

文章编号:1001-8360(2011)12-0088-05

双肋斜拉拱桥横向稳定性的实用计算

陆 伟¹, 罗世东²

(1. 武汉市政工程设计研究院有限责任公司, 湖北 武汉 430015; 2. 中铁第四勘察设计院集团有限公司, 湖北 武汉 430063)

摘 要:斜拉拱桥是一种将斜拉桥和拱桥相结合的新型桥梁结构形式,索拱共同受力使得拱的稳定性区别于一般拱桥。本文基于能量原理,在综合考虑桥面刚度、吊杆非保向力、斜拉索非保向力的前提下,推导双肋斜拉拱横向失稳临界荷载的实用计算方法,并通过算例验证实用计算方法的正确性,借助实用方法分析斜拉索参数:斜拉索预张拉力、斜拉索倾角、在拱上布索范围、主塔与拱的距离等对双肋斜拉拱横向失稳临界荷载的影响。

关键词:斜拉拱桥; 横向稳定性; 能量原理

中图分类号:U441 **文献标志码:**A **doi:**10.3969/j.issn.1001-8360.2011.12.015

Practical Calculation of the Lateral Destabilization of Double Rib Cable-stayed Arch Bridge

LU Wei¹, LUO Shi-dong²

(1. Wuhan Municipal Engineering Design & Research Institute Co., Ltd, Wuhan 430015, China;

2. China Railway Siyuan Survey and Design Group Co., Ltd, Wuhan 430063, China)

Abstract: The cable-stayed arch bridge is a new form of bridge structure, which combines characteristics of the cable-stayed bridge and the arch bridge. The stability of arch is different from the normal arch bridge because the cable shares the load with the arch rib. On the basis of the energy principle, the text deduces a practical method for calculation of the lateral destabilization critical loading of the double rib cable-stayed arch under the premise of considering the factors of the stiffness of bridge floor and non-oriented conservative loadings of hanger and cable. The precision of the method is verified via an example. Analysis on the influence of parameters of the cable-stayed arch bridge on its lateral destabilization critical loading is made with the practical method. The parameters include the pretension stress, the inclination of cable, the scope of cables arranged on the arch and the distance between bridge tower and arch.

Key words: the cable-stayed arch bridge; lateral stability, energy principle

斜拉拱桥是一种新型的组式拱桥,它是由拱肋、桥塔、斜拉索、吊杆和桥面系构成的组合结构体系,以拱结构受力为主,辅以斜拉索受力^[1]。其结构布置见图 1。

拱作为典型的压弯构件,其稳定性历来是工程设计和研究中的重点问题,而斜拉双肋拱的横向稳定性

尚未见相关理论研究。斜拉拱桥的稳定性和普通拱桥的不同之处在于,拱侧倾过程中斜拉索提供非保向力^[2]作用,即斜拉索索力的水平分力对拱肋横向失稳的抑制作用。本文利用能量原理,推导斜拉平行双肋拱横向稳定性的实用计算方法,并分析斜拉索参数对拱横向稳定性的影响。

1 临界荷载实用计算方法

1.1 基本假定

对于双肋拱桥的横向失稳临界荷载,国内已有不

收稿日期:2010-04-12;修回日期:2010-07-28
作者简介:陆 伟(1981—),男,湖北仙桃人,高级工程师,博士。
E-mail:hopegrasped@163.com

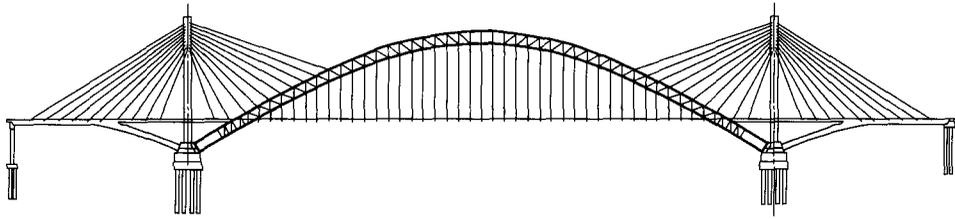


图 1 斜拉拱桥结构布置图

少学者采用能量法进行了推导。本文理论推导采用的基本假定与文献[3-4]相同,同时假设斜拉索为竖琴形布置,从拱脚向拱顶方向均匀布置。

1.2 斜拉拱空间变形几何关系^[3-4]

研究拱轴的空间变形,采用图 2 所示的曲线坐标。图中拱弧上任一点 s 处的固定坐标系为 x, y, z , z 方向为曲线在主平面内的切线方向, s 处圆心角为 φ 。 s 点处在 x, y, z 方向的位移分别为 u, v, w , 转角为 β, γ, θ 。斜拉索水平夹角为 ϕ 。

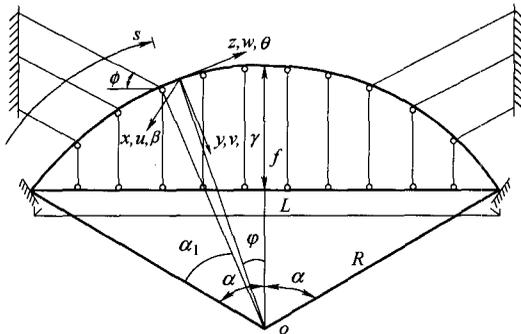


图 2 斜拉拱稳定计算简图

相距 ds 的微元两侧截面绕 y, z 轴的侧向挠曲率为

$$K_y = \frac{\text{绕 } y \text{ 轴的转角增量}}{\text{距离增量 } ds} = \frac{d\gamma}{ds} + \frac{\theta d\varphi}{ds} \quad (1)$$

$$K_z = \frac{\text{绕 } z \text{ 轴的转角增量}}{\text{距离增量 } ds} = \frac{d\theta}{ds} - \frac{r d\varphi}{ds} \quad (2)$$

同时,拱在侧倾时对应着一个拱轴不伸缩条件为

$$\frac{dw}{ds} = \frac{v d\varphi}{ds} - \frac{1}{2} \left(\frac{du}{ds} \right)^2 \quad (3)$$

根据两拱脚无相对切向位移条件 $\int ds w = 0$, 有

$$\int v ds = \frac{R}{2} \int \left(\frac{du}{ds} \right)^2 ds \quad (4)$$

另外,根据拱肋横向失稳时挠曲变形特点,有

$$\gamma = - \frac{du}{ds} \quad (5)$$

1.3 能量关系

假定以失稳前状态为基准态,斜拉拱横向失稳过程中的能量有:

(1) 拱肋的侧向挠曲和扭转变形能

$$U_{ay} = \frac{1}{2} \int EI_y K_y^2 ds = \frac{1}{2} \int EI_y \left(\frac{\theta}{R} - \frac{d^2 u}{ds^2} \right)^2 ds \quad (6)$$

$$U_{az} = \frac{1}{2} \int EI_z K_z^2 ds = \frac{1}{2} \int GT \left(\frac{d\theta}{ds} + \frac{1}{R} \frac{du}{ds} \right)^2 ds \quad (7)$$

(2) 桥面的侧向抗弯挠曲应变能^[4]

$$U_{by} = \frac{1}{2} \int E_b I_{by} \left(\frac{d^2 u_b}{dL^2} \right)^2 dL = \frac{1}{2} \int \frac{E_b I_{by}}{\cos^3 \varphi} \left(\frac{d^2 u_b}{ds^2} \right)^2 ds \quad (8)$$

(3) 拱肋在外荷载 q 作用下的位势

$$V_a = - \int v q(s) ds = - \frac{qR}{2} \int \left(\frac{du}{ds} \right)^2 ds \quad (9)$$

(4) 吊杆非保向力引起的拱肋弹性势能

$$U_{ak} = - \frac{1}{2} \int \frac{H(x)}{a/\cos \varphi} u ds = \frac{1}{2} \int \frac{q \cos \varphi}{h} (u^2 - uu_b) ds \quad (10)$$

式中: $H(x)$ 为吊杆拉力的水平分力; h 为拱肋到桥面的距离。

$$H(x) = -q a \sin \theta = - \frac{q a}{h} \left(1 - \frac{u_b}{u} \right) \cdot u$$

$$\text{式中 } h = f - R(1 - \cos \varphi) \quad (11)$$

(5) 吊杆非保向力引起的桥面弹性势能^[4]

$$U_{bk} = - \frac{1}{2} \int \frac{H(x)}{a} u_b dL = - \frac{1}{2} \int \frac{q \cos \varphi}{h} (uu_b - u_b^2) ds \quad (12)$$

(6) 斜拉索非保向力引起的拱肋弹性势能^[5]

$$U_{ak1} = \frac{1}{2} \int \frac{T_s}{a l / \cos \varphi} u^2 ds' = \frac{1}{2} \int \frac{T_s \cos \varphi \cos \phi}{a (l_0 + R \sin \varphi)} u^2 ds' \quad (13)$$

式中: s' 为布置斜拉索的拱弧段。

(7) 拱肋局部弯曲变形能、横撑弯曲变形能

双肋斜拉拱侧倾失稳后,由于肋间横撑的作用,拱肋将产生横撑间的局部弯曲变形能 U_{ay1} , 横撑产生相

应拱肋处切向弯曲变形能 U_{hy} 和径向弯曲变形能 U_{hz} 。

$$U_{hy} + U_{ay1} = \frac{3EI_{hy}}{BD} \eta_1 \int_s \gamma^2 ds \quad (14)$$

$$U_{hz} = \int_s \frac{\overline{U_{hz}}}{D} ds = \frac{3EI_{hz}}{BD} \int_s \theta^2 ds \quad (15)$$

式中

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + \frac{DI_{hy}}{2BI_y}} \gamma$$

由于斜拉拱横向失稳变形的对称性,可取单根拱肋和半边横撑作为研究体系,则整个研究体系的总能量可以表示为

$$\pi = U_{ay} + U_{az} + U_{by} + U_{bk} + 2U_{ak1} + U_{bz} + V_a + U_{hz} + U_{hy} + U_{ay1} \quad (16)$$

1.4 位移函数及临界荷载

对于两端固结的斜拉拱桥,满足其边界条件的半波形状的位移函数为

$$\begin{cases} u = B_1 \left(1 + \cos \frac{\pi\varphi}{\alpha}\right) \\ u_b = B_2 \left(1 + \cos \frac{\pi\varphi}{\alpha}\right) \\ \theta = B_3 \left(1 + \cos \frac{\pi\varphi}{\alpha}\right) \end{cases} \quad (17)$$

将式(17)代入式(6)~式(15)求解,并利用 Ritz 法由势能驻值条件:

$$\frac{\partial \pi}{\partial B_i} = 0 \quad i=1,2,3$$

得到求解两端固结双肋斜拉拱横向失稳临界屈曲荷载的齐次方程组为

$$\begin{cases} \left[\frac{EI_y \pi^4}{R^3 \alpha^3} + \frac{GT \pi^2}{R^3 \alpha} - \frac{q \pi^2}{\alpha} + qn_2 + \frac{2T_1 n_3 \cos \phi}{a} + \frac{6\pi^2 \eta_1 EI_{hy}}{RaBD} \right] B_1 - qn_2 B_2 + \frac{(EI_y + GT) \pi^2}{R^2 \alpha} B_3 = 0 \\ -qn_2 B_1 + \left[\frac{EI_{by} \pi^4 n_1}{R^3 \alpha^4} + qn_2 \right] B_2 = 0 \\ \frac{(EI_y + GT) \pi^2}{R^2 \alpha} B_1 + \left[\frac{3EI_y \alpha}{R} + \frac{GT \pi^2}{R \alpha} + 18aR \frac{EI_{hz}}{BD} \right] B_3 = 0 \end{cases} \quad (18)$$

式中: EI_y 为拱肋侧向抗弯刚度; GT 为拱肋抗扭刚度; $E_b I_{by}$ 为桥面侧向抗弯刚度; EI_{hy} 、 EI_{hz} 表示横撑的切向、径向抗弯刚度; a 为吊杆水平间距; T_1 为索预张拉力; l_0 为塔距拱顶水平距离; ϕ 为斜拉索的倾角; B 为两拱肋的间距; D 为两横撑的水平距离。

方程组(18)中的 n_1, n_2, n_3, n_4 必须通过数值积分的方法得到。本文采用复化 simpson 求积公式,将常用数值计算制表备查,见表 1。其中, n_3 的值受到桥塔至拱顶水平距离的影响,制表较为不方便,编制了相应的查询程序见图 3。

表 1 斜拉拱横向失稳临界荷载计算参数表

矢跨比	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10
n_1	5.267	1.897	1.163	0.853	0.681	0.57	0.492	0.434
n_2	5.996	7.431	8.943	10.500	12.085	13.687	15.301	16.924
n_4	0.286	0.302	0.310	0.315	0.318	0.321	0.322	0.323



图 3 斜拉拱横向失稳实用公式参数查询

$$n_1 = \int_{-a}^a \frac{\cos^2 \frac{\pi\varphi}{\alpha}}{\cos^3 \varphi} d\varphi$$

$$n_2 = \int_{-a}^a \frac{\cos \varphi \left(1 + \cos \frac{\pi\varphi}{\alpha}\right)^2}{\frac{f}{R} + \cos \varphi - 1} d\varphi$$

$$n_3 = \int_{-a}^a \frac{\cos \varphi \left(1 + \cos \frac{\pi\varphi}{\alpha}\right)^2}{\frac{l_0}{R} + \sin \varphi} d\varphi$$

$$n_4 = 1 - \frac{n_2}{\alpha \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^2}$$

由上述齐次方程组(18)的系数行列式为 0 得到关于 q 的一元二次方程,求解即可得到双肋斜拉拱考虑非保向力作用的横向失稳临界荷载。

上述齐次方程组参数众多,要推导出关于 q 的解析公式较为繁琐,在实际应用时,直接在数学软件 Mathematica 中,由给定参数计算之后带入齐次方程组,根据方程组系数行列式为 0 的条件求解 q 更为方便。

2 算例分析

为了验证本文提出的双肋斜拉拱横向失稳临界荷载表达式的正确性,通过算例将本文方法计算结果与空间弹性有限元结果进行对比。

算例 某双肋下承式斜拉拱桥,基本数据如下:

跨度为 240 m,桥面宽度为 20 m,矢跨比为 1/5,拱肋截面抗弯弹性模量为 2×10^{11} MPa,剪变模量为 7.69×10^{10} MPa,面外抗弯刚度为 1.237 m^4 ,抗扭刚度为 2.155 m^4 。桥面抗弯刚度为 21.333 m^4 ,吊杆沿桥面按 12 m 距离布置,斜拉索预张拉力为 1 000 kN,从拱脚往拱顶方向布置到四分之点,与吊杆在拱上张拉

位置相同,每侧拉索倾角为 20° 。两拱肋间分别均匀布置 7 道横撑,横撑竖向抗弯刚度为 0.657 m^4 ,切向抗弯刚度为 0.452 m^4 。拱脚固结。

根据上述基本数据,在 Mathematica 软件中计算出参数并带入方程组(18),根据系数行列式为 0 的条件求解出双肋斜拉拱横向失稳临界荷载: $q_{cr} = 5\,366.4 \text{ kN/m}$ 。

同时根据上述基本数据利用大型通用有限元软件 ANSYS 建立空间斜拉拱模型进行弹性有限元分析。桥面横纵梁以及拱肋采用 beam188 单元模拟,横撑采用 pipe16 单元模拟,斜拉索和吊杆采用 link10 单元模拟,其初始预应力通过降温的方式施加。拱脚与拉索靠主塔侧固结,吊杆与拱肋及桥面纵梁铰接。拱肋作用单位均布荷载,在 ANSYS 中进行特征值屈曲分析,采用 Lanczos 方法求解,得到第一阶屈曲模态为面外失稳,相应屈曲系数(即失稳临界荷载)为 $5\,211.7 \text{ kN/m}$,与实用解相对误差为 3.0% ,可见二者结果吻合较好,说明本文方法比较全面的考虑了斜拉拱各因素对横向稳定的影响。

3 斜拉索非保向力效应分析

本文主要分析斜拉索非保向力作用对横向失稳临界荷载的影响。由于本文斜拉索采用竖琴形布置,从推导的公式可以看出,斜拉索非保向力效果取决于斜拉索预张力、拉索倾角、拉索布置范围(即数量)、桥塔距拱顶的水平距离 4 个参数。在上述算例数据的基础上,改变各参数的值,根据推导的实用计算方法,在 Mathematica 中进行计算,结果见图 4~图 7(大跨度拱桥矢跨比一般在 $1/5$ 左右,这里仅以矢跨比 $1/5$ 为例进行拉索参数分析)。

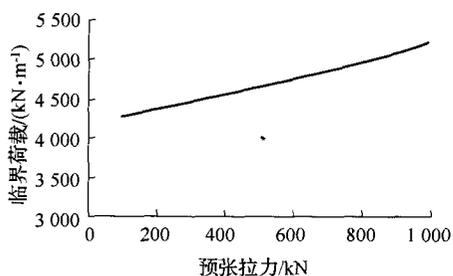


图 4 不同索预张力下临界荷载

(1)从图 4 可以看出,随着斜拉索预张力不断增加,拱的横向失稳临界荷载线性增加,即斜拉索非保向力效应越明显。但斜拉索预应力对双肋斜拉拱横向稳定性的影响不及对于单肋斜拉拱明显^[6],原因在于对单肋斜拉拱,斜拉索对拱肋横向失稳起主要约束作用,而对于双肋斜拉拱,拱肋的横向稳定性主要靠肋间横撑,斜拉索仅起辅助作用。

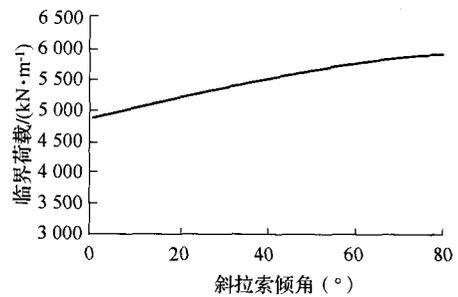


图 5 不同索倾角下临界荷载

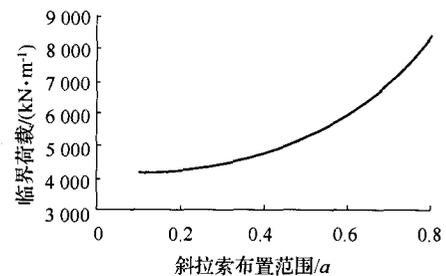


图 6 不同索布置范围临界荷载

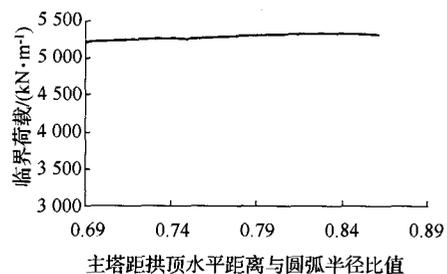


图 7 不同主塔位置下临界荷载

(2)从图 5 可以看出,斜拉索倾角在 $0^\circ \sim 70^\circ$ 范围内增加时,拱横向失稳临界荷载增加, 70° 后倾角再增加,临界荷载基本保持不变。当然,对于竖琴形布置而言,倾角改变实际上是长度和倾角的同时改变。

(3)从图 6 可以看出,斜拉索布置范围从拱脚逐渐向拱顶增加时,拱横向失稳临界荷载增加,在四分点到拱顶范围内增加斜拉索对拱横向失稳临界荷载提高有很大作用。

(4)从图 7 可以看出,改变主塔与拱的间距,即改变主塔距拱顶水平距离与圆弧半径比值(实质为改变拉索长度),对斜拉拱横向失稳临界荷载影响不大。

(5)从工程应用实际来看,在最优斜拉索预应力、斜拉索倾角、长度左右范围调整这些参数,斜拉索非保向力对拱横向失稳临界荷载影响不大,考虑在拱四分点后加密斜拉索的布置是提高拱横向稳定临界荷载较好的方法。

4 结论

通过算例分析说明本文推导的双肋斜拉拱横向失

稳临界荷载表达式计算斜拉拱的弹性失稳荷载在理论上是可行的,采用本文推导的临界荷载表达式,无需建立复杂的有限元模型,只需输入结构基本参数,就可以快速得到具有一定准确度的结果,为工程前期初步评判结构的横向稳定性提供了有效的手段。而斜拉索的非保向力作用对提高斜拉拱横向稳定性具有较明显的效果,特别是布置于拱四分点到拱顶范围内的斜拉索对提高拱横向稳定性效果明显。

参考文献:

- [1] 罗世东. 大跨径斜拉拱桥创新技术构思与研究[J]. 桥梁建设, 2005, (6): 31-33.
LUO Shi-dong. Considerations and Study of Innovative Techniques for Long - span Cable - stayed Arch Bridge [J].

- Bridge Construction, 2005, (6): 31-33.
[2] 杨永清. 抛物线双肋拱在非保向力作用下的横向稳定性[J]. 西南交通大学学报, 2003, 38(3): 309-313.
YANG Yong-qing. Lateral Stability of Parabolic Double-rib Arch under Non-directional Loads[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2003, 38(3): 309-313.
[3] 吴恒立. 拱式体系的稳定计算[M]. 北京: 人民交通出版社, 1979.
[4] 李国豪. 桥梁结构的稳定与振动[M]. 北京: 人民铁道出版社, 1965.
[5] 金伟良. 大跨度拱桥的横向稳定性研究[D]. 大连: 大连理工大学, 1988: 15-68.
[6] 陆伟. 大跨度组合式斜拉-拱桥的稳定性研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2008: 67-83.

(责任编辑 时 博)

《铁道学报》被数据库收录情况

起始年份	收录系统名称
1985	《中文科技资料目录—铁路》、“中国铁路文献数据库”
1988	中国科技信息研究所“中国科技论文与引文数据库(CSTPCD)”
1990	中国科学院文献情报中心“中国科学引文数据库(CSCD)”
1992	《中文核心期刊要目总览》铁路运输类核心期刊、中国科技信息研究所重庆分所“中文科技期刊数据库”(全文)
1994	清华大学“中国学术期刊(光盘版)”(全文)、“中国知网(CNKI)”(全文)、“中国学术期刊综合评价数据库(CAJCED)”
1995	美国工程信息公司“Ei page one”数据库
1996	中国科协《中国学术期刊文摘》(中文版)
1998	中国科技信息研究所“万方数据电子期刊”(全文)
1999	德国“国际建筑文献数据库(ICONDA)”
2000	美国“剑桥科学文摘(CSA)”
2001	俄罗斯文摘杂志(AJ)
2005	中国台湾华艺中文电子期刊服务数据库(CEPS)(全文)
2006	美国工程信息公司“Ei Compendex”数据库
2007	中国科协《中国学术期刊文摘》(英文版)