中文摘要

运动原子与光场相互作用系统的压缩效应

在量子光学领域中，光场与原子相互作用系统的量子特性研究一直吸引着人们的关注．研究具有原子运动的 Jaynes-Cummings 模型中光场与原子相互作用的规律及其非经典效应是量子光学的重要内容．本文研究运动原子与光场相互作用的压缩效应：运动原子的压缩效应和信息熵压缩效应，场的压缩效应和信息熵压缩效应，得出了一系列有意义的结论：

第一章对含原子运动的 Jaynes-Cummings 模型中系统作了简单历史回顾．从光场与运动原子相互作用的哈密顿量，推出了具有原子运动的 J-C 模型中系统的一般时间演化算符和光场与原子的约化密度算符，建立了研究含原子运动的 J-C 模型的一般动力学的基础．此外，我们还引入了原子信息熵压缩、光场信息熵压缩、传统的原子和光场的压缩理论的阐述，为以下几章研究工作奠下理论基础．

第二章利用传统的原子压缩理论研究了与单模压缩真空态场相互作用的运动原子的压缩效应，具体讨论了场模结构参数和压缩参数对运动原子的压缩效应的影响，结果表明：运动原子的压缩效应依赖于原子的初态、场模结构参数和压缩参数；随着压缩参数的增加，压缩时间缩短，压缩效应减弱；随着场模结构参数的增大，演化周期缩短，压缩时间延长；通过选择合适的运动原子和模场的初态参数，可以获得保持持续压缩的原子．

第三章利用传统的光场压缩理论研究了与运动原子相互作用的场的压缩效应，具体讨论了初始平均光子数和场模结构参数对光场涨落的压缩性质的影响，结果表明：与运动原子相互作用的场的压缩效应明显地依赖于初始平均光子数和场模结构参数；通过选择合适的系统参数，可得到时间上持续的压缩光．

第四章利用量子信息熵理论，研究了 J-C 模型中原子运动和场模结构及光场的初始平均光子数对场熵压缩特性的影响，结果显示：原子质心运动

导致场熵压缩的周期性演化；场模结构参数决定场熵压缩周期的大小；适当选择系统参数，可获得持续的熵压缩效应。

第五章研究运动原子的偶极矩信息熵压缩的动力学。具体考虑原子相干性和不同的原子运动态、不同的场模结构参数对原子的信息熵压缩的影响，并且比较了分别从基于信息熵测不准关系和海森堡测不准关系出发得出的结果，从实例中证明信息熵压缩克服了标准偏差压缩的平庸性。结果表明：原子的运动导致了原子熵压缩的周期性演化；随着场模结构参数的增大，熵压缩的演化周期缩短，压缩时间延长；选择适当的系统参数，运动原子能够呈现长时间的持续熵压缩效应；当原子反转为零时，基于海森堡测不准关系的方差压缩定义不再有效，而熵压缩实现了对原子压缩效应的高灵敏量度。

关键词： 具有原子运动的 J-C 模型，运动原子与光场相互作用，原子信息熵压缩，光场信息熵压缩，压缩效应，场模结构参数

ABSTRACT

The squeezing effect in a system of moving atom interacting with field

In the quantum optics field, the study of the quantum properties of the system of the field interacting with the atom has been always devoted to considerable attention. It is one of the most important contents for the quantum optics to study on the dynamics and non-classical properties of the interaction between the field and the moving atom in the Jaynes-Cummings model with atomic moving. In this paper, the squeezing effect in a system of moving atom interacting with field, of the traditional squeezing of the moving atom,of the atomic quantum information entropy squeezing, of the traditional squeezing of the field , of the field entropy squeezing are studied, and a series of significant results are obtained.

In chapter 1, a simple history overview is presented about the the Jaynes-Cummings model with atomic moving. With the Hamiltonian of the interaction between the field and the moving atom , the evolution operator and the reduced density operators of the field and the atom are derived, then the basic work model with atomic motion is established. In addition,the theories of the quantum information entropy squeezing and the traditional squeezing of atom and field are absorbed in the last of this chapter, which form the theoretical basic of the work in the following chapters.

In chapter 2, the squeezing effect of a moving atom interacting with a squeezed vacuum state field is investigated using the traditional squeezing theory of the atom .The influence of the field-mode structure parameter and the squeezing parameter on the squeezing effect of a moving atom is investigated in detail.It is shown that the squeezing effect of a moving atom depends on the initial state of the atom , the field-mode structure parameter and the squeezing parameter, with increase in the squeezing parameter, the squeezing time and the squeezing effect decrease ,with increase in the field-mode structure parameter, the period of evolution shortens and the squeezing time

prolongs, the moving atom may exhibit long time squeezing effect for some choiced system parameters.

In chapter 3,the squeezing effect of the field interacting with an moving atom is investigated by means of the traditional squeezing theory of the field. The influence of the initial average photon number and field model structure parameter on the squeezing property of the field is studied in detail. It is shown that the squeezing effect of the field depends on the initial mean photon number and the field-mode structure parameter, the field may exhibit long time squeezing effect for some choiced system parameters.

In chapter 4, the influence of the motion of the atom, the field mode structure and the initial mean photon number on the field entropy squeezing is investigated by means of the theory of quantum information entropy. It is shown that the atomic motion leads to the periodic evolution of the field entropy squeezing, this period depends on the field mode structure parameter and the field may exhibit long time entropy squeezing effect for some choiced system parameters.

In chapter 5, the dynamics behaviors of quantum information entropy squeezing of the moving atom dipoles are investigated. The influences of the atomic coherence ,the atomic motion and the field-mode structure on the quantum information entropy squeezing of the atomic dipoles are investigated in detail. The comparing of the numerical results obtained from the uncertainty relation of Heisenberg (HUR) to those from the uncertainty relation of the quantum information entropy (EUR) proves the triviality of HUR with exact examples. The results show that the atomic motion leads to the periodic evolution of the entropy squeezing, an increase in field-mode structure parameter results in not only the shortening of the evolution period of the entropy squeezing but also prolonging of the squeezing time, the moving atom may exhibit long time entropy squeezing effect for some choiced system parameters, the information entropy is more precise than the variance squeezing as a measure of the atomic squeezing.

Key words: The Jaynes-Cummings model with atomic moving, Interaction be-

tween the moving atom and the field, The information entropy squeezing of the atom, The information entropy squeezing of the field , The squeezing effect, The field-mode structure parameter.

第一章　引言

§1.1　历史回顾

在量子光学领域中，光场与原子的相互作用系统中的量子特性的研究一直是人们关注的焦点。压缩光与压缩原子的理论发现和其实验实现是近代量子光学与原子光学中最重大的进展之一。 Stoler 和 Wodkiewicz 等人 [1] 最先建立了光场与原子的压缩概念； Walls 和 Zoller[2] 证明了在相干驱动的二双能级系统中，压缩的原子能辐射压缩的荧光； Agarwal 和 Puri[3] 等人考察了具有宽带压缩真空阻尼的二能级原子系综的原子压缩态； Wineland[4] 等人研究了原子光谱中的自旋压缩与投影噪声。各种光场 - 原子相互作用系统中光场与原子的压缩特性被广泛报道 [5]．最近，人们的注意力集中到由压缩光照明的原子系综的压缩 [6]、由压缩原子产生的压缩少光子态 [7] 等在光通讯、半导体微结构、生物光谱诊断等具有重要应用前景的课题上。然而，大量关于光场与原子压缩研究的出发点是海森堡测不准关系，认为均方差是光场与原子可观察量量子涨落不确定性最自然的量度。然而，由于在处理许多物理问题时海森堡测不准关系存在许多缺陷和局限性，且均方差仅仅包含系统密度距阵的二阶统计矩，这使得光场与原子压缩的量度产生很大的误差。最近，文献 [8, 9] 分别从具有普遍意义的熵不确定关系 [10]、位置熵和动量熵的定义 [26, 28] 出发，建立了原子、光场熵压缩的概念，实现了对光场和原子压缩效应的高灵敏量度。

描叙一个有效二能级原子与单模量子化光场在微腔内相互作用的标准的 Jaynes-Cummings 模型 [11] 是量子光学领域中一个精确可解的理想模型。该模型是在忽略了原子沿腔轴空间运动和原子波包宽度与腔模共振波长相比很小的条件下得到的（即把量子化光场在原子与光场相互作用的尺度上看成是均匀的，原子被看成是静止的）。经过广泛研究已揭示了许多非经典效应，如原子的拉比震荡崩塌和复原、压缩、非线性耦合以及量子关联等。随着激光致冷和原子囚禁技术 [12] 的发展，冷原子和超冷原子的获得必须

考虑原子的空间运动．因此，人们将 J-C 模型作了扩展，考虑了原子沿腔轴的运动和不同场模结构的情况 [13]．研究表明：原子运动导致了原子布居的非线性瞬时效应 [13]-[14]，改变了薛定谔猫态的形成时间 [15]、场相位动力学的演化特性 [16] 和光场的非经典性质 [17]，减少了光场的长时间压缩 [18]，提高了体系的量子态保真度 [19]．由此可见，原子运动所引起的量子效应在实际实验中是不可低估的．

§1.2 基本工作模型

具有原子运动的 J-C 模型是 J-C 模型的一种重要推广，原子运动和场模结构对其动力学特性有重要影响．本文的工作就是基于这一理论模型进行的．

在现代腔量子电动力学实验中，采用让一原子束沿轴向通过矩形或者圆柱形腔而与不同场模耦合的方法，来考察模场与原子耦合而产生的各种量子效应．我们考虑一个运动的二能级原子与量子光场通过单光子跃迁而发生相互作用的量子系统．为简便起见，取自然量子单位 $\hbar=1$，在旋波近似下，系统的哈密顿量可表示为 [13]

$$H=\omega_0 S_z+\omega a^+a+gf(z)(S_+a+a^+S_-) \tag{1.1}$$

式中，$\hat{a}^+$ 和 $\hat{a}$ 分别是频率为 ω 的光场中的光子的产生和湮没算符，S_z 和 $S_\pm$ 分别对应为原子的反转和跃迁算符，其跃迁频率为 ω_0，g 为光场与原子相互作用的耦合常数，$f(z)$ 为场模形式函数．设原子沿 z 轴运动，因此，只需考虑场模形式函数对 z 的依赖关系．原子的运动可以具体化为：

$$f(z)\rightarrow f(vt)=\sin(\frac{p\pi vt}{L}) \tag{1.2}$$

式中 v 表示原子的运动速度，p 表示长度为 L 的腔中场模的半波数．为了简单起见，假设光场与原子处于共振态（即是 $\omega=\omega_0$），并假定原子在 $t=0$ 时刻进入腔时处于基态与激发态的相干迭加态

$$|\psi_a(0)\rangle=\cos(\gamma/2)|+\rangle+\exp(-i\varphi)\sin(\gamma/2)|-\rangle \tag{1.3}$$

考虑原子的空间运动. 因此, 人们将 J-C 模型作了扩展, 考虑了原子沿腔轴的运动和不同场模结构的情况 [13] . 研究表明: 原子运动导致了原子布居的非线性瞬时效应 [13]-[14] , 改变了薛定谔猫态的形成时间 [15] 、场相位动力学的演化特性 [16] 和光场的非经典性质 [17] , 减少了光场的长时间压缩 [18] , 提高了体系的量子态保真度 [19] . 由此可见, 原子运动所引起的量子效应在实际实验中是不可低估的.

§1.2 基本工作模型

具有原子运动的 J-C 模型是 J-C 模型的一种重要推广, 原子运动和场模结构对其动力学特性有重要影响. 本文的工作就是基于这一理论模型进行的.

在现代腔量子电动力学实验中, 采用让一原子束沿轴向通过矩形或者圆柱形腔而与不同场模耦合的方法, 来考察模场与原子耦合而产生的各种量子效应. 我们考虑一个运动的二能级原子与量子光场通过单光子跃迁而发生相互作用的量子系统. 为简便起见, 取自然量子单位 $\hbar=1$, 在旋波近似下, 系统的哈密顿量可表示为 [13]

$$H=\omega_0 S_z+\omega a^+ a+g f(z)(S_+ a+a^+ S_-) \tag{1.1}$$

式中, $\hat{a}^+$ 和 $\hat{a}$ 分别是频率为 ω 的光场中的光子的产生和湮没算符, S_z 和 $S_\pm$ 分别对应为原子的反转和跃迁算符, 其跃迁频率为 ω_0, g 为光场与原子相互作用的耦合常数, $f(z)$ 为场模形式函数. 设原子沿 z 轴运动, 因此, 只需考虑场模形式函数对 z 的依赖关系. 原子的运动可以具体化为:

$$f(z)\rightarrow f(vt)=\sin(\frac{p\pi vt}{L}) \tag{1.2}$$

式中 v 表示原子的运动速度, p 表示长度为 L 的腔中场模的半波数. 为了简单起见, 假设光场与原子处于共振态 (即是 $\omega=\omega_0$) , 并假定原子在 $t=0$ 时刻进入腔时处于基态与激发态的相干迭加态

$$|\psi_a(0)\rangle=\cos(\gamma/2)|+\rangle+\exp(-i\varphi)\sin(\gamma/2)|-\rangle \tag{1.3}$$

经过 p 个半波长之后离开腔. 在相互作用表象中, 利用 (1.1) 式的哈密顿量, 在二维原子基矢下时间演化算符可写为

$$U_I(t)=\begin{bmatrix} \cos[\sqrt{aa^+}g\Theta(t)] & -ia\frac{\sin[\sqrt{a^+a}g\Theta(t)]}{\sqrt{a^+a}} \\ -ia^+\frac{\sin[\sqrt{aa^+}g\Theta(t)]}{\sqrt{aa^+}} & \cos[\sqrt{a^+a}g\Theta(t)] \end{bmatrix} \tag{1.4}$$

式中,

$$\Theta(t)=\int_0^t f(vt')dt'=\frac{L}{p\pi v}[1-\cos(\frac{p\pi vt}{L})] \tag{1.5}$$

不失一般性, 选择原子的速度 $v=gL/\pi$, 则

$$\Theta(t)=(1/pg)[1-\cos(pgt)] \tag{1.6}$$

假定初始时刻, 腔场模处于数态的任意迭加态:

$$\mid\psi_f(0)\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}f_n\mid n\rangle \tag{1.7}$$

式中, f_n 为光场的光子数统计分布函数. 则系统的初态为

$$\mid\psi_{fa}(0)\rangle=\mid\psi_f(0)\rangle\otimes\mid\psi_a(0) \tag{1.8}$$

由此得在任意时刻 t 系统态矢

$$\begin{aligned}\mid\psi_{fa}(t)\rangle &= U_I(t)\mid\psi_{fa}(0)\rangle \\ &= \mid D\rangle\mid+\rangle+\mid E\rangle\mid-\rangle\end{aligned} \tag{1.9}$$

这里

$$\begin{aligned}\mid D\rangle &= \sum_{n=0}^{\infty}\Big\{\cos\frac{\gamma}{2}f_n\cos\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right) \\ &\quad -i\sin\frac{\gamma}{2}\exp(-i\varphi)f_{n+1}\sin\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right)\Big\}\mid n\rangle\end{aligned} \tag{1.10}$$

$$\begin{aligned}\mid E\rangle &= \sum_{n=0}^{\infty}\Big\{\sin\frac{\gamma}{2}\exp(-i\varphi)f_n\cos\left(\sqrt{n}g\Theta(t)\right) \\ &\quad -i\cos\frac{\gamma}{2}f_{n-1}\sin\left(\sqrt{n}g\Theta(t)\right)\Big\}\mid n\rangle\end{aligned} \tag{1.11}$$

利用上式可得在任意时刻 t 系统的密度距阵

$$\rho_{fa}(t)=\begin{bmatrix}\mid D\rangle\langle D\mid & \mid D\rangle\langle E\mid \\ \mid E\rangle\langle D\mid & \mid E\rangle\langle E\mid\end{bmatrix} \tag{1.12}$$

根据上式得光场的约化密度距阵为

$$\rho_f(t) = Tr_a(\rho(t)) = | D\rangle\langle D | + | E\rangle\langle E | \tag{1.13}$$

原子的约化密度距阵为

$$\rho_a(t) = Tr_f(\rho(t)) = \begin{bmatrix} \langle D | D\rangle & \langle E | D\rangle \\ \langle D | E\rangle & \langle E | E\rangle \end{bmatrix} \tag{1.14}$$

由初始条件，利用 (1.13) 式和 (1.14) 式确定的光场与原子的约化密度距阵，就可以对运动原子与光场相互作用系统的压缩效应进行研究。

§1.3 应用的基本理论

一、原子的压缩理论

目前，原子压缩的效应引起了人们广泛的注意和重视。它在高分辨光谱测量 [20]，高精度原子喷泉钟 [21]，高精度自旋偏正测量 [22]，压缩光的产生 [23] 等方面有广泛的应用前景。

1. 原子压缩的传统定义

过去，人们研究原子压缩效应的一般方法是从海森堡测不准关系出发，用标准偏差量度原子可观测量的量子涨落，得出产生压缩的判别式．例如由自旋为 $\frac{1}{2}$ 的系统描述的二能级原子，原子偶极矩的三个分量 S_x, S_y, S_z 服从对易关系：

$$[S_x, S_y] = iS_z \tag{1.15}$$

海森堡测不准关系为：

$$\triangle S_x \triangle S_y \geq \frac{1}{2}|\langle S_z\rangle| \tag{1.16}$$

这里， $\triangle S_\alpha = \left[\langle S_\alpha^2\rangle - \langle S_\alpha\rangle^2\right]^{\frac{1}{2}}$ $(\alpha = x$ 或 $y)$ 为标准偏差．如果原子偶极矩的 α 分量满足条件：

$$V(S_\alpha) = \triangle S_\alpha - \sqrt{\frac{|\langle S_z\rangle|}{2}} < 0 \qquad \alpha = x \quad or \quad y. \tag{1.17}$$

我们就说 α 分量的量子涨落被压缩．但是，这种基于海森堡测不准关系和

根据上式得光场的约化密度距阵为

$$\rho_f(t) = Tr_a(\rho(t)) = | D\rangle\langle D | + | E\rangle\langle E | \tag{1.13}$$

原子的约化密度距阵为

$$\rho_a(t) = Tr_f(\rho(t)) = \begin{bmatrix} \langle D | D\rangle & \langle E | D\rangle \\ \langle D | E\rangle & \langle E | E\rangle \end{bmatrix} \tag{1.14}$$

由初始条件，利用 (1.13) 式和 (1.14) 式确定的光场与原子的约化密度距阵，就可以对运动原子与光场相互作用系统的压缩效应进行研究.

§1.3 应用的基本理论

一、原子的压缩理论

目前，原子压缩的效应引起了人们广泛的注意和重视. 它在高分辨光谱测量 [20]，高精度原子喷泉钟 [21]，高精度自旋偏正测量 [22]，压缩光的产生 [23] 等方面有广泛的应用前景.

1. 原子压缩的传统定义

过去，人们研究原子压缩效应的一般方法是从海森堡测不准关系出发，用标准偏差量度原子可观测量的量子涨落，得出产生压缩的判别式. 例如由自旋为 $\frac{1}{2}$ 的系统描述的二能级原子，原子偶极矩的三个分量 S_x, S_y, S_z 服从对易关系:

$$[S_x, S_y] = iS_z \tag{1.15}$$

海森堡测不准关系为:

$$\triangle S_x \triangle S_y \geq \frac{1}{2}|\langle S_z\rangle| \tag{1.16}$$

这里， $\triangle S_\alpha = \left[\langle S_\alpha^2\rangle - \langle S_\alpha\rangle^2\right]^{\frac{1}{2}}$ $(\alpha = x$ 或 $y)$ 为标准偏差. 如果原子偶极矩的 α 分量满足条件:

$$V(S_\alpha) = \triangle S_\alpha - \sqrt{\frac{|\langle S_z\rangle|}{2}} < 0 \qquad \alpha = x \quad or \quad y. \tag{1.17}$$

我们就说 α 分量的量子涨落被压缩. 但是，这种基于海森堡测不准关系和

标准偏差定义的压缩存在如下问题和局限性：首先，$\langle S_z\rangle$ 依赖于原子态，对于某些原子态，$\langle S_z\rangle = 0$，海森堡测不准关系显示出平庸性，不能给出原子的压缩信息．例如：在原子态 $|\phi_+\rangle = \frac{|+\rangle + |-\rangle}{\sqrt{2}}$，$\langle S_Z\rangle = 0$, 从海森堡测不准关系得不到任何原子压缩的信息．事实上，原子态 $|\phi_+\rangle$ 是一个最佳的压缩态．其次，标准偏差仅仅包含原子密度距阵的二阶统计矩，不能精确度量原子变量的量子涨落．

2. 原子的信息熵测不准关系

在偶数 N 维希尔伯特空间，N+1 个具有非简并本征值的互补变量的熵测不准关系为 [25]：

$$\sum_{k=1}^{N+1} H(S_k) \geq \frac{1}{2}N\ln(\frac{1}{2}N) + (\frac{1}{2}N+1)\ln(\frac{1}{2}N+1). \tag{1.18}$$

式中 $H(S_k)$ 表示变量 S_k 的信息熵．在 (1.18) 式中，令 $N=2$, 则得二能级原子的熵测不准关系：

$$H(S_x) + H(S_y) + H(S_z) \geq 2\ln 2. \tag{1.19}$$

上式可重写为如下形式 [8]：

$$\delta H(S_x)\delta H(S_y) \geq \frac{4}{\delta H(S_z)} \tag{1.20}$$

这是具有最佳下限的双能级原子严格的信息熵测不准关系．式中，$\delta H(S_\alpha) = \exp[H(S_\alpha)](\alpha = x, y, z)$ 这里，

$$H(S_\alpha) = -\sum_{i=1}^{2} P_i(S_\alpha)\ln P_i(S_\alpha) \tag{1.21}$$

$$P_i(S_\alpha) = \langle\alpha_i|\rho|\alpha_i\rangle \tag{1.22}$$

其证明如下：

对于自旋为 $\frac{1}{2}$ 系统的量子态，其密度矩阵可表示为：

$$\rho = \frac{1}{2}(I_2 + P\cdot\sigma) \tag{1.23}$$

其中，I_2 为 2×2 单位矩阵，$\sigma = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\}$ 为泡里矩阵，$P = \langle\sigma\rangle$ 为偏振矢量，$p = |P| \leq 1$ 为偏振度．$p = 1$ 相应于偏振纯态．对于给定方向 α 的自旋

分量，有 $S_\alpha = S\cdot\alpha = \frac{1}{2}\sigma\cdot\alpha$．取自旋 $\pm\frac{1}{2}$ 的概率：

$$p_\pm = \frac{1}{2}(1\pm p_\alpha) \qquad \alpha = x,\ y,\ z \longrightarrow k = 1,\ 2,\ 3 \tag{1.24}$$

由上式可得三个自旋分量的信息熵之和为：

$$\sum_{k=1}^{3} H(S_k) = -\sum_{k=1}^{3}\Big\{\frac{1}{2}(1+p_k)\ln\Big[\frac{1}{2}(1+p_k)\Big] + \frac{1}{2}(1-p_k)\ln\Big[\frac{1}{2}(1-p_k)\Big]\Big\} \tag{1.25}$$

为求 $\sum_{k=1}^{3} H(S_k)$ 的极值，考虑具有确定 p 值的量子态，其约束条件为：

$$G \equiv \sum_{k=1}^{3} p_k^2 - p^2 = 0, \tag{1.26}$$

利用拉格朗日不定乘法，可得：

$$\frac{\partial}{\partial p_j}\Big(\sum_{k=1}^{3} H(S_k) - \eta G\Big) = 0 \tag{1.27}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\ln\Big(\frac{1-p_j}{1+p_j}\Big) - 2\eta p_j = 0 \quad j = 1,\ 2,\ 3$$

η 为拉格朗日常数．方程 (1.27) 有如下情形的解：

$$(1).\qquad p_1, p_2, p_3 \neq 0 \tag{1.28}$$

$$\eta = \frac{1}{4p_j}\ln\Big(\frac{1-p_j}{1+p_j}\Big) = -\frac{1}{4}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{p_j^{2n}}{2n+1} \qquad j = 1,\ 2,\ 3$$

p_j 要满足同一个常数，必有：

$$|p_1| = |p_2| = |p_3| = \frac{p}{\sqrt{3}} \tag{1.29}$$

相应的极值熵为

$$H_a(p) = -3\Big\{\frac{1}{2}(1+\frac{p}{\sqrt{3}})\ln\Big[\frac{1}{2}(1+\frac{p}{\sqrt{3}})\Big] + \frac{1}{2}(1-\frac{p}{\sqrt{3}})\ln\Big[\frac{1}{2}(1-\frac{p}{\sqrt{3}})\Big]\Big\} \tag{1.30}$$

(2). 如果 P 的一个分量，比如 p_1 为 0 ，则 $|p_2| = |p_3| = \frac{p}{\sqrt{2}}$ 对应的极值熵为：

$$H_b(p) = \ln 2 - 2\Big\{\frac{1}{2}(1+\frac{p}{\sqrt{2}})\ln\Big[\frac{1}{2}(1+\frac{p}{\sqrt{2}})\Big] + \frac{1}{2}(1-\frac{p}{\sqrt{2}})\ln\Big[\frac{1}{2}(1+\frac{p}{\sqrt{2}})\Big]\Big\} \tag{1.31}$$

(3). 如果只有 P 的一个分量不为 0，则该分量的绝对值必为 p, 相应的极值熵为：

$$H_c(p) = 2\ln 2 - \left\{\frac{1}{2}(1+p)\ln\left[\frac{1}{2}(1+p)\right] + \frac{1}{2}(1-p)\ln\left[\frac{1}{2}(1-p)\right]\right\} \tag{1.32}$$

比较上述三方程，对于任意的 p，有不等式

$$H_a(p) \geq H_b(p) \geq H_c(p) \tag{1.33}$$

$p=0$ 对应于等号成立，信息熵之和 $\sum_{k=0}^{3} H(S_k)$ 达到最大可能值 $3\ln 2$ 。

结论：对于给定偏振度 p 的量子态，最大熵为 $H_a(p)$, 最小熵为 $H_c(p)$ 。

意义：第一（第二）不等式给出了变量组 (S_x, S_y, S_z) 的确定（不确定）关系．当 $p=1$ 时， $H_a(p)$ 和 $H_c(p)$ 取最小值． $p=1$ 对应于纯态．

$$\sum_{k=1}^{3} H(S_k) \geq 2\ln 2 \approx 1.3862944 \tag{1.34}$$

$$\sum_{k=1}^{3} H(S_k) \leq \frac{1}{2}\left[3\ln 6 - \sqrt{3}\ln(2+\sqrt{3})\right] \approx 1.5471202 \tag{1.35}$$

下面把原子的海森堡测不准关系与信息熵测不准关系作比较，首先，两者的物理意义相同：原子不能处于偶极矩偏振分量 S_x 和 S_y 同时具有任意最小量子涨落的量子态．其次，两者的差别为：

(1) 标准偏差仅涉及原子密度矩阵的二阶统计矩，而信息熵则包含了其高阶统计矩；

(2) 信息熵测不准关系直接与原子变量的信息量相联系，而海森堡测不准关系则没有这种直接联系；

(3) 对原子反转为 0 的情况，信息熵测不准关系是非平庸的，而海森堡测不准关系是平庸的.

3. 原子信息熵压缩的定义

根据二能级原子的信息熵测不准关系，可以给出其信息熵的压缩的定义：

如果原子偶极矩变量 $S_\alpha(\alpha = x$ 或 $y)$ 的信息熵如果满足以下等式称原子

被压缩：

$$E(S_\alpha) = \delta H(S_\alpha) - \frac{2}{\sqrt{|\delta H(S_z)|}} < 0 \qquad (\alpha = x \ \ or \ \ y) \tag{1.36}$$

原子偶极矩信息熵压缩因子的范围为：

$$1 - \sqrt{2} \le E(S_\alpha) \le 2 - \sqrt{2} \qquad \alpha = x \ \ or \ \ y \tag{1.37}$$

上式中左边等号在系统态矢处在 S_α 的本征矢时候取，右边等号当态矢处在与 S_α 相对应的偶极矩分量算符的本征矢时取。

二、光场的压缩理论

1. 光场压缩的传统定义

光场量子涨落的压缩特性是典型的非经典特性。关于光场压缩，传统的定义如下：

定义光场的两个正交厄米算符：

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}(a + a^+) \tag{1.38}$$

$$p = \frac{1}{\sqrt{2}i}(a - a^+) \tag{1.39}$$

他们满足对易关系式：

$$[x, p] = \frac{i}{2} \tag{1.40}$$

于是，按照海森堡测不准关系， x, p 的量子标准偏差涨落之积满足：

$$\Delta x \Delta p \ge \frac{1}{2} \tag{1.41}$$

式中 $\Delta A = \sqrt{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2}, A = x, p$. 当光场的某一正交分量的量子偏差涨落满足条件：

$$\Delta A < \frac{1}{\sqrt{2}}. \qquad A = x, p \tag{1.42}$$

就说场的 A 分量被压缩。这里 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 为光场的真空涨落极限。

2. 光场的信息熵压缩定义

由密度距阵 $\rho(t)$ 描写的量子态（纯态或混合态），其位置熵和动量熵可

以分别定义为 [26, 28]

$$H_x(t) = -\int_{-\infty}^{\infty} \langle x|\rho(t)|x\rangle \ln\langle x|\rho(t)|x\rangle dx \tag{1.43}$$

$$H_p(t) = -\int_{-\infty}^{\infty} \langle p|\rho(t)|p\rangle \ln\langle p|\rho(t)|p\rangle dp \tag{1.44}$$

相应的信息熵测不准关系为

$$\delta x(t)\delta p(t) \geq \pi e \quad (\hbar = 1) \tag{1.45}$$

式中

$$\delta x(t) \equiv \exp[H_x(t)] \tag{1.46}$$

$$\delta p(t) \equiv \exp[H_p(t)] \tag{1.47}$$

信息熵测不准关系 (1.45) 式是描叙位置和动量量子涨落的普遍关系式，其物理意义为：对于场的位置和动量，不可能同时具有完全确定的信息．(1.45) 式在条件 [27, 28]

$$\Delta A \geq (2\pi e)^{-\frac{1}{2}}\delta A \quad (A = x, p) \tag{1.48}$$

下过渡到海森堡测不准关系

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{1}{2} \tag{1.49}$$

(1.45) 式和 (1.48) 式中的等号对于具有高斯分布的场量子态成立．所以海森堡测不准关系只是信息熵测不准关系的一个特例．由 (1.48) 式可知，ΔA 提供了 δA 的上限．这意味着标准偏差过高地估计了可观测量实际的量子涨落．

类比方差压缩的概念，可引出光场信息熵压缩的概念：当光场任一量子态的 A 分量 $(A = x, p)$ 的信息熵小于熵的真空极限时，即

$$\delta A < \sqrt{\pi e} \quad (A = x, p) \tag{1.50}$$

就说该光场量子态的 A 分量出现了信息熵压缩．从信息熵测不准关系 (1.45) 式可知：当光场量子态的一个分量出现信息熵压缩时，另一个分量必定无信息熵压缩出现．

3．光场信息熵的一般计算公式

为计算位置熵 $H_x(t)$ 和动量熵 $H_p(t)$，需先算出密度距阵 $\rho(t)$ 在坐标表象中的距阵元 $\langle x|\rho(t)|x\rangle$ 和动量表象中的距阵元 $\langle p|\rho(t)|p\rangle$．如果已知量子态的密度距阵 $\rho(t)$ 在粒子数表象中的形式

$$\rho(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}f(n,t)f^{*}(m,t)|n\rangle\langle m| \tag{1.51}$$

则密度距阵在坐标表象和动量表象中的距阵元为

$$\langle x|\rho(t)|x\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}f(n,t)f^{*}(m,t)\langle x|n\rangle\langle m|x\rangle \tag{1.52}$$

$$\langle p|\rho(t)|p\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}f(n,t)f^{*}(m,t)\langle p|n\rangle\langle m|p\rangle \tag{1.53}$$

式中

$$\langle x|n\rangle=\frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}2^{n}n!}}\exp(-x^{2}/2)H_{n}(x) \tag{1.54}$$

$$\langle p|n\rangle=\frac{1}{i^{n}}\frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}2^{n}n!}}\exp(-p^{2}/2)H_{n}(p) \tag{1.55}$$

这里 $H_n(x),H_n(p)$ 为 n 阶厄米多项式．

第二章　与压缩真空态场相互作用的运动原子的持续压缩效应

§2.1　引言

压缩原子的理论发现和其实验实现是近代量子光学与原子光学中最重大的进展之一，压缩原子在高精度原子喷泉钟 [21]、高精密自旋偏振测量 [22] 玻色爱因斯坦凝聚 [43]、压缩光的产生 [23] 等方面具有重要的应用．Stolert 和 Wodkiewicz 等人 [1] 最先建立了原子的压缩概念； Walls 和 Zoller[2] 证明了在相干驱动的双能级系统中，压缩的原子能辐射压缩的荧光； Agarwal 和 Puri[3] 等人考察了具有宽带压缩真空阻尼的二能级原子系综的原子压缩态； Wineland[4] 等人研究了原子光谱中的自旋压缩与投影噪声；各种光场一原子相互作用系统中光场与原子的压缩特性被广泛报道 [5]；最近，人们的注意力集中到由压缩原子产生的压缩少光子态 (Few-photonstates)[7] 等在光通讯、半导体微结构、生物光谱诊断等具有重要应用前景的课题上．

单模压缩真空态是在实验中已经制备出来的非经典光场，但在研究与模场相互作用的原子的压缩效应时很少涉及到单模压缩真空态．本章将研究与单模压缩真空态场相互作用的运动原子的压缩效应，揭示压缩参数和场模结构对原子压缩效应的影响．结果将显示：选择适当的系统参数，运动原子可以展现时间上持续的压缩效应．(本章的主要工作发表在湖南师范大学自然科学学报， 2003, 2)

§2.2　模型与原子压缩公式

我们考虑单模场与一个运动的二能级原子相互作用．在旋波近似下，系统的哈密顿量由 (1.1) 式表示．并假定原子在 $t=0$ 时刻进入腔时处于基态与激发态的相干迭加态：

$$|\Psi_{a0}\rangle = \cos(\frac{\gamma}{2})\mid +\rangle + \exp(-i\varphi)\sin(\frac{\gamma}{2})\mid -\rangle, \tag{2.1}$$

第二章　与压缩真空态场相互作用的运动原子的持续压缩效应

§2.1　引言

压缩原子的理论发现和其实验实现是近代量子光学与原子光学中最重大的进展之一，压缩原子在高精度原子喷泉钟 [21]、高精密自旋偏振测量 [22] 玻色爱因斯坦凝聚 [43]、压缩光的产生 [23] 等方面具有重要的应用．Stolert 和 Wodkiewicz 等人 [1] 最先建立了原子的压缩概念； Walls 和 Zoller[2] 证明了在相干驱动的双能级系统中，压缩的原子能辐射压缩的荧光； Agarwal 和 Puri[3] 等人考察了具有宽带压缩真空阻尼的二能级原子系综的原子压缩态； Wineland[4] 等人研究了原子光谱中的自旋压缩与投影噪声；各种光场一原子相互作用系统中光场与原子的压缩特性被广泛报道 [5]；最近，人们的注意力集中到由压缩原子产生的压缩少光子态 (Few-photonstates)[7] 等在光通讯、半导体微结构、生物光谱诊断等具有重要应用前景的课题上．

单模压缩真空态是在实验中已经制备出来的非经典光场，但在研究与模场相互作用的原子的压缩效应时很少涉及到单模压缩真空态．本章将研究与单模压缩真空态场相互作用的运动原子的压缩效应，揭示压缩参数和场模结构对原子压缩效应的影响．结果将显示：选择适当的系统参数，运动原子可以展现时间上持续的压缩效应．(本章的主要工作发表在湖南师范大学自然科学学报， 2003, 2)

§2.2　模型与原子压缩公式

我们考虑单模场与一个运动的二能级原子相互作用．在旋波近似下，系统的哈密顿量由 (1.1) 式表示．并假定原子在 $t=0$ 时刻进入腔时处于基态与激发态的相干迭加态：

$$|\Psi_{a0}\rangle = \cos(\frac{\gamma}{2})\mid +\rangle + \exp(-i\varphi)\sin(\frac{\gamma}{2})\mid -\rangle, \tag{2.1}$$

经过 p 个半波长之后离开腔；模场处于单模压缩真空态：

$$
\begin{aligned}
|0,\xi\rangle &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n|n\rangle \\
&= \sum_{n=0}^{\infty}(n!\cosh r)^{-1/2}[\exp(i2\beta)\sinh r/(2\cosh r)]^{n/2}H_n(0)|n\rangle
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

式中 $H_n(0)$ 为厄米多项式， r 和 β 分别为压缩参数和压缩角.

利用 (1.1) 式的哈密顿量，通过求解 Schrodinger 方程，可得原子的约化密度矩阵元：

$$
\begin{aligned}
\rho_{22} &= \sum_{n=0}^{\infty}\Big\{|C_n|^2\Big[\cos^2(\frac{\gamma}{2})\cos^2\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right)+\sin^2(\frac{\gamma}{2})\sin^2\left(\sqrt{n}g\Theta(t)\right)\Big]+ \\
&\quad i\cos\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\gamma}{2}\exp(i\varphi)C_nC_{n+1}^*\sin\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right)\cos\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right) \\
&\quad -i\sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\gamma}{2}\exp(-i\varphi)C_{n+1}C_n^*\sin\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right)\cos\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right)\Big\} \\
\rho_{21} &= \frac{1}{2}\sin(\gamma)\sum_{n=0}^{\infty}\Big\{\exp(i\varphi)|C_n|^2\cos\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right)\cos\left(\sqrt{n}g\Theta(t)\right)+ \\
&\quad \exp(-i\varphi)C_{n+1}C_{n-1}^*\sin\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right)\sin\left(\sqrt{n}g\Theta(t)\right)\Big\}+ \\
&\quad i\sum_{n=0}^{\infty}\Big\{\cos^2(\gamma/2)C_nC_{n-1}^*\cos\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right)\sin\left(\sqrt{n}g\Theta(t)\right)- \\
&\quad \sin^2(\frac{\gamma}{2})C_n^*C_{n+1}\sin\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right)\cos\left(\sqrt{n}g\Theta(t)\right)\Big\} \\
\rho_{11} &= 1-\rho_{22}, \qquad \rho_{12}=\rho_{21}^*
\end{aligned}
\tag{2.3}
$$

这里 $\Theta(t)=\dfrac{1}{pg}[1-\cos(pgt)]$.

双能级原子一般可由自旋为 $\frac{1}{2}$ 的系统描述.原子偶极矩的三个分量 S_x,S_y,S_z 服从对易关系：

$$[S_x,S_y]=iS_z \tag{2.4}$$

海森堡测不准关系为

$$(\triangle S_x)^2(\triangle S_y)^2\geq\frac{1}{4}|\langle S_z\rangle|^2 \tag{2.5}$$

式中

$$(\triangle S_i)^2=\langle S_i^2\rangle-\langle S_i\rangle^2 \tag{2.6}$$

为方差， $i=x$ 或 y ．如果原子偶极矩的 i 分量满足条件：

$$F_i=(\triangle S_i)^2-\frac{1}{2}|\langle S_z\rangle|<0 \tag{2.7}$$

就说 i 分量的量子涨落被压缩．下面以 S_y 分量为例进行讨论．对于原子算符 A ，其平均值（或期望值）为：

$$\langle A\rangle=Tr(\rho_a A) \tag{2.8}$$

利用 (2.3) 式和 (2.8) 式可求得：

$$\begin{aligned}
\langle S_y^2\rangle &= \frac{1}{4}[\rho_{22}(t)+\rho_{11}(t)]=\frac{1}{4}\\
\langle S_y\rangle &= \frac{i}{2}[\rho_{21}(t)-\rho_{12}(t)]\\
\langle S_z\rangle &= \frac{1}{2}[\rho_{22}(t)-\rho_{11}(t)]
\end{aligned} \tag{2.9}$$

所以

$$\begin{aligned}
F_y &= \langle S_y^2\rangle-\langle S_y\rangle^2-\frac{1}{2}|\langle S_z\rangle|\\
&= \frac{1}{4}+\frac{1}{4}[\rho_{21}(t)-\rho_{12}(t)]^2-\frac{1}{4}|\rho_{22}(t)-\rho_{11}(t)|\\
&= \frac{1}{4}+\frac{1}{4}[\rho_{21}(t)-\rho_{12}(t)]^2-\frac{1}{2}|\rho_{22}(t)-\frac{1}{2}|
\end{aligned} \tag{2.10}$$

§2.3 数值结果和讨论

由 (2.3) 式和 (2.10) 式，选择不同的原子初态参数 γ,φ 和不同的压缩参数 r 、压缩角 β 、场模结构参数 p ，通过作数值计算，显示 F_y 的演化规律，结果如图 2.1 ~ 2.3 所示．

一、压缩参数的影响

图 2.1 显示了原子初始处于 $\gamma=\pi/2,\varphi=3\pi/2$ 的相干态，压缩角 $\beta=\pi/8.6$ 和场模结构参数 $p=1$ 而压缩参数 r 分别取 0.3, 0.8, 1, 1.2 时运动原子的压缩行为．从图 2.1（a）~ (d), 我们可以看出，运动原子的压缩效应是周期性的．而且，随着 r 的增加，压缩时间缩短，压缩效应减弱．当 $r=1.2$ 时，运动原子不存在压缩效应 (如图 2.1(d) 所示)．

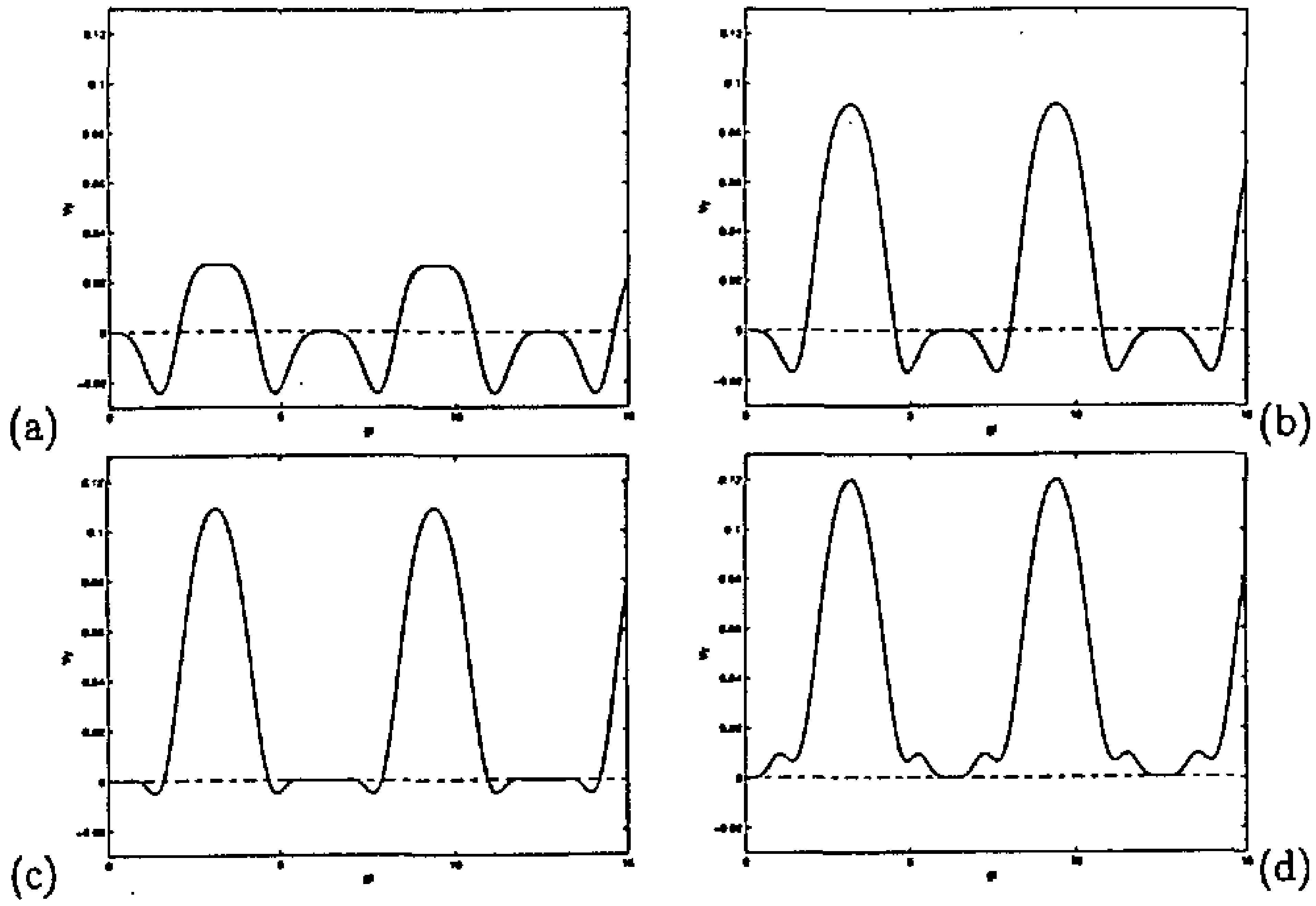


图 2.1: F_y 的演化规律. 原子初始处于 $\gamma=\pi/2,\varphi=3\pi/2$ 的相干态, 压缩角 $\beta=\pi/8.6$ 和场模结构参数 $p=1$. (a)$r=0.3$;(b)$r=0.8$;(c)$r=1$;(d)$r=1.2$.

二、场模结构参数的影响

图 2.2 显示了原子初始处于 $\gamma=\pi/2,\varphi=3\pi/2$ 的相干态, 压缩参数 $r=0.3$ ，压缩角 $\beta=\pi/8.6$ ，而场模结构参量 p 取 2 时 F_y 的时间演化. 与图 2.1（ a ）相比较, 可知, 当 p 变化, 取一定值时, S_y 分量可呈现长时间的持续压缩（如图 2.2 所示）.

图 2.3 给出了 $\gamma=\pi/3,\varphi=\pi/3$ ，压缩参数 $r=0.5$ ，压缩角 $\beta=\pi/3$ ，

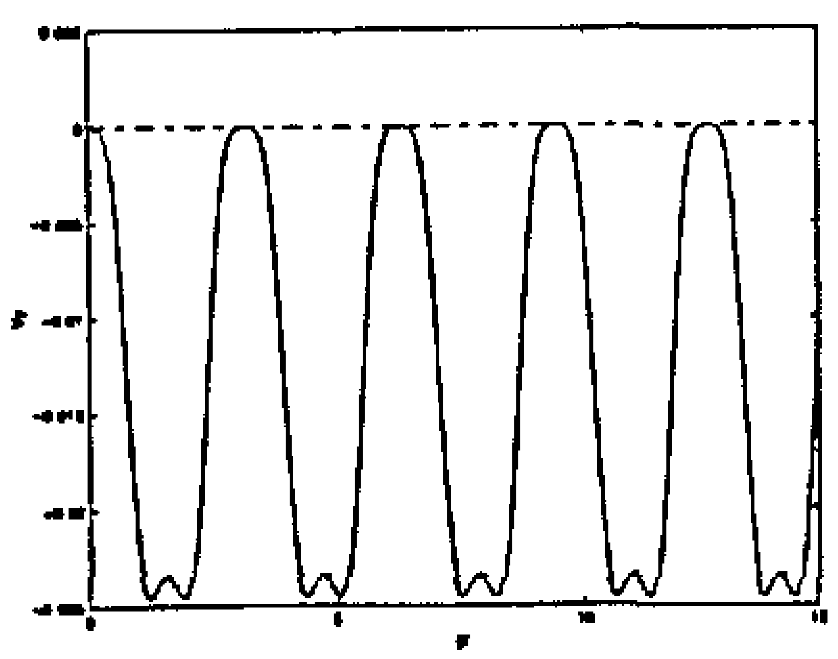


图 2.2: F_y 的演化规律. 原子初始处于 $\gamma=\pi/2,\varphi=3\pi/2$ 的相干态, 压缩参数 $r=0.3$, 压缩角 $\beta=\pi/8.6$, 场模结构参数 $p=2$.

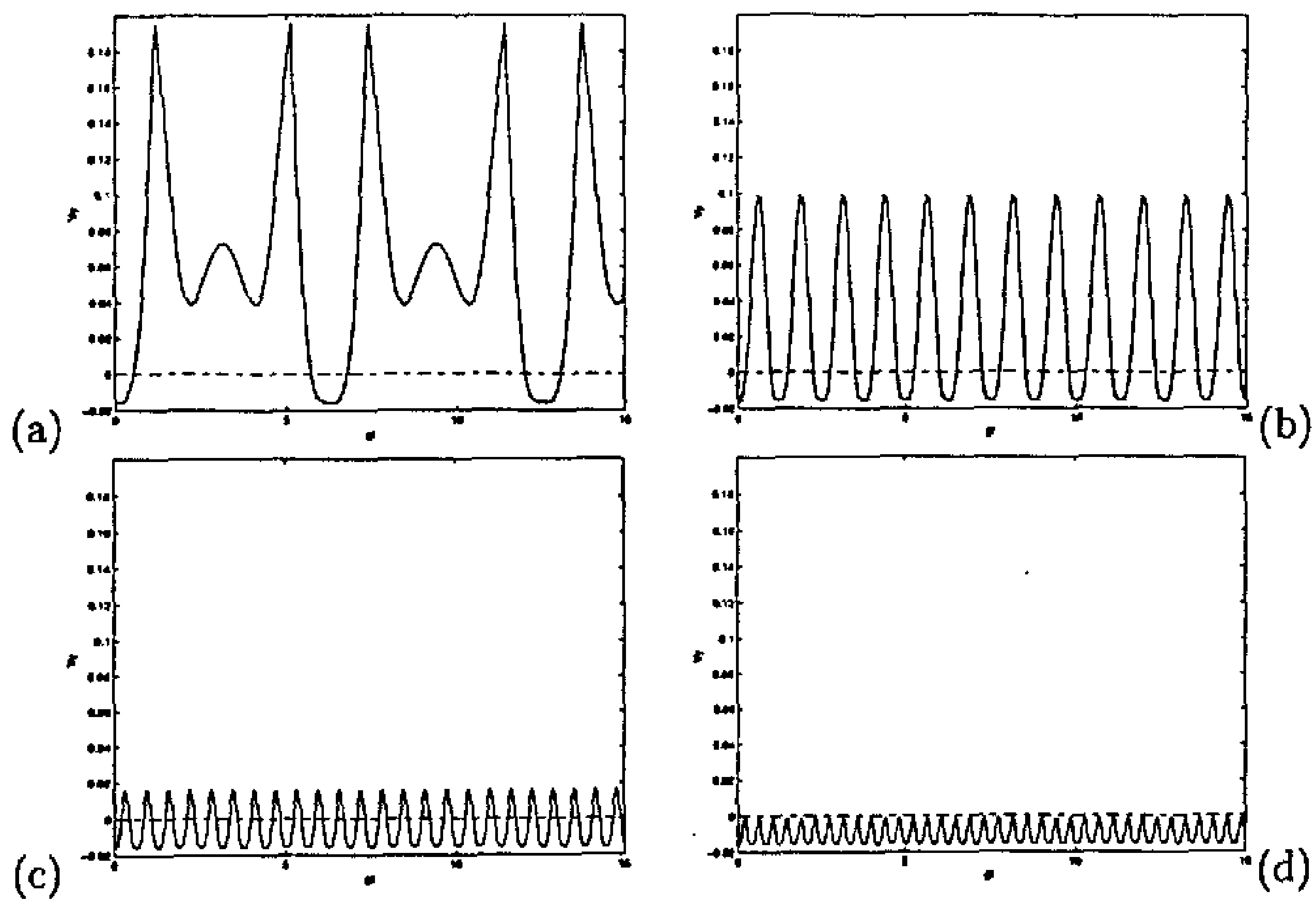


图 2.3: F_y 的演化规律. 原子初始处于 $\gamma=\pi/3,\varphi=\pi/3$ 的相干态，压缩参数 $r=0.5$ ，压缩角 $\beta=\pi/3$. (a)$p=1$;(b)$p=5$;(c)$p=10$;(d)$p=15$.

而场模结构参数 p 分别取 1, 5, 10, 15 时 F_y 的演化规律．可见，随着场模结构参数 p 的增大， F_y 的演化周期缩短，压缩时间延长．当 $p=15$ 时，如图 2.3(d) 所示， S_y 分量呈现长时间的持续压缩．

§2.4 小结

我们研究了与单模压缩真空态场相互作用的运动原子的压缩效应，得出如下结论：

（1）运动原子的压缩效应依赖于原子的初态、场模结构参数和压缩参数

（2）随着压缩参数 r 的增加，压缩时间缩短，压缩效应减弱．

（3）随着场模结构参数 p 的增大，演化周期缩短，压缩时间延长．

（4）通过选择合适的运动原子和模场的初态参数，可以获得保持持续压缩的原子．

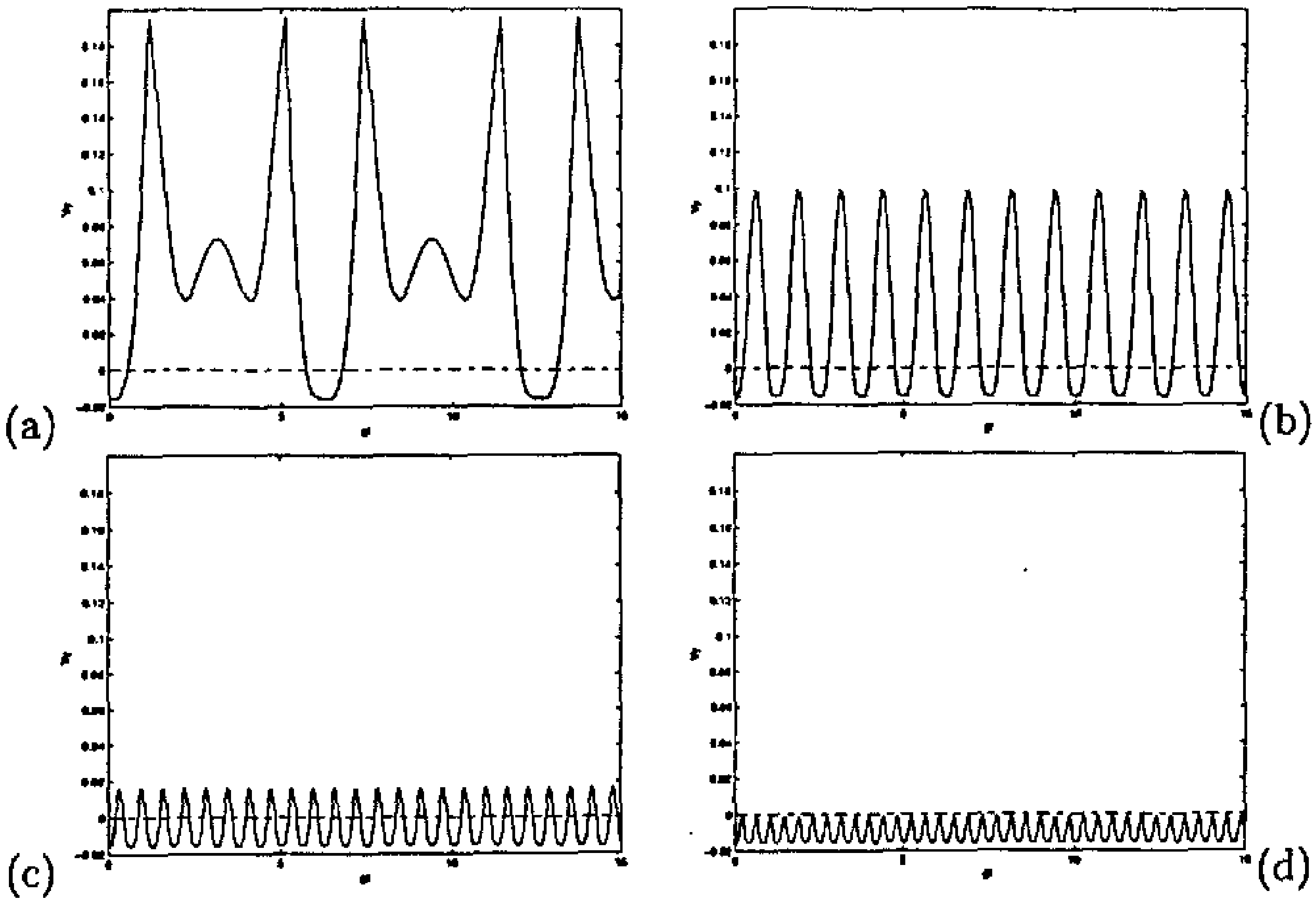


图 2.3: F_y 的演化规律. 原子初始处于 $\gamma=\pi/3, \varphi=\pi/3$ 的相干态, 压缩参数 $r=0.5$ ，压缩角 $\beta=\pi/3$. (a)$p=1$;(b)$p=5$;(c)$p=10$;(d)$p=15$.

而场模结构参数 p 分别取 1, 5, 10, 15 时 F_y 的演化规律. 可见，随着场模结构参数 p 的增大， F_y 的演化周期缩短，压缩时间延长. 当 $p=15$ 时，如图 2.3(d) 所示， S_y 分量呈现长时间的持续压缩.

§2.4 小结

我们研究了与单模压缩真空态场相互作用的运动原子的压缩效应，得出如下结论：

（ 1 ）运动原子的压缩效应依赖于原子的初态、场模结构参数和压缩参数

（ 2 ）随着压缩参数 r 的增加，压缩时间缩短，压缩效应减弱.

（ 3 ）随着场模结构参数 p 的增大，演化周期缩短，压缩时间延长.

（ 4 ）通过选择合适的运动原子和模场的初态参数，可以获得保持持续压缩的原子.

第三章　与运动原子相互作用的场的压缩效应

采用量子光学中时间演化算符方法，研究了与运动原子相互作用的场的压缩效应，揭示了光场的初始平均光子数和场模结构参数对光场压缩特性的影响，结果表明：适当选择系统参数，可获得在时间上持续压缩的压缩光．（本章的主要工作发表在量子光学学报， 2003, 2)

§3.1　引言

光的压缩效应反映了光的非经典性质，在低噪声光通讯、弱信号探测、高精密测量 [44] 等方面具有潜在的应用前景．在 J-C 模型中，原子运动和场模结构参数对其动力学特性有重要影响．具有原子运动的 J-C 模型中场的相位动力学 [16]、场的非经典性质 [17]、场熵 [15]、与相干态场相互作用的运动原子的压缩效应 [45] 和量子态保真度 [19] 都被研究过．本章研究与运动原子相互作用的场的压缩效应，揭示了光场的初始平均光子数和场模结构参数对光场压缩特性的影响，

§3.2　模型与光场压缩公式

考虑在旋波近似情况下，一个单模光场与运动原子相互作用，其哈密顿量由 (1.1) 式表示．并假定原子在 $t=0$ 时刻处于基态，经过 p 个半波长之后离开腔，模场处于相干态 $|\alpha\rangle$

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} f_n|n\rangle, \qquad f_n = \exp(-\frac{\overline{n}}{2})\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}, \tag{3.1}$$

其中 $\alpha=\sqrt{\bar{n}}\exp(i\beta)$, $\bar{n}$ 为光场的初始平均光子数， β 是相干光场的位相．为简单起见，这里取 $\beta=0$ ．利用 (1.13) 式可得到光场的约化密度距阵

$$\begin{aligned}\rho_f(t) &= Tr_a(\rho(t)) = \exp(-\bar{n})\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\bar{n}^{(n+m)/2}}{\sqrt{n!m!}} \\ &\quad [\sin\sqrt{n}g\Theta(t)\sin\sqrt{m}g\Theta(t)|n-1\rangle\langle m-1|\end{aligned}$$

第三章 与运动原子相互作用的场的压缩效应

采用量子光学中时间演化算符方法，研究了与运动原子相互作用的场的压缩效应，揭示了光场的初始平均光子数和场模结构参数对光场压缩特性的影响，结果表明：适当选择系统参数，可获得在时间上持续压缩的压缩光．(本章的主要工作发表在量子光学学报， 2003, 2)

§3.1 引言

光的压缩效应反映了光的非经典性质，在低噪声光通讯、弱信号探测、高精密测量 [44] 等方面具有潜在的应用前景．在 J-C 模型中，原子运动和场模结构参数对其动力学特性有重要影响．具有原子运动的 J-C 模型中场的相位动力学 [16]、场的非经典性质 [17]、场熵 [15]、与相干态场相互作用的运动原子的压缩效应 [45] 和量子态保真度 [19] 都被研究过．本章研究与运动原子相互作用的场的压缩效应，揭示了光场的初始平均光子数和场模结构参数对光场压缩特性的影响，

§3.2 模型与光场压缩公式

考虑在旋波近似情况下，一个单模光场与运动原子相互作用，其哈密顿量由 (1.1) 式表示．并假定原子在 $t=0$ 时刻处于基态，经过 p 个半波长之后离开腔，模场处于相干态 $|\alpha\rangle$

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} f_n|n\rangle, \qquad f_n = \exp(-\frac{\overline{n}}{2})\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}, \tag{3.1}$$

其中 $\alpha = \sqrt{\overline{n}}\exp(i\beta)$, $\overline{n}$ 为光场的初始平均光子数， β 是相干光场的位相．为简单起见，这里取 $\beta = 0$ ．利用 (1.13) 式可得到光场的约化密度距阵

$$\begin{aligned}\rho_f(t) &= Tr_a(\rho(t)) = \exp(-\bar{n})\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\overline{n}^{(n+m)/2}}{\sqrt{n!m!}} \\ &\quad [\sin\sqrt{n}g\Theta(t)\sin\sqrt{m}g\Theta(t)|n-1\rangle\langle m-1|\end{aligned}$$

$$+\cos\sqrt{n}g\Theta(t)\cos\sqrt{m}g\Theta(t)|n\rangle\langle m|] \tag{3.2}$$

这里 $\Theta(t)=\frac{1}{pg}[1-\cos(pgt)]$.

为探讨光场的压缩特性，定义光场的两个正交厄米压缩算符:

$$Q_1=\frac{1}{\sqrt{2}}(a+a^+) \qquad Q_2=\frac{1}{\sqrt{2}i}(a-a^+) \tag{3.3}$$

利用上式，我们可以计算算符 $Q_i(i=1,2)$ 的量子均方涨落为

$$\begin{aligned}
(\Delta Q_1)^2 &= \langle Q_1^2\rangle-\langle Q_1\rangle^2\\
&= \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\{\langle n|\rho_f(t)|n\rangle(1+2n)\\
&+ \langle n|\rho_f(t)|n-2\rangle\sqrt{n(n-1)}+\langle n|\rho_f(t)|n+2\rangle\\
&\times \sqrt{(n+1)(n+2)}\}-\frac{1}{2}\{\sum_{n=0}^{\infty}\langle n|\rho_f(t)|n-1\rangle\sqrt{n}\\
&+ \langle n|\rho_f(t)|n+1\rangle\sqrt{n+1}\}^2
\end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned}
(\Delta Q_2)^2 &= \langle Q_2^2\rangle-\langle Q_2\rangle^2\\
&= \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\{\langle n|\rho_f(t)|n\rangle(1+2n)\\
&- \langle n|\rho_f(t)|n-2\rangle\sqrt{n(n-1)}-\langle n|\rho_f(t)|n+2\rangle\\
&\times \sqrt{(n+1)(n+2)}\}-\frac{1}{2}\{\sum_{n=0}^{\infty}\langle n|\rho_f(t)|n-1\rangle\sqrt{n}\\
&- \langle n|\rho_f(t)|n+1\rangle\sqrt{n+1}\}^2
\end{aligned} \tag{3.5}$$

当光场的某一正交分量的量子偏差涨落满足条件 $\Delta Q_i<\frac{1}{\sqrt{2}}\approx 0.7071$ ，就说场的 Q_i 分量被压缩。下面我们选取 ΔQ_1 作数值计算，展示光场的初始平均光子数和场模结构参数对光场压缩特性的影响。

§3.3 数值分析

由 (3.2) 式和 (3.4) 式，选择不同的光场的初始平均光子数 $\bar{n}$ 和场模结构参数 p ，通过数值计算，显示光场 Q_1 分量压缩特性的演化规律，结果如图 3.1 ~ 3.2 所示。

图 3.1(a) ~ (d) 显示了场模结构参数相同 $(p=2)$ 而光场的初始平均光子

$$+\cos\sqrt{n}g\Theta(t)\cos\sqrt{m}g\Theta(t)|n\rangle\langle m|] \tag{3.2}$$

这里 $\Theta(t)=\frac{1}{pg}[1-\cos(pgt)]$.

为探讨光场的压缩特性，定义光场的两个正交厄米压缩算符：

$$Q_1=\frac{1}{\sqrt{2}}(a+a^+) \qquad Q_2=\frac{1}{\sqrt{2}i}(a-a^+) \tag{3.3}$$

利用上式，我们可以计算算符 $Q_i(i=1,2)$ 的量子均方涨落为

$$\begin{aligned}(\Delta Q_1)^2 &= \langle Q_1^2\rangle-\langle Q_1\rangle^2\\ &= \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\{\langle n|\rho_f(t)|n\rangle(1+2n)\\ &+ \langle n|\rho_f(t)|n-2\rangle\sqrt{n(n-1)}+\langle n|\rho_f(t)|n+2\rangle\\ &\times \sqrt{(n+1)(n+2)}\}-\frac{1}{2}\{\sum_{n=0}^{\infty}\langle n|\rho_f(t)|n-1\rangle\sqrt{n}\\ &+ \langle n|\rho_f(t)|n+1\rangle\sqrt{n+1}\}^2\end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned}(\Delta Q_2)^2 &= \langle Q_2^2\rangle-\langle Q_2\rangle^2\\ &= \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\{\langle n|\rho_f(t)|n\rangle(1+2n)\\ &- \langle n|\rho_f(t)|n-2\rangle\sqrt{n(n-1)}-\langle n|\rho_f(t)|n+2\rangle\\ &\times \sqrt{(n+1)(n+2)}\}-\frac{1}{2}\{\sum_{n=0}^{\infty}\langle n|\rho_f(t)|n-1\rangle\sqrt{n}\\ &- \langle n|\rho_f(t)|n+1\rangle\sqrt{n+1}\}^2\end{aligned} \tag{3.5}$$

当光场的某一正交分量的量子偏差涨落满足条件 $\Delta Q_i<\frac{1}{\sqrt{2}}\approx 0.7071$ ，就说场的 Q_i 分量被压缩。下面我们选取 ΔQ_1 作数值计算，展示光场的初始平均光子数和场模结构参数对光场压缩特性的影响。

§3.3 数值分析

由 (3.2) 式和 (3.4) 式，选择不同的光场的初始平均光子数 $\bar{n}$ 和场模结构参数 p ，通过数值计算，显示光场 Q_1 分量压缩特性的演化规律，结果如图 3.1 ~ 3.2 所示。

图 3.1(a) ~ (d) 显示了场模结构参数相同 ($p=2$) 而光场的初始平均光子

数 $\bar{n}$ 分别取 1,2,3,6 时光场的压缩行为. 从图 1(a) 我们知道当 $\bar{n}=1$ 时光场是持续压缩的, 但随着 $\bar{n}$ 的增大, 压缩的时间缩短, 压缩效应减弱.

图 3.2 给出了初始平均光子数 $\bar{n}=5$ 而场模结构参数 p 分别取 1,3,4,,5 时 ΔQ_1 的演化规律. 可见, 随着场模结构参数 p 的增大, ΔQ_1 的演化周期缩短, 压缩时间延长. 当 $p=5$ 时, 如图 3.2 (d) 所示, 光场呈现长时间的持续压缩.

§3.4 小结

本章研究了与运动原子相互作用的场的压缩效应, 讨论了初始平均光子数和场模结构参数对光场涨落的压缩性质的影响, 得出以下结论:

(1) 与运动原子相互作用的场的压缩效应明显地依赖于初始平均光子数和场模结构参数.

(2) 通过选择合适的系统参数, 可得到时间上持续的压缩光.

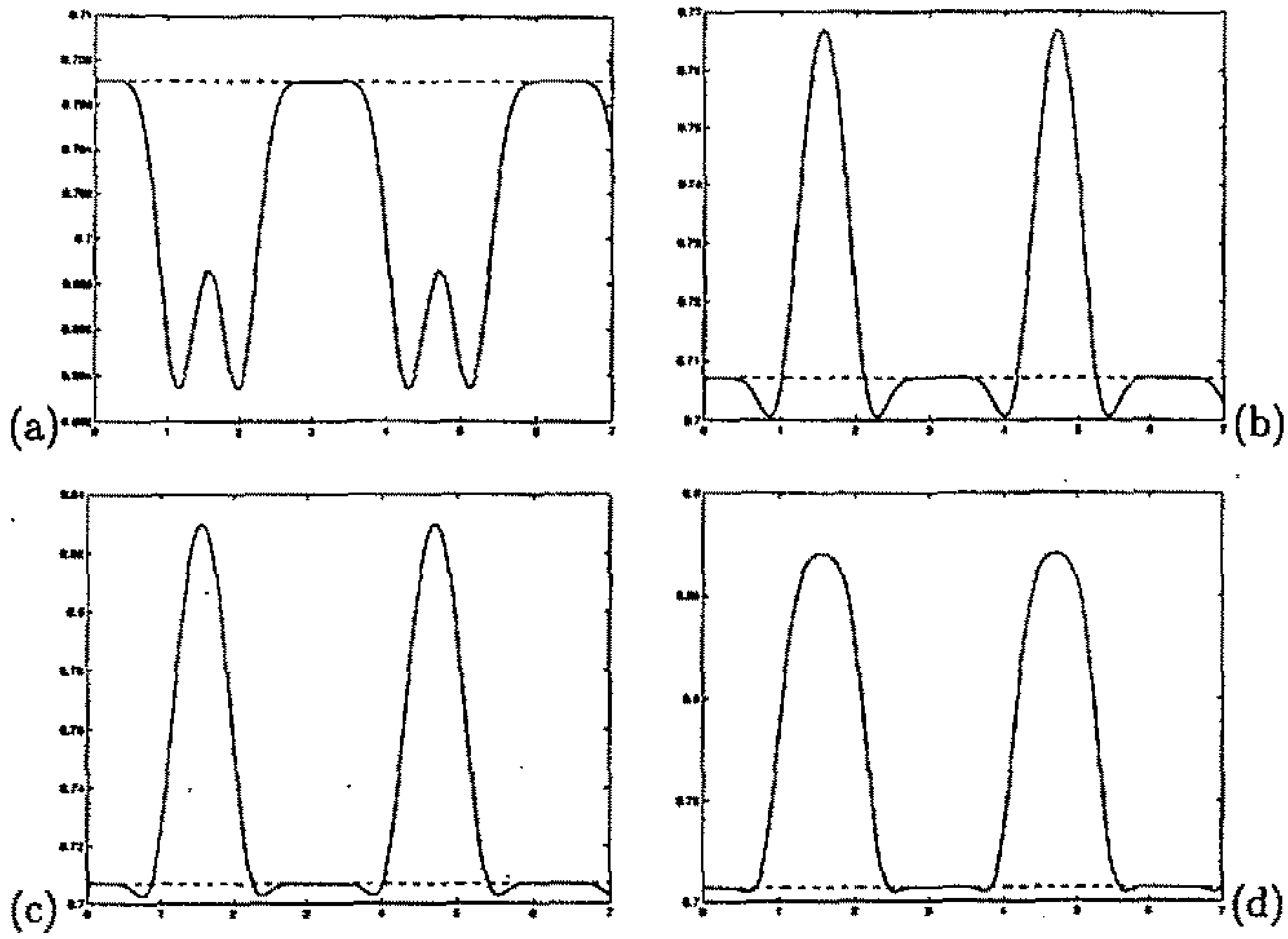


图 3.1: Q_1 的时间演化. 原子初始处于基态, 场处于相干态, 场模结构参数 $p=2$.(a)$\bar{n}=1$; (b)$\bar{n}=2$; (c)$\bar{n}=3$;(d)$\bar{n}=6$.

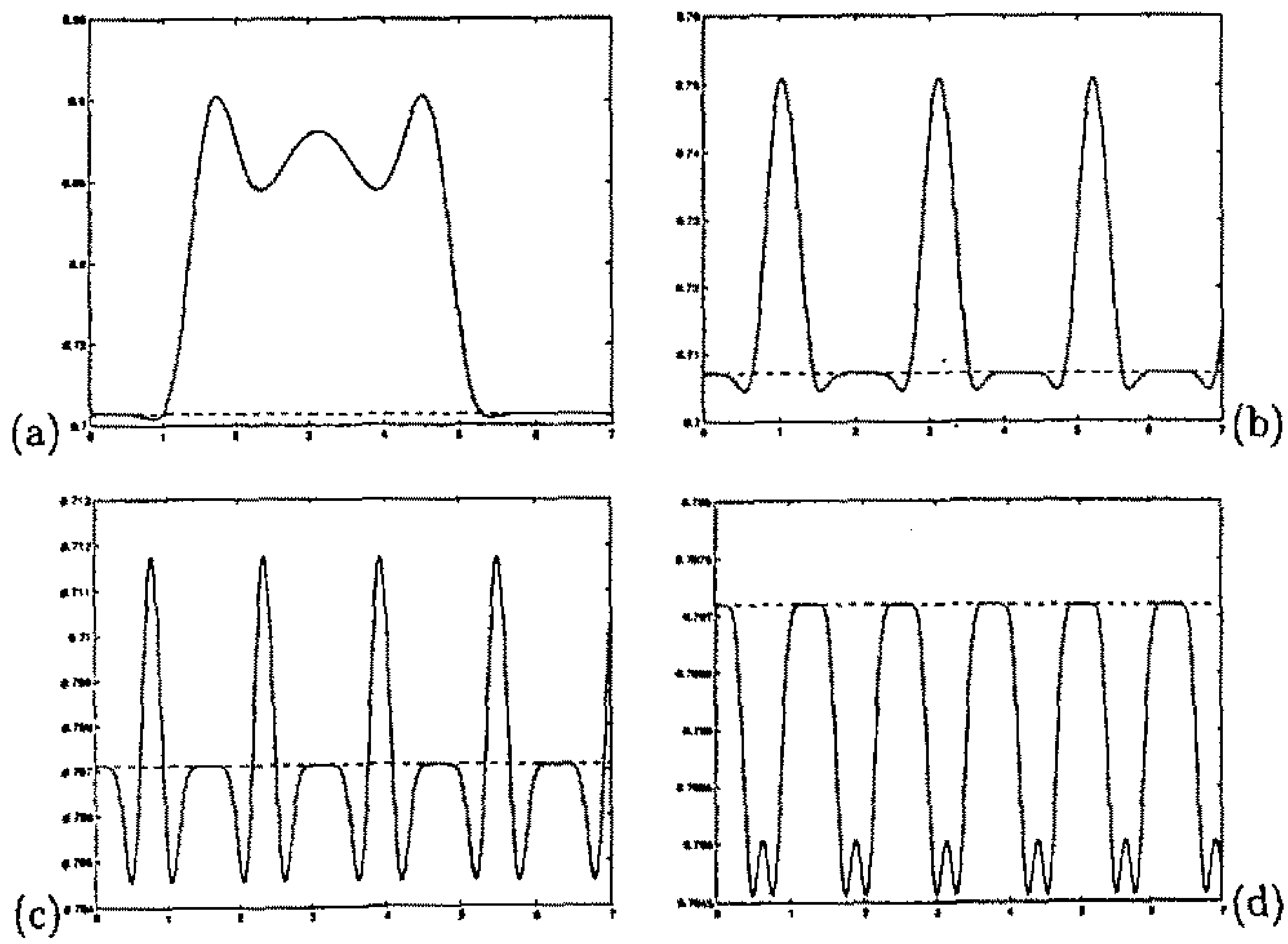


图 3.2: Q_1 的时间演化. 原子初始处于基态, 场处于相干态, 初始平均光子数 $\bar{n}=5$.(a)$p=1$; (b)$p=3$;(c)$p=4$;(d)$p=5$.

第四章　原子运动和场模结构对场熵压缩特性的影响

本章利用量子信息熵理论，研究了 J-C 模型中原子运动和场模结构及光场的初始平均光子数对场熵压缩特性的影响，结果表明：原子运动导致场熵压缩的周期性演化，场模结构参数决定其周期的大小，适当选择系统参数，可获得持续的熵压缩效应．(本章的工作将发表在量子电子学报)

§4.1　引言

由于压缩态光场的某个正交分量具有比相干态更小的量子起伏，因此，它在光通讯和弱信号探测等方面具有潜在而重要的应用前景．而且，由于光场的压缩与纠缠密切联系 [29]，它在量子通讯和量子计算中也有很重要的作用．关于光场压缩效应的研究一直是量子光学中一个十分活跃的课题 [30]-[38]．但是大量关于光场压缩的研究 [39]-[42] 的出发点是海森堡测不准关系，认为均方差是光场可观察量量子涨落不确定性最自然的量度．从统计物理的角度看，均方根偏差仅仅涉及二阶统计矩而未计入高阶统计矩，因此是不精确的．最近，文献 [9] 建立了光场熵压缩的概念并研究了 J-C 模型中场熵的压缩特性，实现了对光场压缩效应的高灵敏量度．

§4.2　具有原子运动的 J-C 模型与光场约化密度距阵

模型与光场的约化密度距阵的求解同 3.2 节．在此直接引用其结果：

$$\begin{aligned}\rho_f(t) &= Tr_a(\rho(t)) = \exp(-\bar{n})\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\bar{n}^{(n+m)/2}}{\sqrt{n!m!}}\\ &\quad [\sin\sqrt{n}g\Theta(t)\sin\sqrt{m}g\Theta(t)|n-1\rangle\langle m-1|\\ &\quad +\cos\sqrt{n}g\Theta(t)\cos\sqrt{m}g\Theta(t)|n\rangle\langle m|]\end{aligned} \tag{4.1}$$

利用上式，可得到光场约化密度距阵在坐标和动量表像中的距阵元：

$$\langle x|\rho_f(t)|x\rangle = \exp(-\bar{n})\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\bar{n}^{(n+m)/2}}{\sqrt{n!m!}}$$

第四章　原子运动和场模结构对场熵压缩特性的影响

本章利用量子信息熵理论，研究了 J-C 模型中原子运动和场模结构及光场的初始平均光子数对场熵压缩特性的影响，结果表明：原子运动导致场熵压缩的周期性演化，场模结构参数决定其周期的大小，适当选择系统参数，可获得持续的熵压缩效应．(本章的工作将发表在量子电子学报)

§4.1　引言

由于压缩态光场的某个正交分量具有比相干态更小的量子起伏，因此，它在光通讯和弱信号探测等方面具有潜在而重要的应用前景．而且，由于光场的压缩与纠缠密切联系 [29]，它在量子通讯和量子计算中也有很重要的作用．关于光场压缩效应的研究一直是量子光学中一个十分活跃的课题 [30]-[38]．但是大量关于光场压缩的研究 [39]-[42] 的出发点是海森堡测不准关系，认为均方差是光场可观察量量子涨落不确定性最自然的量度．从统计物理的角度看，均方根偏差仅仅涉及二阶统计矩而未计入高阶统计矩，因此是不精确的．最近，文献 [9] 建立了光场熵压缩的概念并研究了 J-C 模型中场熵的压缩特性，实现了对光场压缩效应的高灵敏量度．

§4.2　具有原子运动的 J-C 模型与光场约化密度距阵

模型与光场的约化密度距阵的求解同 3.2 节．在此直接引用其结果：

$$\begin{aligned}\rho_f(t) &= Tr_a(\rho(t)) = \exp(-\bar{n})\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\bar{n}^{(n+m)/2}}{\sqrt{n!m!}}\\ &\quad[\sin\sqrt{n}g\Theta(t)\sin\sqrt{m}g\Theta(t)|n-1\rangle\langle m-1|\\ &\quad+\cos\sqrt{n}g\Theta(t)\cos\sqrt{m}g\Theta(t)|n\rangle\langle m|]\end{aligned} \tag{4.1}$$

利用上式，可得到光场约化密度距阵在坐标和动量表像中的距阵元：

$$\langle x|\rho_f(t)|x\rangle = \exp(-\bar{n})\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\bar{n}^{(n+m)/2}}{\sqrt{n!m!}}$$

$$[\sin\sqrt{n}g\Theta(t)\sin\sqrt{m}g\Theta(t)\langle x|n-1\rangle\langle m-1|x\rangle$$
$$+\cos\sqrt{n}g\Theta(t)\cos\sqrt{m}g\Theta(t)\langle x|n\rangle\langle m|x\rangle] \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned}\langle p|\rho_f(t)|p\rangle &= \exp(-\bar{n})\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\bar{n}^{(n+m)/2}}{\sqrt{n!m!}} \\ &[\sin\sqrt{n}g\Theta(t)\sin\sqrt{m}g\Theta(t)\langle p|n-1\rangle\langle m-1|p\rangle \\ &+\cos\sqrt{n}g\Theta(t)\cos\sqrt{m}g\Theta(t)\langle p|n\rangle\langle m|p\rangle]\end{aligned} \quad (4.3)$$

由密度距阵 $\rho_f(t)$ 描写的量子态（纯态或混合态），其位置熵和动量熵可以分别定义为

$$H_{fx}(t) = -\int_{-\infty}^{\infty}\langle x|\rho_f(t)|x\rangle\ln\langle x|\rho_f(t)|x\rangle dx \quad (4.4)$$

$$H_{fp}(t) = -\int_{-\infty}^{\infty}\langle p|\rho_f(t)|p\rangle\ln\langle p|\rho_f(t)|p\rangle dp \quad (4.5)$$

相应的信息熵测不准关系为

$$\delta x(t)\delta p(t) \geq \pi e \quad (\hbar = 1) \quad (4.6)$$

式中

$$\delta x(t) \equiv \exp[H_{fx}(t)] \quad (4.7)$$

$$\delta p(t) \equiv \exp[H_{fp}(t)] \quad (4.8)$$

光场信息熵压缩的概念：当光场任一量子态的 A 分量 $(A = x, p)$ 的信息熵小于熵的真空极限时，即

$$\delta A < \sqrt{\pi e} \approx 2.92267 \quad (A = x, p) \quad (4.9)$$

就说该光场量子态的 A 分量出现了信息熵压缩．下面我们选取 $\delta x(t)$ 作数值计算，展示原子运动和场模结构及光场的初始平均光子数对场熵压缩特性的影响．结果如图 4.1- 图 4.4 所示．

§4.3 原子运动和场模结构对场熵压缩特性的影响

一、原子运动和场模结构的影响

图 4.1 显示了初始平均光子数相同（ $\bar{n} = 1.2$ ），不同的原子运动态、不

$$[\sin\sqrt{n}g\Theta(t)\sin\sqrt{m}g\Theta(t)\langle x|n-1\rangle\langle m-1|x\rangle$$
$$+\cos\sqrt{n}g\Theta(t)\cos\sqrt{m}g\Theta(t)\langle x|n\rangle\langle m|x\rangle] \quad (4.2)$$

$$\langle p|\rho_f(t)|p\rangle = \exp(-\bar{n})\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\bar{n}^{(n+m)/2}}{\sqrt{n!m!}}$$
$$[\sin\sqrt{n}g\Theta(t)\sin\sqrt{m}g\Theta(t)\langle p|n-1\rangle\langle m-1|p\rangle$$
$$+\cos\sqrt{n}g\Theta(t)\cos\sqrt{m}g\Theta(t)\langle p|n\rangle\langle m|p\rangle] \quad (4.3)$$

由密度距阵 $\rho_f(t)$ 描写的量子态（纯态或混合态），其位置熵和动量熵可以分别定义为

$$H_{fx}(t) = -\int_{-\infty}^{\infty}\langle x|\rho_f(t)|x\rangle\ln\langle x|\rho_f(t)|x\rangle dx \quad (4.4)$$

$$H_{fp}(t) = -\int_{-\infty}^{\infty}\langle p|\rho_f(t)|p\rangle\ln\langle p|\rho_f(t)|p\rangle dp \quad (4.5)$$

相应的信息熵测不准关系为

$$\delta x(t)\delta p(t) \geq \pi e \qquad (\hbar = 1) \quad (4.6)$$

式中

$$\delta x(t) \equiv \exp[H_{fx}(t)] \quad (4.7)$$

$$\delta p(t) \equiv \exp[H_{fp}(t)] \quad (4.8)$$

光场信息熵压缩的概念：当光场任一量子态的 A 分量 $(A = x, p)$ 的信息熵小于熵的真空极限时，即

$$\delta A < \sqrt{\pi e} \approx 2.92267 \qquad (A = x, p) \quad (4.9)$$

就说该光场量子态的 A 分量出现了信息熵压缩．下面我们选取 $\delta x(t)$ 作数值计算，展示原子运动和场模结构及光场的初始平均光子数对场熵压缩特性的影响．结果如图 4.1- 图 4.4 所示．

§4.3　原子运动和场模结构对场熵压缩特性的影响

一、原子运动和场模结构的影响

图 4.1 显示了初始平均光子数相同（ $\bar{n} = 1.2$ ），不同的原子运动态、不

同的场模结构参数的情况下 $\delta x(t)$ 的演化规律. 图 4.1(a) 没有考虑原子的运动, 而图 4.1(b) 、 (c) 和 (d) 是原子以速度 $v = gL/\pi$ 运动, 场模结构参数 p 分别取 1,2 和 3 的情况. 从这些图中, 我们得出如下结论: (I) 原子的运动导致了场熵压缩的周期性演化. (II) 随着场模结构参数 p 的增大, 场熵压缩的演化周期缩短, 压缩时间延长. (III) 当场模结构参数增大到一定的值, 光场呈现长时间的持续熵压缩效应 (如图 4.1(d) 所示). 物理上, 所有这些性质源于原子的运动导致的原子 - 场相互作用时间的改变. 当忽略原子运动, 时间因子是标度时间 gt , 当考虑原子运动时, 时间因子是 $g\Theta(t)$. 考虑到 $g\Theta(t)$ 和标度时间 gt 之间的关系, 就能理解场熵压缩的演化行为. 当不考虑原子运动时, 场熵压缩的演化是非周期性的 (如图 4.1(a) 所示). 然而当考虑原子运动时, 从 (1.6) 式, 可得到 $g\Theta(t) = 1/p[1 - \cos(pgt)]$. 很明显, $g\Theta(t)$ 是周期为 $2\pi/p$ 的 gt 的周期函数. $g\Theta(t)$ 的周期性导致了场熵压缩的演化的周期性. 当 $p = 1$, 场熵压缩以周期 2π 演化 (如图 4.1 (b)), 当 $p = 2$, 以周期 π 演化 (如图 4.1(c)) , 当 $p = 3$ 时, 以周期 $\frac{2}{3}\pi$ 演化 (如图 4.1 (d) 所示) .

图 4.2 显示了初始平均光子数相同 ($\bar{n} = 1$), 场模结构参量 p 分别取 1 和 2 时 $\delta x(t)$ 的演化规律, 从图 4.2(a) 和 (b) 可以得出与图 4.1 同样的结论, 随着场模结构参量 p 的增大, 场熵压缩的演化周期缩短, 压缩时间延长, 当场模结构参量 p 增大到一定的值, 光场呈现长时间的持续熵压缩效应 (如图 4.2(b) 所示).

二、光场的初始平均光子数的影响

图 4.3(a) ~ (d) 显示了场模结构参数相同 ($p = 1$) 而光场的初始平均光子数 $\bar{n}$ 分别取 0.6,0.7,0.8,1 时光场的熵压缩行为. 从图中可以看出, 当场模结构参数确定 ($p = 1$) 时, 场熵压缩是以周期 2π 演化的. 从图 4.3(a) 我们知道当 $\bar{n} = 0.6$ 时光场是持续压缩的, 但随着 $\bar{n}$ 的增大, 压缩的时间缩短, 压缩效应减弱.

图 4.4 (a) ~ (d) 显示了场模结构参数相同 ($p = 2$) 而光场的初始平均光子数 $\bar{n}$ 分别取 1,1.2,1.4 和 1.5 时光场的熵压缩行为. 从图中可以得出, 当场

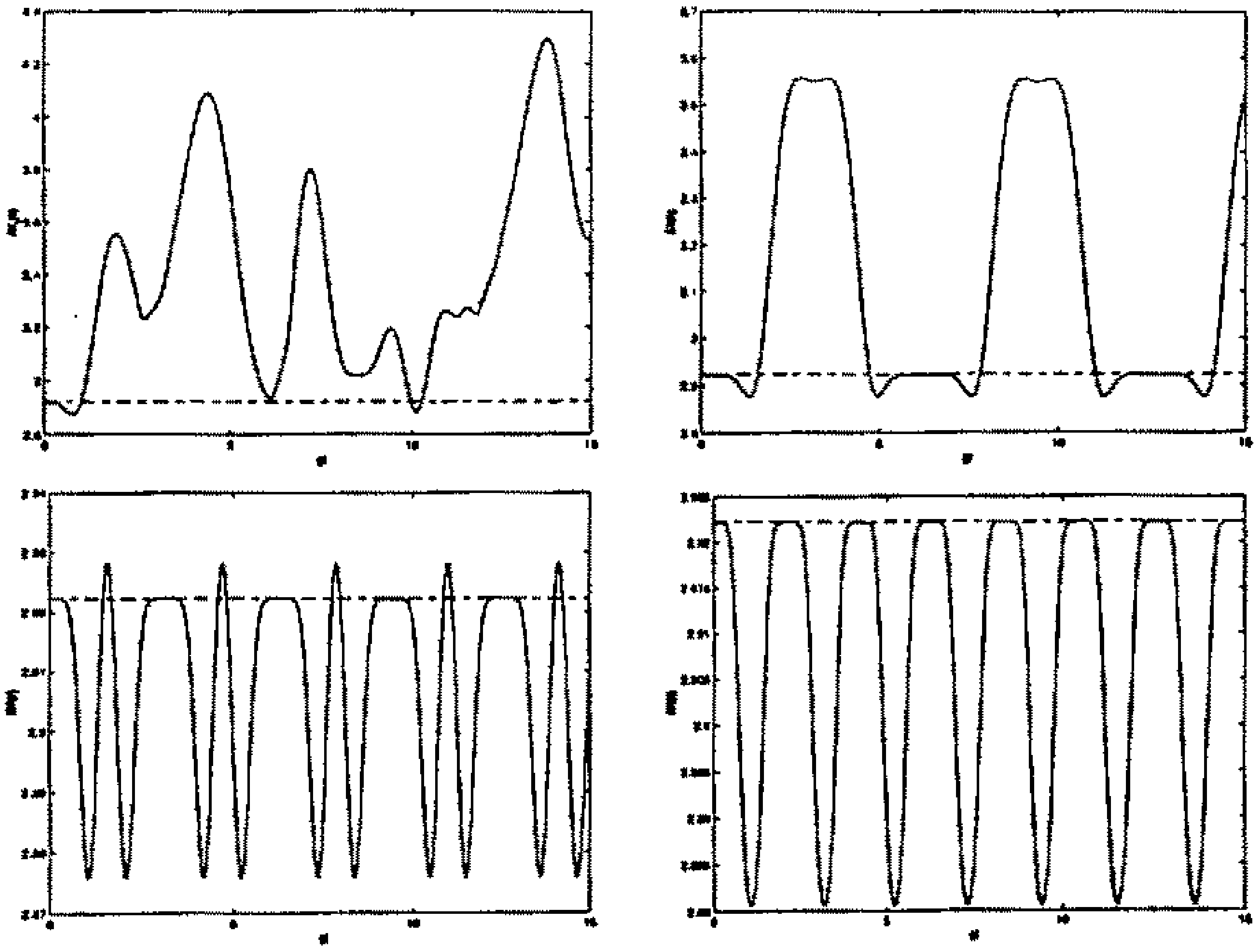


图 4.1: 原子运动和场模结构对场熵压缩特性的影响. 原子初始处于基态，场处于相干态，初始平均光子数 $\bar{n}=1.2$.(a) 不考虑原子的运动； (b) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动，场模结构参数 $p=1$； (c) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动，场模结构参数 $p=2$； (d) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动，场模结构参数 $p=3$.

模结构参数确定（ $p=2$ ）时，场熵压缩是以周期 π 演化的. 从图 4.4(a) 我们知道当 $\bar{n}=1$ 时光场是持续压缩的，但随着 $\bar{n}$ 的增大，压缩的时间缩短，压缩效应减弱.

§4.4 小结

利用量子信息熵理论，研究了 J-C 模型中原子运动和场模结构及光场的初始平均光子数对场熵压缩特性的影响，得出以下结论:

（ 1 ）原子运动导致场熵压缩的周期性演化.

（ 2 ）场模结构参数决定场熵压缩周期的大小.

（ 3 ）适当选择系统参数，可获得持续的熵压缩效应.

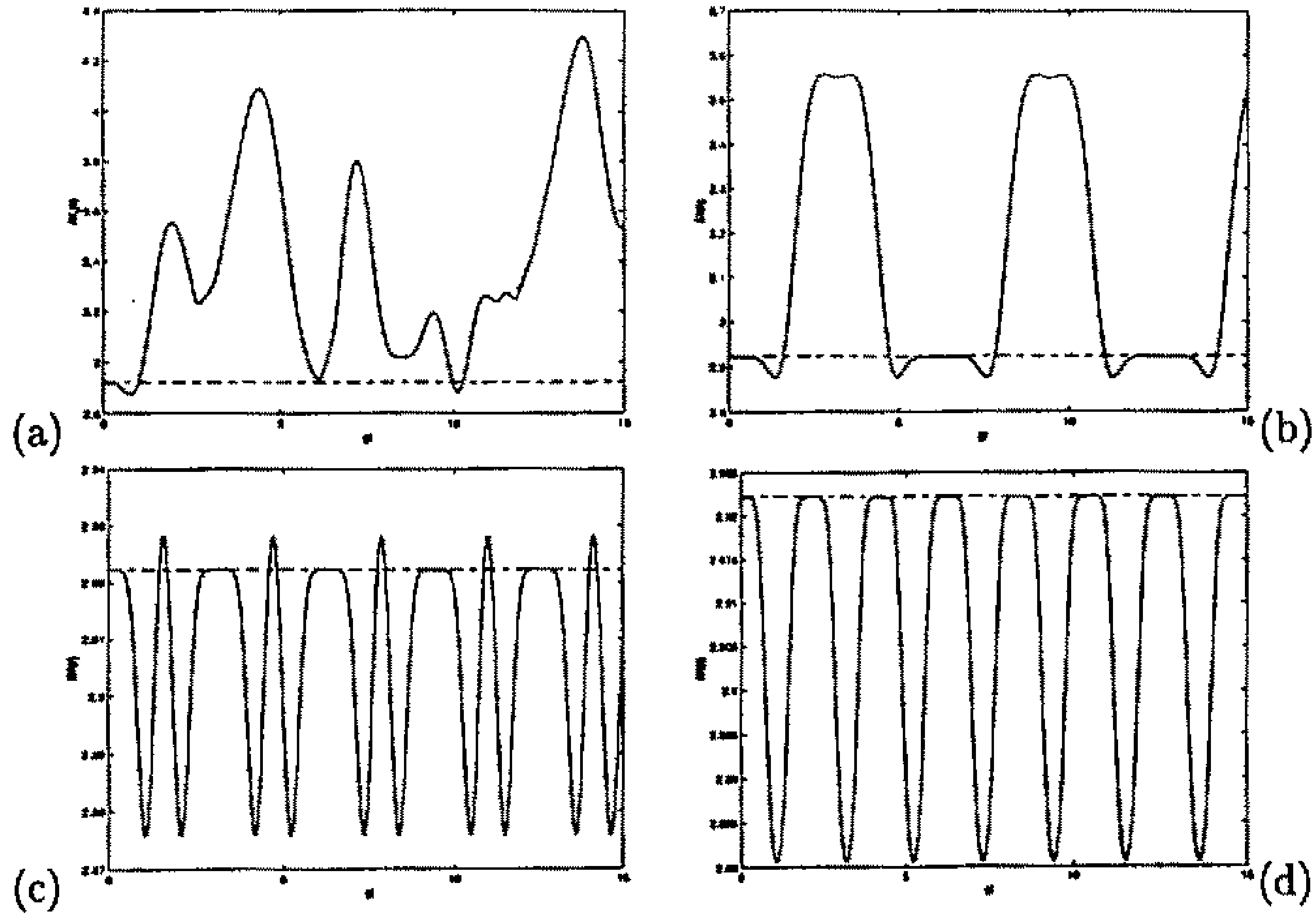


图 4.1: 原子运动和场模结构对场熵压缩特性的影响. 原子初始处于基态，场处于相干态，初始平均光子数 $\bar{n}=1.2$.(a) 不考虑原子的运动；(b) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动，场模结构参数 $p=1$ ；(c) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动，场模结构参数 $p=2$ ；(d) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动，场模结构参数 $p=3$.

模结构参数确定（ $p=2$ ）时，场熵压缩是以周期 π 演化的. 从图 4.4(a) 我们知道当 $\bar{n}=1$ 时光场是持续压缩的，但随着 $\bar{n}$ 的增大，压缩的时间缩短，压缩效应减弱.

§4.4 小结

利用量子信息熵理论，研究了 J-C 模型中原子运动和场模结构及光场的初始平均光子数对场熵压缩特性的影响，得出以下结论：

（ 1 ）原子运动导致场熵压缩的周期性演化.

（ 2 ）场模结构参数决定场熵压缩周期的大小.

（ 3 ）适当选择系统参数，可获得持续的熵压缩效应.

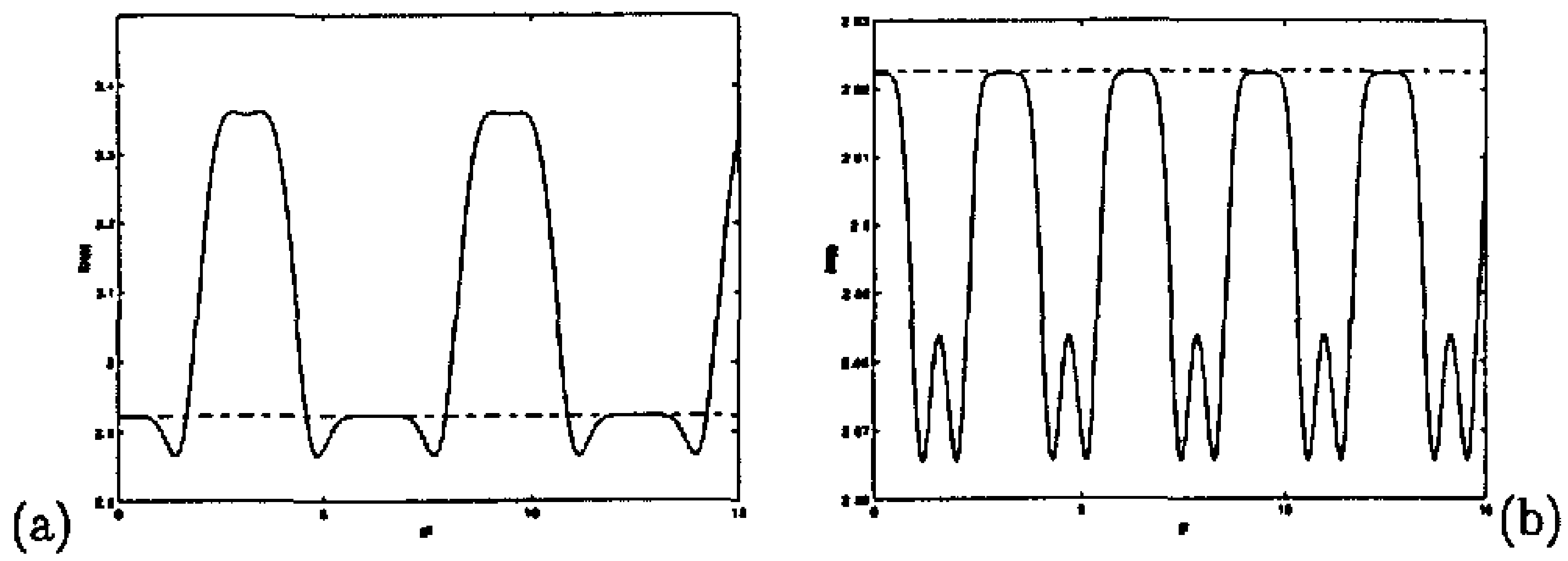


图 4.2: 场模结构对场熵压缩特性的影响. 原子初始处于基态，场处于相干态，初始平均光子数 $\bar{n}=1$.(a) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动，场模结构参数 $p=1$ ； (b) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动，场模结构参数 $p=2$.

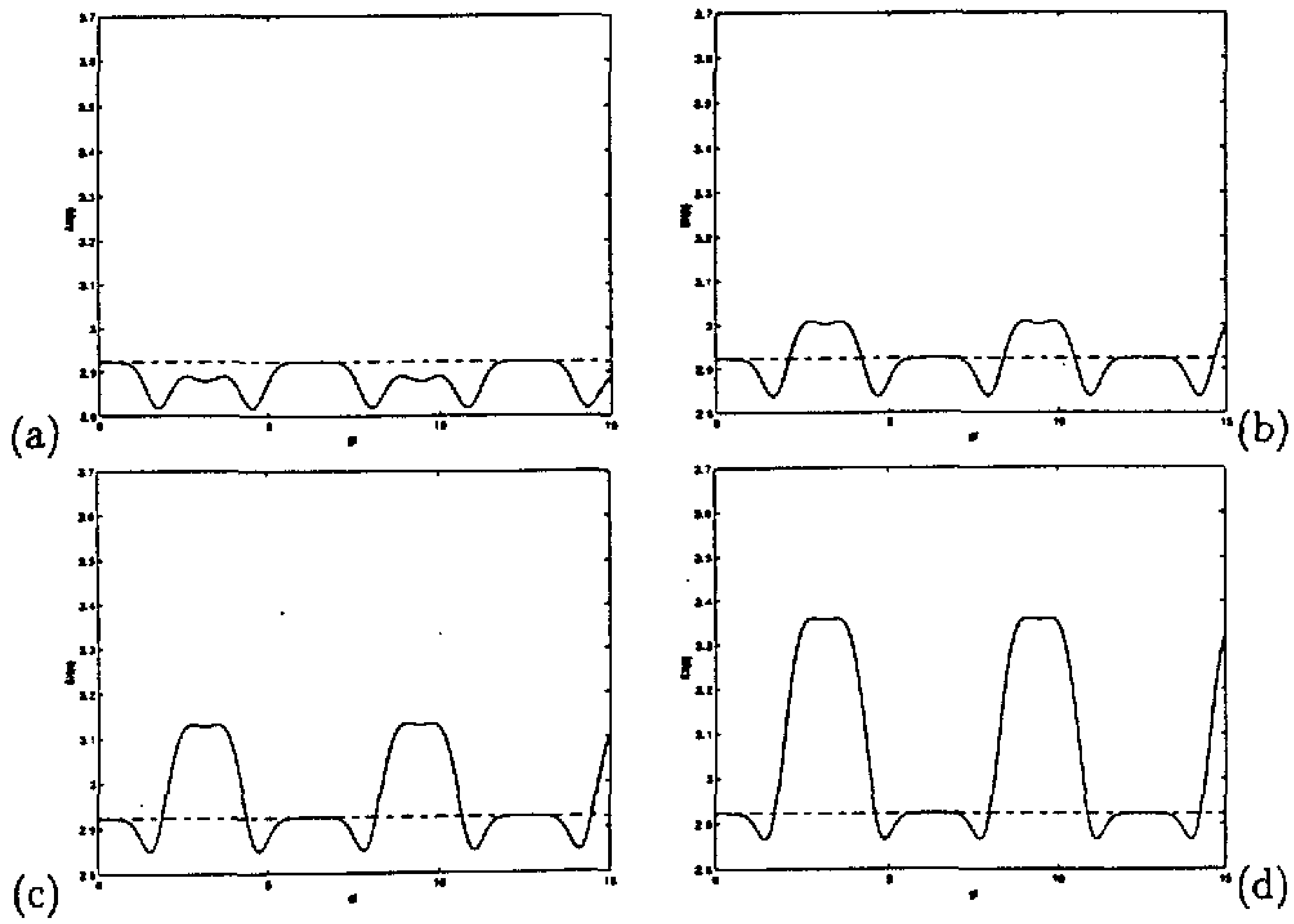


图 4.3: 初始平均光子数对场熵压缩特性的影响. 原子初始处于基态，场处于相干态，场模结构参数 $p=1$.(a) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动，$\bar{n}=0.6$ ； (b) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动，$\bar{n}=0.7$ ； (c) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动，$\bar{n}=0.8$ ； (d) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动，$\bar{n}=1$.

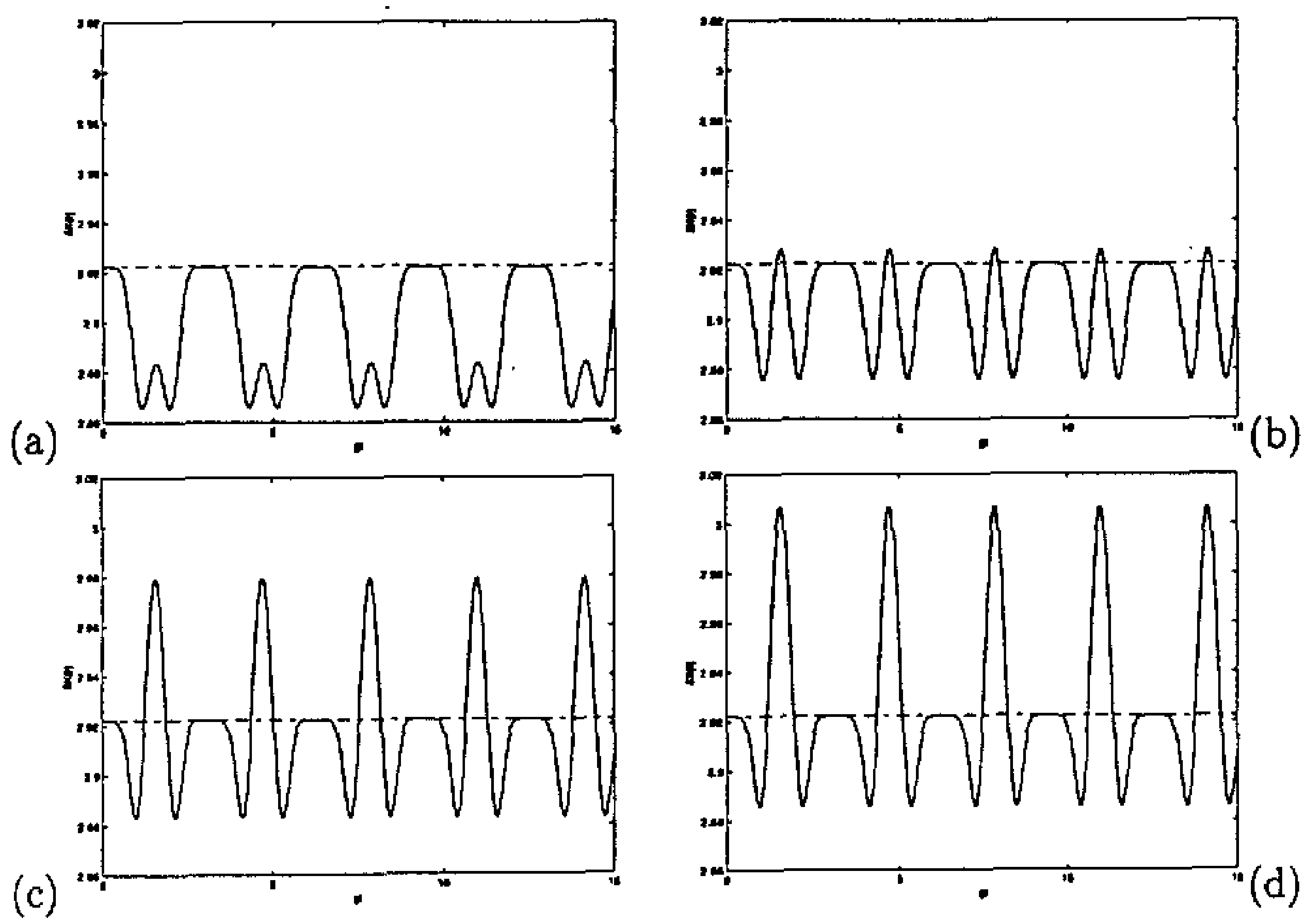


图 4.4: 初始平均光子数对场熵压缩特性的影响. 原子初始处于基态，场处于相干态，场模结构参数 $p=2$.(a) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动， $\bar{n}=1$； (b) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动， $\bar{n}=1.2$； (c) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动， $\bar{n}=1.4$； (d) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动， $\bar{n}=1.5$.

第五章　与量子光场相互作用的运动原子的熵压缩

本章我们利用量子信息熵理论研究具有原子运动的 J-C 模型中二能级原子的信息熵压缩，考察场模结构参数对原子的信息熵压缩的影响．结果显示，熵压缩实现了对原子压缩效应的高灵敏量度，而且，选择适当的系统参数，运动原子能够呈现长时间的持续熵压缩效应．(本章的主要工作发表在 Physica A,2004,332(1),176-184)

§5.1　引言

在近几年，原子的压缩引起了人们的广泛注意，它在高分辨光谱测量 [20]，高精度原子喷泉钟 [21]，高精度自旋偏正测量 [22]，压缩光的产生 [23] 等方面有广泛的应用前景．另一方面，许多研究工作表明：在 J-C 模型中，原子运动在原子与模场的相互作用中具有重要的作用． Schlicher and Joshi [13, 14] 研究了原子运动和场模结构对原子反转的影响，结果显示：原子运动和场模结构引起原子布居的非线性瞬变效应，这类似于自感应透明和绝热效应． Bartzis 等人 [18] 发现原子运动并不破坏压缩但减少了压缩时间．文献 [15] 中揭示了在 J-C 模型中原子运动导致原子反转和场熵的周期演化，并破坏薛定谔猫态的形成．然而，利用量子信息熵理论来研究此模型中原子的熵压缩效应却没有人涉及．本章利用量子信息熵理论研究运动原子的压缩，并把结果同基于海森堡测不准关系研究原子压缩的结论相比较．我们的结果表明信息熵压缩实现了原子压缩的高灵敏量度．

§5.2　信息熵压缩计算公式

我们考虑单模场与一个运动的二能级原子相互作用．在旋波近似下，哈密顿量由 (1.1) 式表示，此式有效地反映了运动原子与一个量子化的单模场

之间的相互作用．假定初始时刻场处于相干态 $|\alpha\rangle$：

$$|\alpha\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}f_n|n\rangle,\qquad f_n=\exp(-\frac{\overline{n}}{2})\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}},\tag{5.1}$$

原子处于相干叠加态 $|\xi\rangle$

$$|\xi\rangle=\cos(\frac{\gamma}{2})\,|+\rangle+\exp(-i\varphi)\sin(\frac{\gamma}{2})\,|-\rangle,\tag{5.2}$$

其中 $\alpha=\sqrt{\overline{n}}\exp(i\beta)$, $|+\rangle$（$|-\rangle$）表示原子激发态（基态），$\overline{n}$ 为光场的初始平均光子数，β 是相干光场的位相，$0\le\gamma\le\pi$ 表明原子的分布，$0\le\varphi\le 2\pi$ 是原子偶极的位相．共振情况下 $(\omega=\omega_0)$，利用 (1.14) 式可得原子的约化密度矩阵：

$$\rho_a(t)=\begin{bmatrix}\rho_{22} & \rho_{21}\\ \rho_{12} & \rho_{11}\end{bmatrix},\tag{5.3}$$

其中

$$\begin{aligned}
\rho_{22} &= \sum_{n=0}^{\infty}|f_n|^2\Big\{\cos^2(\frac{\gamma}{2})\cos^2\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right)+\sin^2(\frac{\gamma}{2})\sin^2\left(\sqrt{n}g\Theta(t)\right)-\\
&\quad \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\overline{n}}{n+1}}\sin(\gamma)\sin(\varphi-\beta)\sin\left(2\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right)\Big\}\\
\rho_{21} &= \frac{1}{2}\sin(\gamma)\sum_{n=0}^{\infty}\Big\{\exp(i\varphi)|f_n|^2\cos\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right)\cos\left(\sqrt{n}g\Theta(t)\right)+\\
&\quad \exp(-i\varphi)f_{n+1}f_{n-1}^*\sin\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right)\sin\left(\sqrt{n}g\Theta(t)\right)\Big\}+\\
&\quad i\sum_{n=0}^{\infty}\Big\{\cos^2(\gamma/2)f_nf_{n-1}^*\cos\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right)\sin\left(\sqrt{n}g\Theta(t)\right)-\\
&\quad \sin^2(\frac{\gamma}{2})f_n^*f_{n+1}\sin\left(\sqrt{n+1}g\Theta(t)\right)\cos\left(\sqrt{n}g\Theta(t)\right)\Big\}\\
\rho_{11} &= 1-\rho_{22},\qquad \rho_{12}=\rho_{21}^*.
\end{aligned}\tag{5.4}$$

下面，我们利用方程 (5.3) 来考察原子的信息熵压缩效应。方卯发教授推广得出了二能级原子熵测不准关系，并利用量子信息熵理论定义了原子的熵压缩 [8]. 由二能级原子信息熵压缩理论，得出原子极矩的分量 $S_\alpha(\alpha\equiv x$ 或 $y)$ 的信息熵如果满足以下等式称原子被压缩：

$$E(S_\alpha)\;=\;\delta H(S_\alpha)-\frac{2}{\sqrt{|\delta H(S_z)|}}<0\qquad(\alpha\equiv x\text{ 或 }y),\tag{5.5}$$

原子极矩信息熵压缩因子的范围为：

$$1-\sqrt{2} \le E(S_\alpha) \le 2-\sqrt{2} \qquad \alpha = x \text{ 或 } y \tag{5.6}$$

上式中左边等号在系统态矢处在 S_α 的本征矢时候取，右边等号当态矢处在与 S_α 相对应的偶极矩分量算符的本征矢时取．

然而，基于海森堡测不准关系的标准偏差压缩为：原子偶极矩分量 S_α 满足下式

$$V(S_\alpha) \ = \ \Delta S_\alpha - \sqrt{|\langle S_Z\rangle|/2} < 0, \tag{5.7}$$

我们就说 S_α 分量出现了压缩，其中 $\Delta S_\alpha = [\langle S_\alpha^2\rangle - \langle S_\alpha\rangle^2]^{\frac{1}{2}}$.

显然，在 (5.7) 式中，当 $\langle S_z\rangle = 0$ 的情况下海森堡测不准关系是平庸的 (因为 $\Delta S_\alpha \ge 0$)，不能给出关于原子的压缩信息．例如：当原子处在泡利算符 S_y 的本征态：

$$|\psi_{y+}\rangle = \frac{|+\rangle + i|-\rangle}{\sqrt{2}} \tag{5.8}$$

时，

$$\begin{aligned}\langle S_z\rangle \ &= \ \frac{1}{\sqrt{2}}[1,-i] * \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} * \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \\ &= \ \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & i \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} = \frac{1}{4}(1-1) = 0.\end{aligned} \tag{5.9}$$

从 (5.7) 式不可以获取原子压缩信息．然而，从 (5.5) 式，态 $|\psi_{y+}\rangle$ 可被看成最佳压缩态．这是由于当 $\langle S_z\rangle = 0$, 基于信息熵测不准关系的 (5.5) 式是非平庸，可以提供原子的压缩信息．

以下我们讨论原子的信息熵压缩．原子泡利算符 S_x 的本征态为

$$|\psi_{x1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad |\psi_{x2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \tag{5.10}$$

利用 (1.22) 式可得

$$P_1(S_x) \ = \ \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \rho_{22} & \rho_{21} \\ \rho_{12} & \rho_{11} \end{bmatrix} * \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{5.11}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{2}+\frac{1}{2}(\rho_{12}+\rho_{21}) = \frac{1}{2}+Re(\rho_{21}) &(5.12)\\
P_2(S_x) &= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \rho_{22} & \rho_{21} \\ \rho_{12} & \rho_{11} \end{bmatrix} * \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} &(5.13)\\
&= \frac{1}{2}-\frac{1}{2}(\rho_{12}+\rho_{21}) = \frac{1}{2}-Re(\rho_{21}) &(5.14)
\end{aligned}
$$

利用 (1.21) 式， S_x 的信息熵为：

$$
\begin{aligned}
H(S_x) &= -[\frac{1}{2}+Re(\rho_{21}(t))]\ln[\frac{1}{2}+Re(\rho_{21}(t))] \\
&\quad -[\frac{1}{2}-Re(\rho_{21}(t))]\ln[\frac{1}{2}-Re(\rho_{21}(t))], &(5.15)
\end{aligned}
$$

同样可求得 S_y, S_z 的信息熵为：

$$
\begin{aligned}
H(S_y) &= -[\frac{1}{2}+Im(\rho_{21}(t))]\ln[\frac{1}{2}+Im(\rho_{21}(t))] \\
&\quad -[\frac{1}{2}-Im(\rho_{21}(t))]\ln[\frac{1}{2}-Im(\rho_{21}(t))], \\
H(S_z) &= -\rho_{22}(t)\ln\rho_{22}(t)-\rho_{11}\ln\rho_{11}(t), &(5.16)
\end{aligned}
$$

式中的 $\rho_{ij}(t)$ 由 (5.4) 给出.

§5.3 数值计算和讨论

本小节我们讨论原子的初态、原子的运动和场模结构参数对原子熵压缩性质的影响.

一. 原子分布角的影响

原子分布角表征原子处在基态和激发态的分布. 当 $\gamma=0$ 或 π （激发态或基态）原子处在非相干叠加态，当 $\gamma\neq0$ 且 $\gamma\neq\pi$，原子处在基态和激发态的相干叠加态.

1. 原子处在非相干叠加态

在原子初始处于激发态 ($\gamma=0$)，场初始处于具有平均光子数 $\bar{n}=36$ 和位相角 $\beta=0$ 的相干态，场模结构参数 $p=4$ 的情况下，图 5.1 展示了原子压缩因子 $E(S_x)$ 和 $E(S_y)$,$V(S_x)$ 和 $V(S_y)$ 的时间演化，而图 5.2(a) 给出了原子反

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(\rho_{12} + \rho_{21}) = \frac{1}{2} + Re(\rho_{21}) \quad (5.12)$$

$$P_2(S_x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \rho_{22} & \rho_{21} \\ \rho_{12} & \rho_{11} \end{bmatrix} * \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(\rho_{12} + \rho_{21}) = \frac{1}{2} - Re(\rho_{21}) \quad (5.14)$$

利用 (1.21) 式， S_x 的信息熵为：

$$\begin{aligned} H(S_x) = & -[\frac{1}{2} + Re(\rho_{21}(t))]\ln[\frac{1}{2} + Re(\rho_{21}(t))] \\ & -[\frac{1}{2} - Re(\rho_{21}(t))]\ln[\frac{1}{2} - Re(\rho_{21}(t))], \end{aligned} \quad (5.15)$$

同样可求得 S_y, S_z 的信息熵为：

$$\begin{aligned} H(S_y) = & -[\frac{1}{2} + Im(\rho_{21}(t))]\ln[\frac{1}{2} + Im(\rho_{21}(t))] \\ & -[\frac{1}{2} - Im(\rho_{21}(t))]\ln[\frac{1}{2} - Im(\rho_{21}(t))], \\ H(S_z) = & -\rho_{22}(t)\ln\rho_{22}(t) - \rho_{11}\ln\rho_{11}(t), \end{aligned} \quad (5.16)$$

式中的 $\rho_{ij}(t)$ 由 (5.4) 给出.

§5.3 数值计算和讨论

本小节我们讨论原子的初态、原子的运动和场模结构参数对原子熵压缩性质的影响.

一. 原子分布角的影响

原子分布角表征原子处在基态和激发态的分布. 当 $\gamma = 0$ 或 π （激发态或基态）原子处在非相干叠加态，当 $\gamma \neq 0$ 且 $\gamma \neq \pi$ ，原子处在基态和激发态的相干叠加态.

1. 原子处在非相干叠加态

在原子初始处于激发态 $(\gamma = 0)$ ，场初始处于具有平均光子数 $\bar{n} = 36$ 和位相角 $\beta = 0$ 的相干态，场模结构参数 $p = 4$ 的情况下，图 5.1 展示了原子压缩因子 $E(S_x)$ 和 $E(S_y)$,$V(S_x)$ 和 $V(S_y)$ 的时间演化，而图 5.2(a) 给出了原子反

转 $\langle S_z \rangle$ 的时间演化。从图 5.1(a) 和 (c) 可见，当原子处于激发态时，熵压缩因子 $E(S_x)$ 和方差压缩因子 $V(S_x)$ 两者都显示变量 S_x 不存在压缩。比较图 5.1 (b) 和 (d)，虽然 $E(S_y)$ 和 $V(S_y)$ 两者都预示了运动原子的压缩效应，但两者提供的压缩信息是不同的。特别是在标度时间 $gt = k\pi/2 + 0.27, k\pi/2 + 0.54, k\pi/2 + 1.03, k\pi/2 + 1.31 (k = 0, 1, 2, ...)$，$E(S_y)$ 展示了较大的熵压缩。与此相反，$V(S_y)$ 显示较大的涨落。这个结果通过考察图 5.2 (a) 所示的原子反转可得到解释。很明显，在这些时间点，原子反转为零，因此方差压缩因子 $V(S_y)$ 不能提供原子变量量子涨落相对大小的有用信息。

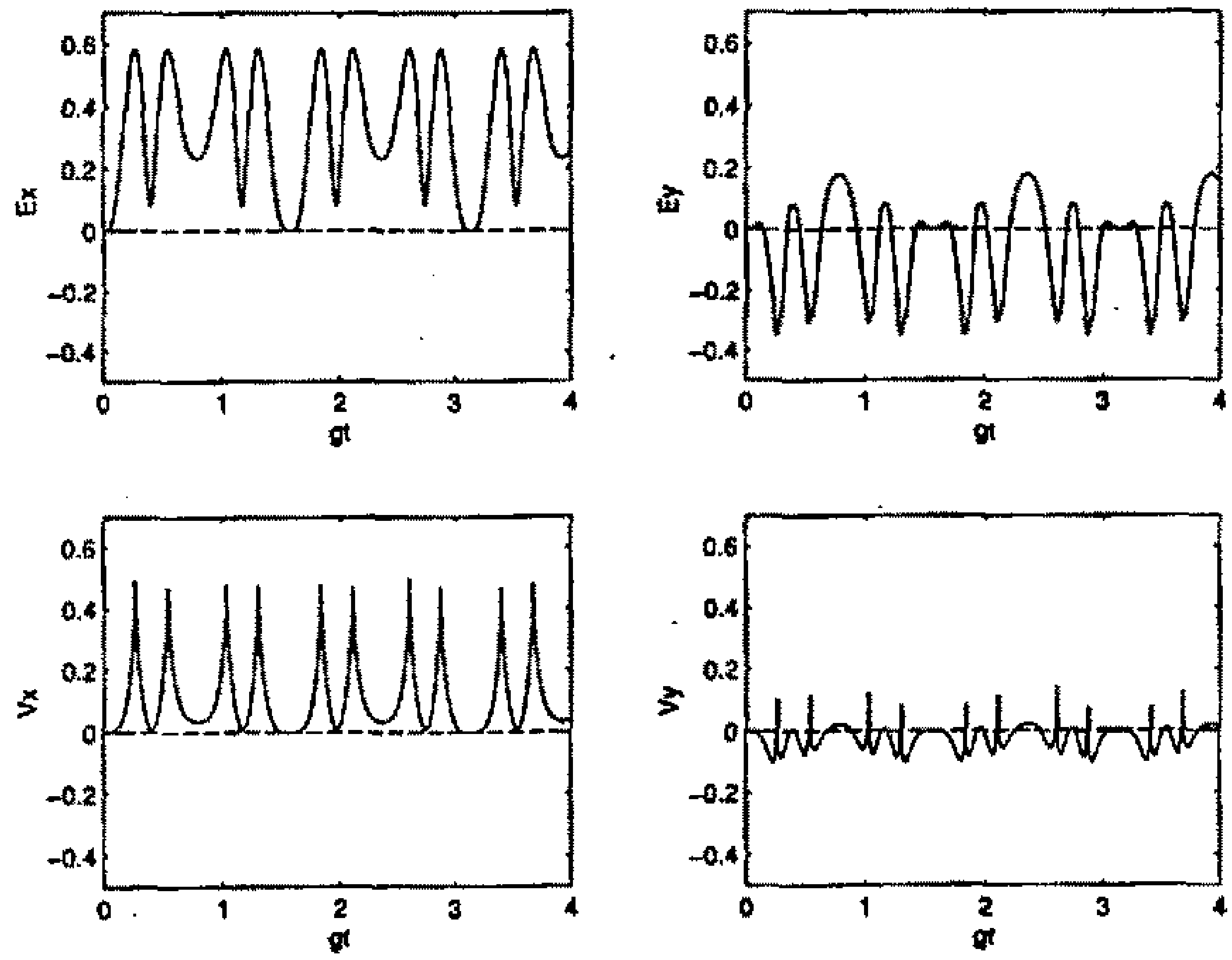
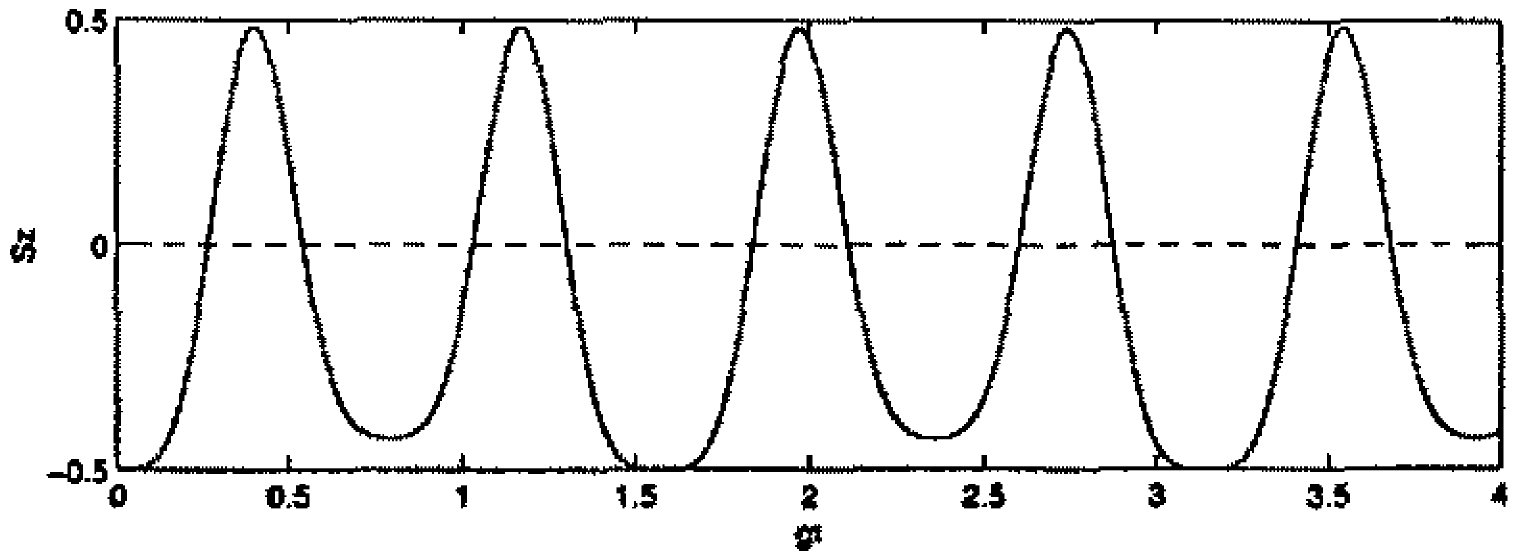


图 5.1: 压缩因子的时间演化. 原子初始处于激发态, 场处于相干态, 平均光子数 $\bar{n} = 36$, 位相 $\beta = 0$，场模结构参数 $p = 4$. 信息熵压缩因子 $E(S_x)$ (a) 和 $E(S_y)$(b). 偏差压缩因子 $V(S_x)$ (c) 和 $V(S_y)$ (d).

2. 原子初始处于相干叠加态

图 5.3 显示了原子初始处于 $\gamma = \pi/2, \varphi = \pi/3.3$ 的迭加态，场初始处于具有平均光子数 $\bar{n} = 36$ 和位相角 $\beta = \pi/3.3$ 的相干态，场模结构参数 $p = 4$ 的条件下运动原子的熵压缩和方差压缩的演化结果。从图 5.3(a) 和 (b) 看出，仅 S_y 分量发生了周期性的熵压缩。然而从图 5.3(c) 和 (d) 可以看出，$V(S_x)$ 和 $V(S_y)$ 不能预言任何方差压缩发生。对此可以解释如下：由于原子相干性



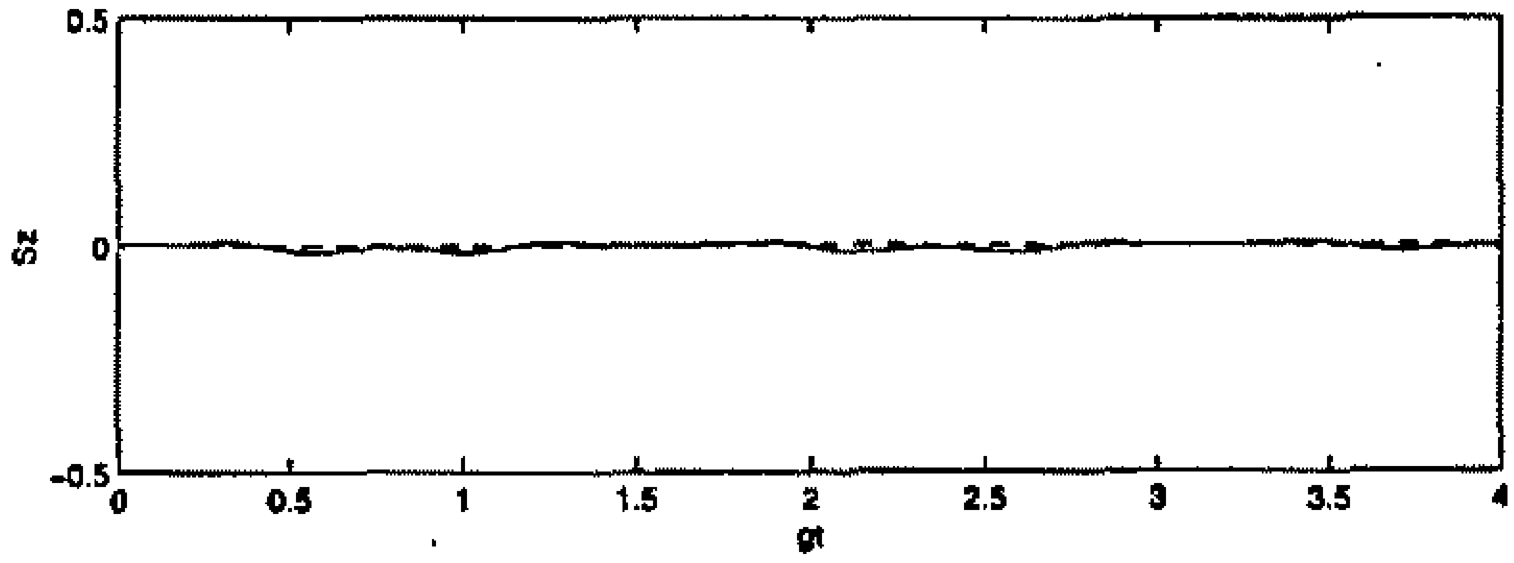


图 5.2: 原子反转演化. (a) 原子初始处于激发态, 场处于相干态, 平均光子数 $\bar{n}=36$, 位相 $\beta=0$，场模结构参数 $p=4$.(b) 原子初始处于激发态和基态的相干迭加态 $\gamma=\pi/2$，$\varphi=\pi/3.3$, 场处于相干态，平均光子数 $\bar{n}=36$, 位相 $\beta=\pi/3.3$，场模结构参数 $p=4$.

的影响，原子反转 $\langle S_z\rangle$ 的振幅减少到很小值，接近于 0，如图 5.2(b) 所示，基于海森堡测不准关系的方差压缩定义不再有效。

二. 原子的运动和场模结构参数的影响

图 5.4 显示了初始平均光子数相同（ $\bar{n}=36$ ），不同的原子运动态、不同的场模结构参数的条件下，熵压缩因子 $E(S_y)$ 的演化规律. 图 5.4 (a) 没有考虑原子的运动，而图 5.4(b) 、(c) 和 (d) 是原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动，场模结构参数 p 分别取 1 、2 和 10 的情况. 从这些图中，我们得出如下结论：(Ⅰ) 原子的运动导致了熵压缩的周期性演化. (Ⅱ) 随着场模结构参数 p 的增大，熵压缩的演化周期缩短，压缩时间延长. (Ⅲ) 当场模结构参数增大到一定的值，运动原子呈现长时间的持续熵压缩效应（如图 5.4 (d) 所示）. 物理上，所有这些性质源于原子的运动导致的原子 - 场相互作用时间的改变. 当忽略原子运动，时间因子是标度时间 gt ，当考虑原子运动时，时间因子是 $g\Theta(t)$. 考虑到 $g\Theta(t)$ 和标度时间 gt 之间的关系，就能理解熵压缩的演化行为. 当不考虑原子运动时，熵压缩的演化是非周期性的（如图 5.4(a) 所示）. 然而当原子在运动时，从 (1.6) 式，可得到 $g\Theta(t)=1/p[1-\cos(pgt)]$.

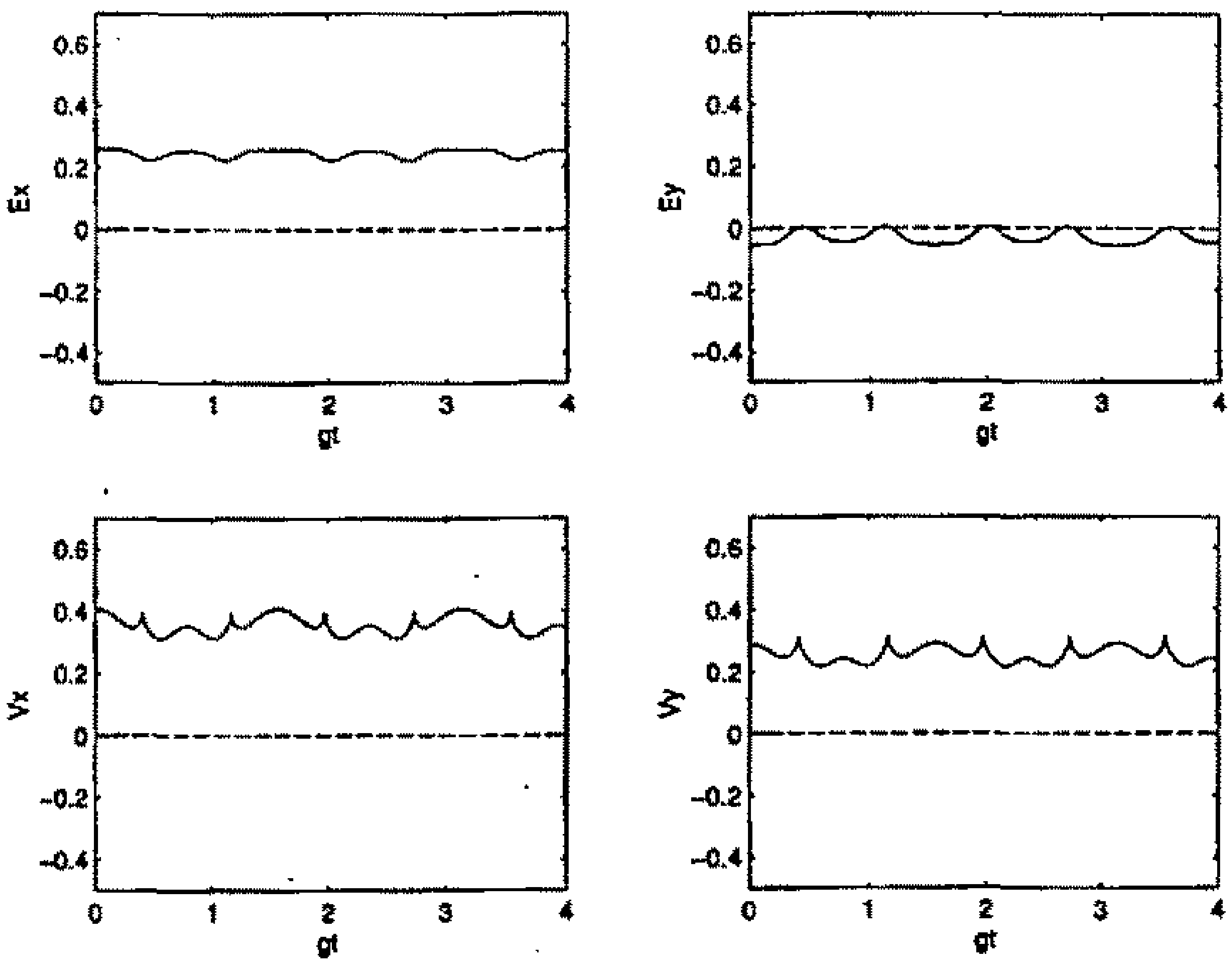


图 5.3: 压缩因子的时间演化. 原子初始处于激发态和基态的相干迭加态 $\gamma=\pi/2$, $\varphi=\pi/3.3$, , 场处于相干态, 平均光子数 $\bar{n}=36$, 位相 $\beta=\pi/3.3$, 场模结构参数 $p=4$. 信息熵压缩因子 $E(S_x)$ (a) 和 $E(S_y)$(b). 偏差压缩因子 $V(S_x)$ (c) 和 $V(S_y)$ (d).

很明显, $g\Theta(t)$ 是周期为 $2\pi/p$ 的 gt 的周期函数. $g\Theta(t)$ 的周期性导致了熵压缩演化的周期性. 当 $p=1$, 熵压缩以周期 2π 演化 (如图 5.4(b)), 当 $p=2$, 以周期 π 演化 (如图 5.4(c)) , 当 $p=10$ 时, 以周期 0.2π 演化 (如图 5.4 (d)) .

§5.4 小结

利用量子信息熵理论, 研究了与量子光场相互作用的二能级运动原子的熵压缩. 同时考察了不同的原子运动态、不同的场模结构参数对原子熵压缩的影响. 得出如下结论:

(1) 原子的运动导致了原子熵压缩的周期性演化.

(2) 随着场模结构参数的增大, 熵压缩的演化周期缩短, 压缩时间延长.

(3) 选择适当的系统参数, 运动原子能够呈现长时间的持续熵压缩效应.

(4) 当原子反转为零时, 基于海森堡测不准关系的方差压缩定义不再有

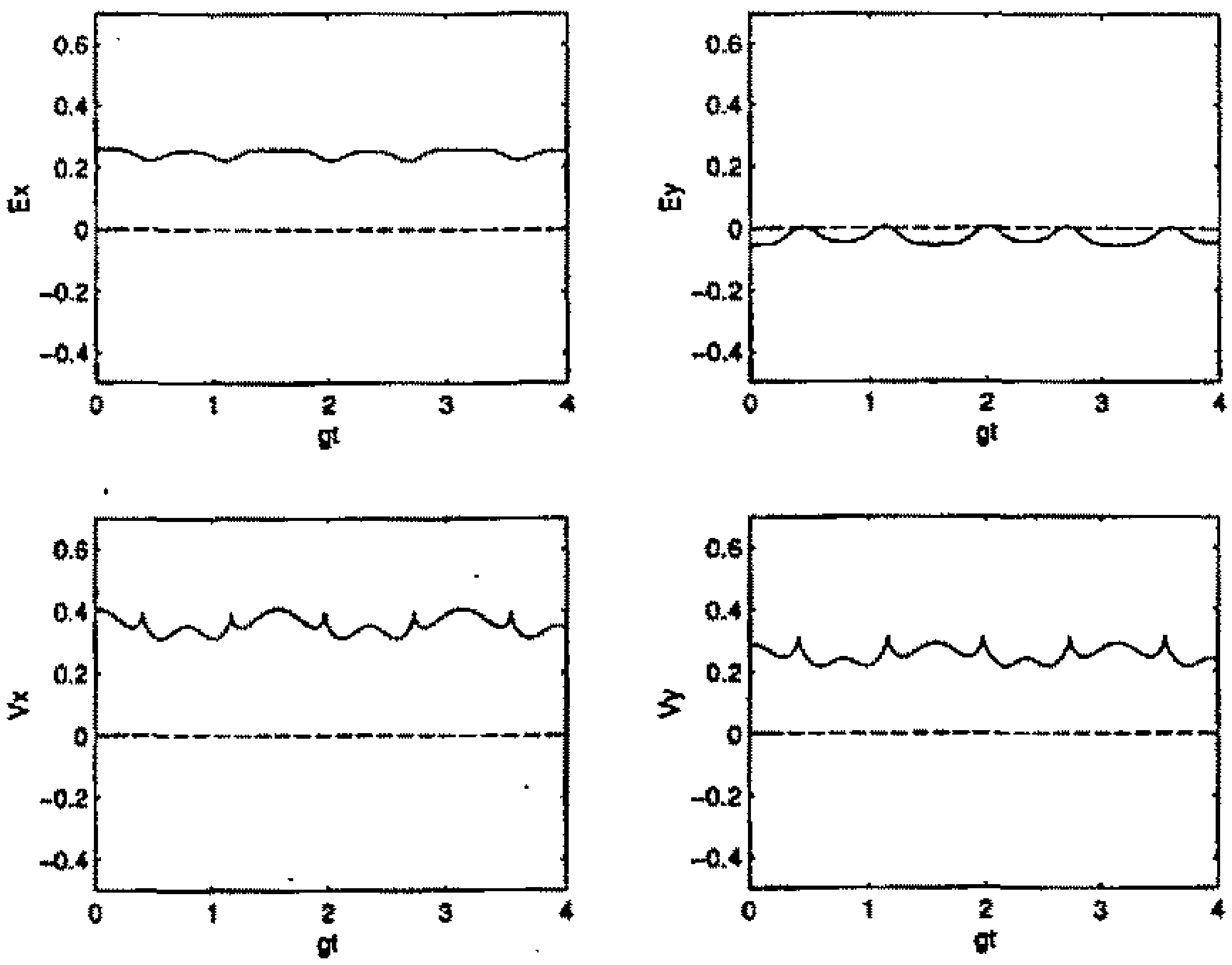


图 5.3: 压缩因子的时间演化. 原子初始处于激发态和基态的相干迭加态 $\gamma=\pi/2$, $\varphi=\pi/3.3$, , 场处于相干态, 平均光子数 $\bar{n}=36$, 位相 $\beta=\pi/3.3$, 场模结构参数 $p=4$. 信息熵压缩因子 $E(S_x)$ (a) 和 $E(S_y)$(b). 偏差压缩因子 $V(S_x)$ (c) 和 $V(S_y)$ (d).

很明显, $g\Theta(t)$ 是周期为 $2\pi/p$ 的 gt 的周期函数. $g\Theta(t)$ 的周期性导致了熵压缩演化的周期性. 当 $p=1$, 熵压缩以周期 2π 演化 (如图 5.4(b)), 当 $p=2$, 以周期 π 演化 (如图 5.4(c)) , 当 $p=10$ 时, 以周期 0.2π 演化 (如图 5.4 (d)) .

§5.4 小结

利用量子信息熵理论, 研究了与量子光场相互作用的二能级运动原子的熵压缩. 同时考察了不同的原子运动态、不同的场模结构参数对原子熵压缩的影响. 得出如下结论:

(1) 原子的运动导致了原子熵压缩的周期性演化.

(2) 随着场模结构参数的增大, 熵压缩的演化周期缩短, 压缩时间延长.

(3) 选择适当的系统参数, 运动原子能够呈现长时间的持续熵压缩效应.

(4) 当原子反转为零时, 基于海森堡测不准关系的方差压缩定义不再有

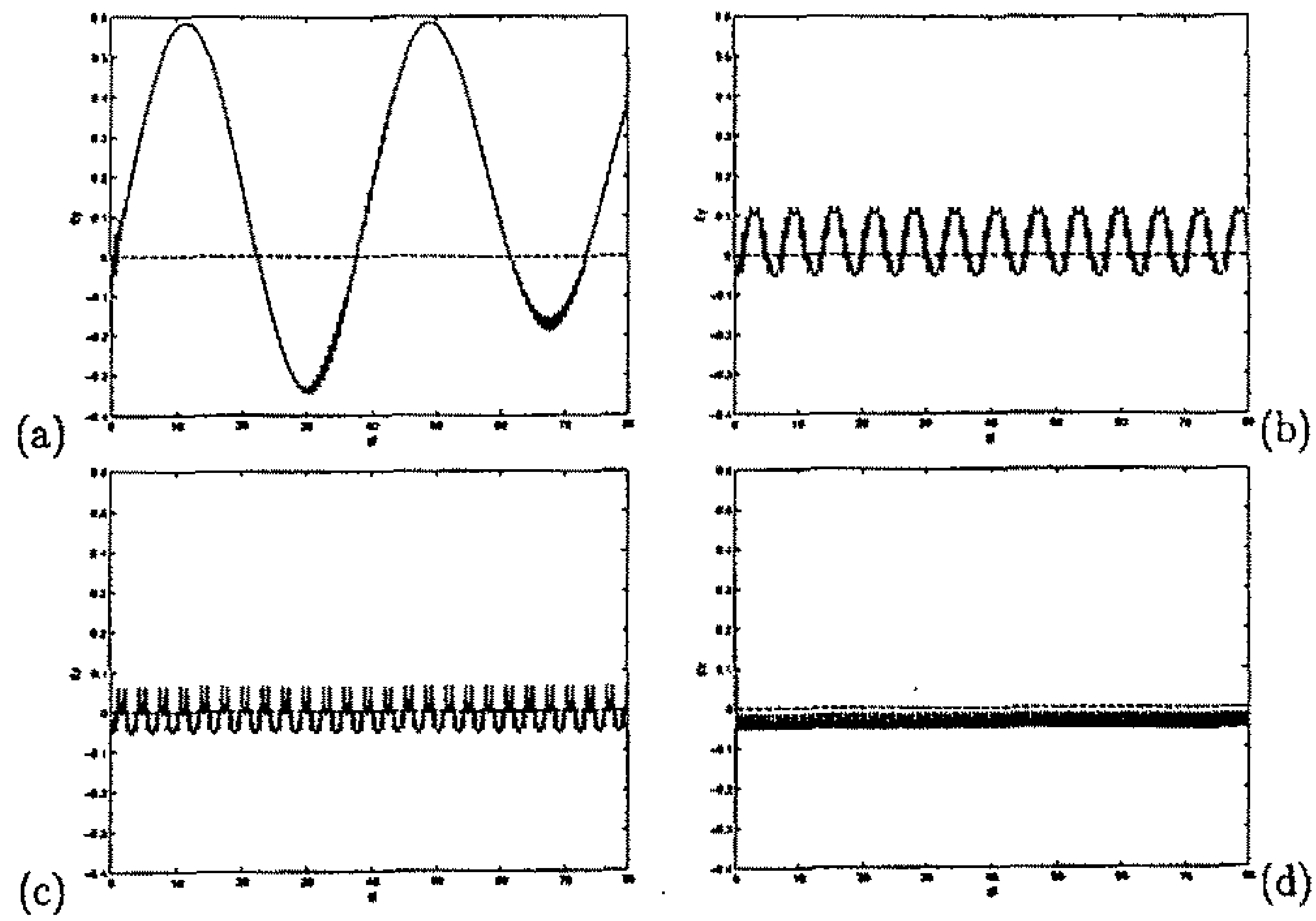


图 5.4: 原子运动和场模结构对原子信息熵压缩的影响. 原子初始处于激发态和基态的相干迭加态 $\gamma=\pi/2$, $\varphi=\pi/3.3$, 场处于相干态, 平均光子数 $\bar{n}=36$, 位相 $\beta=\pi/3.3$.(a) 不考虑原子的运动. (b) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动, 场模结构参数 $p=1$.(c) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动, 场模结构参数 $p=2$. (d) 原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动, 场模结构参数 $p=10$.

效，而熵压缩实现了对原子压缩效应的高灵敏量度.

第六章　总结和展望

在 Jaynes-Cummings(J-C) 模型中，原子运动在原子与模场的相互作用中具有重要的作用，是量子光学研究的重要问题之一，内容广泛，本文只是涉及了其中极小的一部分，还有很多问题有待于探索，现将本文所做的工作总结如下：

1、利用传统的原子压缩理论研究了与单模压缩真空态场相互作用的运动原子的压缩效应，得出：通过选择合适的运动原子和模场的初态参数，可以获得保持持续压缩的原子．这个结果提供了一种在实验上产生持续压缩原子的新途径，具有重要的理论和实验价值．

2、由于压缩光在光信息技术等领域具有重要的应用前景，利用传统的光场压缩理论研究了与运动原子相互作用的场的压缩效应，具体讨论了初始平均光子数和场模结构参数对光场涨落的压缩性质的影响，本文的结果提供了一种在实验上产生持续压缩光的新途径．

3、鉴于量子信息熵理论在研究量子信息和量子光学问题时十分有效，本文利用量子信息熵理论，研究了 J-C 模型中原子质心运动和场模结构及光场的初始平均光子数对场熵压缩特性的影响．得出原子运动导致场熵压缩的周期性演化，场模结构参数决定场熵压缩周期的大小．

4、利用量子信息熵理论来研究运动原子的压缩效应，并比较分别基于海森堡测不准关系和信息熵测不准关系得出的结果，从事例中证明量子信息熵压缩克服了偏差压缩的平庸性，发现原子的运动导致了原子熵压缩的周期性演化且运动原子能够呈现长时间的持续熵压缩效应．这些结论在研究量子通讯中的量子噪声控制方面有应用前景．

利用量子信息熵理论研究运动原子与光场的压缩是本文研究的主要内容，本文虽做了一些研究，但是由于本人的水平和时间等原因，仍有许多的内容没有涉及： 1、只讨论了二能级原子的压缩，多能级原子的信息熵测不准关系及其压缩未研究． 2、只讨论了单个原子的压缩，原子系综的

信息熵测不准关系及其压缩未研究。 3 、耗散情况下运动原子的熵压缩、运动原子和光场的相干性、光场与原子的熵动力学等等都未涉及。这些研究工作在低噪声量子信息处理等方面具有重大意义，它们一旦突破将对科学技术和社会带来巨大的变化.

参考文献

[1] D.Stoler,Phys.Rev.D,1970, **1**, 3217;1971,**4**,1925; K.Wodkiewicz,Phys.Rev.B,**32**,4750

[2] Walls D F and Zoller P , Phys. Rev. Lett.,1981,**47**,709

[3] G.S.Li,D.L.Linand T.F.George, Phys.Rev.A,1990,**41**,3782

[4] Wineland D J, Bollinger J J and Itano W M , Phys. Rev. A ,1994,**50**,67

[5] Li X S, Lin D L, and George T F ,Phys. Rev. A,1989,**40** ,2504; Ashraf M M and Razmi M S K , Phys. Rev. A,1992,**45**, 8121; Zhou P and Peng J S , Phys. Rev. A ,1991,**44**,3331; Wodkiewicz K, Knight P L, Buckle S J, and Barnett S M, Phys. Rev. A,1987,**35** 2567

[6] Kuzmich A,Mlmer K and Polzik E S ,Phys.Rev. Lett.,1999,**79**,3959

[7] Saito H and Ueda M, Phys. Rev. Lett.,1997,**79**,3869; Saito H and Ueda M , Phys. Rev. A,1999,**59**,3959

[8] Fang M F, Zhou P and Swain S. Entropy squeezing for a two-level atom. J. Mod. Opt.,2000, **47**(1),1043 ~ 1053

[9] 方卯发，陈菊梅，熵测不准关系与光场的熵压缩，光学学报， 2001 ， **21**(1),8-12

[10] Uffink J B M and Hilgevoord J, Found.Phys.,1985,**15**,925

[11] E.T.Jaynes,F.W.Cummings.Comparision of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser.Proc.IEEE.,1963,**51**,89-97

[12] F.Diedrich,J.C.Bergquist,W.M.Itano,D.J.Wineland. Laser cooling to the zero-point energy of motion[J] Phys.Rev.Lett.,1989,**62**(4),403-406

[13] Schlicher R R, Jaynes-Cummings model with atomic motion , Opt. Commun, 1989, **70**(2),97-102 Joshi A, Lawande S V, Effect of atomic motion on Rydberg atoms undergoing two-photon transitions in a lossless cavity , Phys.Rev. A, 1990,**42**(3),1752-1756

[14] Lawande A J S V.Squeezing and quasiprobabilities for a two-photon Jaynes-Cummings model with atomic motion.Int J Mod Phys(B) ,1992,**6**(10),3539-3545

[15] Fang M F, Effects of atomic motion and field mode structure on the field entropy and Schrodinger-cat states in the Jaynes-Cummings model , Physica A,1998,**259**(2),193 ~ 204; 刘小娟，王琴惠，具有原子运动的双光子 J-C 模型的场熵和薛定谔猫态，量子光学学报， 1999,**5**(1),1-9

[16] 陈菊梅，方卯发，原子质心运动和场模结构对场相位动力学的影响，光学学报， 2000,**20**(7),890-895

[17] 刘安玲，方卯发，双光子过程中模场与运动原子相互作用的非经典性质，量子光学学报， 2000,**6**(4),139-143

[18] Bartzis V, Generalized Jaynes-Cummings model with atomic motion. Physica A, 1992, **180**(4),428-434

[19] 刘堂昆，王继锁，詹明生，含原子运动的 Jaynes-Cummings 模型中的量子态保真

度，原子分子物理学报， 2001,18(1)58-63

[20] D. J.Wineland, Squeezed atomic states and projection noise in spectroscopy, Phys. Rev. A,1994,**50**,67

[21] A.Sorensen,K.Molmer,phys.Rev.Lett.,1999,**83**,2274

[22] J.L. Sorensen, Quantum Noise of an Atomic Spin Polarization Measurement, Phys. Rev. Lett. 1998, **80**,3487

[23] D.F.Walls,P.Zoller,Phys.Rev.Lett.,1981,**47**,709

[24] W. Becher, Uncertainty in Quantum Measurements,Phys. Rev. Lett. 1983,**50**,631

[25] J.Sanchez-Ruia,Phys.Lett.A,1993,**173**,233

[26] W.Beckner,Ann.Math.,1975,**102**,159

[27] S.R. Jorge, Phys.Rev.A,1998,**57**,1519

[28] J.W.H.Michael,Phys.Rev.A,1999,**59**,2602

[29] T.C.Ralph,P.K.Lam,Phys.Rev.Lett.,1998,**81**(25),5668 ~ 5671

[30] 刘世炳，腔内混合态原子系统中辐射场的压缩效应，光学学报， 1994， **14**(3),248 ~ 252

[31] 彭金生，李高翔，虚光子过程对光场压缩效应的影响，物理学报，1993，**42**(4),568 ~ 574

[32] 李高翔，彭金生，论 Jaynes-Cummings 模型中原子偶极压缩和光场压缩间的关联，物理学报， 1995， **44**(10),1670 ~ 1678

[33] 彭金生，李高翔，近代量子光学导论，北京，科学出版社， 1996,165 ~ 205

[34] 李卫东，赖云忠， Kerr 介质对光场压缩效应的影响，量子光学学报， 1998,**4**(1),43 ~ 48

[35] 黄春佳，厉江帆，周明，双模压缩真空场与二能级原子相互作用系统中光场的压缩特性，光学学报， 2001,**21**(8),923 ~ 928

[36] 曹卓良，孙兆奇，简并量子拍频三能级系统中的光场压缩效应，量子电子学报，1998,**15**(4),362 ~ 365

[37] 万琳，刘素梅，刘三秋， T-C 模型中虚光子过程对光场压缩效应的影响，物理学报， 2002,**51**(1),84 ~ 90

[38] 黄春佳，周明，厉江帆等，虚光场对双模压缩真空场中原子量子特性的影响，物理学报， 2000,**49**,(8), 1490-1494

[39] 黄春佳，周明，厉江帆等，双模压缩真空场与耦合双原子相互作用系统中光场的量子特性，物理学报， 2000,**49**(11),2159-2164

[40] 黄春佳，周明，厉江帆等，压缩真空场与耦合双原子 Raman 相互作用过程中光场的量子特性，物理学报， 2001,**50**(3), 473-477

[41] 黄春佳，周明，厉江帆等，双模压缩真空场与二能级原子相互作用系统中光场的压缩特性，光学学报， 2001,**21**(8), 923-928

[42] 田永红，彭金生， Tavis-Cummings 模型中原子间偶极作用对光场性质的影响，光

学学报， 2000,**20**(9),1187-1193
[43] L.Kuang,Commun.Theor.Phys.,1998,**30**,161;M.G.Moore,P.Meystre,Phys.Rev.A,1999,**59**,1754
[44] H.P.Yuenand,IEEE.Trans.Inf.Thery,1978,**IT-24**,657;G.M.Gaves,Phys.Rev.D,1981,**23**,1693
[45] 刘安玲，方卯发，与模场相互作用的运动原子的压缩效应，量子电子学报，2001，**18** (3),240-243

攻读硕士期间发表的学术论文目录

[1]Liao Xiang-ping,Fang Mao-fa,Entropy squeezing for a two-level atom in motion interacting with a quantized field, Physica A.2004,332(1).176-184

[2] 廖湘萍，方卯发，与压缩真空态场相互作用的运动原子的持续压缩效应，湖南师范大学自然科学学报， 2003, 2

[3] 廖湘萍，与运动原子相互作用的场的压缩效应，量子光学学报，2003, 2

[4] 廖湘萍，方卯发，原子质心运动和场模结构对场熵压缩特性的影响，量子电子学报，已接收

湖南师范大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式表明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担.

学位论文作者签名：廖沽萍

2004 年 4 月 20 日

致　　谢

我非常感谢导师方卯发教授对本文的悉心指导和三年来对我的倾心教导。感谢他三年来对我的关心、支持、鼓励和指导。我很荣幸成为方教授的学生，我的每一篇论文导师都是修改多遍，任何疏忽，即使是标点和笔误也不漏过，直到满意为止。作为繁忙的院长、有着众多研究生和博士生的导师，这样对待学生，确实使我感动万分。除此之外，导师还不断地指正和引导我的学习方法，在学习条件上也提供很多方便。导师渊博的学识、严谨的治学态度、突出的科研能力、勇于探索和创新的精神和崇高的品德为我景仰和追求。在此，我对我的老师 - 方卯发教授致以最衷心的感谢和诚挚的敬意！

在三年的学习期间，本人还得到匡乐满教授、海文华教授、颜家壬教授等的指导，在此一并表示衷心的感谢！同时还感谢室友黄秀菊，聂六英的帮助和关心。