果。为了减小车身的侧滑,文献[95-97]通过前轮转向及 防抱死协调控制来提高车辆的横向稳定性。文献[98]通过四轮转向来改善车身的 侧滑。改变前轮转角不可避免地会使车辆的轨迹发生改变,在车辆高速紧急避让 时这样做会带来危险。同时,在质心侧滑角较大时,改变前轮转角对横向稳定性 控制作用不大^[99]。文献[100]采用随机次优控制方法调节主动悬架,用模糊控制的 方法调节横向稳定性,对该两种控制方式采用线性加权系数来进行协调,期望获 得车辆的乘坐舒适性和横向稳定性。文献[101]采用两个 H_∞控制器来调节主动悬 架和后轮的制动力矩,期望兼顾乘坐的舒适性和车辆的横向稳定性。但上述方法 对车辆侧滑的改善效果都不够明显。

本章采用 PI 控制调节车轮的滑移率,改善车辆的横摆运动;同时,利用主动 悬架对车轮的垂向载荷进行调节,提高车轮的抓地性,增大车轮的侧向力。通过 微分几何方法对车辆主动悬架解耦,实现对主动悬架控制力的合理分配,减少轮 胎纵横向力的相互干扰,达到控制质心侧偏角的目的。

5.1 基于非线性轮胎模型的整车动力学方程

5.1.1 整车动力学方程的建立

上一章的整车模型是在线性轮胎模型的基础上建立的,没有考虑轮胎水平方

向力的耦合,没有考虑车轮的制动,对于研究车辆的平顺性是可行的,但用来研 究车辆的横向稳定性,该模型受到局限,需建立包括轮胎非线性模型的整车动力 学方程。

整车转向运动模型如图 5.1 所示。建立车辆模型^[102]时没有考虑风阻、坡度阻力。由于轮胎的刚度是悬架弹簧刚度的 8-10 倍,建模时没考虑车轮的垂向动态。

$$\begin{aligned} M\dot{u} &= [(F_{x1} + F_{x2})\cos\delta - (F_{y1} + F_{y2})\sin\delta + F_{x4} + F_{x3}]\cos\beta \\ &+ [(F_{y1} + F_{y2})\cos\delta + (F_{x1} + F_{x2})\sin\delta + F_{y4} + F_{y3}]\sin\beta \\ Mu(\dot{\beta} + w_z) &= [(F_{y1} + F_{y2})\cos\delta + (F_{x1} + F_{x2})\sin\delta + F_{y4} + F_{y3}]\cos\beta \\ &+ [(F_{x1} + F_{x2})\cos\delta - (F_{y1} + F_{y2})\sin\delta + F_{x4} + F_{x3}]\sin\beta \\ I_z\dot{w}_z &= d[-(F_{x1} - F_{x2})\cos\delta + (F_{y1} - F_{y2})\sin\delta - F_{x4} + F_{x3}] + a(F_{x1} + F_{x2})\sin\delta \\ &+ a(F_{y1} + F_{y2})\cos\delta - b(F_{y4} + F_{y4}) \end{aligned}$$
(5.1)



图 5.1 转向运动模型

M 为整车质量; *u* 为车速; β为质心侧偏角; w_z 为横摆角速度; F_{ij} (下标 *i=x*,*y*, 下标 *j=*1, 2, 3, 4, 车轮序号) 为轮胎力, F_x 轮胎平面纵向力, F_y 轮胎平面侧向力, I_z 横摆转动惯量; a、b 分别为前轮到质心距离、后轮到质心距离。 δ 为车辆前轮转角。

簧上质量的俯仰运动方程为:

$$I_{y}\hat{\theta} = b(F_{s3} + F_{s4}) - a(F_{s1} + F_{s2}) - h_{p}[(F_{x1} + F_{x2})\cos\delta + (F_{y1} + F_{y2})\sin\delta - F_{x4} - F_{x3}] + m_{s}g\sin\theta$$
(5.2)

 I_v 为俯仰转动惯量, θ 为车身俯仰角, h_p 为俯仰中心高度。

簧上质量的侧倾运动方程为:

 $I_{x} \ddot{\varphi} = (F_{s1} + F_{s4} - F_{s2} - F_{s3})d + m_{s}gh_{d}\sin\varphi + h_{c}[(F_{x1} + F_{x2})\sin\delta + (F_{y1} + F_{y2})\cos\delta + F_{y4} + F_{y3}](5.3)$ $I_{x} 为 车 身 侧 倾 转 动 惯 量; h_{c} 为 侧 倾 中 心 高 度; h_{d} 为 质 心 距 离 侧 倾 中 心 垂 向 高$ $度; d 为 1/2 轮 距; <math>\varphi$ 为 车 身 侧 倾 角。

簧上质量的垂直运动方程为:

$$m_{s}\ddot{z}_{s} = F_{s1} + F_{s2} + F_{s3} + F_{s4}$$
(5.4)

$$F_i = k_{si} z_{si} + c_{si} \dot{z}_{si} \tag{5.5}$$

$$F_{si} = F_i + u_i$$
 $i = 1, 2, 3, 4$

 F_i 表示被动悬架力, F_{si} 表示主动悬架力, m_s 簧上质量; k_{si} 为悬架弹簧刚度; c_{si} 阻尼器系数; u_i 为主动悬架作动器作用力; z_s 为簧上质量质心的垂向位移;

当俯仰角 θ ,侧倾角 φ 在小范围内时,近似有

$$z_{s1} = z_s + a\theta - d\varphi$$

$$z_{s2} = z_s + a\theta + d\varphi$$

$$z_{s3} = z_s - b\theta - d\varphi$$

$$z_{s4} = z_s - b\theta + d\varphi$$
(5.6)

5.1.2 轮胎模型

车辆所受外力有多种,而最主要的外力来自于轮胎。轮胎在车辆动力学中起 着至关重要的作用。合适的轮胎模型对车辆的横向稳定性控制研究有着重要意义。

车辆动力学控制中用的较多的模型包括: Dugoff 模型^[93]、魔术公式^[94]、Fiala 模型、幂指数模型等。魔术公式是 1987 年 Pacejka 和 Bakker 教授建立的能够较 精确描述轮胎的纵向力、侧向力及回正力矩的半经验公式,该模型利用三角函数 的组合来拟合轮胎的动力学特性,后来几经修改,逐渐在车辆动力学仿真中得到 广泛应用。1970 年,Dugoff 提出了轮胎纵向力和横向力符合椭圆特性的 Dugoff 模型,在该模型中,纵横向力的合力不能大于轮胎所受地面的附着力。由于该模 型简单,参数少,较好解决了轮胎纵横向力的耦合关系^[93],在仿真分析中应用较 多。1954 年,Fiala 提出了无量纲的 Fiala 模型^[2],该模型能够较好的反映轮胎的 纵向力、横向力与车轮的侧偏角、滑移率的关系,但回正力矩的误差较大。在 Fiala 模型的基础上,经过试验拟合,郭孔辉提出了轮胎幂指数模型。

在车辆横向稳定性控制中所建模型包括轮胎的非线性模型,而上述轮胎模型 难以表达成仿射非线性的形式,从而为整车的横向稳定性解耦控制带来困难。本 文的研究采用 Burckhardt 轮胎模型^[102],可以较好的解决上述问题。

68



图 5.2 车轮的滑移率

车轮制动时的滑移率:

$$s_{L} = \frac{Rw\cos\alpha - v_{w}}{v_{w}}$$

$$s_{S} = \frac{Rw\sin\alpha}{v_{w}}$$

$$s_{res} = \sqrt{s_{L}^{2} + s_{S}^{2}}$$

$$v_{w1} = u - w_{z}(d - a\beta)$$

$$v_{w2} = u + w_{z}(d + a\beta)$$

$$v_{w3} = u + w_{z}(d - b\beta)$$

$$v_{w4} = u - w_{z}(d + b\beta)$$

R 轮胎等效半径; *w* 车轮的角速度; *α* 轮胎侧偏角; *v_w* 轮胎接地点的速度; s_{res} 轮胎综合滑移率; s_L 轮胎纵向滑移率; s_S 轮胎侧向滑移率。纵向滑移率是在 车轮的速度平面定义的。

车轮纵向力及横向力:

$$\mu_{res} = c_1 (1 - e^{-c_2 s_{res}}) - c_3 s_{res}$$

$$\mu_L = \mu_{res} \frac{s_L}{s_{res}}$$

$$\mu_S = \mu_{res} \frac{s_s}{s_{res}}$$

$$F_L = \mu_L F_z$$

$$F_S = \mu_S F_z$$
(5.8)

μ_{res}轮胎综合附着系数,μ_L轮胎速度平面纵向附着系数,μ_s轮胎速度平面的侧向附着系数,上式计算的纵向力是在轮胎的速度平面定义的,须转换为轮胎平面。



图 5.3 轮胎力的方向

 $\mu_{xi} = \mu_L \cos \alpha + k_S \mu_S \sin \alpha$ $\mu_{yi} = k_S \mu_S \cos \alpha - \mu_L \sin \alpha$ $F_{xi} = \mu_{xi} F_z$ $F_{yi} = \mu_{yi} F_z$

 F_x 轮胎平面纵向力, F_y 轮胎平面侧向力, F_z 车轮垂向力, k_s 衰减系数。 c_1,c_2,c_3 为实验拟合系数。

轮胎的垂向载荷:

$$F_{z1} = m_s gb / (2L) + F_{s1}$$

$$F_{z2} = m_s gb / (2L) + F_{s2}$$

$$F_{z3} = m_s ga / (2L) + F_{s3}$$

$$F_{z4} = m_s ga / (2L) + F_{s4}$$
(5.9)

在对车轮制动改善车轮的滑移率时,会同时改变制动车轮的纵向力和横向力。

由轮胎受力摩擦圆的特性,图 5.4 为车轮的侧偏角α变化时,轮胎的纵横向附着系数之间的关系。





图 5.5 表达了轮胎的附着系数与滑移率的关系,当 s_L ∈ [-0.15, 0],此时有

$$\frac{\partial \mu_{x1}}{\partial s_{L1}} > 0$$
$$\frac{\partial \mu_{y1}}{\partial s_{L1}} > 0$$

从而有

$$\frac{\partial F_{x}}{\partial s_{L}} = \frac{\partial F_{x}}{\partial \mu_{x}} \frac{\partial \mu_{x}}{\partial s_{L}} = F_{z} \frac{\partial \mu_{x}}{\partial s_{L}} > 0$$

$$\frac{\partial F_{y}}{\partial s_{L}} = \frac{\partial F_{y}}{\partial \mu_{y}} \frac{\partial \mu_{y}}{\partial s_{L}} = F_{z} \frac{\partial \mu_{y}}{\partial s_{L}} > 0$$
(5.10)

车轮制动公式:

$$I_w \dot{w} = -F_x R - T_b \tag{5.11}$$

 I_w 为轮胎的转动惯量, T_b 制动力矩。

5.1.3 参考模型

一般采用二自由度自行车模型作为车辆横向控制的参考模型,根据文献 [102],该模型表达如下:

$$\dot{\beta}_{d} = -\frac{c_{F} + c_{R}}{Mu}\beta_{d} + (\frac{c_{R}b - c_{F}a}{Mu^{2}} - 1)w_{zd} + \frac{c_{F}}{Mu}\delta$$

$$\dot{w}_{zd} = \frac{c_{R}b - c_{F}a}{I_{z}}\beta_{d} - \frac{c_{R}b^{2} + c_{F}a^{2}}{I_{z}u}w_{zd} + \frac{c_{F}a}{I_{z}}\delta$$
(5.12)

式中, β_d 为理想的质心侧偏角, w_{zd} 为理想的横摆角速度。 c_F 为前轮侧偏刚度, c_R 为后轮侧偏刚度。为了尽量减小车辆的侧偏,令 β_d 为零。则式(5.12)简化成 了单自由度的模型。

$$\dot{w}_{zd} = -\frac{c_R b^2 + c_F a^2}{I_z u} w_{zd} + \frac{c_F a}{I_z} \delta$$
(5.13)

车辆的横摆角速度误差

$$w_{ze} = w_z - w_{ze}$$

5.2 控制算法

5.2.1 横摆稳定性控制



图 5.6 车辆转向示意图

图 5.6 为车辆转向的示意图。车辆转向有三种状况:分别是中性转向、过度 转向和不足转向。车辆的横摆控制尽量使车辆处于中性转向的状况,可以稍微带 一点不足转向。不同车轮的制动对车辆横摆的作用是不同的。通过对式(5.1)中 的横摆角速度公式求导,可以明确各个车轮纵向力、横向力对横摆力矩的影响。

 $M_{z} = I_{z}\dot{w}_{z} = d[-(F_{x1} - F_{x2})\cos\delta + (F_{y1} - F_{y2})\sin\delta - F_{x4} + F_{x3}] + a(F_{x1} + F_{x2})\sin\delta + a(F_{y1} + F_{y2})\cos\delta - b(F_{y3} + F_{y4})$

式中, M_z为横摆力矩。

当车辆左转, δ>0 且δ较小时,对于左前轮 1:

$$\frac{\partial M_z}{\partial F_{x1}} = (-d\cos\delta + a\sin\delta) < 0$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial F_{y1}} = d\sin\delta + a\cos\delta > 0$$
(5.14)

联合式 (5.14) 及 (5.10),则有

$$\frac{\partial M_z}{\partial F_{x1}} \frac{\partial F_{x1}}{\partial s_{L1}} < 0$$
$$\frac{\partial M_z}{\partial F_{y1}} \frac{\partial F_{y1}}{\partial s_{L1}} > 0$$

改变左前轮 1 的滑移率,该车轮的纵向力、横向力对横摆力矩的作用是相反的。左前轮 1 制动,调节滑移率由 0 至 s_d =-0.15, Δs_{L1} 为负(由式(5.7)知,系统的滑移率为负),此时

$$\Delta M_{zx} = \frac{\partial M_z}{\partial F_{x1}} \frac{\partial F_{x1}}{\partial s_{L1}} \Delta s_{L1} > 0$$

$$\Delta M_{zy} = \frac{\partial M_z}{\partial F_{y1}} \frac{\partial F_{y1}}{\partial s_{L1}} \Delta s_{L1} < 0$$
(5.15)

ΔM_{sx}为纵向力引起的横摆力矩变化,ΔM_{sy}为横向力引起的横摆力矩变化,横摆力矩增大还是减小,将由二者之和决定。

对于右前轮 2, 有

$$\frac{\partial M_z}{\partial F_{x2}} = (d\cos\delta + a\sin\delta) > 0$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial F_{y2}} = -d\sin\delta + a\cos\delta > 0$$

(5.16)

联合式 (5.10) 及 (5.16), 则有

$$\frac{\partial M_{z}}{\partial F_{x2}} \frac{\partial F_{x2}}{\partial s_{L2}} > 0$$
$$\frac{\partial M_{z}}{\partial F_{y2}} \frac{\partial F_{y2}}{\partial s_{L2}} > 0$$

调节右前轮 2 的滑移率, 该轮胎的纵向力和横向力对横摆力矩的作用是相同的。对右前轮 2 制动,调节滑移率由 0 至 *s*_d=-0.15,此时,

$$\Delta M_{zx} = \frac{\partial M_z}{\partial F_{x2}} \frac{\partial F_{x2}}{\partial s_{L2}} \Delta s_{L2} < 0$$
$$\Delta M_{zy} = \frac{\partial M_z}{\partial F_{y2}} \frac{\partial F_{y2}}{\partial s_{L2}} \Delta s_{L2} < 0$$

将使横摆力矩减小。 对于右后轮 3,有

$$\frac{\partial M_z}{\partial F_{x3}} = d > 0$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial F_{y3}} = -b < 0$$
(5.17)

联合式 (5.10) 及 (5.17)

$$\frac{\partial M_z}{\partial F_{x3}} \frac{\partial F_{x3}}{\partial s_{L3}} > 0$$
$$\frac{\partial M_z}{\partial F_{y3}} \frac{\partial F_{y3}}{\partial s_{L3}} < 0$$

改变右后轮3的滑移率,车轮3纵向力和横向力对横摆力矩的作用是相反的。 右后轮3制动,调节滑移率由0至*s*_d=-0.15,此时,

$$\Delta M_{zx} = \frac{\partial M_z}{\partial F_{x3}} \frac{\partial F_{x3}}{\partial s_{L3}} \Delta s_{L3} < 0$$
$$\Delta M_{zy} = \frac{\partial M_z}{\partial F_{y3}} \frac{\partial F_{y3}}{\partial s_{L3}} \Delta s_{L3} > 0$$

横摆力矩增大还是减小,将由二者之和决定。 对于左后轮 4,有

$$\frac{\partial M_z}{\partial F_{x4}} = -d < 0$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial F_{y4}} = -b < 0$$
(5.18)

联合式(5.10)及式(5.18),调节左后轮4的滑移率,该轮的纵向力、横向 力对横摆力矩有相同的作用。

$$\frac{\partial M_{z}}{\partial F_{x4}} \frac{\partial F_{x4}}{\partial s_{L4}} < 0$$
$$\frac{\partial M_{z}}{\partial F_{y3}} \frac{\partial F_{y4}}{\partial s_{L4}} < 0$$

$$\Delta M_{zx} = \frac{\partial M_z}{\partial F_{x4}} \frac{\partial F_{x4}}{\partial s_{L4}} \Delta s_{L4} > 0$$
$$\Delta M_{zy} = \frac{\partial M_z}{\partial F_{y4}} \frac{\partial F_{y4}}{\partial s_{L4}} \Delta s_{L4} > 0$$

对左后轮4制动,将使车辆的横摆力矩增加。 当车辆往左转向,采取对车轮单独制动策略,此时各个车轮纵向力、横向力 对横摆力矩的作用见表 5.1。

制动	车轮	纵横向力对横摆力矩单独效果	横摆力矩变化
左前轮	纵向力	增加	不确定
	横向力	减少	
右前轮	纵向力	减少	减少
	横向力	减少	
十二办	纵向力	减少	不确定
石后牝	横向力	增加	
左后轮	纵向力	增加	增加
	横向力	增加	

表 5.1 纵横向力对横摆力矩影响

当车辆左转向,处于过度转向状态时,由表 5.1 可知,对右前轮 2 进行制动,可以有效减小车辆的横摆力矩。当车辆转向不足,对左后轮 4 进行制动,可以增加车辆横摆力矩。

车辆右转向处于过度转向时,对左前轮1进行制动。处于不足转向时,对右 后轮3进行制动。车轮制动决策见表 5.2

车辆	i状态	制动决策
左转向	过度转向	右前轮制动
	不足转向	左后轮制动
右转向	过度转向	左前轮制动
	不足转向	右后轮制动

表 5.2 车辆制动决策表

制动力矩的计算:

$$T_{b} = k_{p}(s_{L} - s_{Ld}) + k_{i} \int (s_{L} - s_{Ld}) dt$$
(5.19)

式中, s_{Ld}=-0.15, 为车轮最佳滑移率, k_p, k_i分别为比例和积分系数。

5.2.2 主动悬架解耦的质心侧偏角控制

在图 5.5 中,调节车轮的滑移率使其达到理想值,此时车轮的纵向力达到最 大值,但同时该车轮横向力却减小。因为轮胎纵横向力的矢量和不会超过轮胎的 附着极限,当一个方向的轮胎力增大的同时,另一个方向的轮胎力必然减少,这 样会导致整车的横向力减小,加剧车辆的侧滑。为了减小质心的侧偏角,必须增 加整车的侧向力,可以采用主动悬架调节车轮的垂向载荷来实现。将车辆的质心侧偏角和横摆角速度偏差作为控制的目标,通过主动悬架改变各轮胎的垂向载荷,间接改变轮胎的横向力和纵向力,利用微分几何解耦理论对各轮胎主动悬架力实现合理分配,达到同时减小车辆的质心侧偏角和横摆角速度偏差的目的。

将车辆模型表达成状态方程的形式。

系统的状态变量为:

 $X = [x \dot{x} \beta w_{ze} z_s \dot{z}_s \phi \dot{\phi} \theta \dot{\theta}]^T$ 取系统的输出变量为: $Y = [\beta w_{ze} z_s \phi]^T$ 系统的输入: $U = [u_1 u_2 u_3 u_4]^T$ 分別对应主动悬架各作动器所施的力。 则系统的状态方程和输出方程可写成: $\dot{X} = f(X) + g(X)u$ (5.20)

$$X = f(X) + g(X)u$$

$$Y_i = h_i(X)$$
(5.20)

式中 f(X)、g(X) 的表达式如下:

 $f_1(X) = \dot{x}$ $f_2(X) = (\mu_{x1}(1/2bgm_s/L+F_1)\cos\delta - \mu_{y1}(1/2bgm_s/L+F_1)\sin\delta)$ $+\mu_{x^2}(1/2bgm_s/L+F_2)\cos\delta - \mu_{y^2}(1/2bgm_s/L+F_2)\sin\delta$ $+\mu_{x4}(1/2agm_{e}/L+F_{4})+\mu_{x3}(1/2agm_{e}/L+F_{3}))\cos\beta/M$ $+\sin\beta(\mu_{y1}(1/2bgms/L+F_1)\cos\delta+\mu_{y1}(1/2bgm_s/L+F_1)\sin\delta)$ $+\mu_{v2}(1/2bgm_s/L+F_2)\cos\delta + \mu_{v2}(1/2bgm_s/L+F_2)\sin\delta$ $+\mu_{v4}(1/2agm_s/L+F_4)+\mu_{v3}(1/2agm_s/L+F_3))/M$ $f_3(X) = \cos\beta / M / u(\mu_{y1}(1/2bgm_s / L + F_1)\cos\delta)$ $+\mu_{r1}(1/2bgm_{s}/L+F_{1})\sin\delta+\mu_{r2}(1/2bgm_{s}/L+F_{2})\cos\delta$ $+\mu_{x^2}(1/2bgm_s/L+F_2)\sin\delta+\mu_{y^4}(1/2agm_s/L+F_4)$ $+\mu_{y_3}(1/2agm_s/L+F_3))-\sin\beta/M/u(\mu_{y_1}(1/2bgm_s/L+F_1)\cos\delta)$ $-\mu_{v1}(1/2bgm_s/L+F_1)\sin\delta+\mu_{v2}(1/2bgm_s/L+F_2)\cos\delta$ $-\mu_{x2}(1/2bgm_{e}/L+F_{2})\sin\delta +\mu_{x4}(1/2agm_{e}/L+F_{4})+\mu_{x2}(1/2agm_{e}/L+F_{2}))-w_{z}$ $f_4(X) = ((\mu_{v1}(1/2bgm_s/L + F_1)\cos\delta + \mu_{v1}(1/2bgm_s/L + F_1)\sin\delta)$ $+\mu_{y2}(1/2bgm_{s}/L+F_{2})\cos\delta + \mu_{y2}(1/2bgm_{s}/L+F_{2})\sin\delta)a$ $-(\mu_{v3}(1/2agm_s/L+F_3)+\mu_{v4}(1/2agm_s/L+F_4))b$ $+d(\mu_{x3}(1/2agm_s/L+F_3)+\mu_{x2}(1/2bgm_s/L+F_2)\cos\delta)$ $-\mu_{y2}(1/2bgm_s/L+F_2)\sin\delta - \mu_{y4}(1/2agm_s/L+F_4)$ $-\mu_{r1}(1/2bgm_{s}/L+F_{1})\cos\delta + \mu_{r1}(1/2bgm_{s}/L+F_{1})\sin\delta))/I_{z}$ $-(-c_{f}b^{2}-c_{f}a^{2})/I_{z}/uw_{dz}-c_{f}a/I_{z}\delta$ $f_5(X) = \dot{z}_s$ $f_6(X) = (-F_1 - F_2 - F_3 - F_4)/m_s$ $f_{7}(X) = \dot{\phi}$

$$\begin{split} f_8(X) &= (d(F_1 + F_4 - F_2 - F_3) + h_c((\mu_{x1}(1/2bgm_s / L + F_1) \\ &+ \mu_{x2}(1/2bgm_s / L + F_2))\sin\delta + (\mu_{y1}(1/2bgm_s / L + F_1) \\ &+ \mu_{y2}(1/2bgm_s / L + F_2))\cos\delta + \mu_{y3}(1/2agm_s / L + F_3) \\ &+ \mu_{y4}(1/2agm_s / L + F_4)) + m_s gh_d \sin\phi)/I_x \\ f_9(X) &= \dot{\theta} \\ f_{10}(X) &= (-a(F_1 + F_2) + b(F_3 + F_4) + h_p((-\mu_{x1}(1/2bgm_s / L + F_1) \\ &- \mu_{x2}(1/2bgm_s / L + F_2))\cos\delta + (\mu_{y1}(1/2bgm_s / L + F_1) \\ &+ \mu_{y2}(1/2bgm_s / L + F_2))\sin\delta - \mu_{y3}(1/2agm_s / L + F_3) \\ &- \mu_{y4}(1/2agm_s / L + F_4)) + m_s gh_d \sin\theta)/I_y \end{split}$$

$$g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{01} & g_{02} & g_{03} & g_{04} \\ g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/m_s & -1/m_s & -1/m_s & -1/m_s \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{61} & g_{62} & g_{63} & g_{64} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{71} & g_{72} & g_{73} & g_{74} \end{bmatrix}$$

$$\begin{split} & \mathcal{G}_{01} = (\mu_{x1}\cos(\delta-\beta) - \mu_{y1}\sin(\delta-\beta))/M \\ & \mathcal{G}_{02} = -(\mu_{y2}\sin(\delta-\beta) - \mu_{x2}\cos(\delta-\beta))/M \\ & \mathcal{G}_{03} = (\mu_{y3}\sin\beta + \mu_{x3}\cos\beta)/M \\ & \mathcal{G}_{04} = (\mu_{y4}\sin\beta + \mu_{x4}\cos\beta)/M \\ & \mathcal{G}_{11} = (\mu_{y1}\cos(\delta-\beta) + \mu_{x1}\sin(\delta-\beta))/M / u \\ & \mathcal{G}_{12} = (\mu_{x2}\sin(\delta-\beta) + \mu_{y2}\cos(\delta-\beta))/M / u \\ & \mathcal{G}_{13} = (\mu_{y3}\cos\beta - \mu_{x3}\sin\beta)/M / u \\ & \mathcal{G}_{14} = (\mu_{y4}\cos\beta - \mu_{x4}\sin\beta)/M / u \\ & \mathcal{G}_{21} = (a\mu_{x1}\sin\delta + a\mu_{y1}\cos\delta + d\mu_{y1}\sin\delta - d\mu_{x1}\cos\delta)/I_z \\ & \mathcal{G}_{22} = (a\mu_{x2}\sin\delta + a\mu_{y2}\cos\delta + d\mu_{x2}\cos\delta - d\mu_{y2}\sin\delta)/I_z \\ & \mathcal{G}_{23} = -(b\mu_{y3} - d\mu_{x3})/I_z \\ & \mathcal{G}_{24} = -(b\mu_{y4} + d\mu_{x4})/I_z \end{split}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{61} &= (h_c \sin \delta \mu_{x1} + h_c \cos \delta \mu_{y1} + d) / I_x \\ \mathcal{G}_{62} &= (h_c \sin \delta \mu_{x2} + h_c \cos \delta \mu_{y2} - d) / I_x \\ \mathcal{G}_{63} &= -(d - h_c \mu_{y3}) / I_x \\ \mathcal{G}_{64} &= (d + h_c \mu_{y4}) / I_x \\ \mathcal{G}_{71} &= -(a - h_p \sin \delta \mu_{y1} + h_p \cos \delta \mu_{x1}) / I_y \\ \mathcal{G}_{72} &= -(a + \mu_{x2} \cos \delta h_p - \mu_{y2} \sin \delta h_p) / I_y \\ \mathcal{G}_{73} &= (b - h_p \mu_{y3}) / I_y \\ \mathcal{G}_{74} &= (b - h_p \mu_{y4}) / I_y \end{aligned}$$

5.2.2.1 系统相对阶

由定义 2.10 可以知道,系统的相对阶指的是系统微分方程中出现控制输入 U时对应输出项的微分方程求导的阶数。对于输出 β 而言,其微分方程的最高阶数为 1,其相对阶为 $\gamma_1=1$ 。同理,输出 w_{ze} 的相对阶为 $\gamma_2=1$ 。 z_s 的相对阶为 $\gamma_3=2$ 。 φ 的相对阶为 $\gamma_4=2$ 。

计算系统的解耦矩阵 E(X)

$$E(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{\gamma_1 - 1} h_1(\mathbf{X}) & \cdots & L_{g_m} L_f^{\gamma_1 - 1} h_1(\mathbf{X}) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{\gamma_m - 1} h_m(\mathbf{X}) & \cdots & L_{g_m} L_f^{\gamma_m - 1} h_m(\mathbf{X}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} L_{g_1} h_1(\mathbf{X}) & L_{g_2} h_1(\mathbf{X}) & L_{g_3} h_1(\mathbf{X}) & L_{g_4} h_1(\mathbf{X}) \\ L_{g_1} h_2(\mathbf{X}) & L_{g_2} h_2(\mathbf{X}) & L_{g_3} h_2(\mathbf{X}) & L_{g_4} h_2(\mathbf{X}) \\ L_{g_1} L_f^1 h_3(\mathbf{X}) & L_{g_2} L_f^1 h_3(\mathbf{X}) & L_{g_3} L_f^1 h_3(\mathbf{X}) & L_{g_4} L_f^1 h_3(\mathbf{X}) \\ L_{g_1} L_f^1 h_4(\mathbf{X}) & L_{g_2} L_f^1 h_4(\mathbf{X}) & L_{g_3} L_f^1 h_4(\mathbf{X}) & L_{g_4} L_f^1 h_4(\mathbf{X}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ -1/m_s & -1/m_s & -1/m_s \\ g_{61} & g_{62} & g_{63} & g_{64} \end{bmatrix}$$

通过符号运算,可以求得 E (X)⁻¹

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{E}^{-1} \left(\begin{bmatrix} -L_f^{\gamma_1} h_1(\boldsymbol{X}) \\ \vdots \\ -L_f^{\gamma_4} h_4(\boldsymbol{X}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_4 \end{bmatrix} \right)$$
(5.22)

其中[v1,...,v4]^T是参考输入。

5.2.2.2 控制量的计算

对悬架解耦的目的是为了实现主动悬架控制力的合理分配,减小车身的横摆 角速度误差;减小车身的质心侧偏角,提高车辆的稳定性。 取参考输入如下:

$$\begin{bmatrix} v_{1} \\ v_{2} \\ v_{3} \\ v_{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{1}\beta \\ -k_{2}w_{ze} \\ -k_{3}\dot{z}_{s} - k_{4}z_{s} \\ -k_{5}\dot{\varphi} - k_{6}\varphi \end{bmatrix}$$
(5.23)

其中 k_i, i=1-6 大于 0。通过对 k_i合理的选择,达到配置系统极点的目的。

按式(5.21)计算系统的解耦矩阵 *E*(*X*),代入式(5.11)中,同时把参考 输入式(5.23)代入,即可求得系统的控制量。在确定参考输入时用到车辆的质 心侧偏角β,可以通过对车辆状态的估计实现^[103],这里假定其已知。

5.3 算法仿真

下面对车辆在不同附着系数的路面下,车辆前轮转角分别输入阶跃信号及单 移线信号,进行仿真,验证算法的有效性。

仿真所用的参数: M=1395kg, $m_s=1245$ kg, $I_x=480$ kgm², $I_y=1356$ kgm², $I_z=1365$ kgm², $k_{s1}=27.36$ kN/m, $k_{s3}=19.6$ kN/m, $c_{sf}=c_{sr}=1695$ kNm/s,a=1.08m,b=1.62m, d=0.78m, h=0.504m, $c_F=47.13$ kN/m, $c_R=41600$ kN/m, $k_1=10$, $k_2=10$, $k_3=k_5=8$, $k_4=k_6=4$, $k_p=30$, $k_i=4$ 。

5.3.1 干燥柏油路面仿真

(1) 转角阶跃输入,初始车速 $u_0=20$ m/s, $\delta=4^0$,路面附着系数参数^[102], $c_1=1.2801, c_2=23.99, c_3=0.52$



图 5.7 干燥路面阶跃输入的横摆角速度



图 5.8 干燥路面阶跃输入的横摆角速度(Q PI 控制)

从图 5.7 可知,车辆的横摆角速度经过制动与主动悬架解耦联合控制后比未加控制的更接近理想值。图 5.8 是仅受 PI 制动的横摆角速度,与图 5.7 相比,联合控制的横摆角速度更接近参考模型的横摆角速度。

图 5.9 是阶跃输入时前右轮制动力矩与横摆角速度误差的关系曲线。图 5.10 是后左轮制动力矩与横摆角速度误差的关系曲线。由图 5.9-图 5.10 可知,当车辆 处于过转向状态时,车辆的右前轮开始制动,横摆力矩减小,抑制车辆的过转向。 至第 8 秒时,车辆处于不足转向状态,此时,前右轮不再制动(图 5.10),而后 左轮开始制动(图 5.10),减小横摆角速度误差。



图 5.9 干燥路面阶跃输入的前右轮制动力矩











图 5.12 干燥路面阶跃输入质心侧偏角(Q PI 控制)

从图 5.11 可知,联合控制的车辆质心侧偏角极值为-0.033rad,未加控制的车辆质心侧偏角极值为-0.087rad。联合控制的车身的质心侧偏角明显减小。图 5.12 仅有 PI 制动时车身的质心侧偏角,其极值为-0.0813rad,而未加控制的极值为-0.087rad,可见,仅采用调节滑移率的制动策略对改善车身的质心侧偏效果不大。 其原因:调节车轮的滑移率,制动力增大,该车轮横向力相应减少(见图 5.5), 从而整车的侧向力减少,这无助于减小车身的侧偏角。

图 5.13 是各车轮处主动悬架力的变化曲线,由解耦算法实现对各悬架主动力的分配,各主动悬架在阶跃输入作用后处于调整状态,至大约第 7 秒时,车辆的质心侧偏角接近于零(图 5.9),此时,各主动悬架力结束调整趋于稳定(图 5.13)。



图 5.13 干燥路面阶跃输入的各轮处悬架力曲线

(2)单移线输入。初始车速 *u*₀=20m/s,车辆直线行驶两秒后,先左转向,逐 渐增大至最大转角δ=4⁰,保持两秒。然后右转向逐渐增大至最大转角为δ=4⁰,保 持两秒,然后回正,保持车辆直行。



图 5.14 干燥路面单移线输入的横摆角速度

图 5.14 表明, 施加联合控制的车辆其横摆角速度误差更小。





图 5.15 单移线仿真表明,未施加控制的车辆其质心侧偏角最大值为 0.053rad, 经联合控制的车辆其质心侧偏角最大值为 0.032rad, 幅值减小了 40%。



图 5.16 干燥路面单移线输入的车身侧倾角

经联合控制的车身侧倾角明显减小。

5.3.2 湿滑路面仿真

(1) 阶跃输入。

车速 $u_0=14$ m/s, $\delta=4^0$,路面附着系数参数^[102] $c_1=0.4004$, $c_2=33.7080$, $c_3=0.1204$



图 5.17 湿滑路面阶跃输入的质心侧偏角

在湿滑路面下,联合控制的车辆质心侧偏角极值为-0.07rad,未加控制的车辆 质心侧偏角极值达到为-0.46rad。联合控制的车身的质心侧偏角幅值明显减小。





未加控制车辆的横摆角速度,随着时间的推移,其值与理想值的误差逐渐加 大。而联合控制的车辆其横摆角速度经过一定时间的调整,逐渐接近理想值。

(2) 单移线输入。车速 $u_0=14$ m/s, $\delta=4^0$





从图 5.19 可知,联合控制的车辆质心侧偏角极值为 0.025rad,未加控制的车辆质心侧偏角极值为 0.07rad。联合控制的车身的质心侧偏角极值明显减小。



图 5.20 湿滑路面单移线输入横摆角速度角

在湿滑路面下, 単移线输入信号的作用下, 联合控制的车辆的横摆角速度比 未加控制的更接近理想值。

5.4 基于 Carsim 与 Simulink 联合仿真的控制算法验证

为了进一步验证算法的有效性,对控制算法采用 Carsim 与 Simulink 联合仿 真。之所以选择 Carsim 软件来验证控制算法的有效性,是因为 Carsim 软件具有 以下优点:

(1) Carsim 是专业的车辆动力学仿真软件,在软件的数据库中包含有 140 多个类型的车辆数据库,而这些数据大多是在实验的基础上建立的,比较真实可 靠。

(2) Carsim 使用方便,运算迅速,仿真精确,许多大的汽车研发中心采用 该软件作为车辆研发仿真工具。

(3) 可以方便的与其他软件进行联合仿真。

联合仿真中车辆的模型直接采用 Carsim 软件中的车辆模型,控制器由 Simulink 产生。系统的框图如图 5.21 所示。



图 5.21 Carsim 与 Simulink 联合仿真系统框图

在图 5.21 中, Carsim 中的车辆模型将车辆的状态传给 Simulink, 在 Simulink 中车辆的参考模型、主动悬架解耦控制器由 S 函数给出,制动控制器由一个子模块给出。

图 5.22 为 Carsim 软件仿真的主要界面。其主要分为三个部分:界面的左边 为图形用户界面,用于定义车辆的特性参数及仿真工况。这部分需给定车型、设 定车辆的参数、输入车辆转向时方向盘的角度、路面的附着系数等。界面的中间 部分为车辆数学模型求解器。这部分需定义与 Simulink 的接口,定义 Carsim 软 件的输入与输出,设置仿真的时间与步长等。界面的右边为仿真图形显示的设置, 主要包括动画显示及图形显示。

仿真的初始条件设置如下:

车辆选为 SUV 车型;

车辆的初始车速为 108Km/h;

方向盘为阶跃输入,转向角为 120⁰;

路面附着系数设定为1;

仿真时间为15s;

🕫 CarSim Run Control; { lunwen } controlled		
<u>F</u> ile <u>E</u> dit <u>D</u> atasets <u>L</u> ibraries <u>T</u> ools <u>Y</u> iew <u>H</u> elp		
Back Forward Home Previous Next New Save Undo Redo	Run359 C4:23-2013 20:39:58 Delete Lib Tool Parsfile Delete	💽 🧔 ? 🔒 Sidebar Refresh Help Lock
Test Specifications	Run Control with Simulink	Results (Post Processing)
Vehicle configuration: Ind_SA	Run Now Send to Simulink Models:	Animate Setrun color
D-Class, SUV	lateral stable	Top View w/ 5 m Grid
Procedure	Write all available outputs	
step 🔻	Output variables:	Plot Show more plots: 5
Show more options on this screen		
Miscellaneous Data		Yaw Hate – Sprung Masses
Road/wind/misc.: Ground friction	Number of live animators for this run:	Ay – Lat. Accel. of CG vs. Station 🔹
Constant 1.0 Mu	Override time step	Vehicle Slip Angle
	Math model: 0.002 500	
Road/wind/misc.:	Output file: 0.002 500	Vx - Longitudinal Speed
	Override time and distance settings	{No dataset selected}
Poed/wind/mice:	Stop run at specified time or station	
Hoadywindyniist	Time (sec) Boad station (m)	
	Start 0	
Override driver controls	Stop: 15 5000	
Initial speed, open-loop throttle 🔻 108 km/h		Overlay animations and plats with other runs.
No Throttle		
Braking: Brake control		no control
No Braking		{No dataset selected}
		{No dataset selected}
Shifting control: Closed-loop shift control		{No dataset selected}
i veditat Midde		{No dataset selected}
Steering:		
	D-Class, SUV { CS D-Class }	View Simulation results (Matlab)

图 5.22 Carsim 仿真软件界面



图 5.23 Simulink 仿真模型

图 5.23 为 Simulink 模型,主要完成如下任务: Carsim 车辆的状态信息输出 并经过单位转换后赋给 Simulink 控制器,车辆的参考模型和主动悬架解耦控制器 通过 S 函数的形式给出,制动控制器采用子模块的形式给出,将计算的控制器输 出传给 Carsim,从而形成循环。



图 5.24 参考模型的横摆角速度输出



图 5.25 仅 PI 制动横摆角速度

图 5.25 为仅有 PI 制动时车辆的横摆角速度仿真曲线,由于车辆的横摆角速 度小于参考模型的角速度(图 5.24),车辆的左后轮制动,经过控制的车辆横摆 角速度大于未经控制的车辆横摆角速度。



图 5.26 仅 PI 制动质心侧偏角

图 5.26 为仅有 PI 制动时车身的质心侧偏角。未经 PI 制动控制的质心侧偏角 极值为-3.3⁰,而经过 PI 制动控制的质心侧偏角极值为-3.8⁰,仅仅采用制动策略对 车辆质心侧偏角的改善效果不大。从利用 PI 制动改善质心侧偏角的效果来看,无 论是图 5.26 还是图 5.12,采用 PI 制动对质心侧偏角改善的效果都不大,仿真的效果较为接近。

图 5.27 为联合控制的车辆横摆角速度,经过控制的车辆横摆角速度大于未经 控制的车辆横摆角速度,更加接近参考模型值。

图 5.28 为联合控制的车辆质心侧偏角。经过控制的质心侧偏角极值为-1.8⁰, 而未经控制的车辆质心侧偏角极值为-3.3⁰,经过控制的车辆车身质心侧偏角明显 小于未经控制的车辆。从联合控制算法对质心侧偏角的改善效果看,图 5.28 及图 5.11 对质心侧偏角的改善效果都很明显。

通过 Carsim 与 Simulink 联合仿真,其结果与 Matlab 中通过建立数学模型的 仿真结果较为相近,从侧面印证了控制算法的有效性。



图 5.27 联合控制横摆角速度



图 5.28 联合控制质心侧偏角

5.5 与其他方法的控制结果对比

文献[100]对汽车采用 ESP 和 ASS 的分层协调控制,其中 ESP 采用自适应模 糊控制,而 ASS 采用线性最优控制。通过上层控制器对两个单独的控制器进行协 调。图 5.29 为双移线条件下的质心侧偏角曲线。



图 5.29 分层协调控制质心侧偏角

由图 5.29 可知,其分层协调控制相对于分散控制改善的效果非常有限。

文献[101]通过两个 LPV/H∞控制器来同时提高车辆乘坐的舒适性和驾乘的稳定性。利用主动悬架来提高舒适性,利用后轮制动来提高紧急工况下的稳定性, 图 5.30 是紧急工况下车辆的横向速度对比。



图 5.30 LPV 控制的横向车速对比

由图 5.30 可知,采用 H∞控制器的车辆其横向速度并没有减小(与未加控制时的车辆相比),该方法对紧急工况下的车辆横向速度控制改善的效果有限。 对比图 5.15 及图 5.19 可以看出,采用本章提出的制动与主动悬架解耦联合 控制算法的车辆,其横向车速大幅减小,车辆的稳定性得到提高,该方法优于上 述提到的控制算法。

5.6 本章小结

论文对车辆在紧急转向工况下车辆的横向稳定性进行了研究,提出了车轮 PI 制动与主动悬架解耦的联合控制算法。采用 Burckhardt 轮胎模型,将车辆系统的 数学模型表达成仿射非线性的形式,为主动悬架解耦奠定了基础。通过 PI 制动改 变车辆的横摆角速度;通过主动悬架解耦控制,轮胎的垂向载荷发生改变,从而 改变轮胎的侧向力,使车辆质心侧偏角减小。实现了对悬架主动力的合理分配。 在不同路面条件下,对系统输入阶跃信号和単移线信号,对联合控制算法进行仿 真。仿真结果表明:无论是阶跃信号输入还是单移线信号输入,车辆经联合控制 后其横摆角速度误差明显小于未经控制车辆的,其质心侧偏角明显减小。紧急转 向工况下车辆的横向稳定性得到提高。最后,通过 Carsim 与 Simulink 联合仿真, 所得结论与采用 Matlab 仿真结果较为相近,进一步说明了该联合控制算法的有效 性。

结论及展望

车辆悬架系统不仅影响着车辆的平顺性,而且影响着车辆的操纵稳定性。在 平顺性方面,由于四个车轮受到路面的激励,车身的振动是各车轮引起振动的综 合结果。在操控稳定性方面,当车辆转向时,由于前轮转向角的影响,车身的侧 倾会加剧。在紧急转向工况,由于存在载荷转移,悬架的垂向力会发生改变,改 变轮胎的抓地性,从而对紧急转向时车辆的横向稳定性造成影响。车辆悬架系统, 是一 MIMO 的非线性控制系统。车辆主动悬架的控制问题,本质上是 MIMO 系 统的控制分配问题,即数学上著名的 Morgan 问题。车辆在不同工况下,控制的 目的是不同的。本课题针对车辆的不同工况,利用微分几何解耦控制理论,对车辆主动悬架解耦控制算法进行研究。

1. 主要的研究工作及结论

(1)车辆在直线工况下,主动悬架控制的目的是提高车辆平顺性。尝试了两 种解耦控制算法,即包括阻尼器解耦的 IDDC 控制算法以及不包括阻尼器解耦的 EDDC 控制算法。对 IDDC 算法进行了时域仿真,结果表明:车身的垂向位移、 俯仰角及侧倾角衰减明显,然而车身的垂向加速度、俯仰角加速度及侧倾角加速 度并没有同时得到衰减,IDDC 控制算法难以用于车身的减振。对 EDDC 算法, 悬架系统经过解耦,车身的垂向运动、俯仰运动及侧倾运动各自独立,非线性悬 架系统被分解成了多个独立的线性子系统。通过线性子系统的极点配置,无论是 车身的位移项(垂向位移、俯仰角及侧倾角)还是加速度项(垂向加速度、俯仰 角加速度及侧倾角加速度)都大幅衰减,而悬架的动挠度及轮胎的动行程变化不 大,在可承受范围内。时域仿真、频域仿真及基于 dSPACE 硬件实时仿真验证了 EDDC 解耦算法的有效性。

(2)车辆在转向工况下,车身的侧倾控制是主动悬架控制的重点。首先建立 了车辆在转向工况下的数学模型。通过符号运算,在车身侧倾表达式中显式表达 了与车辆前轮转角相关的项,明确了前轮转角对车身侧倾造成的影响。利用 EDDC 解耦算法,对车身的姿态进行解耦,系统经解耦后,车辆簧上质量的各向运动相 互独立,悬架系统被解耦成独立的多个线性子系统。为了有效减小车身在转向工 况下的侧倾,对前轮转角对车身侧倾的干扰项通过解耦来进行抑制。分别在前轮 转角输入为阶跃信号及正弦信号的情况下进行了仿真,车辆簧上质量的侧倾角大 幅减小,验证了解耦算法的有效性。

(3) 对于紧急转向工况,车辆的横向稳定性是车辆主动悬架控制的重点。建 立了包括 Burckhardt 非线性轮胎模型的整车横向稳定性控制的数学模型,并把该

93

模型表达成仿射非线性的形式,为微分几何解耦控制奠定了基础。

(4)提出了基于 PI 制动与主动悬架解耦的车辆横向稳定性联合控制算法。 车辆的横向稳定性包括横摆和车身的侧偏。采用 PI 制动来改善紧急转向工况车辆 的横摆,分析了各个车轮纵向力、横向力对横摆力矩的影响,制定了车轮制动控 制的策略。以主动悬架的主动作动器为输入,利用解耦算法来调节主动悬架的垂 向载荷,改善轮胎的抓地性,从而调节轮胎的侧向力,达到减小车身侧偏角的目 的。对车辆在干燥路面及湿滑路面下,分别进行了阶跃输入及单移线输入仿真, 结果表明:车辆在紧急转向工况下的横摆角速度较好的跟踪理想的横摆角速度, 车身的侧偏角大幅减少。通过 Carsim 与 Simulink 联合仿真,所得结论与采用 Matlab 仿真结果较为相近,进一步说明了该联合控制算法的有效性。

2. 论文的主要创新点

(1)为了提高直线工况下车辆行驶的平顺性,提出了不包括阻尼器解耦的 EDDC 控制算法。悬架系统经过状态反馈解耦,车身的垂向运动、俯仰运动及侧 倾运动各自独立、互不干涉;悬架系统被解耦成了多个独立的线性子系统;通过 系统的极点配置,车身的垂向、俯仰及侧倾振动大幅衰减,实现了主动悬架力的 合理分配。

(2)提出了转向工况下车身的侧倾控制算法。通过符号运算,在车身侧倾表 达式中显式表达了与车辆前轮转角相关的项,明确了前轮转角对侧倾造成的影响。 利用 EDDC 解耦算法,对车身的姿态进行解耦,使车身的各向运动相互独立,并 对前轮转角对车身侧倾的干扰项通过解耦来进行抑制。

(3)建立了包括 Burckhardt 非线性轮胎模型的整车数学模型,并把该模型 表达成仿射非线性的形式,为利用微分几何解耦理论实现车辆稳定性控制奠定了 基础。

(4)提出了基于 PI 制动与主动悬架解耦的车辆横向稳定性联合控制算法。 采用 PI 制动来改善紧急转向时车辆的横摆;以主动悬架的主动作动器为输入,利 用解耦算法来调节主动悬架的垂向载荷,改善轮胎的抓地性,从而调节车辆的侧 向力,减小车身的侧偏。

3. 课题研究存在的不足及将来的研究展望

(1)目前课题主要集中于解耦控制算法的研究,而算法的可行性,除了仿真验证,还需要大量的实验验证。由于现有实验条件的限制,课题实验验证较少。 在逐步完善实验条件的基础上,下一步将对课题进行实验研究。

(2)利用微分几何的解耦控制,要求系统有确定的数学模型,当系统的参数 不确定,或者变动较大(如簧载质量变动),解耦控制的效果会受到较大的影响。 如何实现解耦算法与自适应控制算法相结合,使解耦控制算法的应用范围得到拓展,是下一步研究的重点。

94

(3)在紧急转向工况的车辆横向稳定性控制,控制算法用到质心侧偏角β, 路面附着系数等参数,目前的研究假定其已知(已有学者发表对这些参数进行估 计的文献)。如何设计切实可行的观测器,实现对这些参数的估计,并与解耦算法 结合,今后将在这方面进行研究。
参考文献

- [1] 祝辉,陈无畏. 汽车悬架、转向和制动系统建模与相互影响分析. 农业机械 学报, 2010, 41(01): 7-13
- [2] 卢少波. 汽车底盘关键子系统及其综合控制策略研究: [重庆博士学位论文].重庆: 重庆大学, 2009, 75-76
- [3] Karnopp D C., Crosby M J. and Harwood RA. Vibration control using semi-active force generators. Transactions of the ASME Paper, 1974.
- [4] Karnopp D C., Crosby M J. and Harwood R A. Vibration Control Using Semi-Active Force Generators. Transactions of the ASME Paper, 1975.
- [5] Gilbert R., Jackson. M. Magnetic Ride Control. GM TechLink4, 2002
- [6] 方子帆. 基于 MR 阻尼器的半主动悬架控制方法研究: [重庆博士学位论文]. 重庆: 重庆大学, 2006, 3-4
- [7] Choi, S.B., Lee, S.-K., Park, Y.P.: A hysteresis model for the field-dependent damping force of a magnetorheological damper. J. Sound Vib, 2001, 245(2): 375-383
- [8] Xiao-min Dong, Miao Yu, Chang-rong Liao. Comparative research on semi-active control strategies for magneto-rheological suspension. Nonlinear Dyn, 2010, 59(3): 433-453
- [9] 方子帆,邓兆祥,郑玲等. 汽车半主动悬架系统研究进展. 重庆大学学报(自然科学版), 2003, 26(1): 104-108
- [10] 任勇生,周建鹏. 汽车半主动悬架技术研究综述. 振动与冲击, 2006, 25(3): 162-165
- [11] 张玉春, 王良曦, 丛华. 汽车主动悬挂控制的研究现状和未来挑战. 控制理 论与应用, 2004, 21(1): 139-144
- [12] 刘树博. 基于新型优化算法的主动悬架鲁棒输出反馈控制研究: [吉林大学 博士论文]. 长春: 吉林大学, 2010, 2
- [13] 刘震. 车辆液压主动悬挂系统建模与控制: [国防科技大学博士论文]. 长沙: 国防科技大学, 2007, 5-6
- [14] Thompson A G. An active suspension with optimal linear state feedback. Vehicle System Dynamics, 1976, 5(4): 187-203
- [15] Thompson AG. Optimal and suboptimal linear active suspension for road vehicles, Vehicle System Dynamics, 1984, 13(2): 61-72

- [16] Hrovat D.Optimal active suspension structures for quarter-car vehicle models. Automatica, 1990, 26(5): 845-860
- [17] 兰波, 喻凡. 车辆主动悬架 LQG 控制器的设计与仿真分析. 农业机械学报, 2004, 35(1): 13-17
- [18] 曾志华,章一鸣.车辆主动悬挂的最优控制研究.振动工程学报,1992,5(1): 48-52
- [19] 陈无畏, 沈云鹤, 张启群. 汽车主动悬架的最优控制及计算机仿真. 振动与 冲击, 1996, 15(4): 53-58
- [20] CHEN W, XIAO H, Integrated control of automotive electrical power steering and active suspension systems based on random sub-optimal control. Int, J. of Vehicle Design, 2006, 42(3): 370-391
- [21] 陈双, 宗长富, 张立军, 尹刚. 主动悬架平顺性和侧倾姿态综合控制策略. 吉林大学学报(工学版), 2011, 41(S2): 59-64
- [22] 来飞,邓兆祥,董红亮.基于统一模型的转向悬架系统最优综合控制方法. 汽车工程,2007,29(3):238-242
- [23] 王启瑞, 刘立强, 陈无畏. 基于随机次优控制的汽车电动助力转向与主动悬 架集成控制. 中国机械工程, 2005, 16(08): 743-747
- [24] David J.M. Sampson, David Cebon. Active Roll Control of Single Unit Heavy Road Vehicles, Vehicle System Dynamics, 2003, 40(4): 229-270
- [25] 陈无畏,周慧会,刘翔宇. 汽车 ESP 与 ASS 分层协调控制研究. 机械工程学 报,2009,45(8):190-196
- [26] Ulsoy AG., Hrovat D, Tseng T. Stability Robustness of LQ and LQG Active Suspensions. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME, 1994, 116(1): 123-131
- [27] 王其东,吴勃夫,陈无畏.基于预测控制的主动悬架与电动助力转向集成控制.农业机械学报,2007,38(1):1-5
- [28] 黄昆,喻凡,张勇超. 电磁式主动悬架模型预测控制器设计. 上海交通大学 学报, 2010, 44(11): 1619-1624.
- [29] 刘少军, 钟掘, 郭淑娟. 最优预见控制设计及在汽车主动悬架系统中的应用. 中南工业大学学报, 1997, 28(2): 67-70
- [30] 刘显贵. 汽车主动悬架与电动助力转向的集成预测控制仿真. 清华大学学报 (自然科学版), 2007, 47(S2): 1826-1830
- [31] 李治国,金达锋,赵六奇等.基于预测控制和频率成型性能指标的主动悬架 控制策略研究.汽车工程,2002,24(05):426-429
- [32] 宗长富,陈国迎,梁赫奇等.基于模型预测控制的汽车底盘协调控制策略.

农业机械学报, 2011, 42(2): 1-7

- [33] Yu F,Zhang J W,Crolla D A. A study of a Kalman filter active suspension system with using the correlations if front and rear wheel inputs. Proceeding of IMECHE(Part D), Journal of automotive Engineering, 2000, 214(D5): 493-502
- [34] Yoshimura T. Active Suspension of Vehicle Systems using Fuzzy Logic. International Journal of Systems Science, 1996, 27(2): 215-219
- [35] Yoshimura T, Nakaminami K, Kurimoto M, et al. Active suspension of Passenger cars using linear and fuzzy-logic controls. Control Engineering Practice, 1999, 7(1): 41-47
- [36] Ting, C. S., T. H. S. Li, et al. Design of fuzzy controller for active suspension system. Mechatronics, 1995, 5(4): 365-383
- [37] Sharkawy, A. Fuzzy and adaptive fuzzy control for the automobiles' active suspension system. Vehicle System Dynamics, 2005, 43(11): 795-806
- [38] Huang, S. J. and W. C. Lin. A self-organizing fuzzy controller for an active suspension system. Journal of Vibration and Control, 2003, 9(9): 1023-1040
- [39] Lin, J., R. J. Lian, et al. Enhanced fuzzy sliding mode controller for active suspension systems. Mechatronics, 2009, 19(7): 1178-1190
- [40] 孙建民,杨清梅.规则自调整模糊控制及其在主动悬架系统中的应用.公路 交通科技,2004,21(4):97-100
- [41] 陈龙, 袁传义, 江浩斌等. 汽车主动悬架与转向系统的模糊参数自调整集成 控制. 中国机械工程, 2006, 17(23): 2525-2528
- [42] 陈一锴,何杰,张卫华等. 模糊 PID 主动悬架对重型货车侧翻稳定性的改善研究. 中国机械工程, 2012, 23(21): 2620-2625
- [43] 季新杰,李声晋,芦刚等.新型电动静液作动器主动悬架模糊 PID 控制.汽车工程,2008,30(5):437-440
- [44] 李以农, 卢少波, 郑玲等. 基于灰 Fuzzy 控制算法的车辆悬架与转向综合控制. 系统仿真学报, 2009, 21(7): 1916-1920
- [45] 陈龙, 聂佳梅, 江浩斌等. 预测步长自调整的 ASS 与 EPS 灰预测模糊集成控制. 汽车工程, 2009, 31(2): 104-107
- [46] 宋晓琳,方其让,查正邦等.采用模糊理论的七自由度汽车主动悬架控制系 统. 湖南大学学报(自然科学版),2003,30(6):56-59
- [47] 冯金芝, 喻凡. 基于联合仿真技术车辆有限带宽主动悬架控制系统. 上海交通大学学报, 2006, 40(6): 952-957
- [48] 唐传茵, 李华, 周炜等. 基于遗传算法和神经网络的车辆主动悬架控制技术. 农业机械学报, 2009, 40(2): 6-11

- [49] Cherry A S,Jones RP. Fuzzy logic contron of an automotive suspension system.Control Theory and Applications, IEE Proceedings, 1995, 142(2): 149-160
- [50] Wang, J., D. A. Wilson, et al. H∞ robust-performance control of decoupled active suspension systems based on LMI method. American Control Conference, 2001. Proceedings of the 2001, IEEE. Arlington, VA, 2001, 2658-2662
- [51] Hyo-Jun Kim. Robust roll motion control of a vehicle using integrated control strategy. Control Engineering Practice, 2011, 19(8): 820-827
- [52] Gaspar, P., I. Szaszi, et al. Design of robust controllers for active vehicle suspension using the mixed μ synthesis. Vehicle System Dynamics, 2003, 40(4): 193-228
- [53] Yamashita, M., K. Fujimori, et al. Application of H∞ control to active suspension systems. Automatica, 1994, 30(11): 1717-1729
- [54] Du, H. and N. Zhang. control of active vehicle suspensions with actuator time delay. Journal of Sound and Vibration, 2007, 301(1-2): 236-252
- [55] 孙涛, 喻凡, 柳江等. 基于混合不确定建模的主动悬架鲁棒 μ 综合控制分析. 上海交通大学学报, 2006, 40(6): 936-941
- [56] 宋刚,林家浩,吴志刚.考虑参数不确定性的主动悬架鲁棒 H2/H∞混合控制. 动力学与控制学报, 2008, 6(2): 156-164
- [57] 孙涛, 冯金芝, 喻凡. 车辆悬架不确定性对行驶平顺性能影响的鲁棒保守性 分析. 振动与冲击, 2008, 29(8): 52-55+176
- [58] 陈虹,赵桂军,孙鹏远等. H₂和 H∞主动悬架统一的理论框架与比较. 汽车工程, 2003, 25(1): 1-6
- [59] 李克强, 董珂, 永井正夫. 多自由度车辆模型主动悬架及鲁棒控制. 汽车工程, 2003, 25(1): 7-11
- [60] 李伟,张孝祖,李辉.转向工况下主动悬架 H₂/H∞鲁棒控制研究.机械设计,
 2010, 27(3): 24-27
- [61] 刘树博,赵丁选,尚涛.主动悬架非脆弱 H₂/广义 H₂ 静态输出反馈最优控制.四川大学学报(工程科学版), 2011, 43(1): 240-246
- [62] 方敏, 史明光, 陈无畏. 汽车主动悬架多目标 H₂/H∞混合控制. 农业机械学报, 2005, 3(03): 4-7+18
- [63] 李以农,郑玲,罗铭刚. 汽车主动悬架 H₂/H∞多目标控制线性矩阵不等式方法. 重庆大学学报, 2010, 33(4): 1-8
- [64] Lu Shaobo, Li Yinong, Seung-Bok Choi et al. Integrated Control on MR Vehicle Suspension System Associated with Braking and Steering Control. Vehicle System Dynamics, 2011, 49(1): 361-380

- [65] C. Poussot-Vassal, O.Sename, L.Dugard et al, Attitude and handling improvements through gain-scheduled suspensions and brakes control. Control Engineering Practice, 2011, 19 (3): 252-263
- [66] March C, Shim T. Integrated control of suspension and front steering to enhance vehicle handling. Proc. IMech E, Part D: J. Automobile Engineering, 2007, 221(4): 377-391
- [67] Smakman H. Functional integration of active suspension with slip control for improved lateral vehicle dynamics. Proc.AVEC00, Ann Arbor, Michigan, USA, 2000
- [68] Hac A, Bodie M O. Improvements in vehicle handling through integrated control of chassis systems. Int. J. Vehicle Autonomous Systems, 2002, 1(1): 83-110
- [69] Kou Y. Integration chassis control (ICC) systems of mando. SAE Paper 200420122044, 2004
- [70] Nouillant C, Assadian F, Moreau X, et al. A cooperative control for car suspension and brake systems. International Journal of Automotive Technology, 2002, 3(4): 147-155
- [71] 陈无畏, 王妍, 王其东等. 电动助力转向与主动悬架系统多变量自适应集成 控制. 振动工程学报, 2005, 18(3): 360-365
- [72] 陈无畏, 孙启启, 初长宝. 汽车电动助力转向与主动悬架系统的 H∞集成控制. 振动工程学报, 2007, 20(1): 45-51
- [73] 王其东, 宋宜亮. 车辆防抱制动系统与主动悬架系统集成协调控制算法的仿 真. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2007, 30(12): 1610-1614
- [74] 袁传义,陈龙,江浩斌等.主动悬架与电动助力转向系统模糊集成控制.江 苏大学学报(自然科学版),2007,28(1):29-32
- [75] 郭建华,李幼德,李静. 汽车防抱死系统与主动悬架联合控制研究. 中国机械工程, 2007, 18(24): 3014-3018
- [76] 王金湘,陈南,殷国栋.基于多主体的车辆底盘集成控制扩展框架仿真研究. 汽车工程, 2012, 34(8): 701-707
- [77] 来飞, 邓兆祥. 含非线性轮胎模型的汽车四轮转向与主动悬架集成控制. 中国公路学报, 2009, 22(3): 113-120
- [78] 董红亮,邓兆祥,来飞等.路面激励下主动悬架和四轮转向的协调控制.哈 尔滨工程大学学报,2009,30(4):428-435
- [79] Alleyne A. A systematic approach to the control of electrohydraulic servosystems. Proceedings of the American control conference, 1998, 2: 833-837

- [80] Sheen JJ, Bishop RH. Adaptive nonlinear control of spacecraft. Proceedings of the American control conference, 1994, 3: 2867-2871
- [81] 雷延花,陈士橹.基于微分几何方法的大迎角导弹解耦控制.飞行力学, 2003,21(4):39-41
- [82] Burgio G. Zegelaar P. Integrated vehicle control using steering and brakes, International Journal of Control, 2006, 79(5): 534-541
- [83] B.Zhang, S. Anwar. Yaw stability control of a steer-by-wire equipped vehicle via active front wheel steering. Mechatronics, 2009, 19(6): 799-804
- [84] 陈无畏,徐娟等.整车非线性系统的输入输出解耦及解耦比例微分控制.机 械工程学报,2007,43(2):64-70
- [85] Lin, J. S. and C. J. Huang. Nonlinear backstepping active suspension design applied to a half-car model. Vehicle System Dynamics, 2004, 42(6): 373-393
- [86] Yagiz, N. and Y. Hacioglu. Backstepping control of a vehicle with active suspensions. Control Engineering Practice, 2008, 16(12): 1457-1467
- [87] Fialho, I. and G. J. Balas. Road adaptive active suspension design using linear parameter-varying gain-scheduling. Control Systems Technology, IEEE Transactions on, 2002, 10(1): 43-54
- [88] Sam, Y. M., J. H. S. Osman, et al. A class of proportional-integral sliding mode control with application to active suspension system. Systems & control letters, 2004, 51(3): 217-223
- [89] Isidori A. Nonlinear control systems. 3th ed. London: Springer-Verlag, 1995, 105-195
- [90] 胡跃明. 非线性控制系统理论与应用. 北京: 国防工业出版社, 2005, 89-133
- [91] 刘学超. 平面磁集成电压调整模块建模方法及磁耦合微分几何解耦控制: [华南理工大学博士论文]. 广州: 华南理工大学, 2006, 75-86
- [92] 张永林, 钟毅芳. 车辆路面不平度输人的随机激励时域模型. 农业机械学报, 2004, 35(2): 9-12
- [93] DUGOFF H, FANCHER P S, SEGAL L. An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamic performance. SAE Paper 70037, 1970
- [94] Bakker, E., Pacejka, H and Lidner, L., A new tire model with application in vehicle dynamics studies. SAE paper 890087, 1989
- [95] 王其东, 王霞, 陈无畏等. 汽车主动前轮转向和防抱死制动协调控制. 农业 机械学报, 2008, 39(3): 1-5
- [96] 刘力, 罗禹贡, 江青云等. 基于广义预测理论的 AFS-DYC 底盘一体化控制, 汽车工程, 2011, 33(1): 52-56

- [97] 李果,刘华伟,王旭. 汽车转向/防抱死制动协同控制. 控制理论与应用, 2010, 27 (12): 1769-1704
- [98] 杨福广, 阮久宏, 李贻斌等. 4WID_4WIS 车辆横摆运动 AFS-ARS-DYC 模糊 控制. 农业机械学报, 2011, 42(10): 6-12
- [99] 张晨晨,夏群生,何乐.质心侧偏角对车辆稳定性影响的研究.汽车工程, 2011,33(4):277-282
- [100] 陈无畏,周慧会,刘翔宇. 汽车 ESP 与 ASS 分层协调控制研究. 机械工程学 报,2009,45(8):190-196
- [101] C. Poussot-Vassal, O.Sename, L.Dugard et al, Attitude and handling improvements through gain-scheduled suspensions and brakes control. Control Engineering Practice, 2011, 19(3): 252-263
- [102] U.Kiencke and L.Nielsen, Automotive Control Systems: For Engine, Driveline and Vehicle, Springer-Verlag, Berlin and Heidelberg, 2000
- [103] Aleksander Hac, Melinda D. Simpson. Estimation of Vehicle Side Slip angle and Yaw Rate.SAE Paper 2000-01-0696. USA: SAE, 2000

致 谢

年届四十,才开始攻读博士学位,也许已经过了人生读书的最佳时段,注定 了四年的读博过程充满了艰辛。由于攻读的在职博士,工作、学习、家庭的各种 事情交织在一起,难以做到各方面的兼顾,心里时常产生挫败感。是身边的老师、 同事、同学及家人的帮助与支持推着我走到现在,在这里对他们表示真挚的感谢!

感谢我的导师程军圣教授,从课题的选题、到课题的攻关、到论文的撰写, 无不凝聚着导师的心血。导师渊博的知识、敏锐的洞察力、严谨的治学态度使我 在科研方面受益匪浅。对于我这个"老"博士生,程老师从没有对我严厉的批评, 却给我很多提醒和建议,使我感受到兄长般的温暖。无论是学识,还是人格,程 老师都是我一生学习的榜样。

感谢机械学院周惦武教授四年来对我学习和生活上的帮助! 同周教授关于科研的讨论常常开阔我的思路。而每次到湖南大学我都会拜访周教授,并把他那里当成我在湖南大学的根据地,同他的交流使我倍感亲切。和周惦武教授的友情将伴随我一生。

感谢湖北汽车工业学院的陈育荣教授、王保华教授、赵国华教授对我工作和 学习的支持和帮助。感谢聂永红博士、金宏平博士对我论文写作的帮助。感谢陈 小兵硕士在 dSPACE 硬件实时仿真中给我提供的帮助。

感谢所有帮助我的同事和各位同窗。

感谢我的家人对我学业的支持,家人的支持是我前进道路上永不枯竭的动力。

陈建国 2013 年 9 月

103

附录 A 攻读博士期间发表的论文

- [1] 陈建国,程军圣,聂永红.基于微分几何的汽车半主动悬架解耦控制算法仿真.中国机械工程,2012,23(11):2509-2513
- [2] Jianguo Chen, Junsheng Cheng, Yonghong Nie. Research on the Decoupling Control Algorithm of Full Vehicle Semi-active Suspension. Advanced Materials Research.3rd international Conference on Manufacturing Science and Engineering, ICMSE, 2012, Xiamen (EI compendex)
- [3] 陈建国,程军圣,聂永红,王保华.转向工况下车辆的主动悬架侧倾控制. 汽车工程.已录
- [4] 陈建国,程军圣,聂永红.整车主动悬架解耦控制.振动、诊断与测试.已录
- [5] 陈建国,程军圣,聂永红,王保华.基于制动与主动悬架解耦的车辆横向稳 定性联合控制.公路交通科技.在审