

华中科技大学硕士学位论文

摘要

重力梯度是重力位的二阶导数，重力梯度测量能够反映地质结构的细节变化，地球重力梯度测量在惯性导航领域、地球物理学、地震学、地质学、资源勘探等方面都有着十分重要的应用价值。

重力梯度测量一般可分为两种模式：差分加速度计测量模式和扭矩测量模式。本文基于扭矩测量原理并结合现代先进的电容传感技术，开展了测量精度为 10E 的簧片重力梯度仪的实验研究。在预期研制目标下，我们对簧片重力梯度仪的机械部分、电路部分等方面进行了可行性方案设计和分析，为开展簧片重力梯度仪的实验研究提供了理论指导。

在前期理论研究的基础上，我们完成了一维簧片重力梯度仪在扭转自由度上的电容检测和二维簧片重力梯度仪绕 Y 轴扭转方向的电容检测，并利用簧片的弹性力矩对簧片重力梯度仪进行了实验标定。初步实验结果表明，目前的研制水平为：二维簧片重力梯度仪的梯度分量 W_{xx} - W_{zz} 和 W_{xz} 的分辨率分别达到了 47E 和 37E ，它主要受到系统检测电路噪声的限制。

为了进一步提高实验测量精度，一种方案是将电容极板与检验质量之间的间距由 0.3mm 减小到 0.1mm ，使电路部分的放大倍数提高 9 倍，可以实现测量精度为 10E 的梯度测量。除此之外，还可以采用闭环测量系统，这样可以提高系统的稳定性，减小簧片的非线性。

关键词：重力梯度测量，簧片重力梯度仪，电容传感器

Abstract

The gravity gradient is the second derivative of the gravity potential, which can reflect the slim change of the geological structure. The gravity gradiometer behaves important applications in the fields of the Earth science, such as inertial navigation, geophysics, earthquake, geology science, Earth's resource survey and so on.

The measurements of gravity gradient generally can be divided into two models, differential acceleration measurement and torque measurement model. In this paper, the flexure hinges gravity gradiometer based on the principle of torque measurement combined with a high-precision capacitance transducer is designed, and then one-dimension and two-dimension gravity gradiometer prototypes are, respectively, constructed and experimental investigated. Experimental results show that the two-dimension gravity gradiometer combined with a two-dimension capacitance transducer behaves resolutions of the gradiometer elements $W_{XX} - W_{ZZ}$ and W_{XZ} of 47E and 37E respectively, which are limited by the electrical noises of the capacitance transducer.

The resolution of the hinge torque gravity gradiometer could be improved by a factor of 9 by reducing the gaps of the capacitance electrode from presented 0.3mm to 0.1mm. In addition, the closed-loop electrostatic torque actuators should be added in order to improve stability and reduce the nonlinear of the flexure hinges.

Key Words : Gravity gradient measurement, Flexure hinges gradiometer, Capacitance transducer

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除文中已经标明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到，本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：

日期： 年 月 日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权华中科技大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本论文属于 保密 ，在_____年解密后适用本授权书。
 不保密 。

(请在以上方框内打“ ”)

学位论文作者签名：

日期： 年 月 日

指导教师签名：

日期： 年 月 日

1 引言

1.1 选题背景

常规重力测量观测重力位沿垂线方向的一阶导数，重力梯度测量反映重力位的二阶导数，重力位的二阶导数对于物体的变化部分比较敏感^[1]。常规重力仪只测量重力场的一个分量（铅垂分量），而一台重力梯度仪能够测量 5 个重力场梯度张量分量，重力梯度仪测量中多个信息的综合应用能够加强应用重力数据做出的地质解释^[2]。特别是，重力梯度的测量能够将载体运动的惯性加速度和重力加速度区分出来。重力梯度仪在航天航空领域、地球科学和地质科学等方面有重要的应用。

在航空航天领域，由于高精度的重力梯度仪可在大范围内快速测量重力梯度，安装在运动载体上的重力梯度仪可以实时测定所处位置的重力梯度张量分量，能够获得准确的重力值和垂直偏差，可提供惯性导航系统充分的重力场信息，从而达到精确导航的目的^[3]。重力梯度仪用于卫星重力测绘能提供更高空间分辨率的全球重力图。

对于地球科学来讲，绘制和了解重力场的空间变化是非常重要的，地球重力场的横向变化能提供研究地球内部结构的情况，例如，与地震有关的过程、山的构造、地壳板块边界的变形都产生短波长重力信号。地球重力场暂态的信息也可告诉我们与地幔对流、火山活动、地壳形变有关的动力过程。

在地质科学方面，重力梯度测量能显示出地质结构的微小差异，即它对重力的高频信息（短波分量）十分敏感。重力梯度测量数据能够提高地质特征的定量模拟质量。重力梯度测量对于油气藏具有随时间变化的监测能力，重复重力梯度测量可以监测生产过程中石油的移动轨迹。

总之，识别重力场短波长分量的能力对地球科学、地质科学的发展具有非常重大的意义。重力梯度测量在石油、金属矿勘探和小地质探测等领域必将发挥越来越大的作用。

1.2 重力梯度仪的研究进展

1.2.1 重力梯度的概念

地球重力位是由引力位和离心力位两部分组成,即 $W = V + U$,其中 V 表示引力位, U 表示离心力位^[4-5]。一般我们所说的重力观测是指对重力位垂线方向的一次导数,即 W_z 的观测:

$$g_z = W_z = -\frac{\partial W}{\partial z} \quad (1-1)$$

而重力梯度的测量是指对重力位的二次导数的测量,即 $W_{ij} = -\partial^2 W / \partial r_i \partial r_j$,由张量表示为:

$$\nabla^2 W = \begin{pmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{xz} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{yz} \\ W_{zx} & W_{zy} & W_{zz} \end{pmatrix} \quad (1-2)$$

式中 W_{ij} ($i, j = x, y, z$) 为空间梯度张量元素的分量。由于重力梯度张量的对称性,即满足关系式 $W_{ij} = W_{ji}$,所以重力梯度张量中包含六个独立的分量。由引力场的泊松方程可知,重力梯度张量的迹与局部场的静态物质的密度分布有关:

$$\Delta W = \sum W_{ii} = -4\pi G\rho + 2\omega_e^2 \quad (1-3)$$

其中, G 是万有引力常量; ρ 为局部场的静态物质的密度分布, ω_e 为地球自转的角速度。在地球上 ($\rho = 0$),泊松方程可以表示为:

$$\sum W_{ii} = W_{xx} + W_{yy} + W_{zz} = 2\omega_e^2 \quad (1-4)$$

这样重力梯度张量中只包含五个独立的分量。在重力梯度测量中,我们只需测量五个重力梯度值或其线性组合就可得到全张量重力梯度值。

1.2.2 重力梯度的基本测量原理

重力梯度测量一般可分为两种模式^[6-7]:差分加速度计测量模式和扭矩测量模式。前者通过测量相距一定距离的两加速度计之差来获取该测量方向重力梯度的分量,这类仪器的精度高、但造价也高。后者通过测定作用在检验质量上的力矩来间接获取重力梯度值,虽然这类仪器的精度相对来说比较低,但是造价低,便于携带,所以在地球

质研究和石油、金属矿勘探方面仍有很大的应用价值。

1.2.3 国内外研究状况

基于扭矩测量模式的重力梯度仪可追溯到 Eötvös 扭秤重力梯度测量装置, 1900 年匈牙利地球物理学家 Eötvös 通过一根扭丝悬挂一根摆杆, 摆杆两端分别连接一个质量为 m 的检验质量, 这样便构成了扭秤, 该扭秤的扭转周期可以达到数百秒乃至数千秒, 在水平扭转方向灵敏度高, 可用来测量水平方向的重力梯度张量分量, 开创了重力梯度测量的新纪元。Eötvös 扭秤的最早形式如图 1.1 所示, 该仪器的测量精度为 $1E$ ($1E = 10^{-9}/s^2$)^[8]。后来德国学者 W.Schweydar 对 Eötvös 扭秤进行了改进, 40 年代以前利用扭秤测量重力梯度发展比较迅速, 在石油和天然气勘测方面得到广泛的应用^[9]。

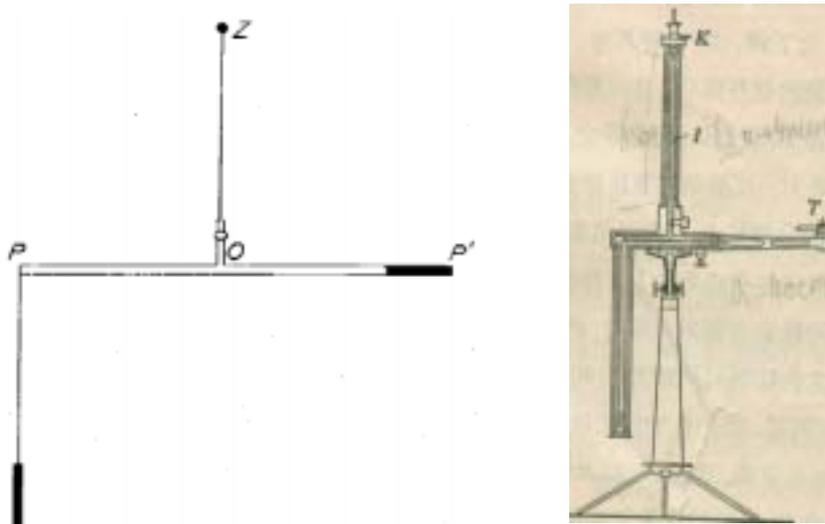


图 1.1 Eötvös 扭秤结构示意图

后来因为扭秤重力梯度仪所需的测量时间长, 体积大, 受测点附近的地形起伏影响相当严重, 只能在平缓的地区应用, 以及梯度测量数据的解释方法研究没跟上, 而逐渐地被地震仪、重力摆仪及稳定弹簧重力仪所取代。但是由于重力梯度值具有重力值所没有的独特优点, 重力梯度测量并没有消失, 一直以来, 它以不同的形式在各种领域得到广泛的应用^[10-12]。

近些年来, 随着人们认知水平的不断提高和科技水平的不断发展以及人们对惯性导航系统精度要求的不断提高, 重力梯度仪又逐渐被人们重视、并得到飞速的发展。基于差分加速度计测量模式, 典型的代表是上世纪 70 年代美国 Bell 宇航实验室研制

华中科技大学硕士学位论文

的旋转加速度计重力梯度仪^[13-14]，如图 1.2 所示。后来澳大利亚 Lockheed Martin 公司购买了 Bell 宇航实验室的技术成功研制了猎鹰（Falcon）航空重力梯度仪，其测量精度为 3~10 E，被广泛地用于资源探测^[15-18]。

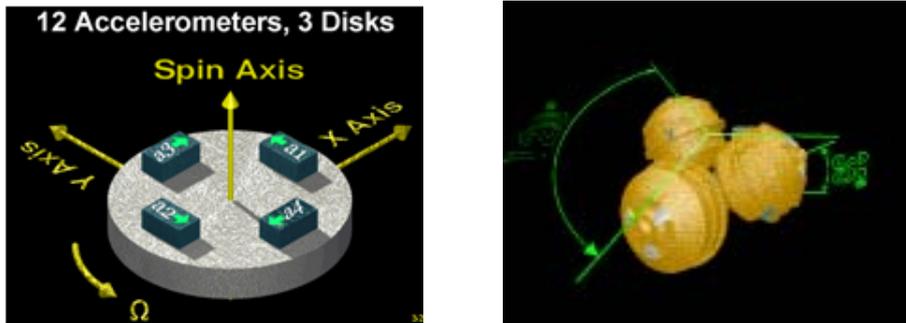


图 1.2 贝尔公司的旋转加速度计重力梯度仪

另外，基于差分加速度计测量模式，人们开展了更高精度（ $10^{-2} \sim 10^{-3}$ E）的静电悬浮和磁悬浮空间重力梯度仪的研制^[19-22]。1979 年马里兰大学与美国航天局（NASA）开始超导重力梯度仪的研制项目。80 年代初 Maryland 大学研制出了精度为 0.01E 的单轴超导重力梯度仪实验室样机。2002 年，Maryland 大学研制出了三轴超导重力梯度仪，在 1Hz 带宽内，其分辨率为 $0.02E/Hz^{1/2}$ 。图 1.3 表示三轴超导重力梯度仪的实物图^[21]。



图 1.3 Maryland 大学研制的三轴超导重力梯度仪

80 年代末法国 Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales (ONERA) 研制出了精度为 0.01E 的静电悬浮重力梯度仪^[19]。国内重力梯度测量工作开展得比较晚，还处于实验室研究阶段^[23]。

综上所述，重力梯度仪的应用必将对地球物理和大地测量做出重要的贡献。不过现在重力梯度测量数据的解释方法在应用方面都还不成熟，还处于发展阶段。

1.3 本人所做的工作

本人在硕士期间主要做了以下工作：

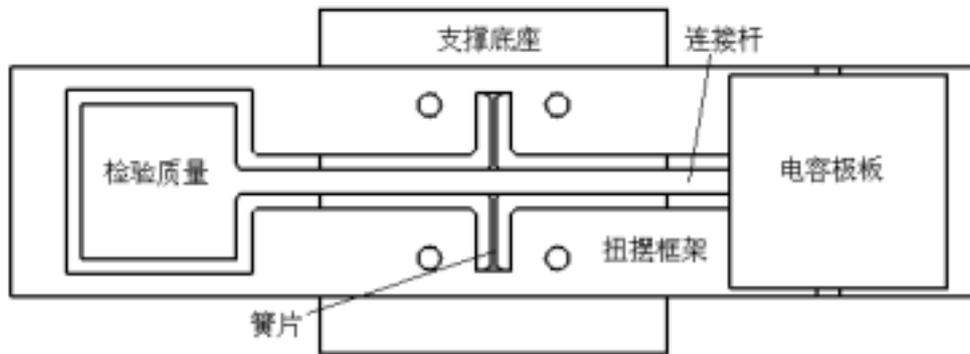
- (1) 一维簧片重力梯度仪的设计与研制；
- (2) 二维簧片重力梯度仪的设计与研制。

2 一维簧片重力梯度仪的设计和研制

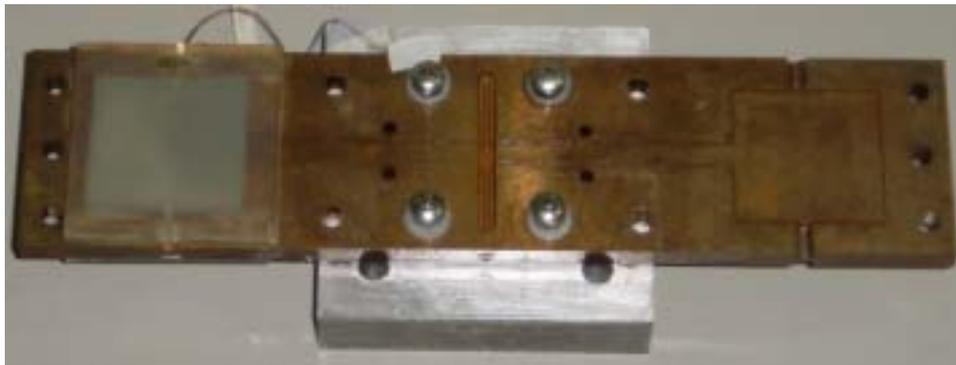
2.1 一维簧片重力梯度仪的设计与计算

2.1.1 一维重力梯度仪的机械设计

图 2.1 显示了一维簧片重力梯度仪系统的俯视图和实物图，一维簧片重力梯度仪系统由扭摆、微位移电容传感器的机械结构和支撑底座共同组成。扭摆是由框架、簧片和振动质量三部分组成，振动质量是由连接杆和两个质量相同检验质量组成。2003 年，V. Iafolla 等人利用这种扭摆开展了测量引力常数 G 的初步实验研究^[24]，现在我们用此种扭摆构成簧片重力梯度仪系统进行重力梯度测量研究。



a 单轴重力梯度仪系统的俯视图



b 单轴重力梯度仪系统的实物图

图 2.1 单轴重力梯度仪系统的俯视图和实物图

扭摆是由一块铍青铜通过线切割机（切割精度为 0.02 mm）精密切割制成。支撑梁是由两个横截面为正方形的簧片并联构成，它通过连接杆和检验质量相连接，扭转

华中科技大学硕士学位论文

轴和扭摆的中心线重合。将扭摆的一个检验质量两边分别加上一块与它平行的电容极板，它们和检验质量形成两对电容极板，构成电容微位移传感器的机械结构，用于检测扭摆的输出信号的变化。扭摆的另一个检验质量用于放置附加质量。电容极板是由微晶玻璃制作而成，其表面积为 $(40.00 \pm 0.02) \text{ mm} \times (40.00 \pm 0.02) \text{ mm}$ ，它与检验质量之间的间距 e 为 $(0.45 \pm 0.02) \text{ mm}$ ，电容极板处于初始平衡位置时的电容 C_0 为 $(31.5 \pm 1.4) \text{ pF}$ 。整个扭摆水平放置，扭转轴和重力方向垂直，扭摆固定在铝制支撑底座上。这样扭摆、微位移电容传感器的机械结构和支撑底座共同组成了一个完整的重力梯度仪系统。该系统主要优点有：第一，扭摆是整体加工制作而成，框架、簧片和振动质量是一个统一的整体，所以它们相互之间没有滑动，没有间隙，没有摩擦，接触势比较小，避免了机械安装引起的误差。第二，簧片选用的是铍青铜材料，它能够产生大的应变和抵抗偶然损坏的能力较强。第三，整个扭摆在设计上具有很好的对称性，具有很高的灵敏度，精密小巧。该单轴重力梯度仪系统最大的缺点是簧片在重力和静电力作用下，不仅产生绕簧片扭转轴线的扭转，还产生垂直于检验质量平面方向的弯曲，使得检验质量在重力方向下降了一定的距离。

2.1.2 簧片刚度的设计和计算

设簧片的长度为 L ，宽度为 w ，厚度为 t ；在外力矩 M_T 作用下，其力学模型可以等效如图 2.2 所示：

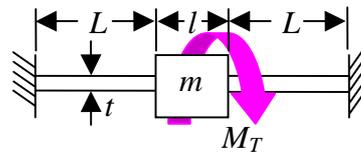


图 2.2 一维重力梯度仪簧片刚度计算的力学等效模型

如果与簧片相连的支撑座的应变为零，簧片自身没有残余应力，那么在外力矩 M_T 作用下，簧片扭转的角度 φ 可以表示为^[25]：

$$\varphi = \frac{M_T L}{GI_T} \quad (2-1)$$

式中 G 为材料的剪切模量， $I_T = \beta wt^3$ 为相当极惯性矩，系数 β 与比值 w/t 有关。在微小位移的情况下，簧片的变形可看成是线性的，因此对于横截面为正方形的簧片，其扭

华中科技大学硕士学位论文

转刚度可以表示为：

$$k_t = G \frac{0.141a^4}{L} \quad (2-2)$$

式中 a 为正方形截面杆的边长。在我们的实验设计中，为了提高簧片抵抗屈服强度的能力，同时保证簧片具有很好的柔度，通常采用圆角将簧片和支座连接起来^[26-29]。



图 2.3 圆角簧片的结构示意图

图 2.3 表示圆角簧片的结构示意图，由材料力学的基础知识可以计算得到簧片绕 x 轴^[30-32]和 y 轴^[33-36]的扭转刚度分别为

$$K_x = 2a_1 t^3 G / \left\{ \frac{2a_1(L-2r)}{a_1 w - b_1 t} + \frac{4[a_1(2r+w) - b_1 t]}{\sqrt{[a_1(4r+w) - b_1 t](a_1 w - b_1 t)}} \arctan \sqrt{\frac{a_1(4r+w) - b_1 t}{a_1 w - b_1 t}} - \pi \right\} \quad (2-3)$$

$$K_y = Ewt^3 / \{12[L-2r+2r[t(4r+t)(6r^2+4rt+t^2)+6r(2r+t)^2]t^{1/2} (4r+t)^{1/2} \arctan(1+4r/t)^{1/2}](2r+t)^{-1}(4r+t)^{-3}\} \quad (2-4)$$

其中系数 $a_1 = 0.333$ ， $b_1 = 0.21$ 均为常数， r 为圆角半径。

这里采用的铍青铜板状材料 (QBe2.0) 具有高硬度、高弹性、无磁性等特点。它的主要物理特性和机械性能有：杨氏模量 $E = 1.3 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ，剪切模量 $G = 5.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ ，泊松比 $\nu = 0.33$ ，密度 $\rho = 8260 \text{ kg/m}^3$ ，热膨胀系数为 $1.78 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ ，热时效处理前的拉伸强度为 $\sigma_s = 637 \times 10^6 \text{ Pa}$ ，热时效处理（温度 300°C ，时间 1.5 小时）后的拉伸强度为 $\sigma_s = 1176 \times 10^6 \text{ Pa}$ ，实际上，对于我们设计的扭摆，簧片的形变应该是弯曲和扭转组合形变，为了保证簧片在工作时安全可靠，簧片的形变应该满足强度条件。根据材料力学的分析可以知道，扭杆允许的最大工作应力为：

华中科技大学硕士学位论文

$$[\sigma] = \frac{\sigma_s}{n_s} \quad (2-5)$$

式中 n_s 为材料的安全系数， $[\sigma]$ 为材料的许用应力，通常 n_s 可取 1.5~2.5。对于塑性材料， σ_s 表示极限应力，是指材料发生破坏、失去承载能力时的应力。

在危险截面上，梁的弯曲正应力的最大值为：

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_Z} = \frac{PL_2}{4 \times 0.104a^3} \quad (2-6)$$

式中 M_{\max} 为梁横截面上受到的最大弯矩， W_Z 为梁的抗弯截面模量，对于截面为正方形的梁，其抗弯截面模量为 $W_Z = 0.104a^3$ ， P 为扭杆受到的力， L_2 为扭杆的长度。

扭转剪应力在扭转轴表面上的最大值为：

$$\tau = \frac{M_T}{W_T} \quad (2-7)$$

式中 M_T 为梁横截面上受到的最大扭矩， W_T 为梁的抗扭截面模量，对于截面为正方形的梁，其抗扭截面模量与抗弯截面模量的关系为 $W_T = 2W_Z = 0.208a^3$ ， τ 为剪应力。

根据第四强度理论，扭转轴的强度条件为：

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma] \quad (2-8)$$

当安全系数取 $n_s = 2.5$ 时，根据式(2-5)可以得到热时效处理前铍青铜的拉伸强度为 $[\sigma] \approx 255 \times 10^6 \text{ Pa}$ ，正方形截面杆的边长必须满足 $a > 0.8 \text{ mm}$ 。热时效处理后铍青铜的拉伸强度为 $[\sigma] \approx 470 \times 10^6 \text{ Pa}$ ，正方形截面杆的边长必须满足 $a > 0.66 \text{ mm}$ 。因此我们选取正方形截面杆的边长 $a = 1.0 \text{ mm}$ ，整个扭摆的尺寸设计见表 2.1。

表 2.1 扭摆设计的尺寸

		长 (mm)	宽 (mm)	厚 (mm)
扭摆尺寸		250	60	8.4
簧片尺寸		20	1	1
振子 尺寸	连接杆	66	6	8.4
	检验质量	40	40	8.4

2.1.3 一维扭摆系统的数学模型

扭摆可以等效为一个扭转的质量 - 弹簧 - 阻尼系统。检验质量在外力矩作用下，振子的运动学方程可以写为：

$$I\ddot{\varphi} + \eta_t \dot{\varphi} + k_t \varphi = M \quad (2-9)$$

式中 η_t 为耗散系数（或者阻尼系数）， I 为检验质量的转动惯量， M 为输入的扭矩信号， φ 为在输入的扭矩信号作用下检验质量产生的扭转角度。单轴簧片重力梯度仪系统的本征角频率可以表示为：

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_t}{I}} \quad (2-10)$$

从上式可以知道，如果要求系统的共振频率很低，那么检验质量的转动惯量越大越好，支撑梁的扭转刚度越小越好。该系统的机械品质因数可以表示为：

$$Q = \omega_0 \frac{I}{\eta_t} \quad (2-11)$$

从(2-9)式可以看出该单轴簧片重力梯度仪系统的传递函数是一个典型的二阶系统。在低频范围内，当输入的扭矩信号为常值，它的传递函数就可以近似认为是线性的。此时作用在扭摆上的扭矩和检验质量的扭转角之间的关系可以表示为：

$$\varphi \approx \frac{M}{k_t} = \frac{M}{I\omega_0^2} \quad (2-12)$$

也就是说当输入的扭矩信号 M 为常值时，敏感元件的输出信号与系统的自然频率 ω_0 的平方成反比。

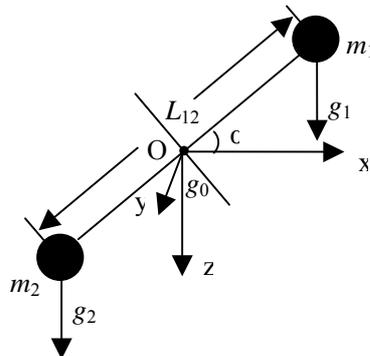


图 2.4 扭摆等效的结构示意图

华中科技大学硕士学位论文

如图 2.4 所示，建立 O-xyz 坐标系，其中 z 轴指向地心，x 轴垂直地心指向水平面正北方向，y 轴平行扭摆平面，与扭转轴重合，垂直 xz 平面。图 2.4 中 m_1 和 m_2 为两个检验质量的质量， g_1 和 g_2 分别为检验质量 m_1 和 m_2 所在位置的重力加速度， L_{12} 为两检验质量中心之间的距离，O 为两检验质量的对称中心， g_0 为 O 点所在位置的重力加速度， α 为扭摆平面和 x 轴的夹角，根据它们之间的重力梯度引起的力矩和簧片力矩平衡，可以得到：

$$k_t \Delta \varphi = (m_2 - m_1) g_0 L_{12} / 2 \cos \alpha + (m_1 + m_2) L_{12}^2 / 4 (W_{zz} \cos \alpha \sin \alpha - W_{xz} \cos^2 \alpha) \quad (2-13)$$

其中 $\Delta \varphi$ 为检验质量 m_1 和 m_2 之间的重力梯度引起的扭转角度。在我们的实验设计中，检验质量 $m_1 = m_2 = m$ ，所以(2-13)式可以写为：

$$k_t \Delta \varphi = mL_{12}^2 (W_{zz} \cos \alpha \sin \alpha - W_{xz} \cos^2 \alpha) / 2 \quad (2-14)$$

当扭摆水平放置，即 $\alpha = 0$ 时，重力梯度分量 W_{xz} 可以表示为

$$W_{xz} = -2 \frac{k_t \Delta \varphi}{mL_{12}^2} \quad (2-15)$$

当扭摆平面与水平面（沿 x 轴）成 45° 夹角时，设检验质量 m_1 和 m_2 之间的重力梯度引起的扭转角度为 $\Delta \varphi_1$ ，那么(2-14)式可以表示为

$$k_t \Delta \varphi_1 = mL_{12}^2 (W_{zz} - W_{xz}) / 4 \quad (2-16)$$

(2-16)式中包含两个重力梯度分量，为了将它们分离出来，通常将整个扭摆系统放置在回转台上，通过回转台绕 z 轴旋转 180° ，设此时检验质量 m_1 和 m_2 之间的重力梯度引起的扭转角度为 $\Delta \varphi_2$ ，扭矩平衡方程可以写为

$$k_t \Delta \varphi_2 = mL_{12}^2 (W_{xz} \cos^2 \alpha + W_{zz} \cos \alpha \sin \alpha) / 2 \quad (2-17)$$

即：

$$k_t \Delta \varphi_2 = mL_{12}^2 (W_{xz} + W_{zz}) / 4 \quad (2-18)$$

由式(2-16)和(2-18)可以得到重力梯度分量

$$W_{xz} = \frac{2k_t (\Delta \varphi_2 - \Delta \varphi_1)}{mL_{12}^2} \quad (2-19)$$

$$W_{zz} = \frac{2k_t(\Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_1)}{mL_{12}^2} \quad (2-20)$$

2.1.4 电容传感器的机械设计与计算

由于电容传感器具有位移分辨率高，噪声小，体积小，价格便宜等优点，实验中我们用差动式电容传感器进行位移测量^[37-39]。常用的电容测量有间距变化和面积变化两种方案^[41-42]。我们的实验选用间距变化型电容传感器，在线性近似下，电容间距检测方案的灵敏度可以表示为：

$$S_d = \frac{\partial C}{\partial x} \approx \frac{2C_0}{e} \quad (2-21)$$

其中 $C_0 = \varepsilon S/e$ ， ε 为电容极板间介质的介电常数， S 为检验质量处于其平衡位置时检测电容的有效面积。该方案的优点是位移检测的灵敏度高，缺点是存在非线性误差。

2.1.5 电容传感器的检测电路的设计与计算

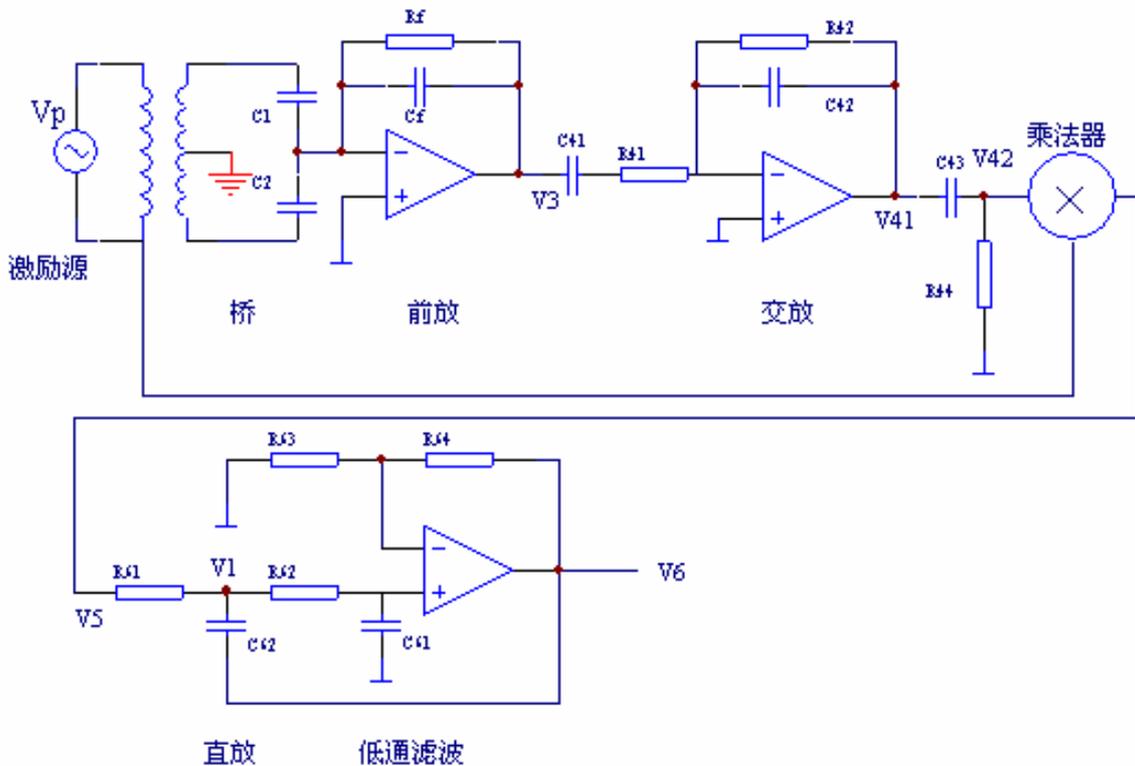


图 2.5 电容传感器一个检测方向的电路总图

实验中我们采用基于相关检测技术的变压器比例臂差动式电容传感电路^[43-47]，其原理图如图 2.5 所示。信号发生器产生的高频正弦波加载在电容极板上，中间的检验

华中科技大学硕士学位论文

质量上会感应出相应的正弦信号，如果检验质量有微小的位移 Δx ，就会引起极板间电容大小的变化，形成差动电容 ΔC 。这时，交流桥路的平衡被破坏，检验质量上产生的微小低频信号被调制到高频正弦信号中。这些信号经过前置放大器和交流放大器后，与标准载波信号相乘，最后通过滤波器滤除高频部分的信号，得到的低频直流电压信号经过放大后输出到数据采集系统。下面对各个部分分别进行介绍。

1、交流激励源

电容式传感器的信号调节电路必须要有一个交流激励源，本电路中我们采用 Max038 作为交流激励源。这里 Max038 输出的正弦波 $V_p = V_{p0}\cos(\omega t + \varphi)$ ，其频率 ω 可以通过改变外围电路上的电阻或电容来实现。它产生的载波信号的频率为 12.5 kHz。由激励源输出的高频调制信号，一路将直接加载到电容极板上，对交流桥路进行调制，另一路进入乘法器，作为解调参考信号。

2、AC 桥路和前置放大器

前置放大器实际上是一个电荷放大器，它具有抗寄生电容，受外界环境影响小等特点。反馈电阻 R_f 是为了给运算放大器提供一个直流通道以免直流饱和，若其值满足 $\omega R_f C_f \gg 1$ ，则其对交流通路的影响就可以忽略。通过交流桥路的差动信号 ΔC 经过电荷放大器后的输出电压 V_3 为

$$V_3 = -\frac{1}{2} \frac{\Delta C}{C_f} V_{p0} \cos(\omega t + \varphi) \quad (2-22)$$

3、交流放大器

为了进一步将被测信号放大以及滤除通频带以外的其他信号，我们在电路中加入了交流放大器，其传递函数为：

$$H_4 = \frac{V_{41}}{V_3} = -\frac{R_{42}}{R_{41}} \frac{1}{(1 + 1/j\omega R_{41} C_{41})(1 + j\omega R_{42} C_{42})} \quad (2-23)$$

参数选择原则：对于工作频率（载波频率 ω_p ）而言，输出相移尽可能小，带通滤波器

华中科技大学硕士学位论文

的中心角频率 ω_c 等于载波角频率 ω_p ，这要求 $\omega_p^2 R_{42} R_{41} C_{41} C_{42} = 1$ 。从上式可知， R_{42} 和 C_{42} 并联作用为高通滤波器（高通滤波器的截止频率为 $\omega_H = 1/R_{42} C_{42}$ ）， R_{41} 和 C_{41} 串联作用为低通滤波器（低通滤波器的截止频率为 $\omega_L = 1/R_{41} C_{41}$ ），该电路的交流放大倍数为 $|H_4| \approx R_{42}/R_{41}$ 。带通放大器的中心频率为 $\omega_0 = (1/R_{42} R_{41} C_{41} C_{42})^{1/2}$ （定义： $n^2 = R_{41} C_{41}/R_{42} C_{42}$ ），其通频带的宽度为 $(\omega_0/n, n\omega_0)$ 。结合实验选定的调制频率，交流放大器的中心频率 $f_c = 12.4$ kHz，其通频带的宽度为(2.1, 72.3) kHz。

4、相敏检波电路

相敏检波电路由乘法器和低通滤波器组成，乘法器的功能是将载波信号 V_{42} 和调制信号 V_p 相乘，乘法器的输出为

$$V_5 = V_{42} \times V_p = \frac{1}{4} \frac{\Delta C}{C_f} H_4 V_{p0}^2 [1 + \cos(2\omega t + \varphi)] \quad (2-24)$$

由于 V_{42} 是被幅度调制的信号，它经乘法器处理后就变成了两部分，一个部分为反映检验质量运动的低频位移信号，而另一部分为二倍调制频率项。通过低通滤波器滤除二倍调制频率项，就可以提取检验质量各个自由度上的低频位移信号，即：

$$\bar{V} = \frac{1}{4} \frac{\Delta C}{C_f} H_4 V_{p0}^2 \quad (2-25)$$

2.2 实验测试

根据前面的实验设计方案，我们开展了一维簧片重力梯度仪的实验研究，主要包括：一维簧片重力梯度仪系统相关参数的测量，扭摆系统的灵敏度标定与实验结果的讨论和分析，以及温度效应的实验研究。下面我们分别加以介绍。

2.2.1 扭摆基本尺寸的测量

扭摆的制作是一项很精密的工作，对于制作扭摆的材料，一般都选择磁化率很小的金属或者玻璃。在我们的实验中扭摆制作选用的材料为铍青铜合金，扭摆的尺寸采用测量精度为 0.02 mm 的游标卡尺进行测量，测量数据见表 2.2。

华中科技大学硕士学位论文

表 2.2 扭摆的尺寸测量数据表

测量对象		长度 (mm)	宽度 (mm)	厚度 (mm)
扭摆		249.99±0.01	59.81±0.01	8.38±0.02
簧片		19.99±0.01	0.98±0.02	0.98±0.02
振子 尺寸	检验质量	39.99±0.01	39.99±0.01	8.37±0.01
	连接杆	65.99±0.01	5.99±0.01	8.38±0.02

根据表 2.2 中的实验测量数据，可以计算得到扭摆基本参数的理论值，计算结果见表 2.3。

表 2.3 扭摆基本参数的理论值

扭摆的参数	理论计算值	标准差
扭转刚度 (Nm/rad)	0.65	±0.05
振子的质量 (kg)	0.28	±0.01
扭摆的频率(Hz)	2.87	±0.12
扭摆的转动惯量(kg·m ²)	2.00×10 ⁻³	±0.07×10 ⁻³

2.2.2 扭摆的自由周期和品质因素的测量

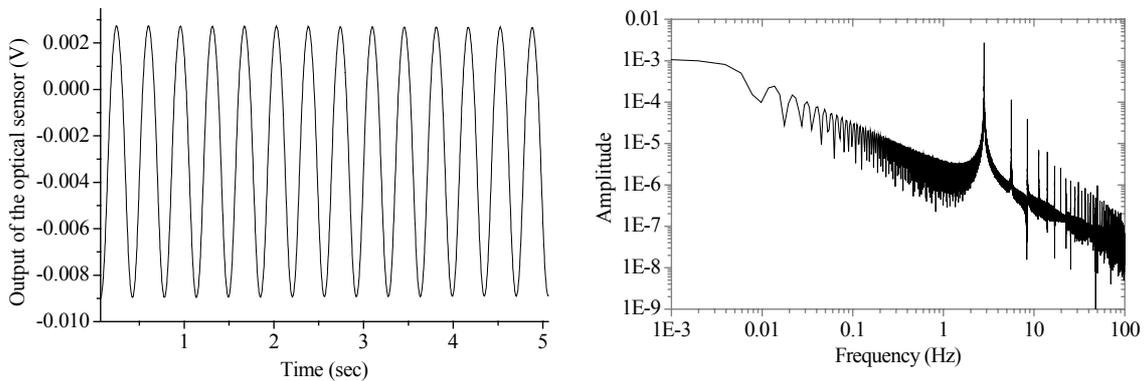


图 2.6 扭摆自由振荡的时域曲线和频域曲线

扭摆的频率是用光学位置探测器对它进行测量，这里使用的光学位置探测器是由日本滨松光子学株式会社生产的 S1352，它的位置分辨率为 2 μm，这里使用的测量工

华中科技大学硕士学位论文

具是由美国 SRS 公司生产的信号分析仪 SR785，它在室温[20°C - 40°C]下对频率分析的准确度为 25 ppm。图 2.6 表示扭摆自由振荡的时域曲线和频域曲线。由图 2.6 可以得到扭摆的本征频率为 2.805 ± 0.005 Hz，结合表 2.3 中的参数，由公式 $k = \omega^2 I$ 可以计算得到单轴簧片重力梯度仪对应的扭转刚度为 0.62 ± 0.02 Nm/rad，在误差范围内与理论设计值相吻合。通过对实验数据进行拟合，可以得到扭摆的机械品质因数为 $Q = 3361 \pm 8$ 。

2.2.3 电容位移传感器对扭摆系统的标定

电容传感器对扭摆系统灵敏度的标定是通过施加已知的力矩信号来完成，即在扭摆的一个检验质量上面的同一位置添加不同的附加质量(铝片)，其质量测量由 AT106 电子天平完成(精度为 $1 \mu\text{g}$)。图 2.7 表示扭摆系统的灵敏度标定实验数据。

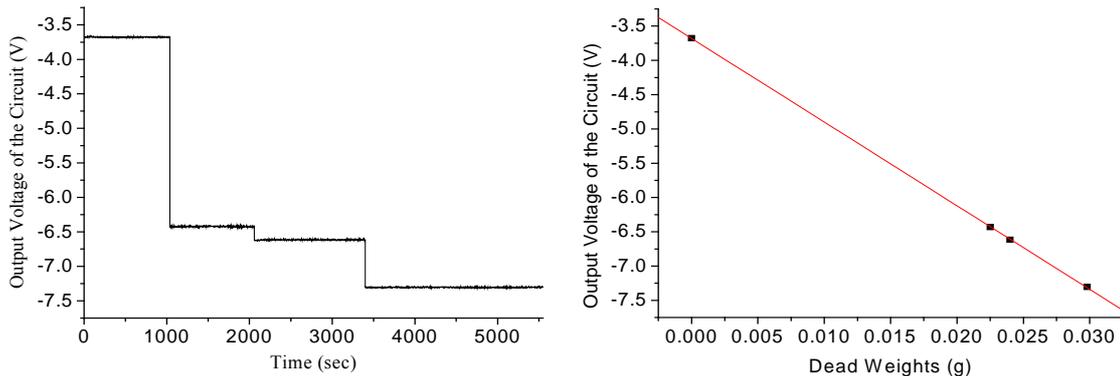


图 2.7 扭摆标定实验数据

图 2.7 中每一个数据点都是通过将附加质量添加到扭摆的一个检验质量上，记录随后的输出电压信号的变化得到。对于每一个附加质量至少重复测量三次。图 2.7 中第一个台阶、第二个台阶、第三个台阶和第四个台阶分别代表没有添加附加质量、附加质量为 (0.0225 ± 0.0001) g、附加质量为 (0.0240 ± 0.0001) g 和附加质量为 (0.0298 ± 0.0001) g 电路的输出电压信号，相应的输出电压信号为 (-3.672 ± 0.002) V、 $(-6.432 \pm 0.002) \times 10^{-2}$ V、 (-6.616 ± 0.002) V 和 (-7.303 ± 0.002) V。这些数据用最小二乘法拟合成一条直线，斜率为 122.0 V/g，从而得到该簧片重力梯度仪系统的等效质量测量灵敏度为 $(1.22 \pm 0.01) \times 10^5$ V/kg，除以臂长 $L_{12}/2$ 和实验室重力加速度 g ，可以得到相应的力矩灵敏度为 $(1.45 \pm 0.01) \times 10^5$ V/Nm。

2.2.4 电容位移传感器对扭摆系统的噪声测试

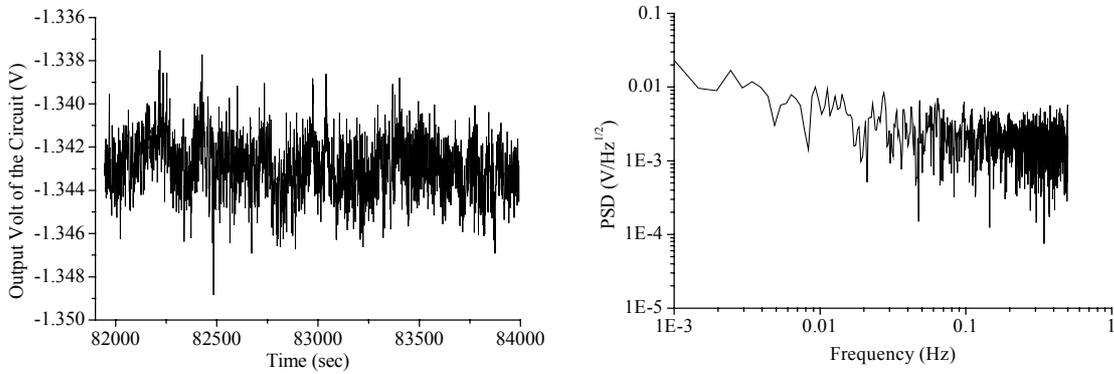


图 2.8 扭摆自由时扭摆系统的输出电压随时间的变化关系及其功率谱密度

图 2.8 表示扭摆自由时扭摆系统的输出电压随时间的变化关系及其功率谱密度。由图 2.8 可以得到电路输出电压信号的一倍方差为 1.4 mV，系统相应的质量的分辨率为 11 μg ，系统等效的力矩分辨率为 $9.3 \times 10^{-9} \text{ Nm}$ ，由于扭摆水平放置，根据系统的灵敏度，结合公式(2-15)，可得系统对应的重力梯度 W_{xz} 为 $4.4 \times 10^3 \text{ E}$ 。频率为 0.1 Hz 处重力梯度仪系统电路输出电压信号的谱密度为 $1.5 \text{ mV/Hz}^{1/2}$ ，即 $4.8 \times 10^3 \text{ E/Hz}^{1/2}$ 。

2.2.5 单轴簧片重力梯度仪系统的温度测试实验（测试时间：2004 年 11 月 24 日）

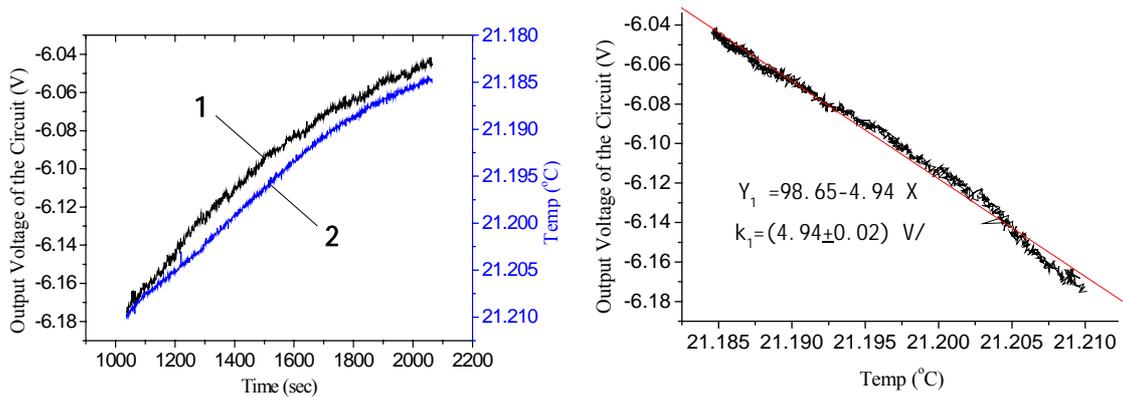


图 2.9 单轴簧片重力梯度仪系统的输出电压信号随温度的变化关系

温度除了贡献给扭摆系统本征的热噪声之外，它的波动还会引起检验质量与金属框架以及整个实验平台等的热形变，这将直接影响扭摆系统检测电容的间距，一方面热效应会被高灵敏度的电容传感器检测并放大，从而贡献给检测系统噪声，另一方面由于它改变了电容间距，相当于改变了单轴簧片重力梯度仪的灵敏度，这样就会影响

华中科技大学硕士学位论文

簧片重力梯度仪的工作性能。同时，温度效应还会引起电子电路的增益噪声。鉴于以上分析，我们展开了温度检测的实验研究。实验中我们通过电容传感器记录系统处于稳态时的输出电压信号，同时通过温度传感器记录实验室环境温度变化情况。

图 2.9 表示单轴簧片重力梯度仪系统的输出电压信号随温度的变化关系，其中曲线 1 表示电路的输出电压信号的变化，曲线 2 表示温度传感器的温度变化。根据温度传感器的标定函数 $T = 21.40632 - 1.351 \times V_0 + 0.0511 \times V_0^2 - 0.00303 \times V_0^3$ ，由图 2.9 可以得到该系统电路的输出电压受温度影响为 $(4.92 \pm 0.02) \text{V}/^\circ\text{C}$ ，扭摆系统的输出与温度的相关系数为 94.6%，所以实验中电路输出电压的漂移主要由温度引起的。

2.3 单轴簧片重力梯度仪系统的误差分析

影响该单轴簧片重力梯度仪系统的主要误差来源有：扭摆的机械热噪声（布朗噪声）、扭摆机械结构引起的误差、电容传感器的电路噪声及外界环境引起的噪声（如温度、湿度和地面震动的影响）等。下面对各种噪声分别进行讨论。

2.3.1 扭摆系统的机械噪声（布朗噪声）

扭摆系统的热噪声是由于构成振子和检测质量的微粒之间的相互碰撞，即通常我们所说的布朗运动而引起的。由(2-9)式可以得到角位移谱密度为^[48-49]

$$\varphi^2(\omega) = \frac{4k_B T \omega_0 I Q}{Q^2(k_t - I\omega^2)^2 + \omega_0^2 I^2 \omega^2} \quad (2-26)$$

式中 k_B 为玻尔兹曼常数， T 为实验环境温度。将扭摆的各个设计参数 $I = 2.0 \times 10^{-3} \text{kgm}^2$ ， $k_t = 0.62 \text{Nm/rad}$ ， $T = 300 \text{K}$ ， $Q = 3361$ ，代入上式可以得到在 0.5 Hz 的频带范围内，其角位移机械热噪声约为 $1.2 \times 10^{-12} \text{rad}$ ，该系统相应力矩的热噪声为 $7.4 \times 10^{-13} \text{Nm}$ ，系统对应的重力梯度为 0.4 E。

2.3.2 扭摆机械结构引起的误差



图 2.10 簧片的弯曲形变

华中科技大学硕士学位论文

簧片在重力和静电力作用下，不仅产生绕簧片扭转轴线的扭转，还产生垂直于检验质量平面方向的弯曲，如图 2.10 所示。在重力 P 作用下，当簧片的长度 $0 \leq z \leq L_1/2$ 时，簧片的挠度可以表示为

$$f(z) = -\frac{PL_1^3}{48EI} \left(3\frac{z^2}{L_1^2} - 4\frac{z^3}{L_1^3} \right) \quad (2-27)$$

当簧片的长度 $z = L_1/2$ 时，簧片产生的最大弯曲挠度为^[50-51]

$$f = -\frac{PL_1^3}{192EI_y} \quad (2-28)$$

式中 P 为质量为 m 的物体产生的重力， E 为材料的杨氏模量， L_1 为支撑梁的长度， I_y 为抗弯横截面对中性轴的惯性矩。根据我们设计的参数可以得到支撑梁产生的最大弯曲挠度为 0.13mm，这样使得整个检验质量平面沿重力方向下降了 0.13mm 的距离。由于这一影响是固定不变的，因此，可以通过补偿电容极板和检验质量之间的间距来克服，即应使上下电容极板和检验质量之间的间距相等。

由于振动质量由连接杆和检验质量两部分组成，在弯矩 M_0 作用下，检验质量相对于连接杆会产生一定的挠度，其最大值为

$$y = \frac{M_0 l_2^2}{2EI_z} \quad (2-29)$$

式中 l_2 为连接杆的长度， I_z 为抗弯横截面对中性轴的惯性矩。根据我们设计的参数可以得到检验质量中心相对于连接杆会产生一定的挠度为 1.6×10^{-3} mm，由于这一变化是固定不变的，也可以通过补偿电容极板和检验质量之间的间距来克服。当质量为 1mg 的附加质量作用在扭摆上时，使得检验质量受到的力和重力方向存在一个很小的倾角，由力矩公式 $M_0 = mgb_0 \sin\theta$ 可得它引起的力矩的误差为 1.6×10^{-11} Nm， $b_0 = L_{12}$ 为检验质量的质心到扭转轴之间的距离，从而可以得到系统相应的重力梯度为 8E。

2.3.3 电容传感器的电路噪声

经过实验测量可以得到电路和固定电容相连接时，电路的本底噪声为 5×10^{-4} V，由于开环测量系统的质量灵敏度为 $(1.220 \pm 0.005) \times 10^5$ V/kg，可以得到系统相应质量的分辨率为 4.0×10^{-9} kg，系统等效的力矩分辨率为 3.4×10^{-9} Nm，对应的重力梯度为

华中科技大学硕士学位论文

$1.6 \times 10^3 \text{ E}$ ，从而对簧片重力梯度仪系统的测量精度设置了限制。电容传感电路系统采用的是高频信号， $1/f$ 噪声可以得到有效的抑制，主要噪声来自于电路的噪声和寄生电容的影响。电容传感器的电路噪声主要由交流桥路的噪声、电荷放大器的噪声和电容损耗引起的噪声构成。由检验质量、连接杆、簧片、扭摆框架以及电容极板的引线等因素引入的寄生电容，是扭摆系统的主要噪声来源。

2.4 本章小结

本章通过对单轴簧片重力梯度仪进行实验方案设计，并对其进行了结构特性分析。对单轴簧片重力梯度仪的相关实验参数进行了测试，并用光电探测器和电容传感器对其基本性能进行了检测，同时通过电容传感器对单轴簧片重力梯度仪系统的灵敏度进行了标定，初步实验结果表明：该单轴簧片重力梯度仪系统的力矩分辨率为 $9.3 \times 10^{-9} \text{ Nm}$ ，相应的重力梯度分量 W_{zx} 的分辨率为 $4.4 \times 10^3 \text{ E}$ ，它主要受到系统检测电路噪声的限制。最后，对环境的温度效应开展了实验研究，结果表明：该系统电路输出电压信号的漂移主要是由温度引起的。

为了进一步提高系统的灵敏度，可以将电容极板与检验质量之间的间距由 0.45 mm 减小到 0.03 mm ，使电路部分的放大倍数提高 225 倍，在保持检测电路的噪声不变的情况下，单轴重力梯度仪系统重力梯度的分辨率可以由 $4.4 \times 10^3 \text{ E}$ 提高到 20 E 。同时可以将簧片的横截面积由 $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ 减小到 $0.8 \text{ mm} \times 0.8 \text{ mm}$ ，保持簧片的长度不变。这样簧片的扭转刚度变为原来的 0.4 倍，系统的机械灵敏度提高到原来的 2.5 倍，单轴重力梯度仪系统重力梯度分量 W_{zx} 的分辨率可以进一步由 20 E 提高到 8 E 。除此之外，还可以采用闭环测量系统，这样可以提高系统的稳定性，减小了簧片的非线性。由闭环测量原理可得静电力 F_e 和反馈电压 V_f 之间的关系 $F_e/V_f = 2C_0V_b/e$ ，其中 V_b 为直流偏置电压，选取参数： $V_b = 5 \text{ V}$ ， $e = 0.45 \text{ mm}$ ， $C_0 = 31.5 \text{ pF}$ ，可以得到静电力与反馈电压的关系为 $7.0 \times 10^{-7} \text{ N/V}$ ，乘以臂长 $b_0 = 0.086 \text{ m}$ 可以得到静电力矩与反馈电压的关系为 $6.0 \times 10^{-8} \text{ Nm/V}$ ，如果系统的输出电压噪声为 0.3 mV ，那么系统的力矩分辨率为 $1.8 \times 10^{-11} \text{ Nm}$ ，系统相应的重力梯度分量 W_{zx} 的分辨率可以达到 9 E 。

3 二维簧片重力梯度仪的设计与研制

3.1 二维簧片重力梯度仪的设计与计算

3.1.1 二维重力梯度仪的机械设计

重力梯度测量一般可分为两种模式：差分加速度计测量模式和扭矩测量模式。由于扭秤重力梯度仪稳定性差，不适合野外测量，慢慢被淘汰。随着检测技术的不断提高，这样便提供了一种基于扭矩测量模式重力梯度仪的研究思路，折衷地处理系统机械灵敏度与稳定性矛盾问题。这意味着可以通过降低系统的机械灵敏度，缩短重力梯度仪的测量时间（3~5 s），也相应增强了系统的稳定性，同时引入高新位移检测技术确保整个系统的灵敏度。鉴于此，我们结合二维电容微位移传感技术开展了簧片扭矩测量重力梯度测量装置的研究。

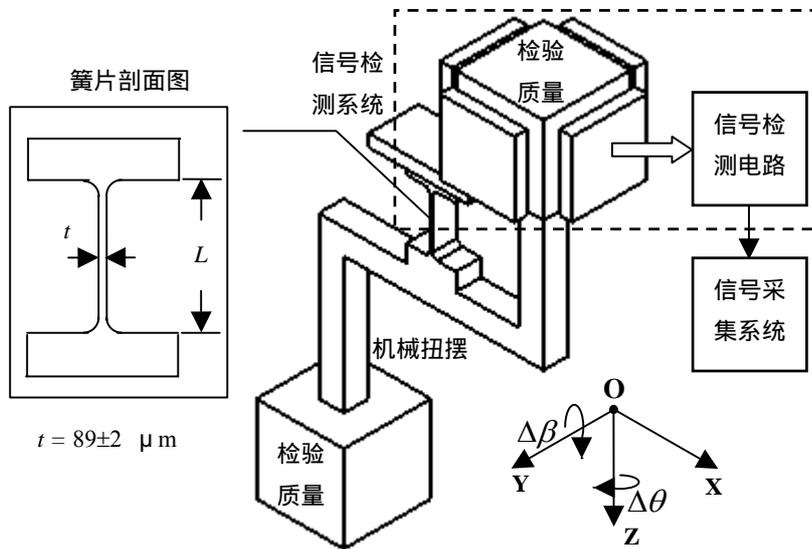


图 3.1 簧片重力梯度仪系统的结构示意图

簧片重力梯度仪系统主要由二维扭摆、信号检测系统和信号采集系统组成，其结构示意图如图 3.1 所示。它与 Eötvös 扭秤的不同之处在于用簧片代替了扭丝，有效降低了系统绕 Z 轴扭转方向的机械灵敏度，增强了系统的稳定性。此外，这样设计使整个悬挂系统在两个方向上扭转灵敏，既可以绕如图所示的 Y 轴作扭转运动，又可以绕

Z 轴作扭转运动。

二维扭摆由簧片、Z 形连接杆和两个检验质量三部分构成。簧片采用工字形结构，如图 3.1 中簧片剖面图所示，它是用铍青铜材料通过线切割机（切割精度为 0.02 mm）精密切割制成。为了提高簧片抵抗屈服强度的能力，簧片与支座之间用半径为 (2.00 ± 0.02) mm 的 1/4 圆弧连接。Z 形连接杆选用磁化率比较小的铝。将扭摆的一个检验质量四个侧面分别加上一块与它平行的电容极板，它们和检验质量形成两对电容极板，构成微位移电容传感器的机械结构，用于检测外力矩作用在扭摆上时引起的输出信号的变化。检验质量采用正方体结构设计，由合金铜材料加工制成，其尺寸为 (35.00 ± 0.02) mm \times (35.00 ± 0.02) mm \times (35.00 ± 0.02) mm，质量为 (360.0 ± 0.1) g。电容极板由合金铝材料加工制成，其面积为 $(35.00 \pm 0.02) \times (35.00 \pm 0.02)$ mm²。扭摆固定在铝制支撑底座上。这样扭摆、微位移电容传感器的机械结构和支撑底座共同组成了一个完整的簧片重力梯度仪。该系统的主要缺点是：与扭丝悬挂系统相比，系统的机械灵敏度较低。

3.1.2 簧片重力梯度仪的数学模型

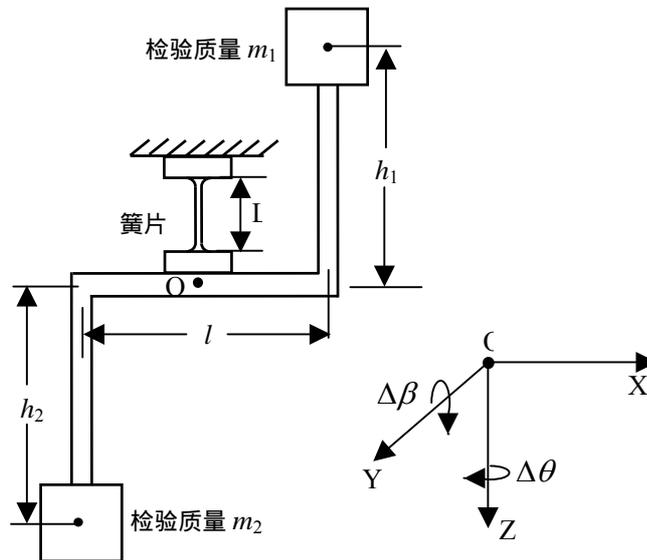


图 3.2 簧片重力梯度仪的二维扭摆

图 3.2 是在 Eötvös 扭秤的基础上设计的二维扭摆，下面我们讨论如何利用二维扭摆来测量重力梯度，建立如图 3.2 所示的扭摆坐标系，坐标原点选在整个悬挂系统的重心 O ， Z 轴的方向垂直向下， X 轴是沿着横杆的方向， Y 轴方向是垂直于 XZ 平面。

华中科技大学硕士学位论文

假设在扭摆系统范围内，重力的变化是线性的，那么任意一点(X, Y, Z)的重力加速度大小在三个方向的分量为：

$$g_z = g_0 + W_{zx}X + W_{zy}Y + W_{zz}Z \quad (3-1)$$

$$g_x = W_{xx}X + W_{xy}Y + W_{xz}Z \quad (3-2)$$

$$g_y = W_{yx}X + W_{yy}Y + W_{yz}Z \quad (3-3)$$

其中 W_{ij} ($i, j = X, Y, Z$) 表示在扭摆坐标系中梯度张量元素的分量。根据簧片力矩 (Γ_Y 和 Γ_Z) 和重力梯度力矩平衡，可以得到以下方程^[52]

$$\Gamma_Y = k_Y \Delta\beta_1 = (I_X - I_Z) W_{xz} + \frac{1}{2}(2m + m_b) lh (W_{xx} - W_{zz}) \quad (3-4)$$

$$\Gamma_Z = k_Z \Delta\theta_1 = (I_Y - I_X) W_{xy} + \frac{1}{2}(2m + m_b) lh W_{yz} \quad (3-5)$$

其中 k_Y 和 k_Z 分别表示扭摆系统绕 Y 轴和 Z 轴扭转时的扭转刚度， $\Delta\beta_1$ 和 $\Delta\theta_1$ 分别表示扭摆的横杆沿着正北方向放置（即 $\alpha = 0$ ），扭摆系统绕 Y 轴和 Z 轴扭转的角度， I_X 、 I_Y 和 I_Z 分别表示扭摆系统对 X 轴、Y 轴和 Z 轴的转动惯量， $h_1 = h_2 = h$ 表示检验质量的中心到横杆对称轴的距离， l 表示横杆的杆长， $m_1 = m_2 = m$ 表示上下两个检验质量的质量， m_b 表示连接杆杆的总质量。

同样在该位置将扭摆系统绕 z 轴分别旋转 π （即 $\alpha = \pi$ ）和 $\pi/2$ （即 $\alpha = \pi/2$ ），当 $\alpha = \pi$ 时，扭摆系统绕 y 轴和 z 轴的扭转角度分别为 $\Delta\beta_2$ 和 $\Delta\theta_2$ ；当 $\alpha = \pi/2$ 时，扭摆系统绕 y 轴的扭转角度分别为 $\Delta\beta_3$ ，我们可以得到如下三个关系式：

$$k_Y \Delta\beta_2 = - (I_X - I_Z) W_{xz} + \frac{1}{2}(2m + m_b) lh (W_{xx} - W_{zz}) \quad (3-6)$$

$$k_Z \Delta\theta_2 = (I_Y - I_X) W_{xy} - \frac{1}{2}(2m + m_b) lh W_{yz} \quad (3-7)$$

$$k_Y \Delta\beta_3 = (I_X - I_Z) W_{yz} + \frac{1}{2}(2m + m_b) lh (W_{yy} - W_{zz}) \quad (3-8)$$

根据(3-4)~(3-8)式，可以得到重力梯度张量值分别为：

$$W_{xy} = \frac{k_Z (\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2)}{2(I_Y - I_X)} \quad (3-9)$$

$$W_{yz} = \frac{k_z(\Delta\theta_1 - \Delta\theta_2)}{(2m + m_b)lh} \quad (3-10)$$

$$W_{xz} = \frac{k_y(\Delta\beta_1 - \Delta\beta_2)}{2(I_x - I_z)} \quad (3-11)$$

$$W_{xx} - W_{zz} = \frac{k_y(\Delta\beta_1 + \Delta\beta_2)}{(2m + m_b)lh} \quad (3-12)$$

$$W_{yy} - W_{zz} = \frac{2k_y\Delta\beta_3}{(2m + m_b)lh} - 2\frac{k_z(I_x - I_z)(\Delta\theta_1 - \Delta\theta_2)}{[(2m + m_b)lh]^2} \quad (3-13)$$

由上述的理论分析，我们可以建立一套重力梯度测量的理论：把扭摆系统放在某一位置，用一个二维电容检测系统来检测扭摆绕两个方向的扭转角度，然后再将该装置绕 Z 轴旋转两个不同的角度，进行扭转角度测量，最后将获得的角位移数据进行处理，再结合泊松方程得到全张量重力梯度值。该系统详细的测量原理描述详见^[53]。

3.1.3 簧片刚度的设计和计算

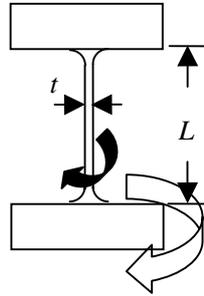


图 3.3 二维重力梯度仪簧片刚度计算的力学等效模型

设簧片的长度为 L ，宽度为 w ，厚度为 t ；在外力矩作用下，其力学模型可以等效如图 3.3 所示。如果与簧片相连的支撑座的应变为零，簧片自身没有残余应力，那么在外力矩作用下，二维扭摆既可以绕 Y 轴作扭转运动，又可以绕 Z 轴作扭转运动，扭摆绕 Y 轴和 Z 轴作扭转运动时扭转刚度的计算公式分别为：

$$k_Y = \frac{t^3 w E}{12L} + m_i g b \quad (3-14)$$

$$k_Z = \frac{t^3 w G}{3L} \quad (3-15)$$

华中科技大学硕士学位论文

式中 E 和 G 分别为簧片的弹性模量和剪切模量, 这里分别取为 1.3×10^{11} Pa 和 5.0×10^{10} Pa。 m_t 为二维扭摆的总质量, g 为实验室的重力加速度, b 是扭摆的重心到簧片绕 Y 轴扭转点的距离。扭摆绕 Y 轴的扭转刚度 k_Y 由两部分组成, 一部分来源于簧片本身的扭转刚度, 另一部分来源于扭摆的重力产生的有效刚度。在我们设计的扭摆系统中, 可以通过改变 b 的大小来改变二维扭摆绕 Y 轴扭转的本征频率, 从而改变系统绕 Y 轴扭转的灵敏度, 使两个方向的灵敏度接近, 这样有助于后续电路的统一设计和重力梯度测量误差匹配。为了保证簧片在工作时安全可靠, 簧片的形变应该满足强度条件。根据材料力学的分析可以知道, 簧片能够承受的最大重力满足以下关系:

$$N \leq A[\sigma] \quad (3-16)$$

式中 A 为簧片的横截面积, 当安全系数取 $n_s = 2.5$ 时, 热时效处理前铍青铜的拉伸强度为 $[\sigma] \approx 255 \times 10^6$ Pa, 簧片能承受的最大重力为 255N, 相应的质量为 25kg。热时效处理后铍青铜的拉伸强度为 $[\sigma] \approx 470 \times 10^6$ Pa, 簧片能承受的最大重力为 470N, 相应的最大负载为 48kg。当簧片悬挂的质量小于 10kg, 那么簧片的最小面积可达到 $0.38 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ 。根据实验测量精度的要求、系统本身的特点以及现有的机械加工技术, 我们将簧片横截面的尺寸设为 $10\text{mm} \times 0.1\text{mm}$ 。从上面的分析可知, 我们设计的簧片不仅能够正常工作, 而且能够进一步减小尺寸, 使簧片小型化。整个扭摆的尺寸设计见表 3.1。

表 3.1 扭摆设计的尺寸

		长 (mm)	宽 (mm)	厚 (mm)
簧片尺寸		20	10	0.1
连接杆	竖直部分	60	10	10
	水平部分	90	10	10
检验质量		35	35	35

3.1.4 电容传感器的检测电路的设计与计算

信号检测部分是采用差动式电容检测系统来测量二维扭摆扭转产生的微小位移, 电路原理图如图 3.4 所示。图 3.5 表示检测电路的实物图。

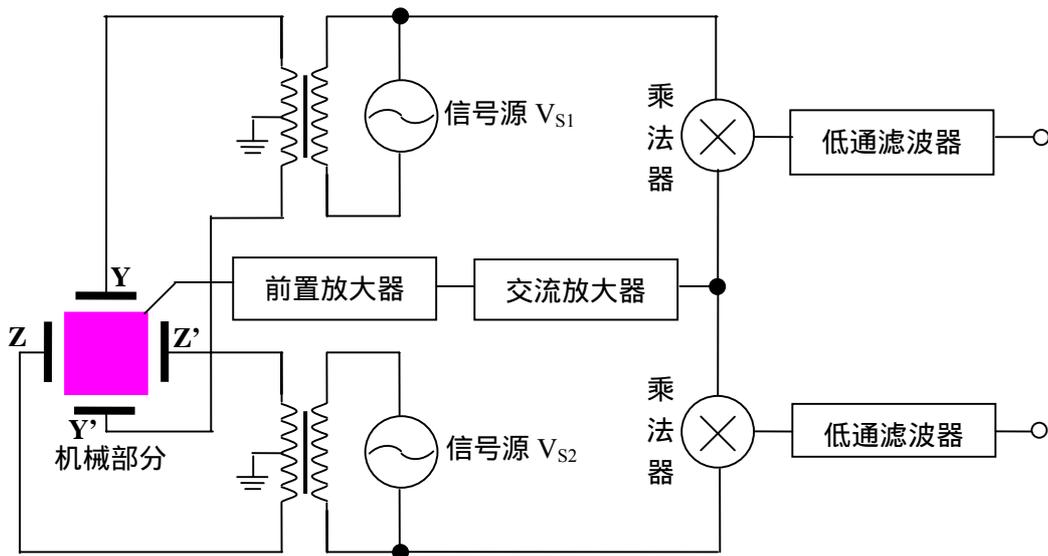


图 3.4 信号检测电路的工作原理图

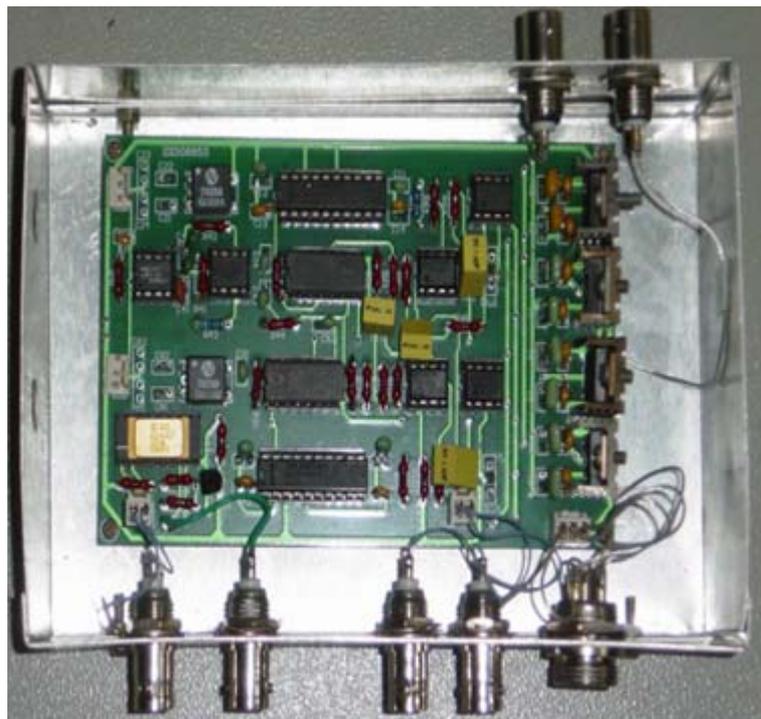


图 3.5 检测电路的实物图

两个信号发生器 V_{s1} 和 V_{s2} 产生两个不同频率的载波信号分别加载在电容极板 YY' 和 ZZ' 上, 中间的检验质量上会感应出相应的正弦信号, 如果检验质量有微小的位移, 就会引起极板间电容大小的变化, 形成差动电容。这时, 交流桥路的平衡被破坏, 检验质量上产生的微小低频信号被调制到高频正弦信号中。这些信号通过前

置放大器和交流放大器进行放大，再分别与两个标准载波信号进行相关检测，解调后，通过低通滤波器滤除高频部分，得到的两个低频直流电压信号经过放大后，最后分别通过 A/D 转换器将模拟信号转化成数字信号进入信号采集系统。

对于单方向的检测电路，电路的输出电压变化量与输入的角度变化量之间的关系可以表示为：

$$\frac{V_{out}}{\Delta\theta} = \frac{1}{2} H_m H_1 H_2 H_3 \quad (3-17)$$

式中 $1/2$ 来源于检测信号与标准载波信号进行乘法相关检测的增益， $H_m = 2C_0 d/e$ 为机械放大倍数， d 为检验质量的质心到扭转轴的距离， e 为电容极板与检验质量之间的间距， $H_l = H_1 H_2 H_3$ 为电路的放大倍数， H_1 为前置放大器的放大倍数， H_2 为交流放大器的放大倍数， H_3 为低通滤波器的放大倍数，对于目前设计的电路而言， H_l 为 $1.425 \times 10^{13} \text{ V/F}$ ，那么系统的力矩灵敏度可以写为：

$$S_M = \frac{V_{out}}{\Delta M} = \frac{1}{2k} H_m H_l \quad (3-18)$$

式中 ΔM 为系统输入的力矩变化量， k 为系统绕 Y 轴的扭转刚度 k_Y 或者绕 Z 轴的扭转刚度 k_Z 。图 3.5 表示检测电路和二维簧片重力梯度仪的实物图。

3.2 扭摆基本参数测量

3.2.1 扭摆基本尺寸的测量

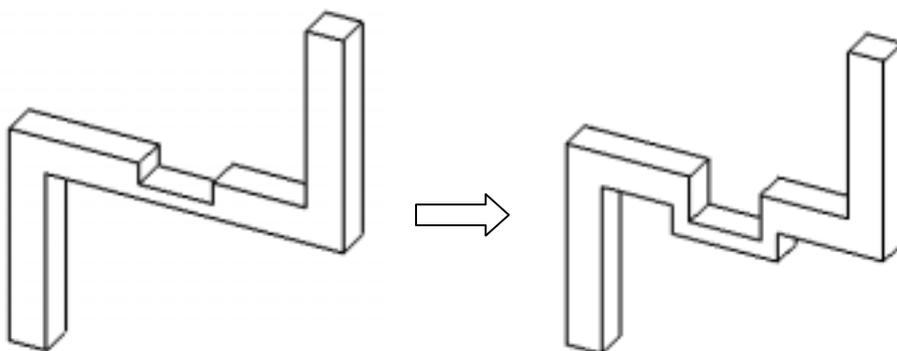


图 3.6 Z 形连接杆的结构示意图

图 3.6 表示 Z 形连接杆的结构示意图，实验中采用测量精度为 0.02 mm 的游标卡

华中科技大学硕士学位论文

尺和精度为 0.001mm 的螺旋测微器对扭摆的尺寸进行了测量,簧片的厚度采用阿贝尔测试仪(精度为 1 μ m)对其进行测量,检验质量和 Z 形连接杆的质量采用 PR2004 电子天平进行测量(精度为 1 mg),测量数据见表 3.2。

表 3.2 扭摆各个部件基本尺寸的测量数据表

测量对象			长度 (mm)	宽度 (mm)	厚度 (mm)
簧片			20.00 \pm 0.02	9.99 \pm 0.01	0.089 \pm 0.002
振 子 尺 寸	检验质量		35.00 \pm 0.02	35.00 \pm 0.02	34.99 \pm 0.01
	竖 杆	上方	64.99 \pm 0.01	9.99 \pm 0.01	9.99 \pm 0.01
		下方	65.01 \pm 0.01	9.99 \pm 0.01	9.99 \pm 0.01
	横 杆	左边	34.91 \pm 0.01	10.00 \pm 0.02	10.01 \pm 0.01
		中间	20.19 \pm 0.01	9.99 \pm 0.01	3.997 \pm 0.01
		右边	34.91 \pm 0.01	10.01 \pm 0.01	10.01 \pm 0.01
		总长(mm)	90.01 \pm 0.01	10.01 \pm 0.01	10.01 \pm 0.01
	检验质量的质量			m_1 (g)	359.966 \pm 0.001
m_2 (g)				360.105 \pm 0.001	
杆的质量			m_3 (g)	54.802 \pm 0.001	

根据对扭摆基本尺寸的测量数据,可以计算出扭摆绕 X 轴、Y 轴和 Z 轴的转动惯量 I_X 、 I_Y 和 I_Z 分别为 $(4.32\pm 0.01)\times 10^{-3}$ kgm²、 $(5.61\pm 0.01)\times 10^{-3}$ kgm² 和 $(1.22\pm 0.01)\times 10^{-3}$ kgm²。当 b 的取值范围从 0~10 mm,根据设计的参数,由(3-14)和(3-15)式可以得到扭摆绕 Y 轴的扭转刚度 k_Y 可以从 3.8×10^{-3} Nm/rad 变到 8.0×10^{-2} Nm/rad,扭摆绕 Z 轴的扭转刚度 k_Z 为 $(5.9\pm 0.4)\times 10^{-3}$ Nm/rad。为了进一步提高扭摆绕 Y 轴扭转的灵敏度,减小该方向的本征频率,我们将扭摆重心到扭摆绕 Y 轴扭转点的距离 b 减小,连接杆改进后的尺寸测量数据如表 3.3 所示。

表 3.3 连接杆的尺寸测量数据

华中科技大学硕士学位论文

测量对象		长度 (mm)	宽度 (mm)	厚度/深 (mm)	
连接杆	竖杆	上方	63.41±0.01	9.99±0.01	10.01±0.01
		下方	63.41±0.01	9.99±0.01	9.99±0.01
	横杆	左边	34.89±0.01	10.01±0.01	9.99±0.01
		右边	34.91±0.01	10.01±0.01	9.99±0.01
		总长(mm)	90.01±0.01	10.01±0.01	10.01±0.01
	凹槽	内	20.21±0.01	10.01±0.01	13.595±0.002
		外	30.21±0.01	10.01±0.01	18.43±0.01
		凹槽左边	18.439±0.001	10.00±0.01	5.15±0.01
		中间	30.21±0.01	10.01±0.01	4.835±0.002
		凹槽右边	18.417±0.002	10.00±0.01	4.85±0.01

根据上面的测量数据，可以计算出扭摆绕 X 轴、Y 轴和 Z 轴的转动惯量 I_x 、 I_y 和 I_z 分别为 $(4.19 \pm 0.01) \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$ 、 $(5.41 \pm 0.01) \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$ 和 $(1.22 \pm 0.01) \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$ 。



图 3.7 二维簧片重力梯度仪的实物图

3.2.2 扭摆频率的测量

华中科技大学硕士学位论文

簧片重力梯度仪系统的频率可以通过微位移电容传感器对它进行测量，通过给簧片重力梯度仪系统施加扰动信号，使得检验质量偏离初始平衡位置，电容传感器检测到检验质量运动产生的微弱变化信号。

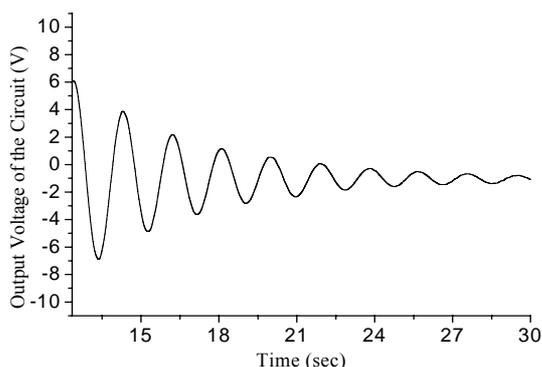


图 3.8 扭摆绕 Y 轴扭转的自由振荡曲线

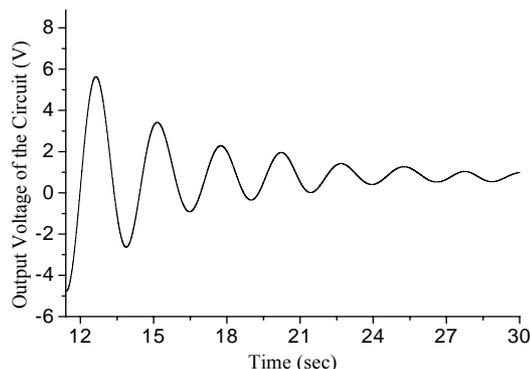


图 3.9 扭摆绕 Z 轴扭转的自由振荡曲线

实验中电容极板和检验质量之间的间距为 (0.30 ± 0.02) mm。图 3.8 和图 3.9 分别表示二维扭摆绕 Y 轴和 Z 轴扭转的自由振荡曲线。由图 3.8 和图 3.9 可以得到簧片重力梯度仪系统绕 Y 轴和 Z 轴扭转的周期分别为 (1.8 ± 0.1) s 和 (2.4 ± 0.2) s，相应的本征频率为 (0.55 ± 0.02) Hz 和 (0.39 ± 0.04) Hz。它和光学测量方法得到的结果是一致的。由公式 $k = \omega^2 I$ 可以得到扭摆绕 Y 轴和 Z 轴的扭转刚度 k_Y 和 k_Z 分别为 (0.067 ± 0.013) Nm/rad 和 (0.0070 ± 0.0014) Nm/rad。通过对实验数据进行拟合可以得到系统绕 Y 轴和 Z 轴扭转的机械品质因素分别为 (8.37 ± 0.20) 和 (6.35 ± 0.25) 。

当扭摆绕 Y 轴的扭转刚度 k_Y 为 (0.067 ± 0.013) Nm/rad 时 根据式(3-14)并结合表 3.2 中簧片的实验测试数据可知由簧片自身产生的扭转刚度 k_f 为 3.8×10^{-3} Nm/rad，由于扭摆的重力作用引起的扭转刚度 k_G 为 0.0632 Nm/rad，那么可以得到扭摆的重心到簧片绕 Y 轴扭转点的距离 b 为 8.3 mm，根据表 3.2 和表 3.3 中的实验测试数据可知 b 减小的距离为 7.592 mm，可得连接杆改进后扭摆的重心到簧片绕 Y 轴扭转点的距离 b 为 0.708 mm，可以得到扭摆的重力作用引起的扭转刚度 k_G 为 5.4×10^{-3} Nm/rad，结合簧片自身引起的扭转刚度 k_f ，从而可得连接杆改进后扭摆绕 Y 轴的扭转刚度 k_Y 应为 $(9.2 \pm 1.0) \times 10^{-3}$ Nm/rad。

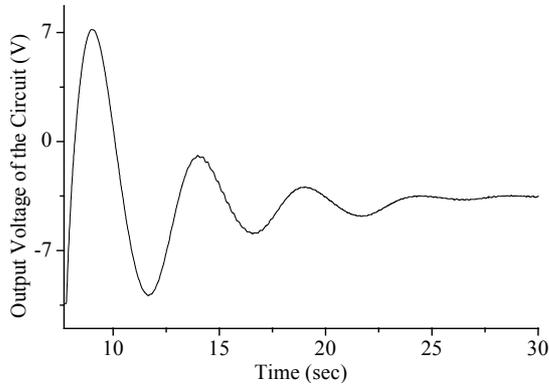


图 3.10 扭摆绕 Y 轴作扭转运动的时域曲线

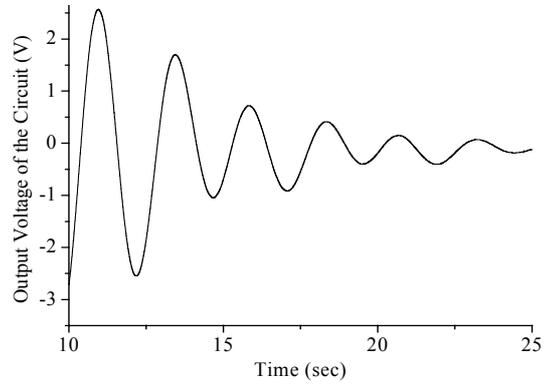


图 3.11 扭摆绕 Z 轴作扭转运动的时域曲线

图 3.10 和图 3.11 分别表示将连接杆改进后扭摆绕 Y 轴和 Z 轴扭转的自由振荡曲线。由图 3.10 和图 3.11 可以得到簧片重力梯度仪系统绕 Y 轴和 Z 轴扭转的周期分别为 $(4.5 \pm 0.4)\text{s}$ 和 $(2.4 \pm 0.2)\text{s}$ ，相应的本征频率为 $(0.22 \pm 0.02)\text{Hz}$ 和 $(0.39 \pm 0.04)\text{Hz}$ 。由公式 $k = \omega^2 I$ 可以得到扭摆的扭转刚度 k_Y 和 k_Z 分别为 $(0.010 \pm 0.002)\text{Nm/rad}$ 和 $(0.0070 \pm 0.0014)\text{Nm/rad}$ ，在误差范围内与理论设计值相吻合。同时，通过对实验数据进行拟合可以得到扭摆系统绕 Y 轴和 Z 轴扭转的机械品质因素分别为 (2.58 ± 0.10) 和 (5.59 ± 0.52) 。

综上所述，当 $H_l = 1.425 \times 10^{13}\text{V/F}$ 时，选取实验参数： $h = 0.0759\text{m}$ ， $l = 0.08\text{m}$ ，可以得到检验质量的质心到 Y 轴的距离为 0.0858m ，此时扭摆绕 Y 轴和 Z 轴的扭转刚度 k_Y 和 k_Z 分别为 $(0.010 \pm 0.002)\text{Nm/rad}$ 和 $(0.0059 \pm 0.0004)\text{Nm/rad}$ ，由式(3-18)可以得到扭摆系统绕 Y 轴和 Z 轴扭转的力矩灵敏度分别为 $(1.47 \pm 0.53) \times 10^7\text{V/Nm}$ 和 $(1.16 \pm 0.38) \times 10^7\text{V/Nm}$ 。如果电路的输出电压噪声为 1mV ，那么扭摆系统对应的力矩 Γ_Y 和 Γ_Z 的分辨率分别 $6.8 \times 10^{-11}\text{Nm}$ 和 $8.6 \times 10^{-11}\text{Nm}$ ，扭摆系统绕 Y 轴和 Z 轴扭转的角度 $\Delta\beta$ 和 $\Delta\theta$ 的测量分辨率可分别达到 $6.8 \times 10^{-9}\text{rad}$ 和 $1.5 \times 10^{-8}\text{rad}$ 。结合(3-4)和(3-5)式，根据噪声匹配关系，方程右边两项噪声贡献相等，各为总力矩噪声的 $1/\sqrt{2}$ ，可以得到梯度分量 $W_{XX} - W_{ZZ}$ 的分辨率为 20E ， W_{XY} 的分辨率为 51E ， W_{XZ} 的分辨率为 16E ， W_{YZ} 的分辨率为 27E 。

3.3 二维簧片重力梯度仪系统的实验标定

3.3.1 簧片重力梯度仪绕 Y 轴扭转方向的初步实验标定

二维簧片重力梯度仪系统灵敏度的标定是通过施加已知的扭矩信号完成。现在我们只对扭摆系统绕 Y 轴扭转方向的灵敏度进行标定,即在簧片重力梯度仪的一个检验质量上的同一位置添加不同的附加质量,其质量测量由 AT106 电子天平完成(精度为 $1\ \mu\text{g}$),同时用电容传感器检测到随后的输出电压信号。

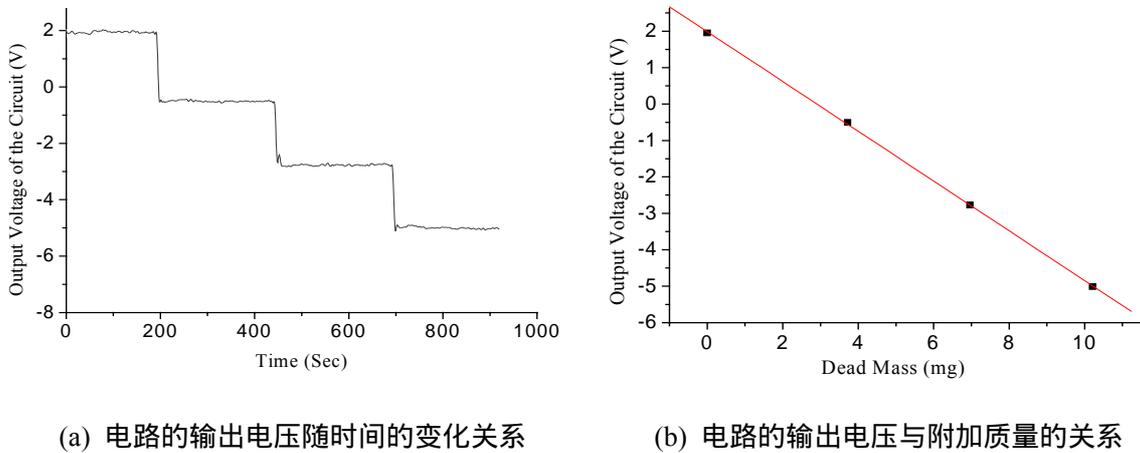


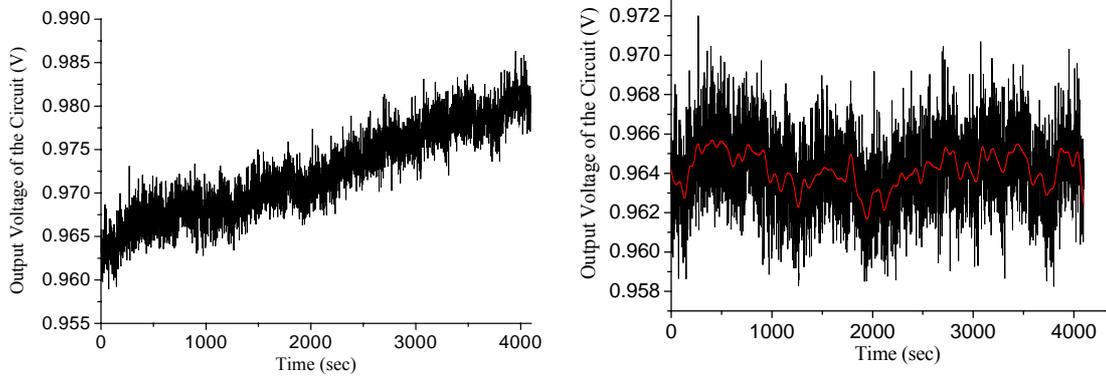
图 3.12 簧片重力梯度仪绕 Y 轴扭转方向的定标实验数据

定标实验数据如图 3.12 所示。图 3.12(a)中第一个台阶、第二个台阶和第三个台阶分别代表没有添加附加质量、附加质量为 $(3.720 \pm 0.001)\text{mg}$ 、附加质量为 $(6.961 \pm 0.001)\text{mg}$ 和附加质量为 $(10.211 \pm 0.001)\text{mg}$ 时电路的输出电压信号,相应的输出电压为 $(1.953 \pm 0.033)\text{V}$ 、 $(-0.505 \pm 0.027)\text{V}$ 、 $(-2.771 \pm 0.022)\text{V}$ 和 $(-5.010 \pm 0.025)\text{V}$ 。通过线性拟合可以得到电路的输出电压与附加质量之间的关系为 $(6.83 \pm 0.06) \times 10^5\ \text{V/kg}$,除以臂长 $l/2$ 和重力加速度 g 可以得到系统绕 Y 轴扭转方向的力矩灵敏度为 $(1.74 \pm 0.02) \times 10^6\ \text{V/Nm}$,在误差范围内与理论设计值相吻合。

3.3.2 簧片重力梯度仪的本底噪声测试曲线

1、电路与检验质量连接时扭摆绕 Y 轴的电路的本底噪声

图 3.13 表示扭摆绕 Y 轴扭转方向稳态时的实验本底电压输出曲线,实验中采样频率为 1Hz。

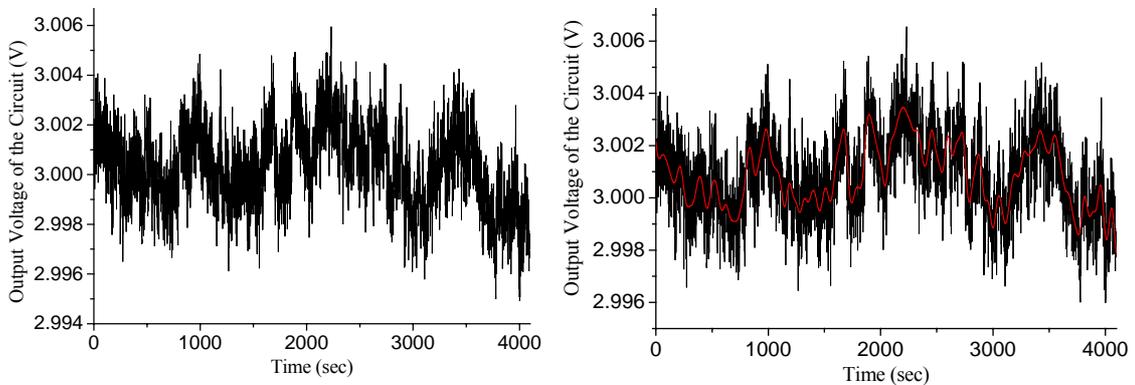


(a) 稳态时扭摆绕 Y 轴扭转的时域曲线 (b) 去漂后扭摆绕 Y 轴扭转的时域曲线

图 3.13 扭摆绕 Y 扭转方向的实验本底测试曲线

由图 3.13 可以得到电路的输出电压信号与时间的线性关系为 $(4.04 \pm 0.02) \times 10^{-6}$ V/sec，系统绕 Y 轴扭转方向的线性漂为 15mV/h，同步温度记录数据表明，目前电路输出电压信号的漂移主要来源于温度效应。电路输出电压信号的一倍方差为 1.9mV，根据扭摆系统绕 Y 轴扭转的灵敏度 $(1.74 \pm 0.02) \times 10^6$ V/Nm，可以得到扭摆绕 Y 轴扭转的力矩分辨率为 1.1×10^{-9} Nm，那么可以得到梯度分量 $W_{XX} - W_{ZZ}$ 的分辨率为 324E， W_{XZ} 的分辨率为 251E。由于检测信号为低频信号，当采用一分钟采样一个数据点，对上面的实验数据进行平滑滤波（60 个点），可得该方向电路输出电压的一倍方差为 0.9 mV，同样可以得到扭摆绕 Y 轴扭转的力矩分辨率为 5.2×10^{-10} Nm，那么可以得到梯度分量 $W_{XX} - W_{ZZ}$ 的分辨率为 152E， W_{XZ} 的分辨率为 118E。

2、电路与检验质量连接时扭摆绕 Z 轴的电路的本底噪声



(a) 稳态时扭摆绕 Z 轴扭转的时域曲线 (b) 去漂后扭摆绕 Z 轴扭转的时域曲线

图 3.14 扭摆绕 Z 轴扭转方向的实验本底测试曲线

华中科技大学硕士学位论文

图 3.14 表示扭摆绕 Z 轴扭转方向稳态时的实验本底电压输出曲线。从图 3.14 可以得到电路的输出电压信号与时间的线性关系为 $(2.7 \pm 0.1) \times 10^{-7} \text{V/sec}$ ，系统绕 Z 轴扭转方向的线性漂为 1mV/h 。电路输出电压的一倍方差为 1.6mV ，如果用理论设计的灵敏度对该方向重力梯度的分辨率进行估算，可以得到扭摆绕 Z 轴扭转的力矩分辨率为 $1.6 \times 10^{-10} \text{Nm}$ ，那么可以得到梯度分量 W_{XY} 的分辨率为 75E ， W_{YZ} 的分辨率为 40E 。同样采用一分钟采样一个数据点，对上面的实验数据进行平滑滤波，可得该方向电路输出电压的一倍方差为 1.1mV ，同样可以得到扭摆绕 Z 轴扭转的力矩分辨率为 $1.1 \times 10^{-10} \text{Nm}$ ，那么可以得到梯度分量 W_{XY} 的分辨率为 52E ， W_{YZ} 的分辨率为 28E 。

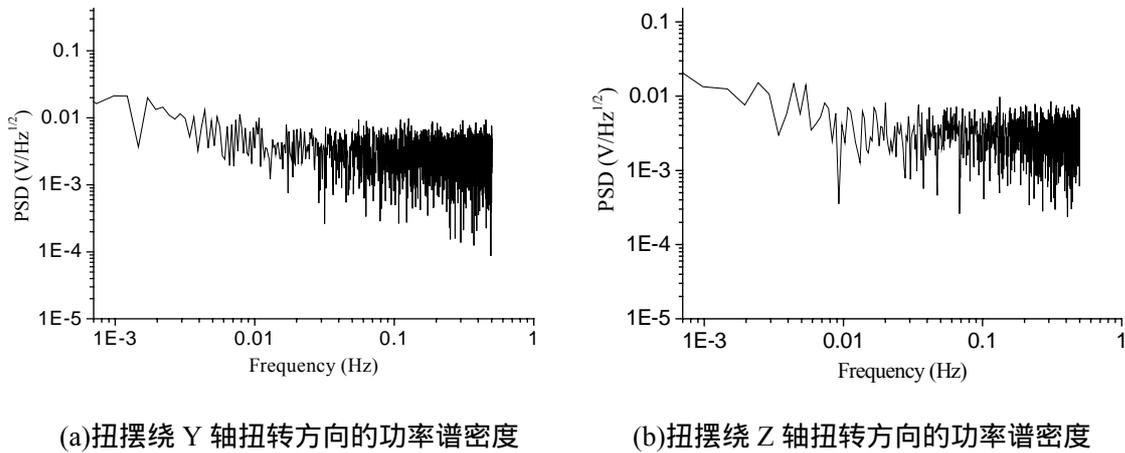
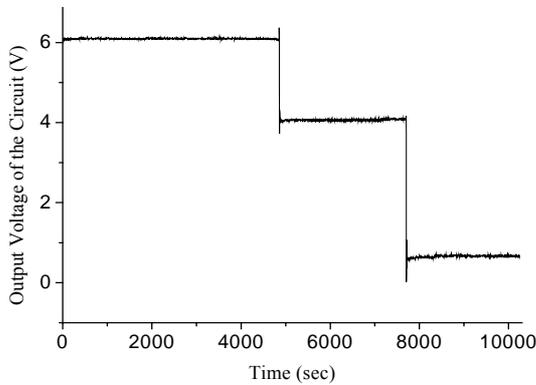


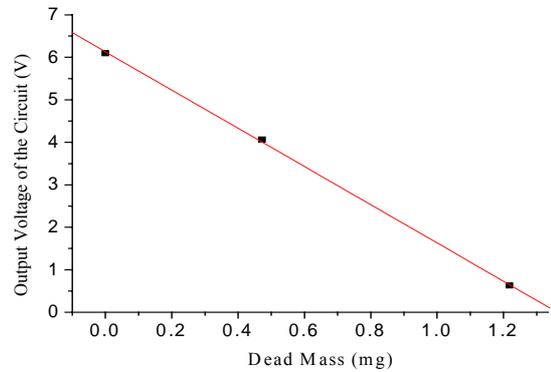
图 3.15 簧片重力梯度仪绕 Y 轴和 Z 轴扭转方向的功率谱密度图

图 3.15 表示簧片重力梯度仪绕 Y 轴和 Z 轴扭转方向的功率谱密度图，从图 3.15 可以知道频率为 0.1Hz 处重力梯度仪系统绕 Y 轴扭转方向的谱密度为 $3.2 \text{mV/Hz}^{1/2}$ ，即重力梯度分量 $W_{XX} - W_{ZZ}$ 的谱密度为 $423 \text{E/Hz}^{1/2}$ ， W_{XZ} 的谱密度为 $546 \text{E/Hz}^{1/2}$ 。如果用实验设计的灵敏度对扭摆绕 Z 轴扭转方向的分辨率进行估算，频率为 0.1Hz 处重力梯度仪系统绕 Z 轴扭转方向的谱密度为 $3.0 \text{mV/Hz}^{1/2}$ ，即重力梯度分量 W_{XY} 的谱密度为 $141 \text{E/Hz}^{1/2}$ ， W_{YZ} 的谱密度为 $76 \text{E/Hz}^{1/2}$ 。

3.3.3 连接杆改进后簧片重力梯度仪系统灵敏度的标定



(a) 电路的输出电压随时间的变化关系



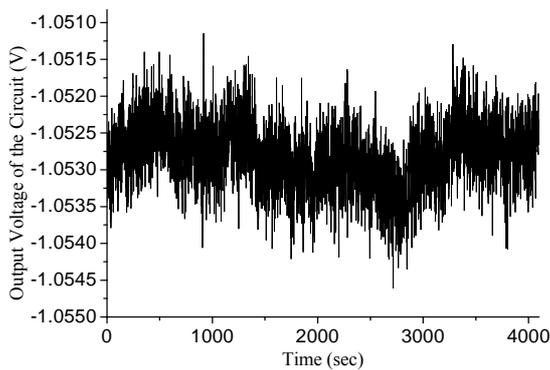
(b) 电路的输出电压与附加质量的关系

图 3.16 簧片重力梯度仪系统绕 Y 轴扭转方向的定标实验数据

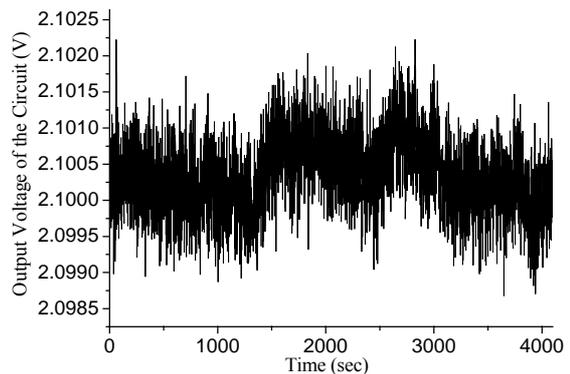
连接杆改进后，簧片重力梯度仪系统绕 Y 轴扭转方向的灵敏度标定数据如图 3.16 所示。图 3.16(a)中第一个台阶、第二个台阶和第三个台阶分别代表没有添加附加质量、附加质量为 $(0.472 \pm 0.001)\text{mg}$ 和附加质量为 $(1.218 \pm 0.001)\text{mg}$ 时电路的输出电压，相应的输出电压为 $(6.095 \pm 0.009)\text{V}$ 、 $(4.063 \pm 0.015)\text{V}$ 和 $(0.628 \pm 0.016)\text{V}$ 。通过线性拟合可以得到电路的输出电压与附加质量之间的关系为 $(4.50 \pm 0.08) \times 10^6 \text{V/kg}$ ，可以得到系统绕 Y 轴扭转的力矩灵敏度 S_M 为 $(1.15 \pm 0.02) \times 10^7 \text{V/Nm}$ ，在误差范围内与理论设计值相吻合。

3.3.4 连接杆改进后簧片重力梯度仪的本底噪声测试曲线

1、电路与固定电容连接时电路输出电压的本底噪声



(a) 扭摆绕 Y 轴的输出电压与时间的关系

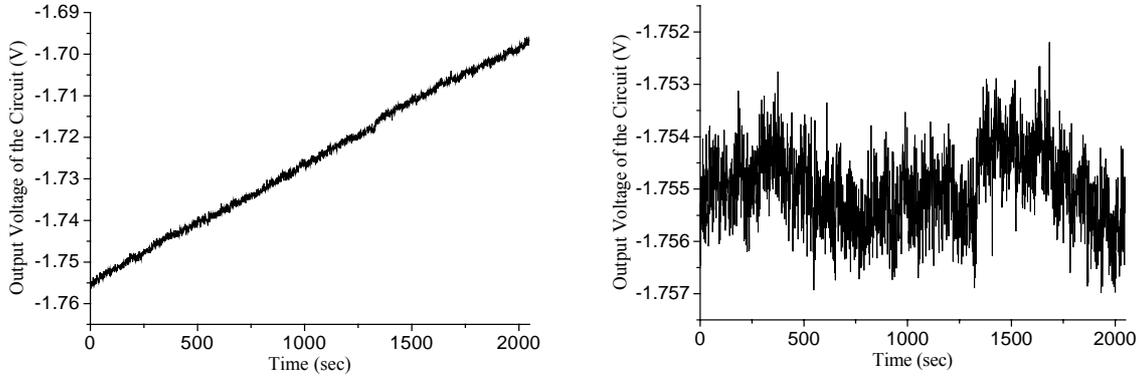


(b) 扭摆绕 Z 轴的输出电压与时间的关系

图 3.17 电路与固定电容相连接时电路输出电压信号随时间的变化关系

图 3.17 表示电路与固定电容相连接时电路的输出电压信号随时间的变化关系，由图 3.17 可知电路不同方向的输出电压信号的一倍方差均为 0.5mV 。

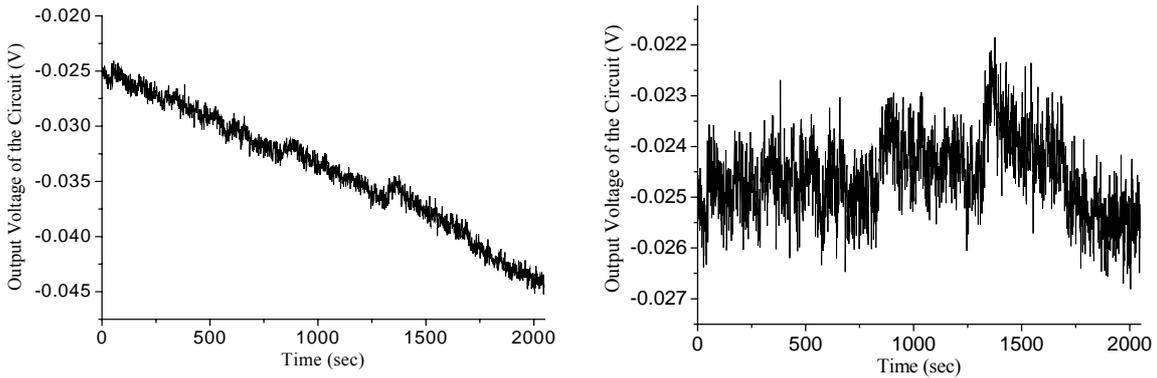
2、电路与固定检验质量相连接时电路输出电压的本底噪声



(a) 稳态时扭摆绕 Y 轴扭转的时域曲线

(b) 去漂后扭摆绕 Y 轴扭转的时域曲线

图 3.18 扭摆绕 Y 轴扭转方向的电路输出电压随时间的变化关系



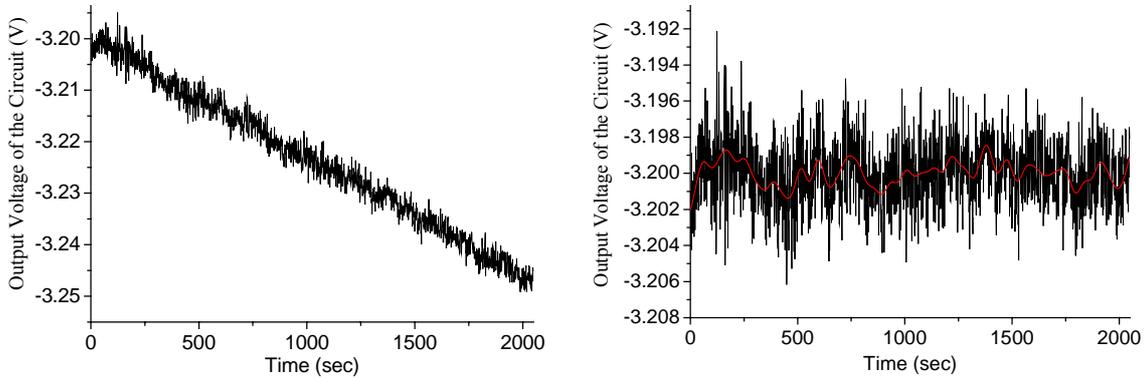
(a) 稳态时扭摆绕 Z 轴扭转的时域曲线

(b) 去漂后扭摆绕 Z 轴扭转的时域曲线

图 3.19 扭摆绕 Z 轴扭转方向的电路输出电压随时间的变化关系

图 3.18 和图 3.19 分别表示电路与检验质量相连接时不同方向的电路输出电压，由图可知电路与固定检验质量相连接时电路输出电压信号的一倍方差都为 0.8 mV。其中图 3.18 中电路的输出电压信号与时间的线性关系为 $(2.86 \pm 0.01) \times 10^{-5} \text{V/sec}$ ，电路输出电压信号的线性漂移为 103mV/h，图 3.19 中电路的输出电压信号与时间的线性关系为 $(9.19 \pm 0.01) \times 10^{-6} \text{V/sec}$ ，电路输出电压信号的线性漂移为 33mV/h。

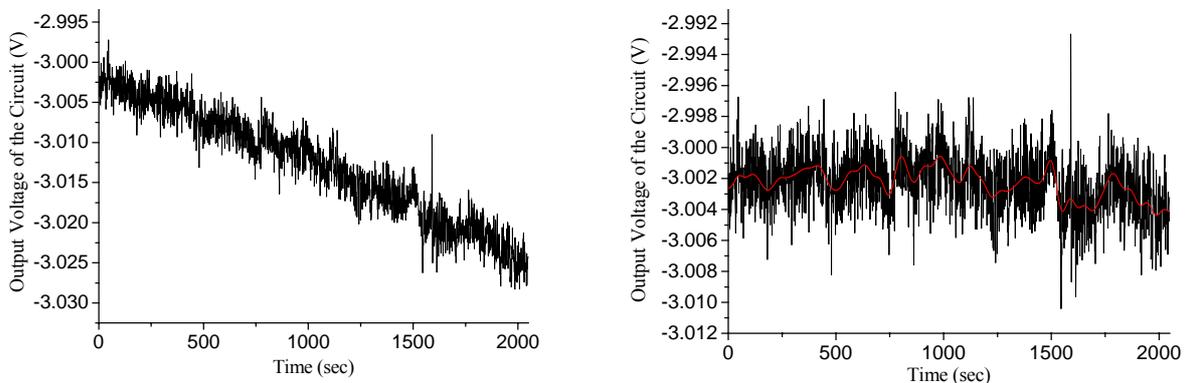
3、电路与检验质量连接时电路输出电压的本底噪声



(a) 稳态时扭摆绕 Y 轴扭转的时域曲线 (b) 去漂后扭摆绕 Y 轴扭转的时域曲线

图 3.20 扭摆绕 Y 轴扭转的输出电压信号随时间的变化关系

图 3.20 表示扭摆绕 Y 轴扭转方向稳态的实验本底电压输出曲线，实验中采样频率为 1Hz。由图 3.20 可以得到电路的输出电压信号与时间的线性关系为 $(2.29 \pm 0.01) \times 10^{-5} \text{V/sec}$ ，系统绕 Y 轴扭转方向的线性漂为 82mV/h。电路输出电压信号的一倍方差为 1.8mV，根据扭摆绕 Y 轴扭转方向的灵敏度可得扭摆在该方向的力矩分辨率为 $1.56 \times 10^{-10} \text{Nm}$ ，那么可以得到重力梯度分量 $W_{XX} - W_{ZZ}$ 的分辨率为 47E， W_{XZ} 的分辨率为 37E。由于检测信号为低频信号，当采用一分钟采样一个数据点，对上面的实验数据进行平滑滤波，可得该方向电路输出电压的一倍方差为 0.6 mV，相应方向的力矩分辨率为 $5.2 \times 10^{-11} \text{Nm}$ ，那么可以得到重力梯度分量 $W_{XX} - W_{ZZ}$ 的分辨率为 16E， W_{XZ} 的分辨率为 12E。



(a) 稳态时扭摆绕 Z 轴扭转的时域曲线 (b) 去漂后扭摆绕 Z 轴扭转的时域曲线

图 3.21 扭摆绕 Z 轴扭转的输出电压信号随时间的变化关系

图 3.21 表示扭摆绕 Z 轴扭转方向稳态的实验本底电压输出曲线。从图 3.21 可以

华中科技大学硕士学位论文

得到电路的输出电压信号与时间的线性关系为 $(1.11 \pm 0.07) \times 10^{-5}$ V/sec，系统绕 Z 轴扭转方向的线性漂为 40mV/h，电路输出电压的一倍方差为 1.9mV，如果用理论设计的灵敏度对该方向重力梯度的分辨率进行估算，相应方向的力矩分辨率为 1.6×10^{-10} Nm 那么可以得到重力梯度分量 W_{XY} 的分辨率为 94E， W_{YZ} 的分辨率为 49E。同样采用一分钟采样一个数据点，对上面的实验数据进行平滑滤波，可得该方向电路输出电压的一倍方差为 0.9 mV，相应方向的力矩分辨率为 7.8×10^{-11} Nm，那么可以得到重力梯度分量 W_{XY} 的分辨率为 45E， W_{YZ} 的分辨率为 23E。

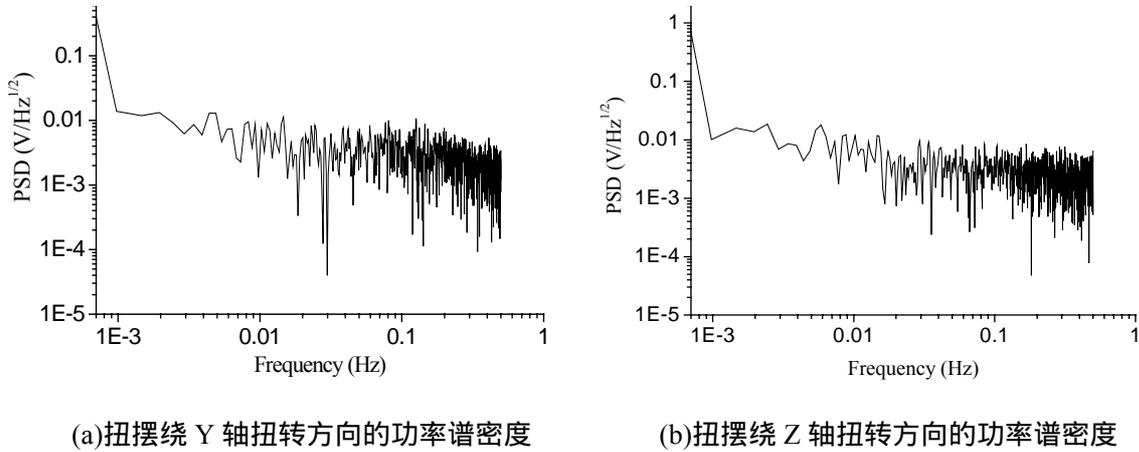


图 3.22 簧片重力梯度仪绕 Y 轴和 Z 轴扭转方向的功率谱密度图

图 3.22 表示簧片重力梯度仪绕 Y 轴和 Z 轴扭转方向的功率谱密度图，从图 3.22 可以知道频率为 0.1Hz 处重力梯度仪系统绕 Y 轴扭转方向的谱密度为 $2.8 \text{ mV/Hz}^{1/2}$ ，即重力梯度分量 $W_{XX} - W_{ZZ}$ 的谱密度为 $73 \text{ E/Hz}^{1/2}$ ， W_{XZ} 的谱密度为 $58 \text{ E/Hz}^{1/2}$ 。如果用实验设计的灵敏度对该方向的分辨率进行估算，频率为 0.1Hz 处重力梯度仪系统绕 Z 轴扭转方向的谱密度为 $3.0 \text{ mV/Hz}^{1/2}$ ，即重力梯度分量 W_{XY} 的谱密度为 $148 \text{ E/Hz}^{1/2}$ ， W_{YZ} 的谱密度为 $77 \text{ E/Hz}^{1/2}$ 。

3.3.5 二维簧片重力梯度仪系统的温度测试实验

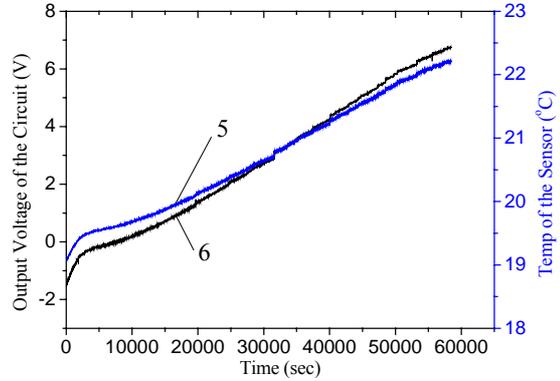
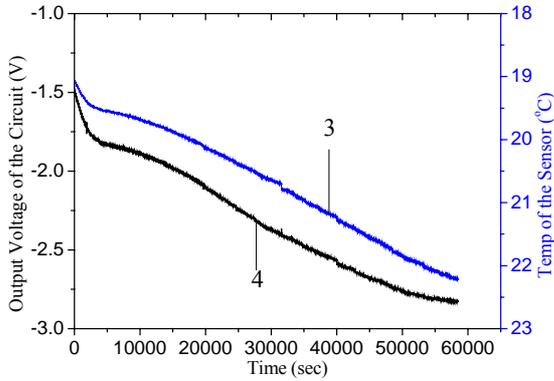


图 3.23 扭摆绕 Y 轴的输出电压与温度的关系

图 3.24 扭摆绕 Z 轴的输出电压与温度的关系

图 3.23 和图 3.24 分别表示二维簧片重力梯度仪系统绕 Y 轴和 Z 轴的输出电压信号随温度的变化关系，其中曲线 3 和 5 表示温度传感器的温度变化，曲线 4 和 6 表示电路输出电压信号的变化。根据温度传感器的标定函数 $T=19.59+0.441\times V_0$ ，由图 3.23 和图 3.24 可以得到扭摆绕 Y 轴和 Z 轴的输出电压与温度的相关系数分别为 99.3% 和 99.8%，所以电容传感器输出电压的漂移主要是由温度引起的。

3.4 误差分析

重力梯度测量实验一般是弱信号的检测实验，所以在实验设计前必须考虑外界环境和系统本身存在的噪声对这个实验的影响，下面我们分析各种噪声对实验的影响。

3.4.1 二维扭摆的热噪声分析

二维扭摆的热噪声是由于构成振子和检测质量的微粒之间的相互碰撞，即通常我们所说的布朗运动而引起的，它对重力梯度的测量有一定的影响。

扭摆在 Z 方向和 Y 方向的角位移功率谱密度为：

$$\theta^2(f) = \frac{4k_B T \omega_0 I Q}{Q^2 (k - 4\pi^2 I f^2)^2 + 4\pi^2 \omega_0^2 I^2 f^2} \quad (3-19)$$

将相应的实验参数分别代入上式：品质因数 $Q_Z=5.59$ ， $Q_Y=2.58$ ，温度 $T=300$ K，可以得到在 0~0.1 Hz 频带范围内，扭摆绕 Y 轴和 Z 轴扭转的机械热噪声极限分别为 2.1×10^{-10} rad 和 1.3×10^{-10} rad，可以得到梯度分量 W_{XX} 、 W_{ZZ} 、 W_{XZ} 、 W_{YZ} 和 W_{XY} 的噪声极限分别为 0.6E、0.5E、0.3E 和 0.5E。从而对簧片重力梯度仪系统的测量精度设置

了根本限制。

3.4.2 检测电路的噪声分析

经过实验测试可以得到电路和固定电容连接时，电路的本底噪声为 0.5 mV，根据重力梯度仪系统绕 Y 轴扭转方向的力矩灵敏度 S_M ，那么可以得到梯度分量 $W_{XX} - W_{ZZ}$ 的分辨率为 13E， W_{XZ} 的分辨率为 10E。由于电容传感电路采用的是高频信号， $1/f$ 噪声可以得到有效的抑制，主要噪声来自于电路的噪声和寄生电容的影响。电路噪声主要由交流桥路的噪声、电荷放大器的噪声和电容损耗引起的噪声构成。初步判断，电容极板引线引入的寄生电容，是检测电路噪声的主要来源，最终结论仍需实验进一步证明。

3.5 本章小结

本章通过对二维簧片重力梯度仪进行实验方案设计，并对其进行了数学建模和结构特性分析，论述了二维簧片重力梯度仪测量重力梯度分量值的基本原理。对二维簧片重力梯度仪的相关实验参数进行了测试，并用电容传感器对其基本性能进行了检测，同时通过电容传感器对扭摆系统绕 Y 轴扭转方向的灵敏度进行了标定，初步实验结果表明：该簧片重力梯度仪系统绕 Y 轴扭转方向的力矩分辨率为 $1.56 \times 10^{-10} \text{Nm}$ ，相应的重力梯度分量 $W_{XX} - W_{ZZ}$ 的分辨率为 47E， W_{XZ} 的分辨率为 37E，它主要受到系统检测电路噪声的限制。由于检测信号为低频信号，通过滤除高频信号，对实验数据进行平滑滤波（60 个点），那么可以得到系统绕 Y 轴扭转方向的力矩分辨率可以达到 $5.2 \times 10^{-11} \text{Nm}$ ，相应的重力梯度分量 $W_{XX} - W_{ZZ}$ 的分辨率可以达到 16E， W_{XZ} 的分辨率可以达到 12E。

4 展望

4.1 单轴簧片重力梯度仪的改进方案

从第二章的叙述可以知道我们设计的单轴簧片重力梯度仪系统，其重力梯度的分辨率达到 $4.4 \times 10^3 E$ 。为了进一步提高实验测量精度，一种方案是进一步减小单轴重力梯度仪系统的本征频率，可以通过减小簧片的横截面积以达到减小簧片扭转刚度的目的。即将簧片的横截面积由 $1\text{mm} \times 1\text{mm}$ 减小到 $0.8\text{mm} \times 0.8\text{mm}$ ，保持簧片的长度不变。这样簧片的扭转刚度变为原来的 0.4 倍，系统的机械灵敏度提高到原来的 2.5 倍。另一种方案是将电容极板与检验质量之间的间距由 0.45mm 减小到 0.03mm ，使电路部分的放大倍数提高 225 倍。通过以上两种方案，就可以使扭摆系统的灵敏度提高到原来的 562.5 倍，在保持电路噪声不变的情况下，有望实现测量精度为 $10E$ 的重力梯度测量。除此之外，还可以采用闭环测量系统，这样可以提高系统的稳定性，减小了簧片的非线性。

4.2 二维簧片重力梯度仪的改进方案

从第三章的叙述可以知道我们设计的二维簧片重力梯度仪系统周围的梯度分量 $W_{xx} - W_{zz}$ 的分辨率为 $47E$ ， W_{xz} 的分辨率为 $37E$ ，它主要受到系统检测电路噪声的限制。为了进一步提高实验测量精度，一种方案对现有电容传感器的改进，现有的电容极板都是用铝板制成而成。电容极板和极板框架之间通过普通玻璃绝缘。这一部分涉及到几种不同的材料，因此受温度影响比较大，今后可利用在微晶玻璃上镀金制作表面光洁度更高的电容极板。为了减小温度变化对系统的影响，应使系统在恒温或者环境参数恒定的情况下进行（将系统搬到防空洞中）。同时将电容极板与检验质量之间的间距由 0.3mm 减小到 0.1mm ，使电路部分的放大倍数提高到原来的 9 倍，可以实现测量精度为 $10E$ 的梯度测量。除此之外，还可以采用闭环测量系统。由闭环测量原理可得静电力 F_e 和反馈电压 V_f 之间的关系 $F_e/V_f = 2C_0V_b/e$ ，选取参数： $V_b = 5V$ ， $e = 0.3\text{mm}$ ， $C_0 = 36.1\text{pF}$ ，可以得到静电力与反馈电压的关系为 $1.2 \times 10^{-6}\text{N/V}$ ，乘以臂长

华中科技大学硕士学位论文

$l/2$ 可以得到静电力矩与反馈电压的关系为 $4.8 \times 10^{-8} \text{Nm/V}$, 如果系统的输出电压噪声为 1mV , 那么系统的力矩分辨率为 $4.8 \times 10^{-11} \text{Nm}$, 系统相应的重力梯度分量 $W_{XX} - W_{ZZ}$ 的分辨率可以达到 14E , W_{XZ} 的分辨率可以达到 11E 。簧片重力梯度仪系统绕 Z 轴扭转方向灵敏度的标定方法是后续实验研究的重点内容。

华中科技大学硕士学位论文

致 谢

本课题是在导师周泽兵教授的悉心指导下完成的。导师渊博的知识，精益求精的工作精神、严谨的治学态度、敏锐的科学洞察力以及执着的科学追求给我留下了深刻的印象。在我攻读硕士学位期间，导师不仅在学术上给我耐心的指导和教诲，而且教导了我许多做学问和做人的道理和准则。本人在此表示衷心的感谢！

该课题的研究，还得到了罗俊教授的指导和关注，也得到了吴书朝教授、林刚副教授等老师在实验和理论上给予我的指导。本课题的顺利进行与实验室其他老师的指导和帮助是密切相关的，本人在此对他们表示诚挚的谢意！

硕士研究生的学习生活使我有幸结识了许多师兄师姐和师弟师妹，他们既是我的同窗也是我的良师益友。正是他们教给了我许多知识和技能，给我的课题研究提出了许多宝贵的意见和建议，在此特别感谢赵立珍同学，她不仅在理论上给予指导和帮助，而且参与了该课题的实验研究；感谢师兄高尚伟、董英杰和屈少波同学在检测电路的理论设计和实验测试方面的指导和帮助；感谢师兄王碧波，他不仅教会了我许多机械绘图方面的知识，还使我学会了一些机械加工仪器的操作；感谢所有的师兄、师姐、师弟、师妹们曾给予我的帮助！

三年来，我能够全心全意投入到学习中来，与我的家人的全力支持是分不开的。他们不仅给予我物质生活上的保障，更给了我精神上的鼓励。在此，我要衷心地感谢我的父母！

参考文献

- [1] 曾华霖, 重力梯度测量的现状及复兴, 物探与化探, 23 (1999) 1 - 6.
- [2] Pawlowski B, Gravity gradiometry in resource exploration, The Leading Edge, 17 (1998) 51-52.
- [3] 蔡体菁, 周白令, 重力梯度仪的现状和前景, 中国惯性技术学报, 7 (1999) 39 - 42.
- [4] 王谦身等, 重力学.北京:地震出版社, 2003 291 - 314.
- [5] 德林格尔.P, 海洋重力学, 北京:海洋出版社, 1981 21 - 24.
- [6] 罗志才, 重力探测新技术:卫星重力梯度测量, 测绘信息与工程, 1 (1998) 7 - 11.
- [7] Enrico C, Lorenzini and Gordon E Guliahorn. Recent developments in gravity gradiometry from the Space-Shuttle-borne tethered satellite system, J Appl Phys, 63 (1987) 216-223.
- [8] Donald C Barton, Gravity measurements with the Eötvös torsion balance, Physics of the Earth-II The Figure of the Earth Bulletin of the National Research Council, 1931, 167-190.
- [9] Bell R E, Hansen R O, The rise and fall of early oil field technology: The torsion balance gradiometer, The Leading Edge, 17 (1998) 81-83.
- [10] 索洛金, 重力测量学与重力勘探 (下册), 北京:地质出版社, 1956, 5 - 120.
- [11] 方俊, 重力测量与地球形状学 (上册), 北京:科学出版社, 1965, 219 - 240.
- [12] Wolfgang Torge, 重力测量学, 北京:地震出版社, 1993, 197 - 206.
- [13] Gerber M A, Gravity gradiometry, Astronautics and Aeronautics, 16(1978)18-26.
- [14] 李红军, 邓方林, 柯熙政, 旋转加速度计重力梯度仪原理及其应用, 地球物理学进展, 17 (2002) 614 - 619.
- [15] Lee J B, FALCON gravity gradiometer technology, Proceeding of ASEG 15th Geophysical Conference and Exhibition, 2001.
- [16] Asbjorn N, Christensen et al, Falcon airborne gravity gradiometer survey results

华中科技大学硕士学位论文

- over the Cannington Ag-Pb-Zn deposit, Proceeding of ASEG 15th Geophysical Conference and Exhibition, 2001.
- [17] FALCON, test results from the Bathurst Mining camp, Proceeding of ASEG 15th Geophysical Conference and Exhibition, 2001.
- [18] Guimin Liu et al, Detecting kimberlite pipes at Ekati with airborne gravityGradiometry, Proceeding of ASEG 15th Geophysical Conference and Exhibition, 2001.
- [19] Touboul P, Foulon B, Willemenot E, Electrostatic space accelerometers for present and future missions, *Acta Astronautica*, 45 (1999) 605-617.
- [20] Chan H A and Paik H J, Superconducting gravity gradiometer for sensitivity gravity measurements I Theory, *Phys Rev D* 35 (1987) 3551-3571.
- [21] Chan H K, Moody M V, Paik H J, Superconducting gravity gradiometer for sensitivity gravity measurements II experiment, *Phys Rev D*, 35(1987) 3572-3597.
- [22] Moody M V, Paik H J and Canavan E R, Principle and Performance of a superconducting angular accelerometer. *Review of Scientific Instruments*, 2003,74:1310-1318.
- [23] 王宝仁, 徐公达, 高精度重力测量, 北京:地质出版社, 1995, 122 - 125
- [24] Iafolla V, Nozzoli S, Fiorenza E, One axis gravity gradiometer for the measurement of Newton's gravitational constant G , *Physics Letters A*, 318 (2003) 223-233.
- [25] 刘烈全, 梁枢平, 材料力学, 武汉:华中理工大学出版社, 1996, 98 - 100
- [26] Feng-Zone Hsiao and Tai-Wu Lin, Analysis of a novel flexure hinge with three degrees of freedom, *Rev Sci Instrum*,72 (2001) 1665-1573 .
- [27] Chang-Soo Han and Soo-Hyun Kim, Three-axis lever actuator with flexure hinges for an optical disk system, *Review of Scientific Instruments*, 73 (2002) 3678-3686.
- [28] Yakov M, Tseytlin, Notch flexure hinges:An effective theory, *Review of Scientific Instruments*,73 (2002) 3363-3368.
- [29] Yingfei Wu and Zhaoying Zhou, Design calculations for flexure hinges, *Review*

- of Scientific Instruments, 73 (2002) 3101-3106.
- [30] Nicolae Lobontiu, Ephraim Garcia and Steven Canfield, Torsional stiffness of several variable rectangular cross-section flexure hinges for macro-scale and MEMS application, Smart Materials and Structures, 13 (2004)12-19.
- [31] Nicolae Lobontiu, Ephraim Garcia, Stiffness characterization of corner-filletted flexur hinges, Review of scientific instruments, 75 (2004) 4896-4905.
- [32] Tino Noll, Three axis rotational flexure joints of high axial stiffness, Precision Engineering, 26 (2002) 460-465.
- [33] Nicolae Lobontiu, et al, Corner-Filletted Flexure Hinges, Dynamic Structures andMaterials, 123 (2001) 346-352.
- [34] Stuart T. Smith, et al, Elliptical flexure hinges, Rev Sci Instrum, 68 (1997) 1474-1483.
- [35] Nicolae Lobontiu, et al, Design of symmetric conic-section flexure hinges based on closed-form compliance equations, Mechanism and Machine Theory, 37 (2002)477-498.
- [36] Nicolae Lobontiu, et al, Parabolic and hyperbolic flexure hinges: flexibility, motion precision and stress characterization based on compliance closed-form equations, Precision Engineering, 26 (2002) 183-192.
- [37] Field Stuart B and Barentine John, Capacitive position sensor with simultaneous , linear X Y readout, Rev Sci Instrum,71 (2000) 2603~2607.
- [38] Mahadevan R, Capacitance calculations for a single stator , single rotor electrostatic motor, IEEE Micro Robots and Teleoperators Workshop, 40 (1987) 93~100.
- [39] Josselin J, Capacitive detection scheme for space accelerometers applications, Sensors and Actuators A: Phys , 78 (1999) 92~98.
- [40] Gamio J C , Yang W Q , and Scott A L, Analysis of non ideal characteristics of ac based capacitance transducer for tomography, Meas Sci Instrum , 12 (2001) 1076~1082.
- [41] Josselin V, Touboul P, Kielbasa R, Capacitive detection scheme for space accelerometers applications, Sensors and Actuator, 78 (1999) 92-98.

华中科技大学硕士学位论文

- [42] Willemenota E and Touboul P, On-ground investigation of space accelerometers noise with an electrostatic torsion pendulum, Review of Scientific Instruments 71 (2001).
- [43] Zhou Ze-Bing, Dong Ying-Jie, TIAN Yu-Long, QIN Dan and LUO Jun, Excitation Frequency effect of differential capacitance transducer for equivalence principle test, Chin Phys Lett, 21 (2004) 1208-1210.
- [44] 王碧波等, 基于二维精密电容位移传感的二维纳米定位系统, 纳米技术与精密工程, 3 (2005) 137 - 141。
- [45] 董英杰, 变压器交流桥电容传感电路的性能测试与载波频率的优化研究, 硕士论文, 华中科技大学, 2004。
- [46] 王碧波, 基于精密电容微位移传感的两维纳米级定位系统的研究, 硕士论文, 华中科技大学, 2005。
- [47] 高尚伟, 基于扭丝悬挂的静电悬浮加速度计的地面实验研究, 博士论文, 华中科技大学, 2005。
- [48] Peter R, Saulson. Thermal noise in mechanical experiments, Phys Rev D, 42 (1990) 2437.
- [49] Zoran Djuric, Mechanisms of noise sources in microelectromechanical systems, Microelectronics Reliability, 40 (2000) 919.
- [50] 张英会, 刘辉航等, 弹簧手册, 机械工业出版社, 1997, 375 - 379。
- [51] 董景新, 吴晓春, 高钟毓, 一种扭摆式加速度计的结构, 清华大学学报, 40 (2000) 81 - 84。
- [52] 赵立珍, 彭益武, 周泽兵, 基于扭矩测量的二维簧片重力梯度仪的设计, 大地测量与地球动力学。(已接受)
- [53] 赵立珍, 基于扭矩测量的二维簧片重力梯度仪的设计和分析, 硕士论文, 华中科技大学, 2006。

附录 硕士期间发表论文

1. 王碧波, 岳金福, 周泽兵, 彭益武, 基于两维精密电容微位移传感的两维纳米定位系统, 纳米技术与精密工程, 3 (2005) 137 - 141。
2. 赵立珍, 彭益武, 周泽兵, 基于扭矩测量的二维簧片重力梯度仪的设计, 大地测量与地球动力学, 2006。(已接收)
3. 彭益武, 赵立珍, 屈少波, 周泽兵, 二维簧片重力梯度仪的研制, 物探与化探, 2006。(已接收)