

# 基于小波能量谱的轴承振动噪声缺陷辨识方法

## 摘要

随着汽车、家电等产品向超平稳方向发展,产品制造厂家对轴承振动和噪声特性提出了愈来愈高的要求,要求其振动和噪声水平低、无异音,甚至静音,并具有长时间保持低振动和低噪声的寿命特性。当前轴承故障诊断技术绝大部分都集中于对于工作过程中的轴承失效原因的检测和预测,而于轴承生产厂家来说,他们更为关心的是:究竟是什么因素导致新出厂的轴承振动噪声值超标。本课题就是针对这一问题,希望能够找到一种有效的缺陷辨识方法,使其在对新下线的轴承进行质量检测时,能够快速地发现轴承缺陷,以改进生产加工工艺,有效的降低轴承成品的振动噪声值。

本文首先建立包括润滑等摩擦因素影响的轴承振动模型,对轴承运转状态参数进行较为精确的分析,对轴承单缺陷因素所产生的激励进行分析,以确定缺陷产生激励的及引起轴承振动的特性,为随后的振动信号分析奠定理论基础。另一方面,选取对信号有良好分析能力的分析方法,提取表征振动性能的特征量,以达到对缺陷进行辨识的目的。具体完成了一下工作:

第一、克服了经典轴承振动模型线性化假设的缺陷,建立了轴承振动 5 自由度的非线性模型。该模型充分考虑了润滑状态下轴承的非线性动力学特性,包括接触区的弹性流体动力润滑(EHL)的卷吸效应和挤压效应,建立了良好润滑状态下的轴承振动模型,与轴承实际工作状态更符合,为轴承的故障诊断提供了理论基础。

第二、对轴承振动噪声影响因素进行分析,按照影响因素的特点对激振力形式进行了分类,以轴承元件损伤及表面波纹度为例讨论了轴承振动激励力的计算方法以及由这几种缺陷所引起的轴承的缺陷频率的仿真计算。

第三、对汽车空调器轴承振动试验数据进行了小波包分析。该轴承振动信号有以下的特点:1、故障信号为非平稳信号;2、故障信号不明显,隐藏在背景振动中;3、振动频率集中在中高频段。针对这些特点,我们采用有自适应时频窗作用的小波包函数对信号进行分析。

第四、根据小波包能量谱的概念，提出小波包能量谱变化率序列  $\alpha$  作为提取缺陷信号的依据，对  $\alpha_j > 1.42$  的小波包空间进行信号重构，最后对重构信号进行缺陷分析。针对采集的几组轴承信号进行分析，发现小波包能量谱变化率可以作为缺陷提取方法，它能够提高信号的信噪比，使故障信号较为明显，以达到精确判断轴承缺陷的目的。

**关键词：**轴承；振动模型；缺陷辨识；小波包变换；能量谱

# **Identify the Defect of Bearing Vibration and Noise with Wavelet Packet Energy Spectrum**

## **Abstract**

With the development of automobile industry and appliance, it requires the rolling bearing with little vibration and low noise, so bearing factory pay more attention to how to reduce the bearing vibration and noise. The current bearing diagnosis technique focus on finding causes of bearing invalidation. But for the bearing factory, they are more concerned is which factor cause new bearings having high vibration value and noise. This article wants to find out a availability method to defect the bearing fault rapidly and effectively. With this method the factory can improve the product craft timely in order to enhance the voice and vibration quality.

In this article, the vibration model is constructed first, the model based on the tribo-dynamics viewpoint of bearing vibration, it reflects the effect of lubrication. In this paper, the exciting and response characteristics of bearing fault is discussed. The analysis of vibration model build the basic of defect diagnosis. On the other hand, the compatible means of signal analysis is introduced and the eigenvector to token bearing estate is found. The results are as follows:

1. Overcoming the linearization hypothesis of classic bearings vibration model, establish the bearing non-linear model. The model considers bearing non-linear dynamics characteristics, establish the vibration equation with lubrication.

2. Analyse the impact factor of bearing vibration. According the exciting and response characteristic of the factor to look for the likely expression. With the simulink, the defect trait of the waviness in balls

and rings is discussed.

3. The vibration signal of new bearing is not similar with the signal of malfunction bearing, the character of signal of new bearing is analysed, so choose wavelet packet method to dispose the signal.

4. With the theory of wavelet packet energy spectrum, raise wavelet packet energy spectrum variety rate. Use this rate as a eigenvector to pick-up the defect, then reconstruct the signal. With the result, bearing defects is found exactitude.

**Key words: Bearing; Vibration Model; Defect Diagnose; Wavelet Packet;  
Energy Spectrum**

## 1 绪论

在工业生产领域和人们的生活中,轴承作为支承部件广泛应用于汽车、家电产品(洗衣机,空调、冰箱)、计算机等重要系统中。而这些产品中的轴承多处出于高速运转的运动状态,它产生的振动会造成噪声传播出去。故在轿车、家用电器中,滚动轴承的振动噪声严重的影响着产品的品质。随着汽车、家电等产品向超平稳方向发展,产品制造厂家对轴承振动和噪声特性提出了愈来愈高的要求,要求其振动和噪声水平低、无异音,甚至静音,并具有长时间保持低振动和低噪声的寿命。

轴承疲劳寿命和振动和噪声性能一直是滚动轴承的重要质量和性能指标。随着材料和制造技术的进步,疲劳寿命有了大幅度提高。而在很多场合,如精密仪器,轿车和家用电器等,随着有关噪声环境日益严格,对轴承振动和噪声特性的要求日趋严格,轴承振动和噪声已经上升为衡量轴承质量的第一重要的指标<sup>[1]</sup>。这是因为轴承已经具备足够长的疲劳寿命,轴承因振动和噪声失效通常先于疲劳失效;而且振动和噪声是轴承性能的综合反映,理论研究和工程实践都已经表明凡是影响疲劳寿命的因素无一例外地影响着轴承的振动和噪声特性。一定程度上优良的振动和噪声性能预示着长的使用寿命。因此,降低轴承振动和噪音一直是世界各国轴承公司多年来的重要研究课题。

我国球轴承振动噪声水平同国外先进水平相比,存在的突出的问题是振动值大、音质差、保持低振动、低噪声的时间短,满足不了配套主机的要求。随着家用电器行业、计算机行业、汽车行业的迅猛发展,市场对低噪音轴承的需求量也大幅度的增长。据市场调查统计,家用空调市场低噪音轴承年用量几千万套,无论是轴承的振动值还是音质,国产轴承都难以满足使用要求,基本靠进口。洗衣机市场低噪音轴承年用量约 3300 万套,国产低噪音轴承虽基本能满足使用要求,但还有相当一部分需求靠进口。综合其他行业的需求,全国年需求低噪音深沟球轴承 2-3 亿套。由于受轴承产品技术开发能力及生产制造水平的限制,国内年产高档低噪音深沟球轴承远远满足了国内配套主机市场的需求,75%-80%靠进口。由于进口低噪音轴承价格昂贵(比国内价格高出约 20%-25%),国内许多主机

生产厂家急于在国内找到满足质量及批量要求的替代轴承<sup>[2]</sup>。

对于轴承生产厂家来说，他们关心的是：究竟是什么因素导致新出厂的轴承振动噪声值超标。本课题就是针对这一问题，希望能够找到一种有效的故障诊断方法，使其在对新下线的轴承进行质量检测时，能够快速的发现轴承缺陷，以改进生产加工工艺，有效的降低轴承成品的振动噪声值。

## 1.1 国内外轴承振动噪声质量标准发展

### 1.1.1 国外标准发展

国外关于滚动轴承振动与噪声技术的研究早在 1933 年就已开始。当时的研究目的主要是为了在电机中以滚动轴承替代滑动轴承。1940 年前后，尤其是 1945 年即第二次世界大战以后随着轴承由军工需求而转向民用市场，日本开始对轴承的振动与噪声进行系统的研究，并于 1960 年制定了世界上第一个有关轴承噪声的国家标准 JISB1548《滚动轴承声压级测量方法》。1950 年以后，美国主要从国防角度出发，在海军的支持下，开始对轴承的振动与噪声进行系统的研究。1954 年制定的美国军用标准 MIL-B-17931《舰艇技术条件》对世界范围内的低噪声(或低振动)轴承技术发展具有广泛的影响。随着轴承生产自动化程度的不断提高、制造工艺的不断改进，工业发达国家开始批量且稳定地生产低噪声轴承。1980 年左右，低噪声轴承的生产基本上形成了普及态势。日本 NSK 公司陆续推出了 ER(MCR)级轴承(即“静音”轴承)，EF(MCF)级轴承(即为“超静音”轴承)。目前该公司的产品与 1980 年左右的产品相比，振动值水平降低了 50%。

关于轴承振动与噪声，ISO 至今尚无正式标准，但以 ISO/TC4 N1235 文件的形式，于 2000 年 1 月颁布了最新版本的标准草案 ISO/CD15242-1《滚动轴承—振动测量方法—第 1 部分：原理》。该标准草案的使用范围为向心球轴承、推力球轴承、向心滚子轴承和推力滚子轴承。测量物理量有振动位移、速度和加速度，但主要推荐的是振动速度。对径向和角接触轴承将频率范围分为：50Hz~300Hz，300Hz~1800Hz 和 1800Hz~10000Hz 三个频段。美国国家标准 ANSI/AFBMA Std. 13 -1987(R1993)《滚动轴承振动与噪声(测量方法)》首次制定于 1970 年，修订于 1987 年和 1993 年。该标准分非仪器球轴承和仪器球轴承，

其中非仪器球轴承的振动测量方法主要内容是：测量物理量为轴承振动速度、均方根值；频率范围：50Hz~300Hz, 300Hz~1800Hz 和 1800Hz~10000Hz 三个频段；测量转速为：1800 r/min  $\pm$  2 %；测量载荷根据轴承内径及接触角的不同而不同。日本国家标准 JIS B1548-1995《滚动轴承声压级测量方法》首次制定于 1960 年，修订于 1976 年和 1995 年。该标准适用范围为深沟球轴承、角接触球轴承和圆锥滚子轴承，测量物理量为噪声声压级，采用标准规定的声压计或具有同等综合功能的仪器在消音室里测量轴承的噪声。德国国家标准 DIN5426-1（1995）《滚动轴承——滚动轴承运转噪声——第一部分：固体声测量方法》。主要适用范围为深沟球轴承，测量物理量为振动速度或加速度，取均方根值；频率范围根据速度，加速度不同分为不同几种的频段；测量转速：当轴承内径  $d=1-8\text{mm}$  时为 3000r/min  $\pm$  2 %，当  $d=20-50\text{mm}$  时为 1800r/min  $\pm$  2 %（对于  $d=8-20\text{mm}$  时，允许采用两种转速）；测量载荷根据轴承内径的不同而不同<sup>[3]</sup>。

### 1.1.2 国内标准发展

20 世纪 60 年代中期，由于精密机床电机和出口电机轴承的低振动要求，我国开始了系统的滚动轴承振动和噪声研究，并于 70 年代制订了电机轴承的振动测量方法和技术标准。在此基础上，80 年代中期制订了 Y 系列电机轴承的振动标准《ZQ15-84 Y 系列电机轴承暂行规定》，强化了对电机轴承振动和噪声水平的质量控制。从此，国产球轴承的质量全面提高，并带动相关产业的迅速发展。关于轴承振动和噪声的理论和应用技术研究，特别是“七五”计划以来，洛阳轴承研究所、杭州轴承试验研究中心等都在振动、噪声研究中取得了一定的进展<sup>[4-8]</sup>。

目前国内轴承振动的测量方法分为：振动速度测量方法和加速度测量方法。分别建立了相应的测量标准：JB/T50009（深沟球轴承振动(速度)技术条件）、JB/T7047（深沟球轴承振动(加速度)技术条件）。中小型球轴承振动速度测量方法采用的转速：1800r/min；轴向载荷：40-350N，速度传感器的响应频率范围：50-10000Hz。分三频率段进行振动分贝值计算。加速度测量方法采用的转速：1500r/min；轴向载荷：40-235N，加速度传感器的响应频率范围：50-10000Hz。对通频进行振动分贝值计算。计算式为

$$L = 20\lg \frac{a}{g} \quad (\text{分贝}) \quad (1.1)$$

其中, a 为振动加速度值, g 为重力加速度。

## 1.2 轴承振动与噪声的分析方法

### 1.2.1 轴承振动与噪声的关系

新轴承的振动和声音有密切的关系,但又有差别。那就是声音起源于物体的振动,是振动在空气中的传播给人的听力的感觉。从物理学的观点来看,噪声是指声强和频率的变化都呈无规律的杂乱无章的声音。轴承的噪声来源于机器各部件的振动<sup>[9]</sup>。滚动轴承运转过程中,由于滚道与滚动体间弹性接触构成了弹性振动系统。此外,轴承零件制造误差引发强迫振动和轴承零件间运动时的滑动引起的自激振动。尤其是当它的振动能量传递到空气中,则形成轴承的噪声。轴承振动与噪声满足一定的关系。图 1.1 分别介绍各种振动引起的噪声情况。

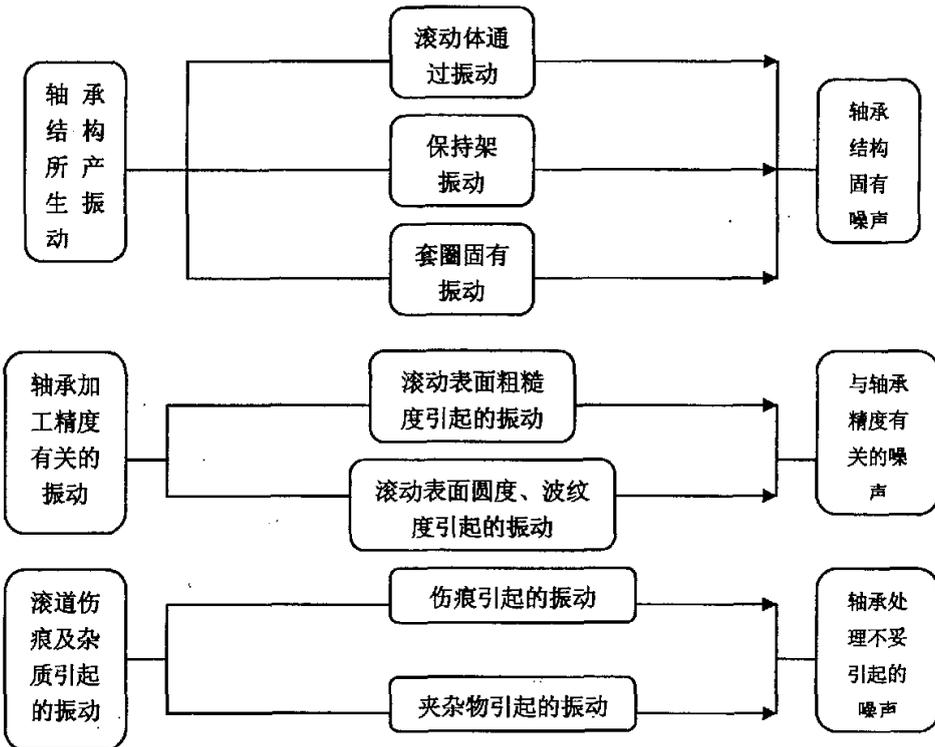


图 1.1 轴承振动和噪声的关系

针对轴承来说,人们在实验中发现,从振动综合平均值看,当轴承振动加速度值较大时,则轴承的声压级分贝值也较大,这说明轴承的振动加速度与轴承的声压级具有一定的相关性,二者成正比关系<sup>[10]</sup>。

### 1.2.2 轴承振动噪声分析方法

目前对轴承振动噪声水平的测量主要有两种方式:振动检测法、声音检测法。

#### 1) 振动检测法

在众多的轴承故障诊断方法中,振动检测方法是应用最广泛的一种方法。这主要是因为振动信号提供的故障信息多,对轴承早期故障具有较强的检测能力。但其它部件正常的振动信号常常与轴承故障信息混合在一起,会给检测带来一定的困难。随着检测手段的提高和信号处理技术的发展,振动检测方法已被广大科技工作者接受,并取得了一系列的成果<sup>[11]</sup>。

一般振动检测法,采集的是振动位移信号、速度信号或是振动加速度信号。对于轴承早期故障检测来说,其故障信号不是非常明显,位移、速度信号值较小,故一般采取振动加速度信号对轴承进行分析。

振动检测方法中的时域分析方法是发展最早的一种检测方法。时域分析可以理解为振动信号的时域图象分析方法。在时域分析中,普遍采用振动信号的基本数字特征及其概率分布特征来进行分析和诊断。应用比较广泛的有:振动信号的平均值,均方根植,方差,概率密度函数,概率分布函数,自相关函数,互相关函数以及峰值因子,波形因子,脉冲因子,峭度系数等无量纲特征参量。

采用频域分析方法可以对轴承早期故障进行精密诊断。直接对轴承振动信号进行频谱分析,结合频谱图的频率结构和特征频率的和频及差频分析,也可以判别轴承的好坏。

#### 2) 声音检测方法

利用专门的仪器和实验室条件来测量轴承声强、声压值。声强既代表了声场中某点声能量的大小,又代表了该点声能量流的方向,与声压相比,声强包含了更丰富的信息,是对声场更完整的描述,并且声强检测对实验室的要求比声压检测要低,更加适用于轴承生产企业,故声强检测法比声压检测法得到了更加广泛的应用<sup>[12]</sup>。

针对轴承来说,人们在实验中发现,从振动综合平均值看,当轴承振动加速度值较大时,则轴承的声压级分贝值也较大,这说明轴承的振动加速度与轴承的声压级具有一定的相关性,二者成正比关系<sup>[10]</sup>。

### 1.2.2 轴承振动噪声分析方法

目前对轴承振动噪声水平的测量主要有两种方式:振动检测法、声音检测法。

#### 1) 振动检测法

在众多的轴承故障诊断方法中,振动检测方法是应用最广泛的一种方法。这主要是因为振动信号提供的故障信息多,对轴承早期故障具有较强的检测能力。但其它部件正常的振动信号常常与轴承故障信息混合在一起,会给检测带来一定的困难。随着检测手段的提高和信号处理技术的发展,振动检测方法已被广大科技工作者接受,并取得了一系列的成果<sup>[11]</sup>。

一般振动检测法,采集的是振动位移信号、速度信号或是振动加速度信号。对于轴承早期故障检测来说,其故障信号不是非常明显,位移、速度信号值较小,故一般采取振动加速度信号对轴承进行分析。

振动检测方法中的时域分析方法是发展最早的一种检测方法。时域分析可以理解为振动信号的时域图象分析方法。在时域分析中,普遍采用振动信号的基本数字特征及其概率分布特征来进行分析和诊断。应用比较广泛的有:振动信号的平均值,均方根植,方差,概率密度函数,概率分布函数,自相关函数,互相关函数以及峰值因子,波形因子,脉冲因子,峭度系数等无量纲特征参量。

采用频域分析方法可以对轴承早期故障进行精密诊断。直接对轴承振动信号进行频谱分析,结合频谱图的频率结构和特征频率的和频及差频分析,也可以判别轴承的好坏。

#### 2) 声音检测方法

利用专门的仪器和实验室条件来测量轴承声强、声压值。声强既代表了声场中某点声能量的大小,又代表了该点声能量流的方向,与声压相比,声强包含了更丰富的信息,是对声场更完整的描述,并且声强检测对实验室的要求比声压检测要低,更加适用于轴承生产企业,故声强检测法比声压检测法得到了更加广泛的应用<sup>[12]</sup>。

在实际生产过程中,运用声音检测方法需要较为严格的检测条件,要求检测室的背景噪声要低于轴承振动噪声 20dB 以下,同时驱动轴承的主轴系统的声响比轴承声响低 5dB 以上。这种实验室环境条件是不容易达到的,需要专门建造昂贵的实验室。对于轴承生产厂家来说耗资数十万元建立一噪声监测室是不现实的。由于振动与噪声有一定的相关性,所以在实际中生产企业经常采取的是对振动信号进行噪声分析的方法来判断轴承的性能,称为振动-噪声测量方法。

振动-噪声测量方法的测试原理是把轴承的振动信号转化为声音信号,再由扬声器放大声音信号,由人用耳朵听声音,凭经验对轴承进行音质检查。这种方法的实质是以振动测量代替轴承噪声测量。此方法能在某种程度上检查轴承的噪声水平及判别轴承的异响,但评判性因人而异<sup>[13-14]</sup>。随着声学技术的发展,人们开始利用轴承在运行中的声压谱和声强谱的变化来判断轴承的故障<sup>[15]</sup>。

### 1.2.3 本课题所采用的检测方法

本课题针对生产中的轴承振动、噪声控制,分析从生产线上下来将要出厂的新轴承。希望知道究竟是何种原因使生产出的低噪声轴承声音特性不合格,解决这一问题有利于生产厂家及时改进加工工艺,提高产品的质量。

上两节已经介绍了轴承噪声与振动具有一定的联系,因此,可以用振动信号代替声音信号来分析轴承噪声超标的原因。并且考虑现实可行性,选择轴承的振动信号进行分析,通过对采集的振动信号分析辨识轴承噪声源。由于新轴承的故障振动信号很微弱,容易混杂在基础振动中,给故障的辨识带来困难,本课题选择了对状态变化较为敏感的振动加速度信号作为分析信号。

## 1.3 轴承振动信号采集实验装置

### 1.3.1 试验介绍

试验在如图 1.2 所示的 S0910 轴承专用振动试验机上进行,轴承直接安装在芯轴上,由电机带动轴承转动,电机转速为 1500r/min。轴承内圈靠轴向挡圈定位,外圈上加轴向载荷,载荷为 50N。轴承外圈上安装加速度传感器,信号采集系统为 SiS,采样频率为 30000Hz。

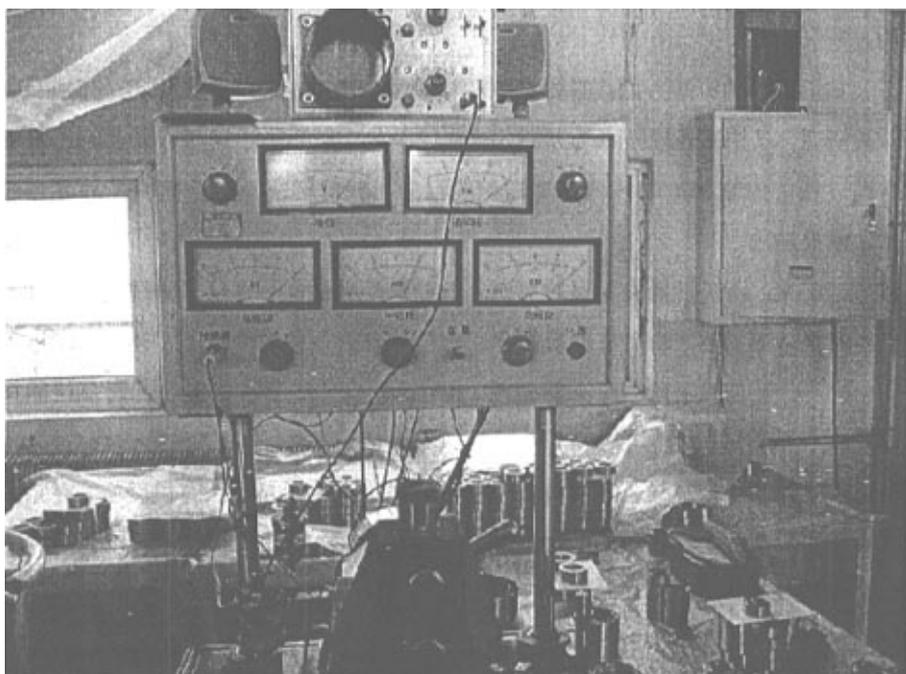


图 1.2 轴承振动信号采集试验台

## 1.4 轴承缺陷辨识的研究发展

### 1.4.1 故障诊断技术的发展

目前在设备故障诊断领域中,按故障诊断过程所用理论的特点可将诊断方法大致分为<sup>[16]</sup>:基于解析模型的诊断方法、基于信号处理的诊断及基于知识的诊断方法。

**基于解析模型的诊断方法:**其核心思想是用解析冗余取代硬件冗余,通过构造观测器估计出系统的输出值,将其同输出测量值相比较,从中获取故障信息。该方法已获得了深入的研究,但在工程实践中,由于获得系统精确模型的困难,限制了其使用范围和效果。

**基于信号处理及特征提取的方法:**利用信号模型,如相关函数、频谱等,提取诸如方差、幅值、频率等特征值,检测出故障。随着小波变换、分形等分析技术的不断引入,研究和应用领域在迅猛地拓展。它可克服不直接建立涉及诊断对

象动态模型的困难，原理上又适用于线性系统和非线性系统，是一种被广泛采用的方法。

基于知识的诊断方法：需要对象的精确知识模型，诊断对象作为一个有机整体被研究，以知识处理技术为基础，诊断问题的求解致力于通过模拟领域专家在推理过程中控制和运用各种诊断知识的行为而获得解决，目前研究工作发展迅速、成果迭出<sup>[17-19]</sup>。

近年来，由于机器设备日趋复杂、智能化及光机电一体化，传统的诊断技术已经很难适应需要。随着计算机技术、智能信息处理技术的发展，诊断技术进入了它的一个新的发展阶段——将建模、信号分析与知识处理相融合的智能诊断技术阶段<sup>[20-22]</sup>。

本课题试图使建模、信号分析与知识处理这三种研究方法有机融合，在完善轴承模型的基础上，通过构造合适的信号特征量建立合适的对应关系以达到对轴承缺陷的辨识。

#### 1.4.2 振动噪声理论研究

1950年代末，瑞典SKF公司和美国Franklin研究所合作研究了球轴承的振动问题。在当时机械振动理论的基础上，提出了轴承套圈的弯曲自由振动模型。从弹性体结构振动的观点出发，将轴承外圈看作自由圆环，认为轴承振动是由零件工作表面几何偏差等因素激励产生，以自由圆环固有弯曲振动为主振型，并叠加有钢球通过频率振动成分的复合振动<sup>[23-25]</sup>。这一看法至今仍是国内外关于轴承振动物理本质认识的主流观点<sup>[26-29]</sup>。

轴承振动的经典理论考虑了套圈弯曲振动模型，几何偏差和钢球通过的激励。套圈的弯曲振动包括径向弯曲振动和轴向弯曲振动，研究它们的基本振型和高阶振型。零件的几何偏差通常包括椭圆度，波纹度，钢球尺寸差和几何缺陷。钢球通过振动除考虑轴承的运动学特性外，还考虑了接触副的变刚度特性。

经典轴承激振模型一定程度上指导了工程实践，生产企业通过改善轴承滚动表面的几何精度，一定程度上降低了轴承振动和噪声。但是，随着轴承制造精度的不断提高，这些轴承振动的结果已显现明显的局限性，如：

1) 模型认为只有表面波纹度的某些谐波分量对振动有激励作用。实践表明，只

要幅度足够大，任意谐波分量的波纹度都会激起明显的振动和噪声。

- 2) 模型认为几何误差越小越好，如果误差完全消除，激励作用将消失，轴承也就不会发生振动和噪声。实际上套圈滚道和钢球表面的几何误差严格控制后，轴承的振动和噪声并不能因此而完全消除，几何误差减小后轴承的异常振动和噪声显得十分突出，振动和噪声水平的保持寿命也不长；
- 3) 模型不能解释润滑等摩擦学因素对轴承振动的影响。由于对轴承润滑性能进行了深入的研究，人们发现对于滚动轴承来说，润滑剂也是轴承中不可忽视的一部分，所以轴承润滑剂已经被认为是轴承的“第五大件”。经典轴承模型忽略了轴承的润滑剂作用，仅从刚体接触变形的角度来考虑轴承振动，而忽略了润滑的作用。

## 1.5 轴承故障诊断技术的研究现状

轴承的工况监视和故障诊断在国外大概始于 20 世纪 60 年代<sup>[30]</sup>。在其后 20 多年的时间里，随着科学技术的不断发展，各种方法和技巧不断产生、发展和完善，应用的领域不断的扩大，监视与诊断的有效性不断提高。目前已发展为以微机为中心的滚动轴承工况监视与故障诊断系统。这种系统大部分是对现场采集的信号进行数据分析，人们把采集到的信号传入计算机，通过计算机对采集到的离散信号进行时域分析或频域分析。数据分析方法主要有以下几种：

- 1) 时域分析方法，即进行信号的均值、均方(根)值、方差分析及概率密度分析，歪度和峭度也是目前比较常用的振动状态特征量。

- 2) 相关性分析方法，即信号的自相关函数分析和互相关函数分析。

- 3) 频域分析方法，即频谱分析、自功率谱分析、互功率谱分析、最大嫡谱分析、倒频谱分析、时谱技术和频谱细化分析。

目前，一些新的时-频联合分布分析的方法也应用在了轴承故障诊断上，时频分析方法可以有效地应用于非平稳信号的分析，弥补了传统的基于快速傅利叶变换的频谱分析只适用于平稳信号分析的缺陷。常用的时频分析方法有短时傅利叶变换、Wiger-Ville 分布和小波分析等。

小波分析是近几年才开始应用于振动信号处理的时频分析方法，它能同时提供振动信号的时域和频域的局部化信息。小波分析还具有多尺度性和“数学显微”

特性, 这些特性使得小波分析能够识别振动信号中的突变信号。由于小波分析有卓越的优良性能, 近几年小波分析被广泛的应用在信号分析的各个领域<sup>[31-35]</sup>。在轴承分析上也得到了广泛应用。夏利明结合小波包分解和近邻法提出了一种新的列车滚动轴承故障诊断 K 方法<sup>[36]</sup>。于云满等人利用小波分析时窗和频窗宽度可调节以及多尺度分析等优点, 在轴承故障诊断中获得良好效果。克服了传统的 Fourier 分析由于时域不能局部化, 难以监测到突变信号的缺点<sup>[37]</sup>。任国全等人提出了基于正交变换的滚动轴承故障诊断新方法利用正交小波基将滚动轴承故障信号变换到时间-频率域, 通过小波重构信号的希尔伯特变换解调和包络谱分析, 对轴承的故障进行了有效的诊断<sup>[38]</sup>。傅勤毅等人分析了有故障的滚动轴承在运转中的振动信号特征, 采用一种无频带错位的小波包算法进行滚动轴承的故障特征信号提取, 清晰地刻画出轴承故障冲击的特征函数, 通过试验证明了该方法的有效性, 且具有很高的信噪比<sup>[39]</sup>。

## 1.6 本课题的难点

从所查阅的资料来看, 对于轴承振动噪声的研究主要分集中在两方面, 一是对轴承元件工作损伤的辨识上, 这种辨识针对的是在机器中已经运转了一定时间, 并且在工作过程中受到损害的轴承 (例如工作载荷的作用产生点蚀剥落, 工作表面产生划痕等)。这种情况下的轴承在其振动信号的表现上就是故障信号较为明显, 并且这些故障所引起的振动其频率多集中在 0~500Hz 即我们所认为的低频段。

另一方面是研究新轴承, 在新轴承质量检测时发生振动噪声。引起振动噪声的原因多为加工表面误差及随机因素。在对采集到的振动信号进行分析时, 我们发现对于加工精度较高的新轴承来说, 轴承缺陷所引起的振动信号非常不明显, 常常隐藏在背景振动里 (如图 1.3), 如何有效的提取出缺陷信号是此课题中的一大难点。

另外, 对所研究的振动信号进行频率分析, 发现轴承缺陷所引起振动的频率已不再是上面所提到的集中在 0~500Hz 的低频信号。频率为 2000~5000Hz 的中高频振动已成为了影响轴承振动性能的主要因素 (如图 1.4)。针对这种状况发现先前人们所运用的共振解调, 包络分析等针对低频信号的分析方法在分析新轴承

问题时并不完全适用。故在本课题中的另一个难点就是要试图寻找一种对中高频信号有良好分析能力的信号分析方法。

在对影响因素进行分析时，人们普遍采用通过建立振动模型，对外加激励力形式进行研究来分析振动信号的特点。研究发现，经典振动模型仅仅从接触变形的角度来考虑轴承振动状态，而忽略了润滑等摩擦学因素对轴承振动的影响。润滑剂是轴承中非常重要的一部分，它极大的影响轴承振动性能。在这种情况下，经典振动模型已不太适应，建立体现润滑因素影响，更符合实际情况的轴承振动模型对缺陷辨识是非常重要的。

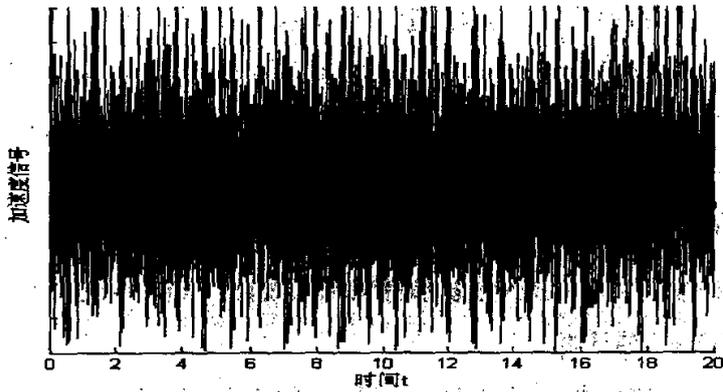


图 1.3 振动信号时域谱

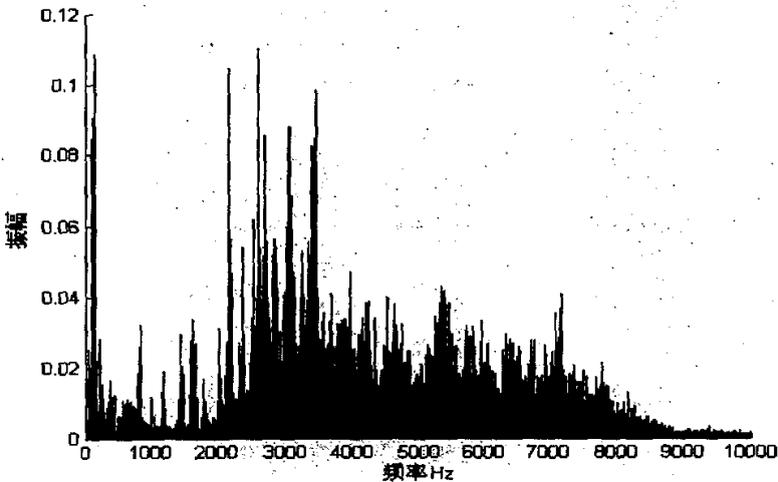


图 1.4 振动信号频谱

## 1.7 本文的主要研究内容

本文一方面在经典振动模型的基础上，对润滑状态下的振动模型进行了完善，进一步探讨了在润滑状态下轴承缺陷的振动特性。另一方面力图寻找合适的振动信号方法提高缺陷信号的信噪比，达到对缺陷进行有效辨识的目的。具体研究内容如下：

1、应用结构动力学和 EHL（弹性流体润滑）理论，建立润滑状态下的轴承振动理论模型。根据轴承测试振动的实际工况，建立在轴向载荷作用下的球轴承五自由度振动微分方程，并进行计算机模拟。

2、对轴承振动噪声影响因素进行分析，按照影响因素的特点对激振力形式进行了分类，以轴承元件损伤及表面波纹度为例讨论了轴承振动激励力的计算方法，列出了由这几种缺陷所引起的轴承的缺陷频率，并对波纹度激励力进行了仿真计算。

3、针对轴承缺陷信号的特点对信号分析方法进行选择，利用小波包分析研究轴承的缺陷特性。提出小波能量谱变化率的概念，以此为依据提取有用信号，达到提高信噪比的目的。

4、利用上述方法，对汽车空调器压缩机轴承的实际振动信号进行分析，根据振动模型所提供的缺陷特点达到对故障有效辨识的目的。研究其振动噪声模式。

## 2 滚动轴承的振动模型

实际中引起轴承振动的因素很多,无法实现单因素模型试验。因此,建立轴承振动模型非常必要,它有利于分析轴承运转状况和受力情况。当振动模型中的激励确定后可以通过模型来分析在该激励作用下轴承的振动状态,这奠定了下一步进行缺陷识别的基础。

### 2.1 振动模型坐标系选择

滚动轴承内部的运动学关系及受力状态十分复杂,为了方便描述轴承的运动和受力,选择图 2.1 为分析轴承时所采用的坐标系

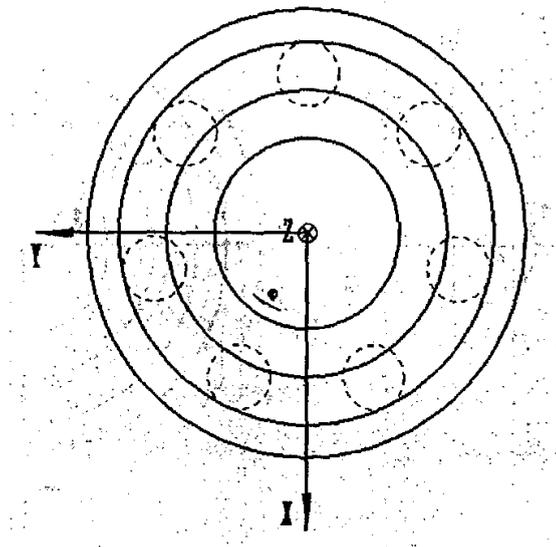


图 2.1 坐标系

图中的直角坐标系  $(X, Y, Z)$  的坐标原点与轴承的几何中心相重合,  $X$ - $Y$  面与轴承滚道中间的径向平面相重合,  $Z$  轴与轴承的转轴相重合, 钢球的位置从  $X$  轴记起, 并沿逆时针方向旋转。此坐标系符合右手法则。

## 2.2 轴承动力学模型的建立

### 2.2.1 力学模型的假设

为分析轴承内部激振因素，主要是各部件表面的波纹度对轴承振动的影响，需将轴承系统简化成一力学模型，为此，做如下几点假设：

1) 内圈与轴刚性联接，只讨论轴承的外圈在径向平面内的振动，不考虑轴向窜动及套圈的倾斜。

2) 滚动体总是处于压缩状态，即有足够大的轴向预紧力使滚动体在滚动中总处于受压状态，以保证轴承的稳定运转。

3) 滚动体与滚道间的弹性接触力与接触变形的关系满足 Hertz 接触理论。简化后的轴承模型如图 2.2 所示。

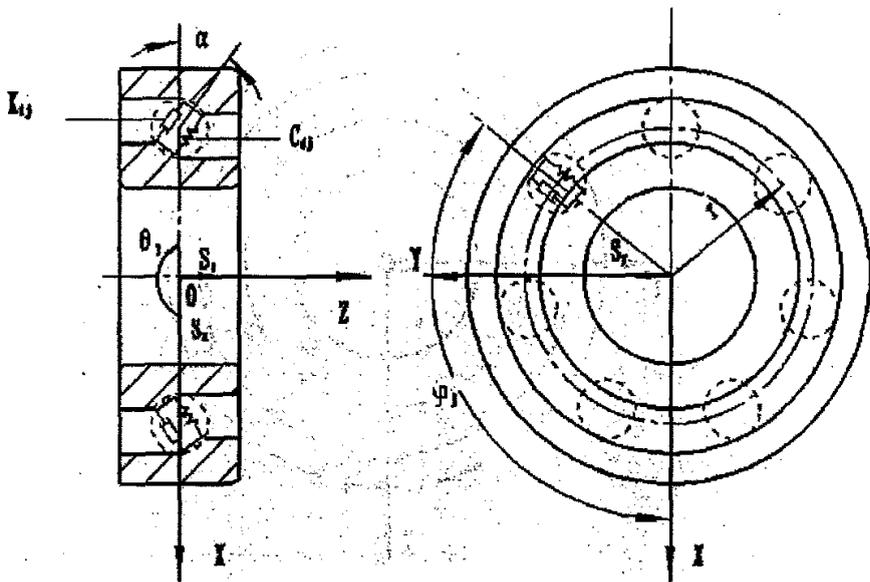


图 2.2 轴承振动模型

### 2.2.2 轴承的动力学方程

对于振动系统模型来说，它们都具有相似的微分方程。球轴承外圈的振动微分方程为：

$$[M]\ddot{s} + [C]\dot{s} + [K]s = [F] \quad (2.1)$$

其中,  $[M]$ 为轴承振动等效质量阵,  $[C]$ 为等效阻尼阵,  $[K]$ 为等效刚度阵,  $[F]$ 为等效载荷阵,  $S$ 为模型受力后的位移响应向量。下面我们要分别针对振动方程中的这几个矩阵的表达式进行分析。

### 2.2.3 轴承振动质量矩阵

轴承内圈随转动轴一起转动, 钢球相对于轴承外圈来说质量很小, 为方便起见, 在计算轴承振动时, 对内圈与钢球的质量影响作为外激励力来等效处理。所以滚动轴承的质量矩阵只包括外圈的质量, 它可表示为如下形式:

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

其中,  $m$ 为轴承外圈质量,  $I$ 为轴承外圈相对于  $X$ ,  $Y$  轴的转动惯量。

### 2.2.4 轴承振动阻尼与刚度矩阵

定义轴承中角位置  $\varphi_j (j=1,2,\dots,N)$  的钢球在其运动过程中所形成的接触副中的刚度为  $K_{\varphi_j}$ 、阻尼为  $C_{\varphi_j}$ , 整体轴承的刚度为  $K$ 、阻尼为  $C$ 。我们发现整体轴承的刚度和阻尼并不能用  $N$  个钢球刚度  $K_{\varphi_j}$ 、阻尼  $C_{\varphi_j}$  简单叠加。下面我们就针对轴承整体进行分析。

在上图所示的坐标系下, 外圈受到径向、轴向、力矩载荷作用, 外圈拥有 5 自由度, 外圈的位移向量表示为:

$$S = \{S_x, S_y, S_z, \theta_x, \theta_y\}^T \quad (2.3)$$

式中  $S_x, S_y$  和  $S_z$  分别为外圈几何中心沿  $X$  和  $Y, Z$  方向的相对位移,  $\theta_x, \theta_y$  则分别为绕  $X$  和  $Y$  轴的角位移。

在角位置  $\varphi_j$  处, 外圈的轴向和径向位移分别为  $S_{ja}$  和  $S_{jr}$ , 它与通过外圈中心的位移  $S_x, S_y, S_z$  及角位移  $\theta_x, \theta_y$  有如下的关系:

$$S_{ja} = S_x + r \cdot \theta_x \cdot \sin \varphi_j - r \cdot \theta_y \cdot \cos \varphi_j \quad (2.4)$$

$$S_{jr} = S_x \cdot \cos \varphi_j + S_y \cdot \sin \varphi_j \quad (2.5)$$

其中,  $r$  为钢球中心圆半径  $r = \frac{d_m}{2}$ , 下标  $a, r$  分别表示轴向与径向

钢球  $j$  沿 Hertz 接触方向的总位移满足:

$$S_j = S_{jr} \cdot \cos \alpha + S_{ja} \cdot \sin \alpha \quad (2.6)$$

式中,  $\alpha$  为接触角。把 (2.4), (2.5) 带入式 (2.6) 得到:

$$\begin{aligned} S_j = & S_x \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi_j + S_y \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi_j + S_x \cdot \sin \alpha \\ & + r \cdot \theta_x \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi_j - r \cdot \theta_y \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi_j \end{aligned} \quad (2.7)$$

定义矩阵  $L_j$ :

$$L_j = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cdot \cos \varphi_j \\ \cos \alpha \cdot \sin \varphi_j \\ \sin \alpha \\ r \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi_j \\ -r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi_j \end{bmatrix}^T \quad (2.8)$$

式 (2.7) 可表达为

$$S_j = L_j \cdot S \quad (2.9)$$

$$\text{设轴承局部变形增量为 } \delta(S_j) = L_j \cdot (\delta S) \quad (2.10)$$

在静态条件下, 图 2.2 所示的系统的虚弹性势能  $E$  与系统虚功  $W$  的关系为:

$$\delta W = -\delta E = -\sum_{j=1}^N K_{\varphi_j} S_j \delta(S_j) = -(\delta S)^T \left( \sum_{j=1}^N K_{\varphi_j} L_j^T L_j \right) S \quad (2.11)$$

式中  $N$  为滚动体数。

又弹性力所作的虚功可表示为:

$$\delta W = -(\delta S)^T [K] S \quad (2.12)$$

对比式 (2.11) 与 (2.12) 推出轴承整体的刚度矩阵表达式为:

$$[K] = \sum_{j=1}^N K_{\varphi_j} L_j^T L_j \quad (2.13)$$

同理可以推出阻尼矩阵表达式:

$$[C] = \sum_{j=1}^N C_d L_j^T L_j \quad (2.14)$$

处在角位置  $\varphi_j$  处钢球的阻尼  $C_d$  和刚度  $K_d$  的大小仅与轴承受力、尺寸、材料、运转状态、润滑油膜系数有关,而与钢球所处的位置无关,那么式(2.13)、(2.14)就可简化为:

$$\begin{cases} [K] = K_d \sum_{j=1}^N L_j^T \cdot L_j \\ [C] = C_d \sum_{j=1}^N L_j^T \cdot L_j \end{cases} \quad (2.15)$$

式中,  $K_d$ 、 $C_d$  分别为轴承单个接触副的刚度与阻尼

## 2.2.5 轴承振动方程分析

图 2.2 清楚地表明了轴承载荷,我们用  $F_z$  表示沿 Z 轴的中心轴向载荷,  $F_r$  为沿 X 方向的径向载荷,  $M$  为 Y 方向的力矩载荷,轴承载荷表示为:

$$F = \{F_r + F_x(t) \quad F_y(t) \quad F_z + F_z(t) \quad M_x(t) \quad M + M_y(t)\}^T \quad (2.16)$$

$F_x(t), F_y(t)$  分别为对应的激励力在 X, Y 方向的分量,  $M_x(t), M_y(t)$  为对应的激励力矩在 X, Y 方向的分量。

确定了振动微分方程中的质量、阻尼、刚度、载荷矩阵,代入振动微分方程(2.1),得到球轴承振动方程:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{S}_x \\ \ddot{S}_y \\ \ddot{S}_z \\ \ddot{\theta}_x \\ \ddot{\theta}_y \end{Bmatrix} + C_d \sum_{j=1}^N L_j^T \cdot L_j \begin{Bmatrix} \dot{S}_x \\ \dot{S}_y \\ \dot{S}_z \\ \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \end{Bmatrix} + K_d \sum_{j=1}^N L_j^T \cdot L_j \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_r + F_x(t) \\ F_y(t) \\ F_z + F_z(t) \\ M_x(t) \\ M + M_y(t) \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

由上式可看出,振动微分方程右侧由激励力和力矩决定,轴承会由于激励力和力矩形式的变化产生不同的振动响应。

$$L_j^T L_j = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi_j & \frac{1}{2} \cos^2 2\alpha \cdot \sin(2\varphi_j) & \frac{1}{2} \sin(2\alpha) \cdot \cos \varphi_j & \frac{1}{4} r \cdot \sin(2\alpha) \cdot \sin(2\varphi_j) & -\frac{1}{2} r \cdot \sin(2\alpha) \cdot \cos^2 \varphi_j \\ \frac{1}{2} \cos^2 2\alpha \cdot \sin(2\varphi_j) & \cos^2 \alpha \sin^2 \varphi_j & \frac{1}{2} \sin(2\alpha) \cdot \sin \varphi_j & \frac{1}{2} r \cdot \sin(2\alpha) \cdot \sin^2 \varphi_j & -\frac{1}{4} r \cdot \sin(2\alpha) \cdot \sin(2\varphi_j) \\ \frac{1}{2} \sin(2\alpha) \cdot \cos \varphi_j & \frac{1}{2} \sin(2\alpha) \cdot \sin \varphi_j & \sin^2 \alpha & r \sin^2 \alpha \sin \varphi_j & -r \sin^2 \alpha \cos \varphi_j \\ \frac{1}{4} r \cdot \sin(2\alpha) \cdot \sin(2\varphi_j) & \frac{1}{2} r \cdot \sin(2\alpha) \cdot \sin^2 \varphi_j & r \sin^2 \alpha \sin \varphi_j & r^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi_j & -\frac{1}{2} r^2 \sin^2 \alpha \sin(2\varphi_j) \\ -\frac{1}{2} r \cdot \sin(2\alpha) \cdot \cos^2 \varphi_j & -\frac{1}{4} r \cdot \sin(2\alpha) \cdot \sin(2\varphi_j) & -r \sin^2 \alpha \cdot \cos \varphi_j & -\frac{1}{2} r^2 \sin^2 \alpha \sin(2\varphi_j) & r^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi_j \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

针对轴承振动试验的条件，内圈旋转，载荷为轴向中心力，测量轴承外圈单点径向振动。针对这种情况只考虑 X 方向的位移，并由于轴承角位移很小，忽略角位移作用。结合三角函数关系，则 (2.17) 整理得：

$$m\ddot{S}_x + C_d \frac{N}{2} \cos^2 \alpha \dot{S} + K_d \frac{N}{2} \cos^2 \alpha S = F_r + F_x(t) \quad (2.19)$$

根据式 (2.19)，求得轴承径向的固有振动频率为：

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{NK_d}{2m}} \cos \alpha \quad (2.20)$$

### 2.3、小结

本章通过对轴承运转过程中的运转受力分析，并建立了轴承动力学模型和振动微分方程。针对所分析轴承的试验特点，对振动方程进行了适当的简化，列出了沿测量方向振动的方程。

### 3 轴承振动刚度与阻尼系数

#### 3.1 概述

经典的球轴承振动理论从结构动力学出发,把套圈看作支承的薄壁圆环,认为球轴承振动的基本振动原因是由于接触弹性变形而引起的。传统轴承分析把轴承分为外圈、内圈、滚动体、保持架四部分,而随着轴承润滑理论的深入,发现润滑油膜也是轴承的重要部分,故目前人们普遍认为润滑剂是轴承的“第五元件”。

经典轴承振动模型中忽略了由于润滑而产生的非线性问题,而实际上滚动轴承是典型的有润滑的摩擦学系统,钢球滚动过程中接触副的摩擦作用将激励振动和噪声。关于球轴承振动和噪声的研究应该从摩擦学和结构动力学相结合的摩擦动力学观点出发,运用摩擦动力学的知识和方法正确地建立振动模型。

本章首先运用 Hertz 接触理论给出了钢球与滚道的接触载荷-变形关系,其次从摩擦动力学的观点出发,考虑接触副的接触特性和 EHL 油膜的卷吸和挤压效应,根据弹性球与滚道接触模型,确定润滑状态下摩擦因素激励的球轴承的刚度与阻尼。最后本章列出了几种影响因素影响下的轴承刚度的变化趋势,并比较了润滑状态下与干摩擦状态下轴承刚度与固有振动的变化。本章主要目的是确定第二章所列轴承振动方程的系数,以完成对振动模型的仿真及求解。

#### 3.2 球轴承基本几何参数与运动参数

##### 3.2.1 球轴承结构

如图 3.1 为球轴承的结构图

$d_m$  为钢球中心圆直径,  $D_i$  为滚动体直径,  $\omega_i$  内圈旋转角速度,  $\alpha$  接触角

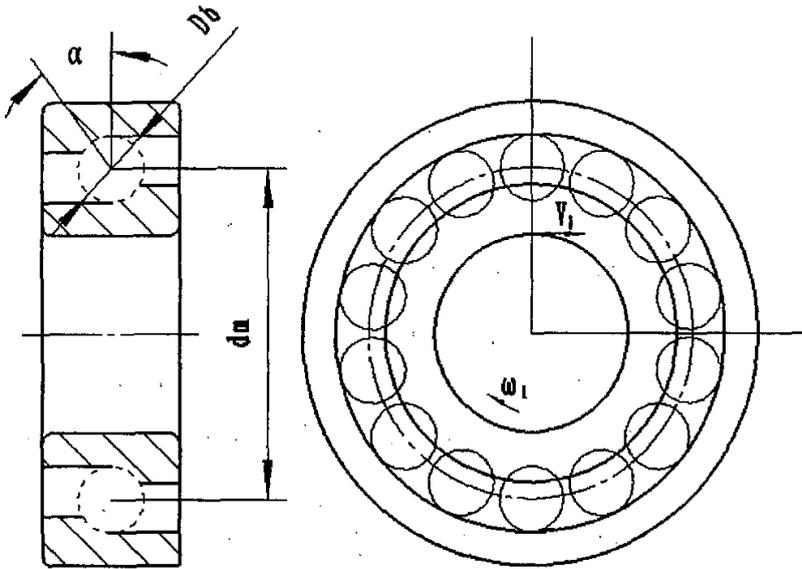


图 3.1

### 3.2.2、轴承曲率和与曲率差

钢球——外圈接触副的等效曲率为：

$$\sum \rho_1 = \frac{2}{D_b} \left( \frac{1}{1+\gamma} \right) \quad (3.1)$$

$$\sum \rho_2 = \frac{2}{D_b} - \frac{1}{\lambda_o D_b} \quad (3.2)$$

式中， $\gamma = D_b \cos \alpha / d_m$ ， $r$ 为钢球中心圆半径 $r = \frac{d_m}{2}$ ， $\lambda = \frac{r}{D_b}$ ， $\sum \rho$ 曲率和，

下标 1, 2 指接触物体

钢球——内圈接触副的等效曲率为：

$$\sum \rho_1 = \frac{2}{D_b} \left( \frac{1}{1-\gamma} \right) \quad (3.3)$$

$$\sum \rho_2 = \frac{2}{D_b} - \frac{1}{\lambda_i D_b} \quad (3.4)$$

接触处的曲率和：

$$\sum \rho = \sum \rho_1 + \sum \rho_2 \quad (3.5)$$

接触处的曲率差:

$$F(\rho) = \frac{\sum \rho_1 - \sum \rho_2}{\sum \rho} \quad (3.6)$$

### 3.2.3、轴承运动参数

假设滚道面与滚动体之间无相对滑动,承受径向、轴向载荷时各部分无变形;外圈固定,则滚动轴承内圈转速为  $n_i$  时的特征频率如下:

1) 内圈旋转频率  $f_i$ :

$$f_i = \frac{n_i}{60} \quad (3.7)$$

2) 一个滚动体通过内圈上一点的频率  $f_{ib}$ :

$$f_{ib} = \frac{1}{2}(1+\gamma) \cdot f_i \quad (3.8)$$

3) 一个滚动体通过外圈上一点的频率(滚动体公转频率)  $f_{ob}$ :

$$f_{ob} = \frac{1}{2}(1-\gamma) \cdot f_i \quad (3.9)$$

4) 滚动体上一点通过内圈或外圈的频率(滚动体自转频率)  $f_b$ :

$$f_b = \frac{1}{2}(1-\gamma^2) \cdot f_i \frac{d_p}{D_b} \quad (3.10)$$

5) 滚动体与滚道接触点的线速度  $V_b$ :

$$V_b = \frac{f_b}{2\pi} \cdot \left( \frac{D_b}{2} \cdot \cos \alpha \right) \quad (3.11)$$

6) 由于假设了接触点处钢球与滚道的运动速度彼此相等,它们之间没有相对滑动,因此接触点的速度和  $V_v$

$$V_v = 2V_b = \frac{f_b \cdot D_b \cdot \cos \alpha}{2\pi} \quad (3.12)$$

### 3.3、接触载荷与接触变形的计算

根据 Hertz 接触理论, 对于球轴承来说, 接触载荷与变形满足式 (3.13) 所示的关系:

$$Q = \bar{K} \delta^{3/2} \quad (3.13)$$

$\bar{K}$ : 载荷变形系数     $\delta$ : 变形量     $Q$ : 接触载荷

用 Hertz 理论求接触应力和应变需要知道椭圆参数  $k$  和全椭圆积分  $\Gamma$ 、 $\Sigma$ , 这通常需要解超越方程。Brewer 和 Hamrock 从大量实验数据中通过线性回归法求得了这些参数的近似表达式<sup>[40]</sup>:

$$k = 1.0339 \cdot \left( \frac{\sum \rho_1}{\sum \rho_2} \right)^{0.636} \quad (3.14)$$

$$\Gamma = 1.5277 + 0.6023 \cdot \ln \left( \frac{\sum \rho_1}{\sum \rho_2} \right) \quad (3.15)$$

$$\Sigma = 1.0003 + 0.5968 \cdot \left( \frac{\sum \rho_2}{\sum \rho_1} \right) \quad (3.16)$$

$k$ : 椭圆参数

$\Gamma$ : 第一类椭圆积分

$\Sigma$ : 第二类椭圆积分

式(3.14)至(3.16)的精度较高, 当  $1 \leq k \leq 10$  时, 计算得到的  $k, \Gamma$  和  $\Sigma$  与精确计算的结果比较, 误差小于 3%。

由文献<sup>[41]</sup>可知单侧接触的接触面的载荷——变形系数:

$$\bar{K} = \left( \frac{\pi^2 k^2 E^2 \Sigma}{4.5 \Gamma^3 \sum \rho} \right)^{1/2} \quad (3.17)$$

根据轴承结构尺寸计算出 (3.14) 至 (3.16) 的值, 带入式 (3.17) 可解出系数  $\bar{K}$ 。

球轴承静止或转速不高时, 内圈和外圈接触区域的法线为同一通过钢球中心的直径, 因此轴承总的接触变形量等与轴承内圈变形量  $\delta_i$  外圈变形量  $\delta_o$  之和, 即:

$$\delta = \delta_i + \delta_o \quad (3.18)$$

其中: 
$$\delta_i = (Q / \bar{K}_i)^{2/3} \quad (3.19)$$

$$\delta_o = (Q / \bar{K}_o)^{2/3} \quad (3.20)$$

方程 (3.18) 简化为: 
$$\delta = (Q / K_n)^{2/3} \quad (3.21)$$

式中: 
$$K_n = \frac{1}{(\bar{K}_i^{-2/3} + \bar{K}_o^{-2/3})^{3/2}} \quad (3.22)$$

$K_n$  为球轴承中同时考虑内圈和外圈接触变形时的等效接触载荷—变形系数, 它与轴承内外圈、钢球的材料和几何参数有关。参考文献<sup>[42]</sup>有另一种方法, 根据内外圈几何参数来确定轴承的等效接触载荷—变形系数  $K_n$ 。

### 3.4、弹性流体动压润滑状态下油膜厚度

轴承接触区中由于载荷集中作用, 接触区内的压力很高, 因而在润滑计算时应要考虑接触表面的弹性变形和润滑剂的粘压效应。图 3.2 是在考虑粘压效应后得到的弹流润滑状况的结果。我们可以看出接触区内油膜厚度约为常量, 在接触区内形成平行间隙。同时为了维持流量的连续条件, 出口区表面的弹性变形趋于恢复, 使间隙减小形成颈缩。通常颈缩处的最小油膜厚度  $h_{\min}$  约是中心膜厚  $h_0$  的 75%, 压力在出口处也形成二次压力峰, 颈缩和二次压力峰是弹流润滑的重要特征。

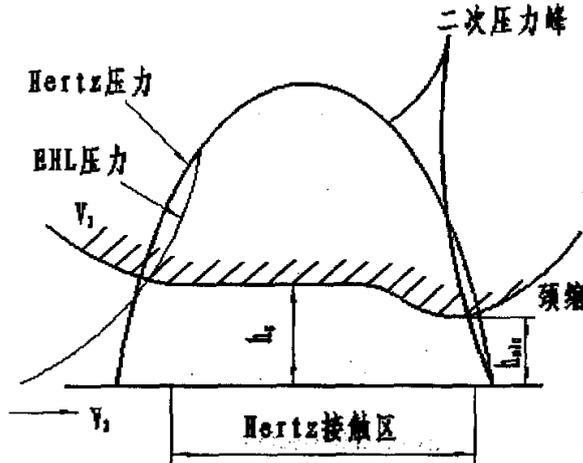


图 3.2 油膜厚度形状与压力分布

Hamrock 和 Dowson 对等温点接触弹流润滑进行了系统的数值分析,并提出了油膜厚度计算公式,即 Hamrock-Dowson 公式。其中无量纲最小油膜厚度  $H_{\min}^*$  为<sup>[43]</sup>:

$$H_{\min}^* = 3.63 \frac{G^{*0.49} V^{*0.68}}{W^{*0.073}} (1 - e^{-0.68k}) \quad (3.23)$$

无量纲中心油膜厚度  $H_c^*$ :

$$H_c^* = 2.69 \frac{G^{*0.53} V^{*0.67}}{W^{*0.067}} (1 - e^{-0.73k}) \quad (3.24)$$

最小油膜厚度  $h_{\min}$  为:  $h_{\min} = H_{\min}^* \cdot R_y \quad (3.25)$

中心油膜厚度  $h_c$  为:  $h_c = H_c^* \cdot R_y \quad (3.26)$

无量纲材料参数  $G^*$ :  $G^* = \alpha E' \quad (3.27)$

无量纲速度参数  $V^*$ :  $V^* = \frac{\eta_0 V}{E' R_y} \quad (3.28)$

无量纲载荷参数  $W^*$ :  $W^* = \frac{W}{E' R_y^2} \quad (3.29)$

式中  $R$  为当量曲率半径,  $\alpha$  为粘压系数,  $\eta_0$  为润滑剂的粘度,  $V$  为速度,  $W$  为接触载荷

### 3.5 实际工作接触角的计算

当轴承承受中心轴向载荷作用时，可认为由各钢球均匀分担载荷。轴承设计接触角 $\alpha_0$ 只考虑了轴承装配间隙，不是实际工作接触角。我们知道，轴承零件受力之后会产生变形，由于接触副变形会造成接触角发生变化，接触角的变化会造成轴承零件受力的不同。

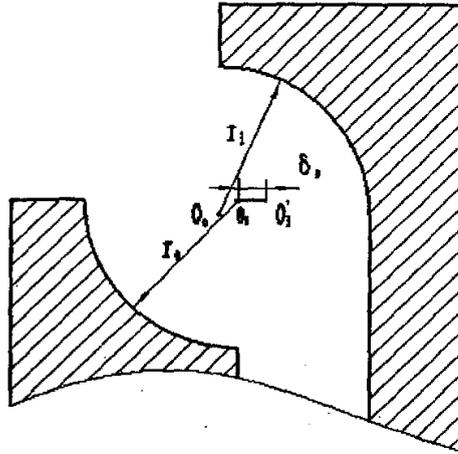


图 3.3 受载后轴承接触情况的变化

如图 3.3 所示，内圈沟曲率中心 $O_1$ 与外圈沟曲率中心 $O_2$ 之间的距离为

$$O_1O_2 = (\lambda_o + \lambda_i - 1)D_b \quad (3.30)$$

$\lambda$ 为沟曲率半径系数  $\lambda = r/D_b$

在初始装配条件下，滚动体与内圈和外圈的接触点在同一直径上，根据几何关系，球轴承的初始接触角可表示为：

$$\cos \alpha_0 = \frac{O_1O_2 - 0.5P_d}{O_1O_2} = 1 - \frac{P_d}{2O_1O_2} \quad (3.31)$$

式中， $P_d$ 为装配径向间隙

当轴承承受载荷时，接触区域的弹性变形增大，接触角有所变化，产生实际接触角 $\alpha$ ， $\alpha$ 的大小与轴承所受力的大小有关。

轴承中心承受轴向载荷 $F_a$ 时，由前面假设，载荷可认为由 $N$ 个钢球均匀分担。钢球承受载荷 $Q$ 为：

$$Q = \frac{F_a}{N \sin \alpha} \quad (3.32)$$

当球轴承的接触角不大时，轴向载荷能引起较大接触载荷。

图 3.3 可看出, 轴承弹性变形加大套圈移动, 内圈沟曲率中心从  $O_i$  移动到  $O_i'$ , 移动了  $\delta_a$ , 则法向变形  $\delta'$  等于  $O_i O_o$  与  $O_i' O_o$  之差, 且:

$$(\delta' + O_i O_o) \cos \alpha = O_i O_o \cos \alpha_0 \quad (3.33)$$

$$\text{则} \quad \delta' = O_i O_o \left( \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) \quad (3.34)$$

把式 (3.34) 带入式 (3.13) 得到:

$$Q = K_n (O_i O_o)^{1.5} \left( \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right)^{1.5} \quad (3.35)$$

式 (3.35) 是关于实际接触角  $\alpha$  的超越方程, 可以运用迭代方法解该方程, 选用 Newton-Raphson 方法迭代, 方程如下:

$$\alpha^{(i+1)} = \alpha^{(i)} + \frac{\frac{F_a}{ZK_n (O_i O_o)^{1.5}} - \left( \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha^{(i)}} - 1 \right)^{1.5} \sin \alpha^{(i)}}{\cos \alpha^{(i)} \left( \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha^{(i)}} - 1 \right) + 1.5 \tan^2 \alpha^{(i)} \left( \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha^{(i)}} - 1 \right) \cos \alpha_0} \quad (3.36)$$

当  $\alpha^{(i+1)} - \alpha^{(i)}$  小于允许误差值时停止迭代, 此时求得的  $\alpha^{(i+1)}$  即为所求的实际接触角  $\alpha$ 。

得到实际接触角  $\alpha$  后, 重新对接触刚度及阻尼进行修正, 得到实际接触情况下的轴承接触刚度阻尼值。

### 3.6 轴承接触刚度与阻尼系数的计算

传统模型只考虑了接触副的变形刚度, 但当接触副中存在润滑时, 接触刚度将由变形刚度和油膜刚度组成。因此, 在传统接触模型的基础上, 我们考虑润滑油膜的刚度和阻尼, 可以建立弹性球润滑接触的动力学模型。

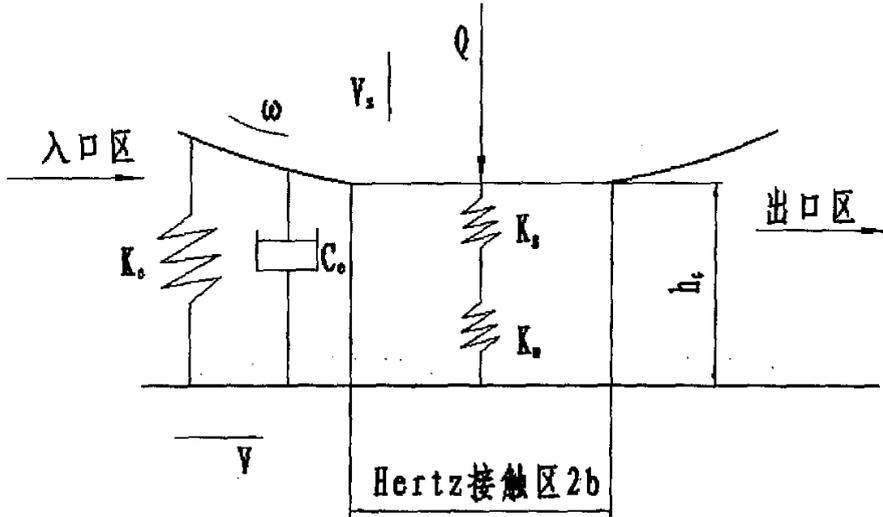


图 3.4 钢球—滚道 EHL 接触动力学模型

由于润滑油膜的存在，我们把接触区分为润滑入口区，Hertz 接触区，润滑出口区。由于接触区润滑油膜很薄，Hertz 接触区的阻尼可以忽略。出口区油膜气穴形成的负压对接触特性的影响较小，可忽略不计<sup>[44]</sup>。根据以上条件三个区的接触特性均可简化为线性弹簧和粘性阻尼系统。轴承接触模型简化为图 3.4 所示的结构

### 3.6.1 Hertz 接触区刚度的计算

根据式 (3.13) 可知 Hertz 接触刚度  $K_g$  为：

$$K_g = \left. \frac{dQ}{d\delta} \right|_Q = \frac{3}{2} K_n \delta^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} (K_n^2 Q)^{\frac{1}{3}} \quad (3.37)$$

根据式 (3.24) 可知载荷参数对油膜厚度参数的影响为：

$$\frac{\partial H_c^*}{\partial W^*} = -0.1802 \frac{G^{*0.53} V^{*0.67}}{W^{*1.067}} (1 - e^{-0.73k}) \quad (3.38)$$

把式 (3.29) 带入 (3.38) 则润滑油膜刚度  $K_m$  为：

$$K_m = \frac{-1}{0.1802} E' R_y [G^{*0.53} V^{*0.67} W^{*-1.067} (1 - e^{-0.73k})]^{-1} \quad (3.39)$$

### 3.6.2 入口区的刚度与阻尼

入口区载荷与 Hertz 接触区的载荷不同, 它要同时考虑润滑膜的卷吸效应和挤压效应, 为了简化计算我们进行以下假设<sup>[45]</sup>:

1. 接触区为椭圆形, 并且椭圆区滚动方向的半轴  $b$  与垂直方向的半轴  $a$  要小得多, 所以可近似的把接触区看为长度为  $2a$ , 宽度为  $2b$  的长方形。
2. 忽略垂直方向油膜厚度  $h$  的变化。
3. Hertz 接触区域外, 垂直于滚动方向的油膜形状表示式为: (Hertz 接触区中线为  $y$  原点)

$$h = h_c + \left(\frac{y}{b} - 1\right)^2 / (2R_y) \quad y > b \quad (3.40)$$

4. 润滑剂的粘度密度恒定。

并且由图 (3.4) 及 Sommerfeld<sup>[46-47]</sup>条件:

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp}{dy} dy &= 0 \\ p|_{y=\infty} &= 0 \\ \frac{dp}{dy} \Big|_{y=\infty} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

根据以上假设, 雷诺方程<sup>[48]</sup>简化为:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h^3}{12\eta_0} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial (hV_y)}{\partial y} + \bar{V}_z \quad (3.42)$$

$\bar{V}_y$  为卷吸速度即接触物体表面速度之和,  $\bar{V}_z$  为法向挤压速度

方程 (3.42) 对  $y$  积分得到:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{6\bar{V}_y\eta_0}{h^2} + \frac{12\eta_0\bar{V}_z y}{h^3} + \frac{12\eta_0}{h^3} C_1 \quad (3.43)$$

$C_1$  为常系数, 可把式 (3.41) 带入 (3.43) 求得。

将 (3.40) 代入 (3.43) 并对  $y$  积分可得到压强表达式:

$$p = -\frac{32\eta_0\bar{V}_y R_y^4 h_c^2 y}{(y^2 + 4R_y^2 h_c^2)^2} + \frac{192\eta_0\bar{V}_z R_y^6 h_c^4}{(y^2 + 4R_y^2 h_c^2)^2} + C_2 \quad (3.44)$$

由 (3.41) 式可知  $C_2 = 0$ 。入口区载荷为压强  $p$  在入口区全区域积分, 其结果为:

$$\bar{Q} = 2a \int_{y_1}^{y_2} \left( -\frac{32\eta_0 \bar{V}_y R_y^4 h_c^2 y}{(y^2 + 4R_y^2 h_c^2)^2} + \frac{192\eta_0 \bar{V}_z R_y^6 h_c^4}{(y^2 + 4R_y^2 h_c^2)^2} \right) dy \quad (3.45)$$

根据半 Sommerfeld 条件, 知积分区域  $y_1 = -\infty, y_2 = 0$  带入 (3.45)

$$\bar{Q} = \frac{4\eta_0 \bar{V}_y R_y a}{h_c} + \frac{6\pi\eta_0 \bar{V}_z R_y^{1.5} a}{\sqrt{2}h_c^{1.5}} \quad (3.46)$$

经过 Hertz 理论和弹性润滑理论分析可知, 在接触载荷作用下, 钢球会相对滚道发生法向位移。由于载荷会使弹性球发生弹性变形, 并且润滑油膜厚度也发生变化, 所以此时钢球的位移总量为油膜厚度变化量和弹性变形之和

$$d\delta = dh_c + d\delta_d \quad (3.47)$$

(3.47) 积分得: 
$$\delta = h_c \left( \frac{K_m}{K_g} + 1 \right) \quad (3.48)$$

(3.48) 代入 (3.46) 得到载荷与变形之间的关系式:

$$\bar{Q} = \frac{4\eta_0 \bar{V}_y R_y a}{h_c^2 \left( \frac{K_m}{K_g} + 1 \right)} \delta + \frac{6\pi\eta_0 R_y^{1.5} a}{\sqrt{2}h_c^{1.5}} \bar{V}_z \quad (3.49)$$

入口区油膜刚度和阻尼系数可以表达为:

油膜刚度  $K_e$  
$$K_e = \frac{4\eta_0 V_y R_y a}{h_c^2 \left( \frac{K_m}{K_g} + 1 \right)} \quad (3.50)$$

油膜阻尼  $C_e$  
$$C_e = \frac{6\pi\eta_0 R_y^{1.5} a}{\sqrt{2}h_c^{1.5}} \quad (3.51)$$

### 3.6.3 润滑油膜等效刚度与阻尼

如图 (3.3) 所示, 润滑油膜简化为线性弹簧和阻尼的串并联组合, 由串、并联关系可知, 对于有润滑油膜存在的状态来说:

润滑油膜的刚度  $K_d$ : 
$$K_d = \left( \frac{1}{K_g} + \frac{1}{K_m} \right)^{-1} + K_e \quad (3.52)$$

润滑油膜的阻尼  $C_d$ :  $C_d = C_e$  (3.53)

对于干接触状态来说:

刚度  $K_g$ :  $K_g = K_e$  (3.54)

阻尼  $C_g$ :  $C_g = 0$  (3.55)

对于滚动体来说,一滚动体同时与内、外圈滚道接触,形成了两个润滑油膜接触副,可以认为滚动体两侧的弹簧—阻尼系统是串联的。其结构如图所示:

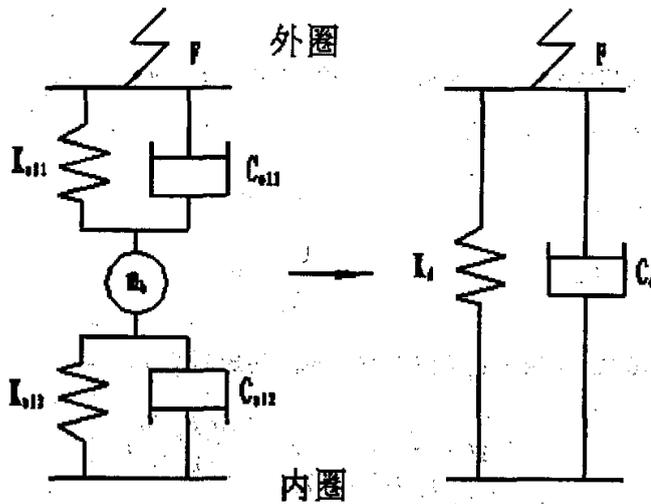


图 3.5 两接触副弹簧-阻尼模型

由于滚动体质量相对于轴承套圈来说非常小,所以滚动体在此串联系统中可忽略不计。串联组合的刚度和阻尼系数与角频率  $\omega$  有关,并可由复刚度 (overall complex dynamic stiffness) 方程式求得<sup>[44, 49]</sup>

$$K_d + i\omega C_d = \left[ (K_{e11} + i\omega C_{e11})^{-1} + (K_{e12} + i\omega C_{e12})^{-1} \right]^{-1} \quad (3.56)$$

简化式 (3.56) 可得:

$$K_d = \frac{P(\omega)}{P^2(\omega) + \omega^2 Z^2(\omega)} \quad (3.57)$$

$$C_d = \frac{Z(\omega)}{P^2(\omega) + \omega^2 Z^2(\omega)} \quad (3.58)$$

$$\text{其中} \quad P(\omega) = \frac{K_{e1}}{K_{e1}^2 + \omega^2 C_{e1}^2} + \frac{K_{e2}}{K_{e2}^2 + \omega^2 C_{e2}^2} \quad (3.59)$$

$$Z(\omega) = \frac{C_{e1}}{K_{e1}^2 + \omega^2 C_{e1}^2} + \frac{C_{e2}}{K_{e2}^2 + \omega^2 C_{e2}^2} \quad (3.60)$$

我们可以对阻尼与刚度进行简化,对于串联弹簧-阻尼的刚度和阻尼系数相近时,我们可以认为:

$$K_d = \left( \frac{1}{K_{e1}} + \frac{1}{K_{e2}} \right)^{-1} = \frac{K_{e1} K_{e2}}{K_{e1} + K_{e2}} = \frac{K_{e1} + K_{e2}}{4} \quad (3.61)$$

$$C_d = \left( \frac{1}{C_{e1}} + \frac{1}{C_{e2}} \right)^{-1} = \frac{C_{e1} C_{e2}}{C_{e1} + C_{e2}} = \frac{C_{e1} + C_{e2}}{4} \quad (3.62)$$

对于中等载荷和中等速度条件下运转的球轴承,钢球与内圈和外圈滚道形成的接触副具有相似的几何关系,相近的载荷和速度,因此,它们的等效刚度和等效粘性阻尼系数可以用式 (3.61) (3.62) 计算。

式 (3.61)、(3.62) 得到了轴承滚动体两侧接触模型的刚度与阻尼,把他们带入 (2.19),至此轴承弹性振动模型的微分方程 (2.19) 的系数已全部确定。

### 3.7 参数影响分析

下面以某角接触轴承为例,考虑不同影响因素对于摩擦状态与润滑状态下的模型系数的影响。

#### 1) 轴向加载力的影响

轴承分别承受中心轴向载荷  $F_a$  为 20, 49, 80, 120, 200 和 300 N, 其它参数不变,分析润滑与干摩擦状态刚度和径向固有振动频率的变化。计算结果如图 3.6、3.7 所示。其中,上图为计算出的绝对量,下图表示轴承润滑状态与干摩擦状态的刚度差值与固有振动频率差值。

由图 3.6、3.7 可以看出润滑状态下的轴承的刚度比干摩擦状态时有所提高,轴承承载能力提高。通过对比发现当载荷越大,轴承润滑膜对轴承性能的影响越小。这是由于载荷越大轴承的接触角产生变化,润滑油膜的厚度越小,对轴承的影响就越小,这与流体动压润滑特能相一致的。

#### 2) 轴承间隙变化的影响

在径向游隙  $P_d$  为 15, 20, 23, 25, 30  $\mu\text{m}$ , 其它参数不变的情况下分析润

滑与干摩擦状态刚度和径向固有振动频率的变化。计算结果如图 3.8、3.9 所示。其中上图为计算出的绝对量，下图分别表示轴承润滑状态与干摩擦状态的刚度差值与固有振动频率差值。

由图可见，游隙增大使球轴承刚度减小，径向振动的固有频率降低，这是由于球轴承中的游隙增大使钢球的接触角增大，并且使得轴承的径向刚度和阻尼降低，因而出现图 3.8 至 3.9 所示的结果。

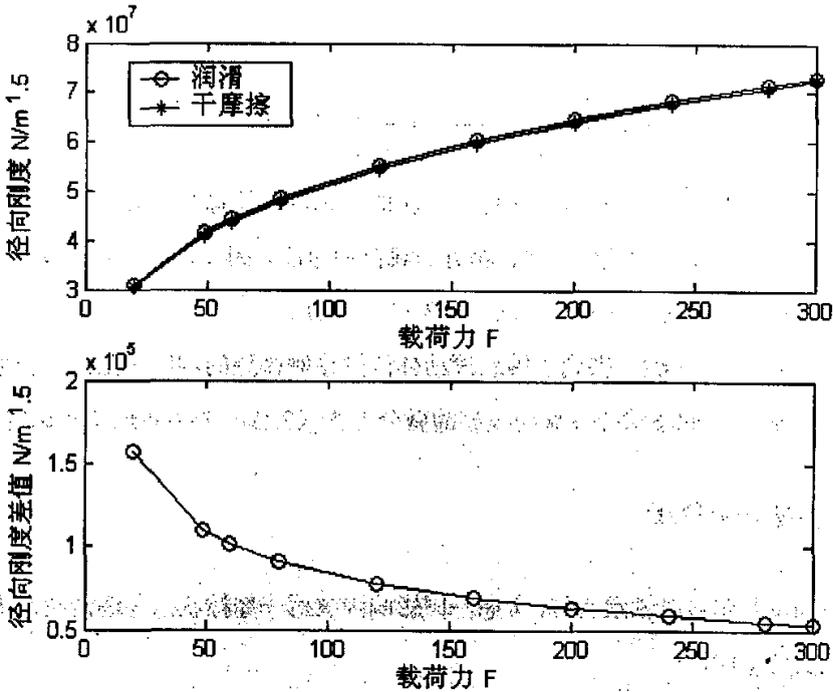


图 3.6 载荷力对刚度的影响

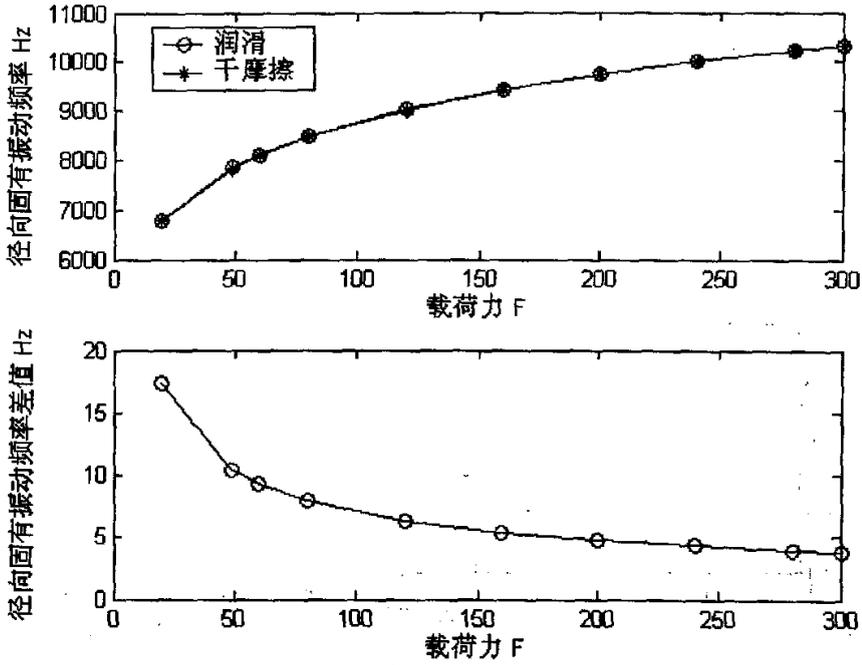


图 3.7 载荷对固有振动频率的影响

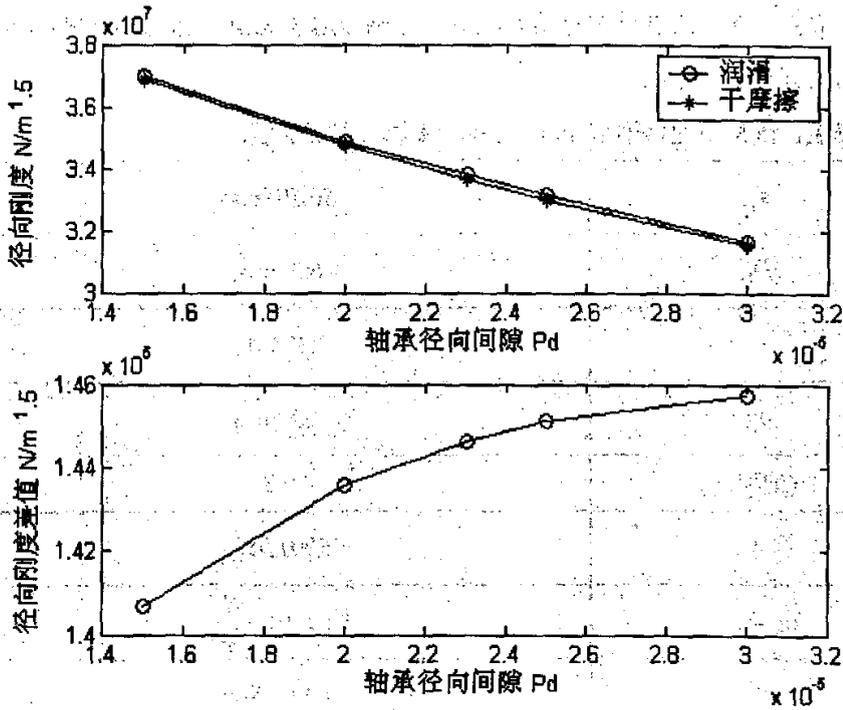


图 3.8 径向间隙对刚度的影响

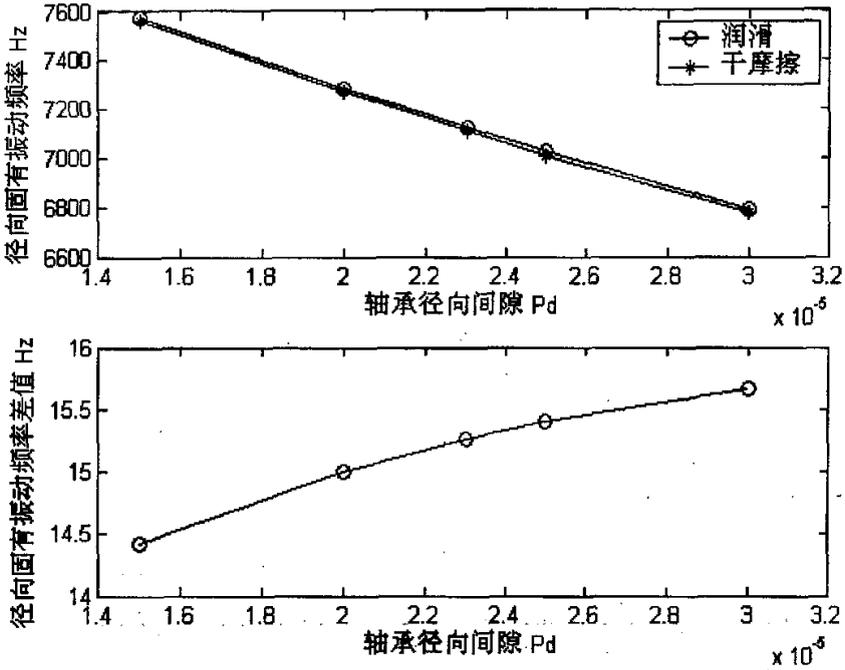


图 3.9 径向间隙对轴承固有振动频率的影响

对试验条件下的轴承进行仿真运算，得到考虑了润滑状态的轴承刚度与阻尼。结果列于表 3.1 中。

表 3.1 汽车空调器轴承 4607 的基本参数与刚度阻尼：

$d_m$	50.595mm
$D_b$	6.35mm
$r_o$	3.333mm
$r_i$	3.27mm
$\nu$ (泊松比)	0.3
$n$	1500r/min
$E_o = E_i$	$2.1 \times 10^5 \frac{N}{mm^2}$
$P_d$	0.0025mm

$\eta$	$0.02 P_a \cdot s$
$m_o$	$0.106 Kg$
$m_b$	$1.05 \times 10^{-3} Kg$
$\alpha$ (粘压系数)	$2.0 \times 10^{-8} \frac{1}{P_a}$
F(外加载荷)	49N
$\alpha_0$ 初始接触角	$18^\circ 5'$
$\alpha$ 实际接触角	$19^\circ 31'$
径向固有振动频率 $f_r$	$1.1102 \times 10^2 Hz$
X 方向刚度	$8.2958 \times 10^7 N/m^{1.5}$
X 方向阻尼	$0.0143 NS/m$

### 3.8 小结

本章从摩擦动力学的观点出发,在分析时同时考虑了轴承接触副的接触特性和 EHL 油膜的卷吸和挤压效应。本章在适当简化的理论模型基础上系统分析了轴承的实际接触角、刚度矩阵和阻尼矩阵,给出了这些参数的具体计算方法,分析了影响因素对润滑状态和干摩擦状态下轴承刚度的变化趋势,并针对汽车空调器轴承进行了实际计算,得到了其刚度和阻尼矩阵。

## 4 轴承振动的模拟分析

### 4.1 引起振动的主要因素

轴承振动和噪声的产生机理十分复杂,它不仅与轴承的结构型式、加工制造水平等密切相关,而且还与实际的安装使用条件直接相关。轴承振动是由多种原因引起的一种物理现象。根据振动的起因,各国研究学者对轴承振源作了系统分析,基本达到共识,可将其振源分成以下几种类型<sup>[50]</sup>:

#### 1) 轴承结构振动

即使作为理想轴承,其本身也是一个振源。由此产生的振动与结构有关,称为结构振动。已知轴承结构振动的形式有两种,一种是由球作用于套圈上的力所引起的套圈变形而产生,结果,致使与球一起运动的套圈变为多边形。另一种是由旋转时径向载荷作用而导致的轴承刚度的变化所引起。随着球相对于径向载荷的运动,轴承刚度发生变化,于是引起套圈的相对位移。

#### 2) 滚道和球制造误差引起的振动

非理想几何形状的球(球形误差和尺寸差)沿非理想几何形状的滚道(径向及轴向跳动、圆形偏差、波纹度等不符合要求)滚动时,产生变化的接触力,从而引起轴承振动。内滚道、外滚道、滚动体表面即便采用最精密的加工技术也会存在波纹度、圆度、表面粗糙度等微观几何形状误差,当轴承运转时,若上述参数较大时,由于弹性支承的作用便形成一定频率的振动与噪声。

#### 3) 润滑对轴承振动性能的影响

良好润滑是轴承正常工作的一个重要条件,轴承旋转时,在球与套圈的接触区形成稳定的弹性流体动力润滑油膜。油膜厚度取决于润滑剂的量、注入方式、基础油的粘度、球相对套圈的线速度、温度以及其他其作用的因素。润滑与振动的关系目前所查资料仅是对润滑与振动之间的相关性进行分析<sup>[23-28]</sup>。润滑对轴承振动的影响可简单解释为:随着 $h_c/R_a$ (即润滑油膜厚度与接触表面微观凸起的平均高度)的减小,将导致润滑油膜被个别微凸峰划破的频率增大,并随之带来无序碰撞。 $h_c/R_a$ 越小,振动值越大。

#### 4) 污染杂质对轴承振动的影响

关于污染粒子对轴承振动的影响,可简单解释为:个别固体粒子进入球与套圈的接触区,产生诸多微观碰撞,从而引起振动。

#### 5) 保持架振荡引起的振动噪声

在轴承旋转过程中保持架的自由振动以及它与滚动体或套圈相撞击就会发出此噪声。它在各类轴承中都可能出现,但其声压级不太高而且是低频率的。其特点为:(1)冲压保持架及塑料保持架均可产生。(2)不论是稀油还是脂润滑均会出现。(3)当外圈承受弯矩时最易发生。(4)径向游隙大时容易出现。由于保持架兜孔间隙及保持架与套圈间隙在轴承成品中不可避免地要存在,因此彻底消除保持架声十分困难,但可通过减少装配误差,优选合理的间隙和保持架窜动量来改善。

#### 6) 套圈滚道和球缺陷引起的振动

伴随着套圈滚道和球工作表面的宏观几何误差(由机械加工特点决定),常常出现个别缺陷,例如压痕、气孔、划伤以及球表面的磨损环带等,这些表面缺陷存在时,会引起轴承的振动。

### 4.2 典型激振力形式下的轴承振动

轴承振动微分方程(2.19)左侧的系数在上面的分析过程中已经被确定,下面我们根据影响轴承振动的几种因素的特点,把这些因素所产生的激励力分为几种典型模型,以合适的力的形式带入方程(2.19),得到各种激励情况下的轴承振动值。

下面把激振力分为四种情况,分别对这四种情况进行X方向的振动分析。

#### 1) 脉冲力作用下的振动

当轴承元件有损伤或轴承中有夹杂物存在时,损伤或夹杂物在球轴承运转过程中会与滚动表面相接处而产生脉冲力,则此时方程(2.19)右端项即为脉冲力的形式,其表达式如下:

$$F(t) = F_r + F_x(t) = \chi \cdot \delta(t) \quad (4.1)$$

$\delta(t)$  为单位脉冲函数,  $\chi$  为脉冲力强度

#### 2) 简谐力作用下的振动

球轴承运转过程中,钢球在套圈滚道之间滚动,接触副中的摩擦作用将激

励球轴承外圈的振动运动。由于球轴承零件的圆周运动，摩擦激励作用总是周期性发生的，因此简谐作用下球轴承振动特性的讨论是具有典型性的。在众多文献中，保持架激振力被认为是简谐力加以分析<sup>[51-52]</sup>，

方程 (2.19) 右端项  $F_r + F_x(t)$  为简谐力，其表达式为

$$F(t) = F_r + F_x(t) = F_0 \cdot \sin(\omega t) \quad (4.2)$$

式中， $\omega$  为带简谐频率。入方程 (2.19)，可得到轴承径向强迫振动的稳态解<sup>[53]</sup>：

$$S_x(t) = \frac{F_0 \cdot \sin(\omega t - \phi)}{\sqrt{\left[ \left( K_d \cdot \frac{N \cdot \cos^2 \alpha}{2} - \omega^2 m \right)^2 + \omega^2 \left( C_d \cdot \frac{N \cdot \cos^2 \alpha}{2} \right)^2 \right]} \quad (4.3)$$

$$\text{其中} \quad \phi = \tan^{-1} \left( \frac{\omega \cdot C_d \cdot \frac{N \cdot \cos^2 \alpha}{2}}{K_d \cdot \frac{N \cdot \cos^2 \alpha}{2} - \omega^2 m} \right) \quad (4.4)$$

我们可以看出在简谐激励力作用下，系统将产生一个与激励力相同频率的简谐振动，但滞后一个相位角  $\phi$ 。

### 3) 周期激励下的轴承振动

任何周期激励力都可以用傅立叶展开为一组不同频率的简谐分量的组合。对这些不同频率的简谐激励求出各自的响应，根据线性系统的叠加原理，就可以求得一般周期干扰力作用下球轴承振动的总响应。滚动体、套圈表面几何形状误差所引起的激振力均可表示为周期力。

方程右端项为周期激励力，展开得到：

$$F(t) = \sum_{j=1}^{\infty} F_j \sin(\omega_j t) \quad (4.5)$$

带入方程 (2.19)，所得到的解是各频率径向强迫振动的稳态解的线性叠加，周期激励力所产生的轴承径向强迫振动的稳态解为<sup>[53]</sup>：

$$S_x(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{F_j \cdot \sin(\omega_j t - \phi_j)}{\sqrt{\left[ \left( K_d \cdot \frac{N \cdot \cos^2 \alpha}{2} - \omega_j^2 m \right)^2 + \omega_j^2 \left( C_d \cdot \frac{N \cdot \cos^2 \alpha}{2} \right)^2 \right]} \quad (4.6)$$

式中：

$$\phi_j = \arg \tan \left[ \frac{\omega_j \cdot C_d \cdot \frac{N \cdot \cos^2 \alpha}{2}}{\left( K_d \cdot \frac{N \cdot \cos^2 \alpha}{2} \right) - \omega_j^2 m} \right] \quad (4.7)$$

4) 任意形式激励力所引起的轴承振动

轴承振动因素分析可知，轴承运转过程中受到许多随机因素的影响（如影响因素（5）污染杂质对轴承振动的影响），其振动是一随机振动。随机振动激励力的表达形式不确定，所以轴承激励力还包括任意形式激励力所引起的轴承振动。任意形式的力可用傅立叶积分形式表示

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (4.8)$$

由文献<sup>[54]</sup>可知任意形式激励力所引起的轴承径向强迫振动的稳态解为<sup>[53]</sup>：

$$S_x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(\omega) \cdot e^{i\omega t}}{\left( K_d \frac{N \cdot \cos^2 \alpha}{2} \right) - m\omega^2 + i \cdot \left( C_d \frac{N \cdot \cos^2 \alpha}{2} \right) \cdot \omega} d\omega \quad (4.9)$$

### 4.3 轴承典型振动模拟

#### 4.3.1 轴承元件损伤引起的振动频率

当轴承元件存在表面损伤时，当损伤点滚过轴承元件表面是要产生突变的冲击脉冲力，故元件表面存在损伤时的激励力为脉冲力<sup>[55]</sup>。

当外圈存在单个损伤时，激励力形式为：

$$F(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \chi_o \delta(t - nT_o) \quad (4.10)$$

当内圈存在单个损伤时，激励力形式为：

$$F(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \chi_i \delta(t - nT_i) \quad (4.11)$$

当滚动体存在单个损伤时，激励力形式为：

$$F(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \chi_b \delta(t - 2nT_b) \quad (4.12)$$

上述各式中,  $n$  为整数,  $\frac{1}{T}$  为元件故障特征频率, 下标  $o, i, b$  分别表示外圈、内圈、滚动体。

$$\text{对于 } N \text{ 个滚动体的轴承 } \frac{1}{T_o} = Nf_{ob}, \quad \frac{1}{T_i} = N(f_i - f_{ob}), \quad \frac{1}{T_b} = Nf_b$$

表 4.1 轴承元件损伤故障频率

元件	单个损伤	$Z$ 个损伤
外圈	$Nf_{ob}$	$ZNf_{ob}$
内圈	$N(f_i - f_{ob})$	$ZN(f_i - f_{ob})$
滚动体	$Nf_b$	$ZNf_b$

### 4.3.2 波纹度引起的轴承激振力及仿真

轴承内圈、外圈、滚动体的滚动表面不可避免的存在制造误差, 这些制造误差引起钢球与滚道之间接触载荷的变化, 并在旋转过程中产生周期变化的激振力。在精密加工的轴承中制造误差绝大部分是以波纹度的形式存在, 下面我们以轴承滚道和钢球表面的波纹度为例, 讨论制造误差激励的球轴承振动。

$t$  时刻, 轴承确定点处各零件的表面波纹度值为<sup>[56]</sup>:

$$\text{外圈滚道的波纹度: } \Delta_o = \sum_{n_o} a_{n_o} \sin\{n_o(\omega_{ob}t + \phi_{n_o} + 2\pi j/N)\} \quad (4.13)$$

$$\text{内圈滚道的波纹度: } \Delta_i = \sum_{n_i} a_{n_i} \sin\{n_i[(\omega_i - \omega_{ob})t + \phi_{n_i} + 2\pi j/N]\} \quad (4.14)$$

$$\text{滚动体的波纹度: } \Delta_b = 2 \sum_{n_b} a_{n_b} \sin\{n_b[\omega_b t + \phi_{n_b} + 2\pi j/N]\} \quad (4.15)$$

式中,  $n$  为谐波次数,  $a_n$  为谐波幅值,  $\phi_n$  为谐波相位, 下标  $o, i, b$  分别代表外圈、内圈、滚动体。

在轴承内部, 单纯只有一种零件有波纹度的情况基本不可能。下面分析内、外圈和球都存在波纹度同时的轴承振动, 其他类型的波纹度影响可做类似的分析。

若只考虑轴承沿  $X$  轴方向的振动, 并综合考虑轴承各零件的表面波纹度引起的激振力, 根据轴承受力分析可得轴承激振力方程为

$$\begin{aligned}
 F(t) = & -\frac{3}{2}K\bar{\delta}^{1/2} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{n_o} a_{n_o} \sin[n_o(\omega_{ob}t + \phi_{n_o} + 2\pi j/N)] \cos(\omega_{ob}t + 2\pi j/N) \\
 & -\frac{3}{2}K\bar{\delta}^{1/2} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{n_i} a_{n_i} \sin\{n_i[(\omega_i - \omega_{ob})t + \phi_{n_i} + 2\pi j/N]\} \cos[(\omega_i - \omega_{ob})t + 2\pi j/N] \quad (4.16) \\
 & -3K\bar{\delta}^{1/2} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{n_b} a_{n_b} \sin[n_b(\omega_b t + \phi_{n_b} + 2\pi j/N)] \cos[\omega_b(t + \phi_{n_b}) + 2\pi j/N]
 \end{aligned}$$

图 3.10 表示当轴承元件上有波纹度时的激振力的仿真，此时外加载荷为 49N。

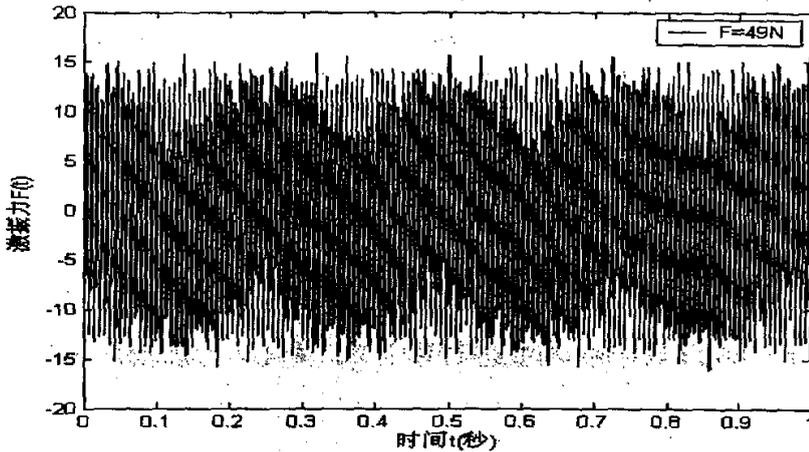


图 4.1 轴承波纹度激振力仿真

$$\text{外圈波纹度 } a_o = 5 \times 10^{-6} m, n_o = 13, \phi_{n_o} = \pi/5$$

$$\text{内圈波纹度 } a_i = 5 \times 10^{-6} m, n_i = 16, \phi_{n_i} = 0$$

$$\text{滚动体波纹度 } a_b = 5 \times 10^{-7} m, n_b = 2, \phi_{n_b} = 0$$

根据激励力形式，模拟外圈波纹度、内圈波纹度、球波纹度分别作用下轴承的振动，经激励力模拟分析得到波纹度激励产生的振动其频率与波纹度之间满足如表 4.2。

表 4.2

零件	波纹级数 $n$	径向振动 (由波纹度引起)
外圈	$n_o = qN \pm 1$	$(qN - 1)\omega_{ob}$
	$n_o = qN \pm p$	$(qN \pm p)\omega_{ob}$
内圈	$n_i = qN \pm 1$	$(qN - 1)(\omega_i - \omega_{ob})$
	$n_i = qN \pm p$	$qN(\omega_i - \omega_{ob}) \pm p\omega_i$
滚动体	$n_b = 2q$	$q\omega_b \pm \omega_i$
	$n_b \neq 2q$	$n_b\omega_b \pm \omega_i$

注:  $p, q$  为整数

经过前述的分析, 我们已经分别确定了振动微分方程 (2.1) 式的系数和右端项, 下一步就可以对轴承模型进行模拟计算, 图 4.2 为轴承振动模拟的程序过程图

### 4.3.3 轴承振动过程模拟

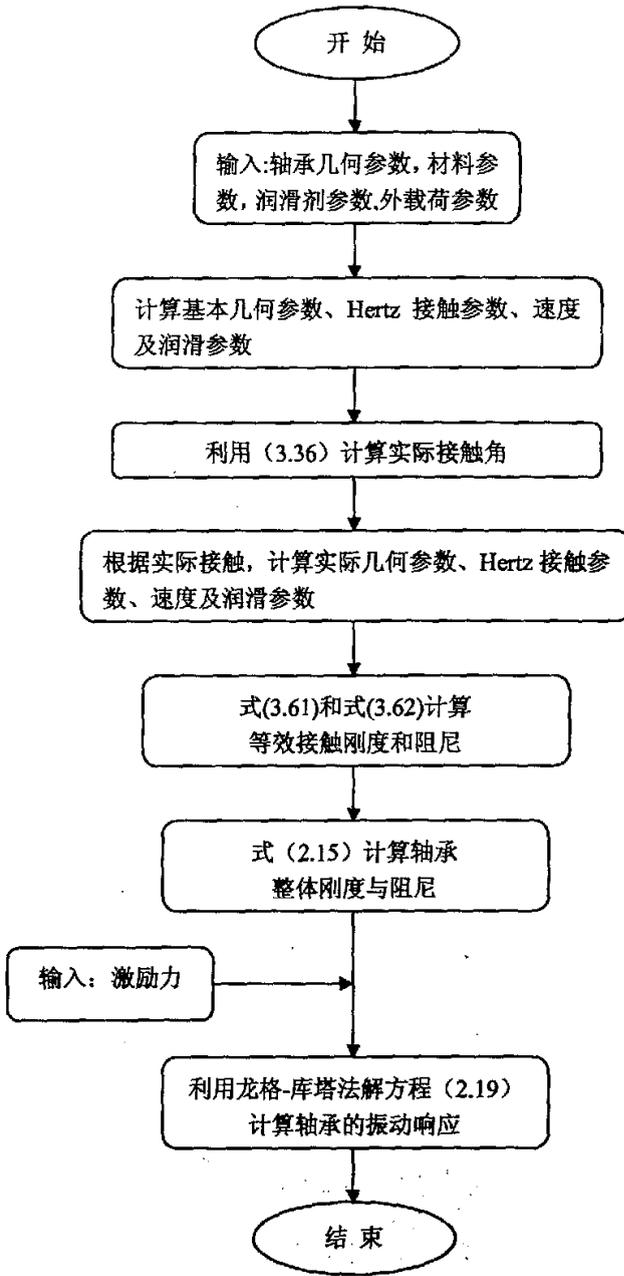


图 4.2 振动过程模拟计算流程

对于微分方程 (2.19), 本文采用龙格-库塔法对方程求解, 下面列出龙格-库塔法求解轴承振动响应的主程序:

```

function zhendongmoxing
clear all
global km cm mm om bm im boshuo boshui boshub arerf0 gama xishuo xishui xishub xiangweio
xiangweii xiangweib zhuanstu
%定义全局变量,
load shuju
%调用轴承几何与材料参数
k
%调用计算轴承刚度与阻尼的子程序 k
om=input('om=');boshuo=input('boshuo=');xiangweio=input('xiangweio=');
im=input('im=');boshui=input('boshui=');xiangweii=input('xiangweii=');
bm=input('bm=');boshub=input('boshub=');xiangweib=input('xiangweib=');
%输入几何表面偏差值
t=linspace(0,1,30000);
x0=[0.0003 0.4];
[1,x]=ode45('ft',t,x0);
%龙格-库塔计算
figure(1)
plot(1,x(:,1))
    
```

图 4.3 所表示的即为通过上述程序所得到的轴承振动加速度仿真结果，图 (a)、(b) 分别对应了轴承元件存在不同波纹度激励所产生的振动加速度值

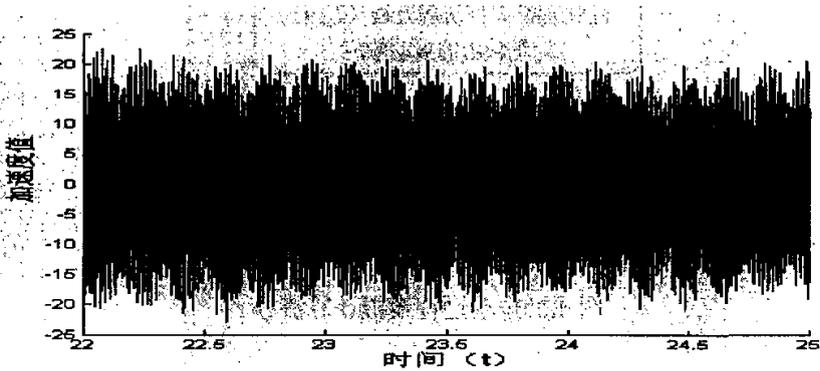


图 4.3 (a) 轴承振动加速度仿真

$$\text{外圈波纹度 } a_o = 5 \times 10^{-6} m, n_o = 15, \phi_{n_o} = \pi/5$$

$$\text{内圈波纹度 } a_i = 5 \times 10^{-6} m, n_i = 20, \phi_{n_i} = 0$$

$$\text{滚动体波纹度 } a_b = 5 \times 10^{-8} m, n_b = 10, \phi_{n_b} = 0$$

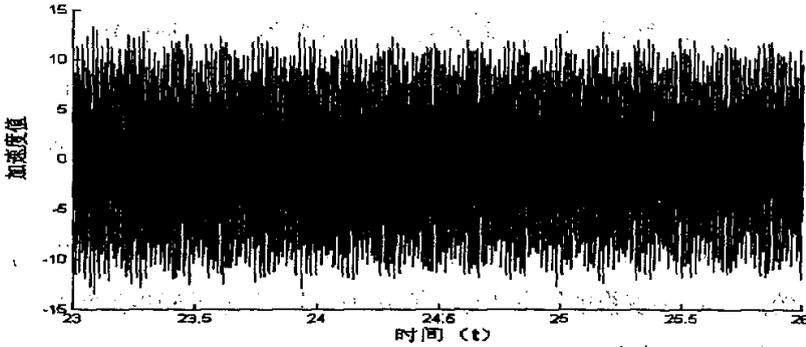


图 4.3 (b) 轴承振动加速度仿真

$$\text{外圈波纹度 } a_o = 2 \times 10^{-6} m, n_o = 13, \phi_{n_o} = \pi/5$$

$$\text{内圈波纹度 } a_i = 2 \times 10^{-6} m, n_i = 145, \phi_{n_i} = 0$$

$$\text{滚动体波纹度 } a_b = 2 \times 10^{-8} m, n_b = 13, \phi_{n_b} = 0$$

通过对图 4.3 (a) (b) 的对比, 可以发现轴承不同激励情况下所产生的振动加速度其幅值不同, 并且虽同为波纹度激励但随着波纹度形状的不同加速度图像并不相似, 故仅仅以振动时域图的相似性作为缺陷辨识的想法是不能达到目的的。通过对振动仿真信号的分析, 我们认为在缺陷辨识中必须结合轴承信号的频域特点。

#### 4.4 小结

本章对影响轴承振动与噪声的因素进行了分析, 针对各种影响因素的特点把影响因素所引起的激振力进行了分类, 根据有效的分析, 给出了各种激振力形式下轴承振动的稳态解形式。针对轴承的几种典型缺陷给出了具体的激励力表达式, 并对轴承振动进行了仿真计算。

## 5 小波变换及小波包变换理论

### 5.1 概述

当轴承发生故障时,由于各零件结构不同,产生的信号往往含有大量的非平稳成分<sup>[57]</sup>,轴承故障信号是一种频域特征随时间变化的非平稳信号,故障诊断时需要了解某些局部时域信号所对应的频率特性,也需要了解某些频率的信息总出现在哪些时间段上。具体对于轴承异音来说,我们希望知道存在异音的那段短时域信号是由哪些部件所引起的,故在轴承故障分析中我们需要的是一种对于非平稳信号有良好分析能力,并且具有时-频局部化作用的信号分析方法。

传统的 *Fourier* 变换能够有效地分析平稳信号,并通过频谱函数方便的指明平稳信号的主要谐波成分。观察 *Fourier* 变换的定义可知, *Fourier* 变换由于是由一系列  $\sin$ 、 $\cos$  函数构成,故它没有时-频局部化功能,不能分析时域信号的局部频域特性。 *Fourier* 变换只能对整个时域段的信号进行频率分析,时域信号某点的局部变化会使其频域信号全局改变<sup>[58]</sup>。

为了克服 *Fourier* 变换在时-频局部化的不足, D. Gabor 于 1946 年提出窗口 *Fourier* 变换 (简称 WFT) 方法,但 WFT 变换不能自适应的调整时-频窗的大小,在信号分析过程中有一定的局限。地质学家 J. Morlet 和 A. Gerossman 在处理地震信号时提出了具有自适应时-频窗的小波函数 (Wavelet)。小波函数具有许多优点,目前小波分析方法已广泛应用于信号处理、图象分析、模式识别及众多的非线性科学领域,在机械故障诊断方面,小波分析也取得了一些实际应用效果<sup>[57-61]</sup>。

本章介绍小波分析理论及其时频自适应特性,并介绍小波包分析方法。

### 5.2 时窗、频窗、时-频窗概念

时-频局部化是通过引入在时域和频域上都有局部化性能的窗口函数来实现的,不同的窗口函数其在时域和频域上的局部化效果是不同的,下面引入时频窗的概念来描述其局部化性能。

### 5.2.1 时窗及其度量

时窗函数起着时域局部化的作用， $x(t)w(t-b)$ 就表明了 $t=b$ 处的局部时域信号，时窗函数 $w(t)$ 的开窗效果用时窗中心 $t^*[w(t)]$ 和时窗半径 $\Delta_t[w(t)]$ 来度量，可以简写为 $t^*$ 、 $\Delta_t$ 。

时窗中心仿照力学中的重心来定义：

$$t^*[w(t)] = \int_{\mathbb{R}} t|w(t)|^2 dt / \int_{\mathbb{R}} |w(t)|^2 dt \quad (5.1)$$

时窗半径：

$$\Delta_t[w(t)] = \left[ \int_{\mathbb{R}} (t-t^*)^2 |w(t)|^2 dt / \int_{\mathbb{R}} |w(t)|^2 dt \right]^{1/2} \quad (5.2)$$

若式 $w(t-b)$ 中 $b \neq 0$ ，则：

$$\begin{aligned} t^*[w(t-b)] &= t^*[w(t)] + b \\ \Delta_t[w(t-b)] &= \Delta_t[w(t)] \end{aligned} \quad (5.3)$$

### 5.2.2 频窗及其度量：

与时窗函数相同，频窗函数 $\hat{w}(\omega)$ 为 $w(t)$ 的傅立叶变换结果，其的开窗效果用频窗中心 $\omega^*[\hat{w}(\omega)]$ 和频窗半径 $\Delta_\omega[\hat{w}(\omega)]$ 来度量，可以简写为 $\omega^*$ 、 $\Delta_\omega$ 。

频窗中心及其半径：

$$\omega^* = \int_{\mathbb{R}} \omega |\hat{w}(\omega)|^2 d\omega / \int_{\mathbb{R}} |\hat{w}(\omega)|^2 d\omega \quad (5.4)$$

$$\Delta_\omega = \left\{ \int_{\mathbb{R}} (\omega - \omega^*)^2 |\hat{w}(\omega)|^2 d\omega / \int_{\mathbb{R}} |\hat{w}(\omega)|^2 d\omega \right\}^{1/2} \quad (5.5)$$

与时窗一样，频窗平移 $\eta$ 后，有：

$$\begin{aligned} \omega^*[\hat{w}(t-b)] &= \omega^*[\hat{w}(t)] + \eta \\ \Delta_\omega[\hat{w}(t-b)] &= \Delta_\omega[\hat{w}(t)] \end{aligned} \quad (5.6)$$

### 5.2.3 时-频窗

若 $w(t)$ 和 $\hat{w}(t)$ 能分别起着时窗和频窗的作用，则可简称 $w(t)$ 为窗函数，它

的时域局部化作用被限制在时窗区间  $[(t^* + b) - \Delta_t, (t^* + b) + \Delta_t]$  范围内；它的频域局部化作用被限制在频窗区间  $[(\omega^* + \eta) - \Delta_\omega, (\omega^* + \eta) + \Delta_\omega]$  范围内。于是，可构建时-频坐标系，用时窗区间和频窗区间形成一个矩形时-频窗，时-频窗是窗函数的时-频局部化功能的几何直观的描述。

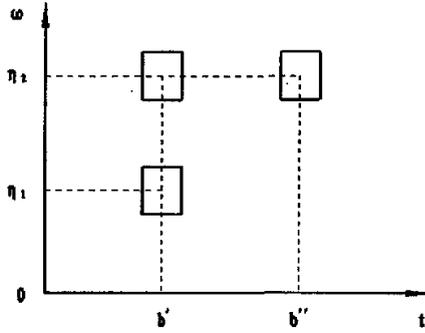


图 5.1 时频分析图

### 5.3 小波变换基本概念

小波变换有许多优秀的性质，因此有人把小波变换誉为分析信号的数学显微镜。

#### 5.3.1 小波变换定义

信号  $x(t)$  与函数  $\psi_{ab}(t)$  的积分定义为小波变换，其表达式如下：

$$W_x(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \bar{\psi}_{ab}(t) dt \quad (5.7)$$

$\psi_{ab}(t)$  由  $\psi(t)$  经平移和放缩的结果

$$\psi_{ab}(t) = |a|^{1/2} \psi(at - b) \quad (5.8)$$

$\psi(t)$  为允许小波函数。 $\psi(t)$  作为允许小波函数需要满足一定的条件：

1.  $\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt < +\infty$ ，即要求  $\psi(t)$  具有快速衰减性
2. 由  $\hat{\psi}(\omega)$  的连续性和  $|C_\psi| < +\infty$  可推知  $\hat{\psi}(0) = 0$ ，由 *Fourier* 变换的表达式可推

$$\int_{\mathbb{R}} \psi(t) dt = 0$$

$$\text{其中: } C_{\psi} = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega \quad (5.9)$$

由以上条件可知： $\psi(t)$  具有波动性， $\psi(t)$  像波一样快速衰减，形如小的波，这就是  $\psi(t)$  被称为小波的原因。

允许小波有下列性质：

$$\|\psi_{ab}(t)\|_0^2 = \int_{\mathbb{R}} |\psi_{ab}(t)|^2 dt = \int_{\mathbb{R}} |\psi(t)|^2 dt = \|\psi(t)\|_0^2 \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} F[\psi_{ab}(t)] &= \hat{\psi}_{ab}(\omega) = \int_{\mathbb{R}} a^{1/2} \psi(at-b) e^{-i\omega t} dt \\ &= a^{-1/2} \int_{\mathbb{R}} \psi(at-b) e^{-\frac{i\omega}{a}(at-b)} e^{-i\omega \frac{b}{a}} d(at-b) \\ &= a^{-1/2} e^{-i\omega \frac{b}{a}} \hat{\psi}\left(\frac{\omega}{a}\right) \end{aligned} \quad (5.11)$$

式(5.10)，(5.11)说明允许小波函数经过平移和放缩其模量不变，而  $\hat{\psi}_{ab}(t)$  与参数  $a$  关联，且会随着  $a$  的变化而变化。

### 5.3.2 小波变换的自适应时-频窗

记  $t^*$  为时窗中心， $\Delta_t$  为时窗半径， $\omega^*$  为频窗中心， $\Delta_{\omega}$  为频窗半径，则关于窗函数  $\psi_{ab}(t)$ ，有

$$\begin{cases} t^* = \frac{1}{\|\psi_{ab}(t)\|_0^2} \int_{\mathbb{R}} t |\psi_{ab}(t)|^2 dt \\ \Delta_t = \frac{1}{\|\psi_{ab}(t)\|_0} \left\{ \int_{\mathbb{R}} (t-t^*)^2 |\psi_{ab}(t)|^2 dt \right\}^{1/2} \\ \omega^* = \frac{1}{\|\hat{\psi}_{ab}(\omega)\|_0^2} \int_{\mathbb{R}} \omega |\hat{\psi}_{ab}(\omega)|^2 d\omega \\ \Delta_{\omega} = \frac{1}{\|\hat{\psi}_{ab}(\omega)\|_0} \left\{ \int_{\mathbb{R}} (\omega-\omega^*)^2 |\hat{\psi}_{ab}(\omega)|^2 d\omega \right\}^{1/2} \end{cases} \quad (5.12)$$

令  $a=1, b=0$  得到的时-频窗中心和半径记为  $t_{\psi}^*$ 、 $\Delta_{\psi}$ 、 $\omega_{\psi}^*$  和  $\Delta_{\omega}$

经计算得到：
$$t^* = \frac{1}{a}(t_{\psi}^* + b)$$

$$\Delta_t = \frac{1}{a} \Delta_\psi$$

$$\omega^* = a\omega_\psi^*$$

$$\Delta_\omega = a\Delta_\psi$$

由上式可看出， $\psi(t)$  的平移并不改变其时窗宽度；当  $\psi(t)$  被压缩  $1/a$  变为  $\psi_{ab}(t)$  时，其时窗半径  $\Delta_t$  也相应的被压缩了  $1/a$ ，其频窗半径被拉宽了  $a$  倍。此时小波函数  $\psi_{ab}(t)$  的时-频窗为：

$$\left[ b + at^* - a\Delta_\psi, b + at^* + a\Delta_\psi \right] \times \left[ \frac{\omega^*}{a} - \frac{1}{a}\Delta_\psi, \frac{\omega^*}{a} + \frac{1}{a}\Delta_\psi \right] \quad (5.13)$$

从小波窗函数  $\psi_{ab}(t)$  的参数选择方面观察，当  $a$  较大时，频窗中心  $a\omega_\psi^*$  自动的调整到较高的频率中心的位置，且时-频窗形状自动的变为“瘦窄”状。因为高频信号在很短的时域范围内的幅值变化大，频率含量高，所以这种“瘦窄”时-频窗正符合高频信号的局部时-频特性。同样，当  $a$  较小时，频窗中心  $a\omega_\psi^*$  自动的调整到较低位置，且时-频窗的形状自动的变为“扁平”状；因为低频信号在较宽的时域范围内仅有较低的频率含量，所以这种“扁平”状的时-频窗正符合低频信号的局部时-频特性。

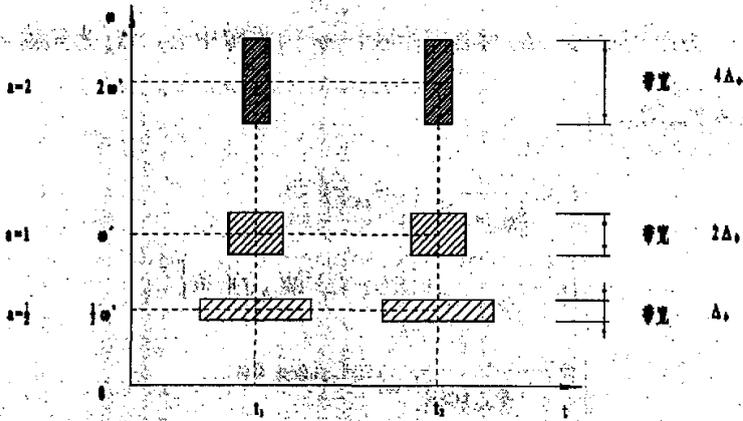


图 5.2 小波变换时-频窗示意图

### 5.4、多分辨分析

1989年, S. Mallat 和 Y. Meyer 在多尺度逼近的基础上提出了多分辨分析 (Multi-resolution Analysis, 简称 MRA) 的概念, 它是理解和构造小波的统一框架。MRA 是指一串嵌套式子空间逼近序列  $\{U_j\}_{j \in Z}$ , 它满足下列要求:

1.  $\dots \subset U_j \subset U_{j+1} \subset \dots \subseteq L^2(R), \bigcap_{j \in Z} U_j = \{0\}, \bigcup_{j \in Z} U_j = L^2(R)$ ;
2.  $U_j = \text{span}\{\phi_{j,k}(t) | \phi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \phi(2^j t - k), k \in Z\}$ ;
3.  $\phi(t) = \sum_n h_n \phi(2t - n), \{h_n\} \in l^2$ ;
4.  $\{\phi(t - k)\}$  是 Riesz 基。

$\phi(t)$  成为尺度函数。

定义  $W_j = U_{j+1}/U_j$ , 即  $W_j$  是  $U_j$  在  $U_{j+1}$  的补子空间, 所以有:

$$U_{j+1} = U_j \oplus W_j$$

$\oplus$  表示子空间直和关系, 这种关系可以用下图来表示:

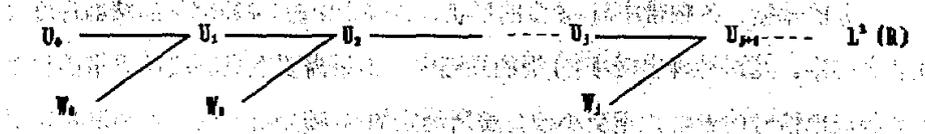


图 5.3  $\{U_j\}_{j \in Z}$  空间关系分解图

若只观察子空间  $W_j$ , 我们可以发现

$$\bigoplus_{j \in Z} W_j = L^2(R)$$

这表明整个空间  $L^2(R)$  可表示为子空间  $W_j, j \in Z$  的直和。

若我们从频域方面来理解 MRA 的空间分解关系, 由  $\{U_j\}_{j \in Z}$  定义可以知道  $\dots \subset U_j \subset U_{j+1} \subset \dots$  表明随着尺度指标减少,  $U_j$  所表示的频宽将逐渐的减少。

$\dots W_{j-2} \oplus W_{j-1} = U_j$  表明, 小波子空间  $W_j, j \in Z$  在频域中是不重叠的。

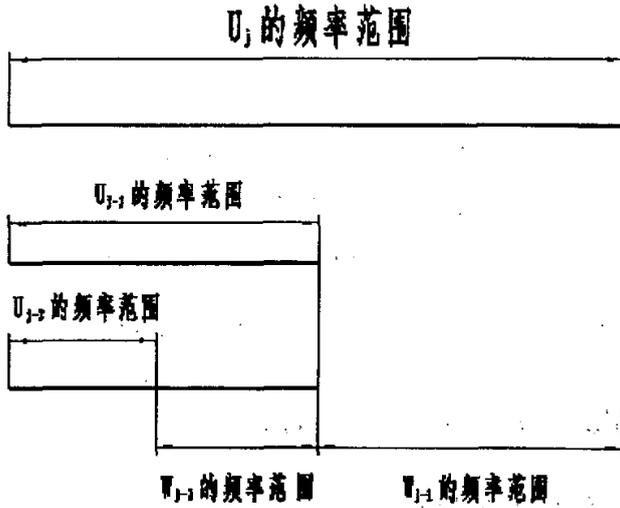


图 5.4 MRA 所确定的频带分隔示意图

## 5.5 小波包变换理论

### 5.5.1 小波包分解

正交小波分解是分析非平稳信号的有效的方法，但在正交小波分解中，如果最细尺度层的采样密度和分解层次确定，那么，细尺度空间所对应的频率范围、频带划分的宽度、各频带中时-频窗的形状、各频带中时-频局部化的精细程度等就随之确定。在这种确定时-频分析的规则中，如果需要在高频段的更窄的频带内观测局部信号的表现，正交小波分解所确定的时-频分析方法是不能满足需要的。这样正交小波分析就不能满足新轴承故障分析。

正交小波包变换是把正交小波分解中的各个小波子空间再作更精致的分解，使其对应的频带进行进一步细分，这样就使其在时-频分析中有较大的灵活性，也最大可能的提高时域和频域的分辨率，使时-频分析在中高频段也有良好的时域分辨率。

定义：在小波包分析中，由一个标准正交化的尺度函数  $\varphi(t)$ ，通过双尺度差分方程<sup>[62]</sup>

$$\begin{aligned} W_{2n}(t) &= \sqrt{2} \sum h_k W_n(2t - k) \\ W_{2n+1}(t) &= \sqrt{2} \sum g_k W_n(2t - k) \end{aligned} \quad (5.14)$$

确定的函数组  $\{W_{n,j,k}(t), j \in Z, k \in Z\}$  为由  $W_0 = \varphi$  确定的小波包。

$\{h_k\}_{k \in Z}, \{g_k\}_{k \in Z}$  满足:  $g_k = (-1)^k h_{1-k}$  可看成是两组共轭正交滤波器系数。

根据多分辨分析可知, 正交小波包分析能将信号  $x(t)$  按任意的时频分辨率分解到不同的频段, 并将信号  $x(t)$  的时频成分相应的投影到所有代表不同频段的正交小波包空间  $U_j^n (n = 0, 1, \dots, 2^j - 1)$  上,  $U_j^n = \text{Span}\{W_{n,j,k}(t), j \in Z, k \in Z\}$

可证明 
$$\begin{cases} U_j^{2n} \perp U_j^{2n+1} \\ U_{j-1}^n = U_j^{2n} + U_j^{2n+1} \end{cases} \quad (5.15)$$

图 5.5 中 a、b 图分别表示了正交小波变换和正交小波包变换在不同层次上对信号  $x(t)$  的时频空间  $U_0$  的划分

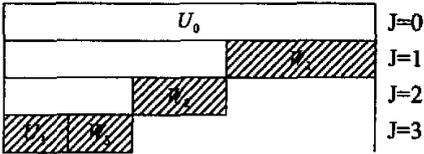


图 5.5 (a) 小波变换的频率范围分解

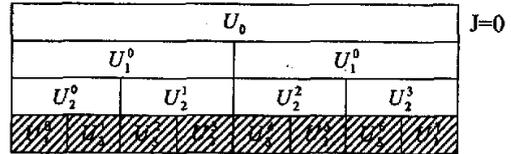


图 5.5 (b) 小波包变换的频率范围分解

由以上分析可知, 小波包分析是对小波分析的进一步深化, 它克服了小波分析的缺点, 能够更加精细的将信号的中高频带进行划分。它是一种灵活的时-频分析方法, 对中、高频段信号的分析具有明显的优势。

众所周知, 在新轴承中, 内外圈、滚动体磕碰伤、划伤、点蚀剥落, 疲劳磨损等表面损伤很少出现。新轴承中的振动主要是由于表面波纹度, 粗糙度, 固有振动等所引起的, 其中又以表面波纹度对轴承振动的影响最大。由文献<sup>[5]</sup>知轴承的表面波纹度和表面粗糙度所产生振动的特征频率一般处在中高频段, 我们需要寻找的是一种在中高频段内有优秀的分析能力的方法。根据上面我们对小波包变换的分析, 发现小波包变换能够根据需要加强某些特定时-频段的观察和分析, 针对新轴承的信号的特点, 我们选择正交小波包法对信号进行分析。

### 5.5.2 小波包重构

小波包分解在频域上可理解为它是把有限频带划分为更细的频带, 在数学上

可以把它理解为一种递推关系，它是将第一次分解结果的高频部分和低频部分利用二取一运算，保留其偶数部分或奇数部分(即每隔一个数保留一个)，再进行下一步分解时，对分解结果仍采用二取一运算。运用这种算法，信号被分解到相邻的不同频率段上。随着分解层数的增加，频率段划分得越来越细，但是，和小波分解一样，经过每一层变换后的数据量减半。分解到  $j$  层时， $j$  层中每一频率段的数据量是原来信号数据量的  $\frac{1}{2^j}$  倍。因此，越往下分解，各个频率段上的时域分辨率就越低。为了提高分辨率，可以采取下面信号重构的方法。

如要观察信号某一频率段上的时域波形，那么保留这一频率段的数据，把其它频率段的数据置为零，再用重构方式，把信号一层层进行重构。每一层重构完以后，所得到的数据量增加一倍。这样经过  $J$  层重构之后，就可以把这一频率段上的信号的时域分辨率提高到原来信号的大小。也可以采用这种方法，把几个不同频率段上的信号合起来重构。如果把所有频率段上的信号合起来重构，就可以重构出原来的信号。

其重构公式为<sup>[57]</sup>：

$$W_n^{j-1}(t) = \sum \bar{h}_k W_{2n}^j(2t-k) + \sum \bar{g}_k W_{2n+1}^j(2t-k) \quad (5.16)$$

$W_n^j(t)$  为数字信号  $x(t)$  经  $j$  层小波包分解所得到的第  $n$  个分解序列， $\bar{h}_k, \bar{g}_k$  分别为  $h, g$  的对偶算子， $W_1^0(t)$  为原始信号  $x(t)$ 。

## 5.6 小结

本章通过对小波函数时-频窗的分析指出小波分析具有自适应时频特性，在信号分析中显示出了其优秀的特性：

1. 具有多分辨率，也叫多尺度的特点，可以由粗及细地逐步观察信号。
2. 小波变换在作为带通滤波器时，通过时频窗分析可发现，它产生的滤波器具有品质因数恒定，即相对宽度(带宽与中心频率之比)恒定的特点。
3. 其具有自适应的时频窗，并且这种时频窗符合低频、高频信号的时频域特点。

由于以上优点，小波变换非常适合进行对非平稳信号的分析。

对正交小波包变换的理论,它是在小波变化的基础上克服了小波变换的缺点而发展出来的具有更加优秀时-频分析能力的信号分析方法,它突出的优点是:能对较高频率段进行更加细致的划分。

小波包变换所具有的这种优点非常适合分析本文中所研究的新轴承的故障特点,所以在接下来的分析中我们选择小波包变换对振动信号进行有效的分析。

## 6 小波包能量谱在轴承缺陷辨识中的应用

根据小波变换公式,小波变换的系数可以理解成函数间的相似程度,因此小波分解系数序列可以刻画原始振动信号的局部特征,有效地判断原始信号的特性。小波包变换是在小波变换的基础上对频段信号进行再分解的一种方法,运用小波包分解系数序列可以更加仔细的分析信号特性。小波包能量谱就是运用小波包分解系数序列对信号进行分析的。

### 6.1 小波包能量谱分析方法

#### 6.1.1 小波包能量谱

在任意一个分解层次  $j$  上正交小波包变换均能够把信号无冗余,无疏漏、正交化、自适应的投影到相应频带的正交小波包空间上,信号的信息成份完整无缺,变换是能量守恒的。每个频带里信号的能量对于状态监测和故障诊断都是非常有用的。

振动信号经小波包分解后在某一层次正交小波包空间上得到其小波包分解系数序列,此系数序列能够刻画该频段上振动信号的平稳性、非平稳性、周期性等特性,并且还能根据其数值大小判断振动的程度。

构造能量谱,由于能量守恒,所以小波包能量谱分布如同滚动轴承的故障特征频率谱一样,是轴承运行状况的本质特征。计算出某一分解层次上每个正交小波包空间中信号分布的能量,由这  $2^j$  个数构成的向量就是表征轴承振动的特征向量。

对于离散正交小波包分析,给出如下定义<sup>[63]</sup>:

$\{E_f(n, j, k)\}_{k \in \mathbb{Z}}$  为信号  $x(t) \in L^2(\mathbb{R})$  在  $\{W_{n, j, k}(t)\}_{k \in \mathbb{Z}, j \in \mathbb{Z}}$  上的分解系数序列:

$$E_x(n, j, k) = \int x(t) 2^{-j/2} \overline{W_n}(2^j t - k) dt \quad (6.1)$$

定义:

$$SE(j, n) = \sum_{k \in Z} |E_x(n, j, k)|^2 \quad (6.2)$$

为原始信号  $x(t)$  在正交小波包空间  $U_j^n$  上的能量分布。序列  $SE(j, n)$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, 2^j - 1$ ) 为小波包能量序列。

将能量序列进行归一化处理, 所得序列  $\lambda(n)$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, 2^j - 1$ ) 称为小波包能量谱序列。

$$\lambda(n) = SE(j, n) / \sum_{n=0}^{2^j-1} SE(j, n) \quad (6.3)$$

小波包能量谱序列表示了相同宽度、不重合的频带内轴承振动的程度, 其值的大小可以表示轴承振动的剧烈程度。

### 6.1.2 小波包能量变化率序列

同一型号的轴承因其结构、工作状态、测试条件、采样频率相同, 则各个小波包所代表的频带的能量在总能量中的比例应该是基本不变的, 也就是说标准的、无缺陷的轴承其能量谱分布应该是基本确定的, 标准轴承的能量谱也可作为标准能量谱成为衡量轴承质量的一个依据。

能量谱分布的变化反映了轴承振动状态的变化。若某一个或几个小波包上的能量谱变化较大(尤其是增加)则说明在这几个小波包所代表的频段内存在的轴承振动较为剧烈, 也就表明其频带有可能含有较多的故障信息。我们构造能量谱变化率序列  $\alpha_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, 2^j - 1$ ) 作为轴承故障检测的一个特征量。

$$\alpha_n = \lambda'(n) / \lambda(n) \quad (6.4)$$

式中,  $\alpha$ : 能量谱变化率,  $\lambda$ : 轴承正常声能量谱序列,  $\lambda'$ : 异音轴承能量谱序列。

## 6.2 小波能量谱变化率缺陷诊断方法及应用

能量谱变化率序列  $\alpha_n$  能够很容易得帮我们检测出缺陷所引起的振动发生的频率范围。保留缺陷信号频段系数序列, 其他频段系数序列为零, 运用小波包重构

方法对信号进行  $j$  层小波包重构, 此时重构的信号包括的就只有缺陷所引起的频段的信号, 这样极大的提高了信噪比。能量变化序列  $\alpha_n$  能够方便的分理处缺陷信号和背景噪声, 为下一步的缺陷诊断奠定了基础。

### 6.2.1 小波能量谱变化率缺陷诊断方法步骤

1. 确定进行小波包分解的小波函数。根据不同信号的特点, 对信号分析是要选择不同类型的小波函数, 选择合适的小波函数可以更为精确的分析。信号选择小波函数的标准: 信号进行小波变换后, 运用小波分解系数进行重构, 重构的信号与实际信号的差值越小, 表明此小波函数越适合分析当前的信号。
2. 确定小波包分解层数。分解层数过少, 则造成信号的频带划分的过宽, 每一个小波包空间均对应较多的频率成份。在这种情况下不能对缺陷信号进行有效的提取, 重构信号的信噪比不高。若分解层数过多, 频带划分过细, 虽会提高精度, 但计算量过大。
3. 根据能量变化序列  $\alpha_n$ , 确定缺陷信号所存在的小波包空间。确定合适的标准  $\alpha$  值作为阈值, 超过阈值的小波包空间为缺陷存在空间。
4. 对选择出的小波包空间进行重构, 并对重构信号进行时域与频域的分析, 以达到缺陷辨识的目的。

### 6.2.2 小波能量谱变化率缺陷诊断方法的应用

根据以上理论, 针对实际轴承进行缺陷辨识。图 6.1 (a) 为采集的正常声轴承的振动信号。(b)、(c)、(e) 分别为采集的存在缺陷的 1、2、3 号轴承的振动信号。



图 6.1(a) 正常声轴承振动加速度

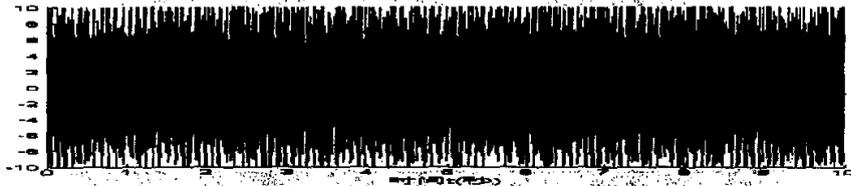


图 6.1(b) 异音轴承 1 振动加速度

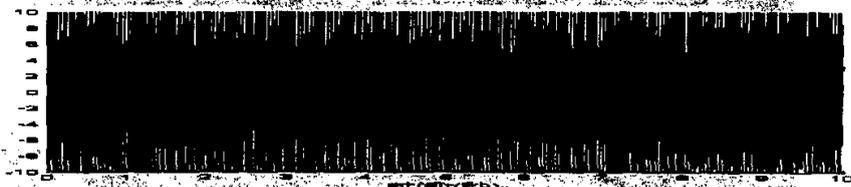


图 6.1(c) 异音轴承 2 振动加速度

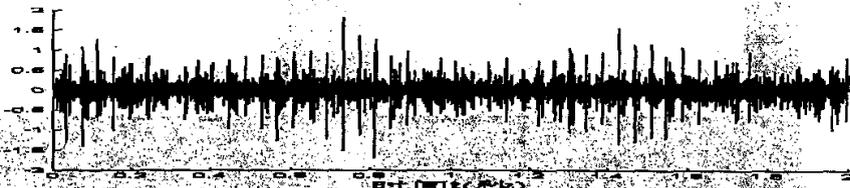


图 6.1(d) 异音轴承 3 振动加速度

### 1. 小波函数的选取

小波函数有许多种类型 (Harr Wavelet, Daubechies Wavelet, Symlets Wavelet, Coiflets Wavelet, "Discrete" Meyer Wavelet 等), 每种小波都有自己的特点。Symlets 小波是 Daubechies 小波的改进, 具有 Daubechies 小波的优点和特征, 而且具有近似对称性, 并且在噪声信号的小波分析中, 我们发现用 4 阶 Symlets 小波分析出的结果比其他小波函数更为理想<sup>[63]</sup>。故我们对采集到的信号运用 sym4 小波进行满尺度小波包分解, 具体小波形式见参考文献<sup>[56]</sup>。图 6.2 为 sym4 小波函数形式。

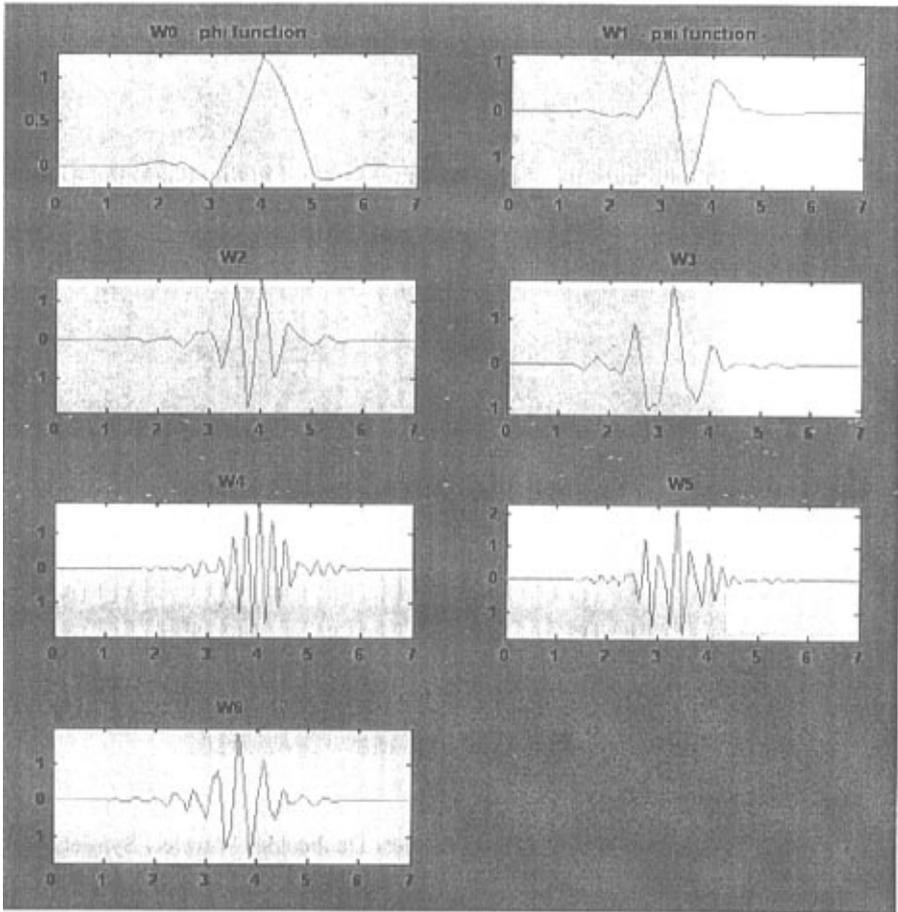


图 6.2 Symlets Wavelet 函数

## 2. 小波包分解层数的选取

我们所分析的信号是信号采集器采样频率为 30000Hz 时得到的，对于信号来说它的频率分辨率最大为 15000Hz，故信号能够表征频率在 15000Hz 内的所有信息。

根据表 4.1 可知，当新轴承中出现零件磕碰伤、划痕等损伤时，由损伤引起的振动其特征品率一般集中在 0~300Hz。为了方便地判断轴承的噪声振动是否是由元件损伤引起，选择对轴承信号进行  $J=6$  的小波包分解。因为进行  $J=6$  的小波包分解会产生  $2^6 = 64$  个正交小波空间，根据小波包分解理论即把信号的整体频率带划分成为了 64 个互不重叠的子频带，则每一个频带的频率范围应该是：

$15000\text{Hz}/64 = 234.5\text{Hz}$ 。进行这种划分后，小波空间  $U_6^0$  所代表的是频率  $0\sim 234.5\text{Hz}$  的振动信号，轴承的元件损伤情况可以方便的从小波空间  $U_6^0$  的能量谱变化中表现出来。

3. 对信号进行小波包变换，计算出其小波包能量谱变化率序列

假设正常声轴承的能量谱为标准谱，异常声轴承能量谱与标准谱进行对比，可以得到能量谱变化率。通过对能量谱变化率概念进行研究和大量的实验结果的归纳总结后，我们认为针对汽车空调器轴承 4608，我们选择当  $\alpha \geq 1.42$  时，可认为该小波包所代表的频段内有较明显的故障信息。保留该小波空间的序数序列，然后作信号的重构分析。下图 (a) 即为正常声轴承的能量谱分布，也就是我们所认为的标准谱。图 6.3 (b) (c) (d) 分别为异音轴承 (1) (2) (3) 的能量谱

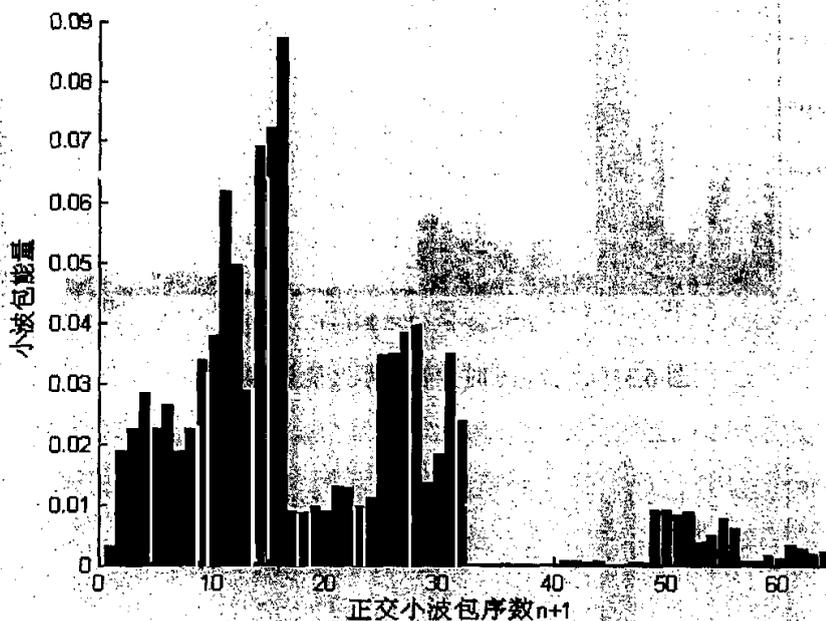


图 6.3 (a)  $J=6$  时正常声轴承能量谱分布

可以看出，在  $n+1=1: 32$  的小波包空间内，信号的能量较为集中， $U_6^{31}$  之后的信号能量较为分散，只占总能量的一小部分，并且小波空间  $U_6^{31}$  之后的空间所对应的频率值较高 ( $7000\text{Hz}$  以上)，故在分析能量谱时我们着重分析  $U_6^0 \rightarrow U_6^{31}$  这 32 个小波包空间的能量变化。

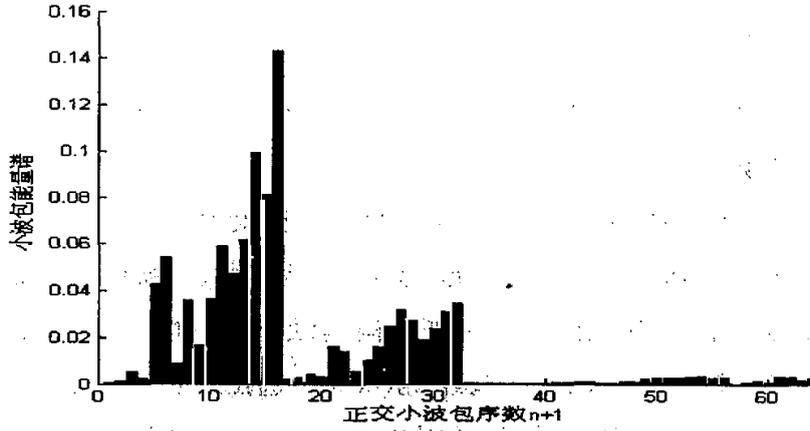


图 6.3 (b)  $J=6$  时异音轴承 1 能量谱分布

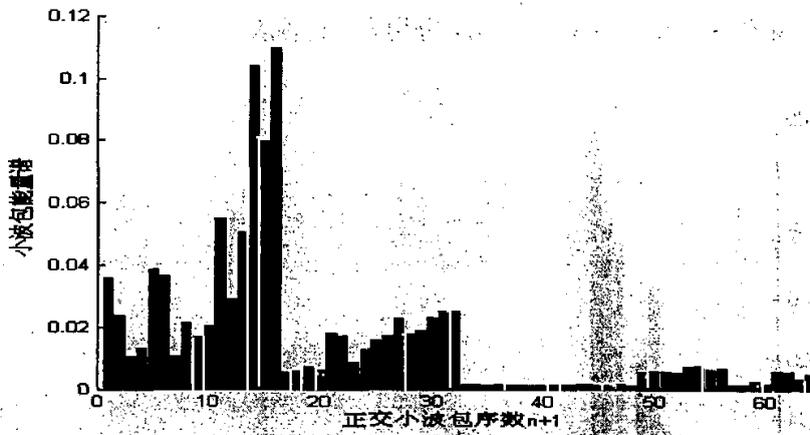


图 6.3 (c)  $J=6$  时异音轴承 2 能量谱分布

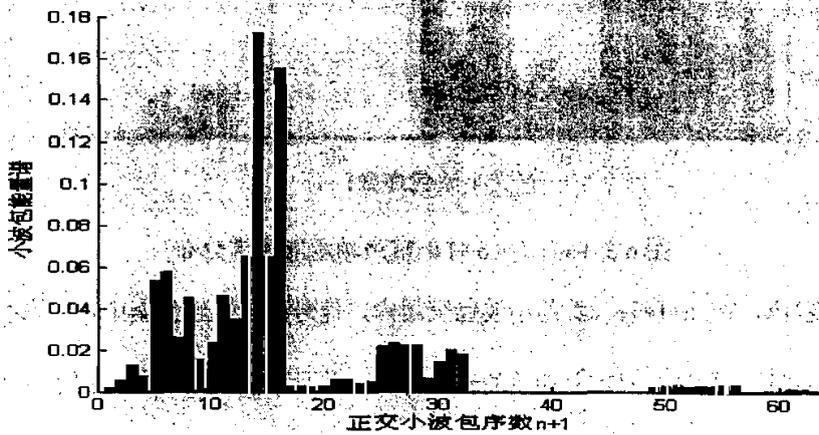


图 6.3 (d)  $J=6$  时异音轴承 3 能量谱分布

1) 根据小波能量谱变化率序列对异音轴承 1 进行的缺陷辨识

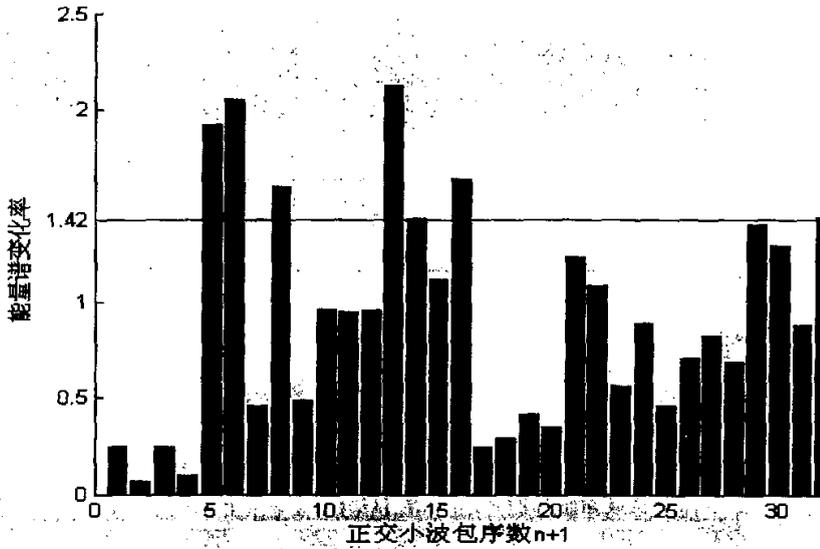


图 6.4  $J=6$  时异音轴承 1 能量谱变化率

根据前述的判断准则，由图 6.4 可看出，异音轴承 1 的故障信号较多的存在于小波包空间  $U_6^4$ 、 $U_6^5$ 、 $U_6^7$ 、 $U_6^{12}$ 、 $U_6^{15}$  中，根据小波包回复算法我们使其他空间的系数为零，保留这 5 个空间的系数，对此时的空间进行回复算法，得到的就是我们所认为的具有较高信噪比的轴承缺陷信号。图 6.5 为重构信号及频谱分析。

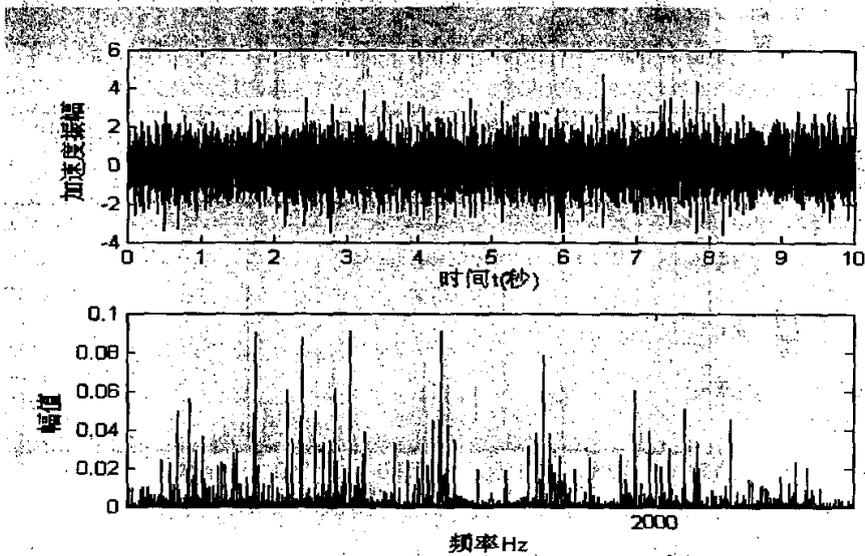


图 6.5 (a) 小波包空间  $U_6^4$  系数重构信号及信号频谱分析

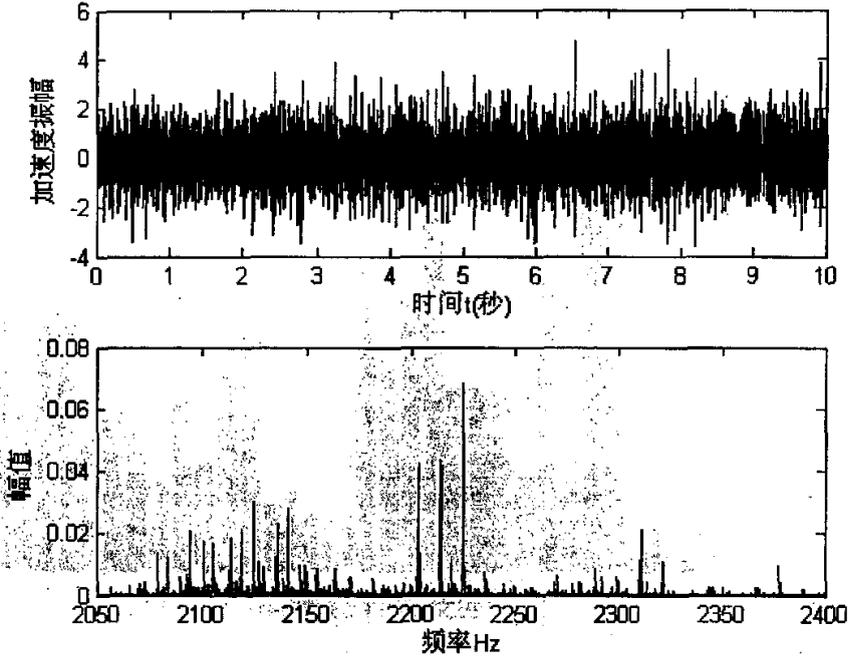


图 6.5 (b) 小波包空间  $U_0^3$  系数重构信号及信号频谱分析

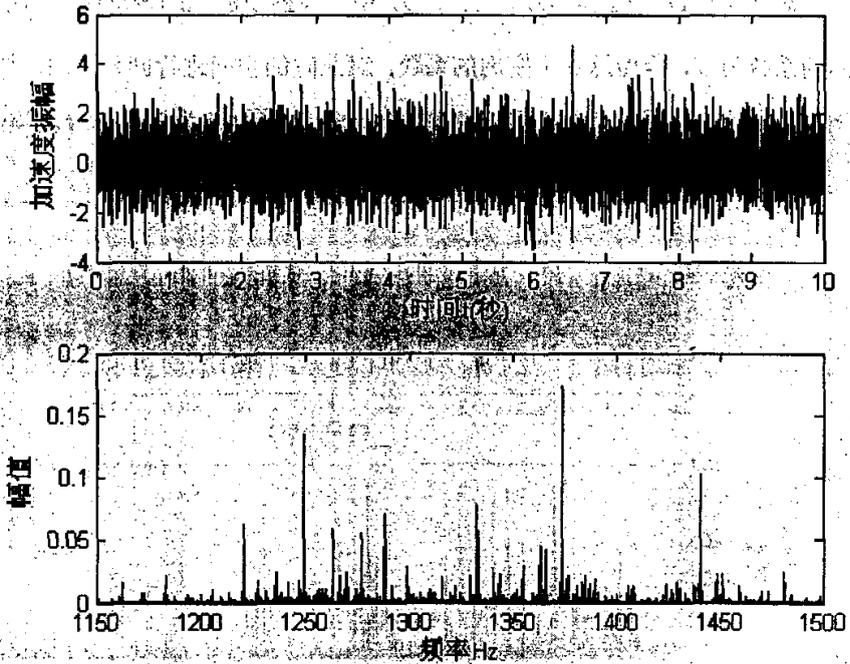


图 6.5 (c) 小波包空间  $U_0^2$  系数重构信号及信号频谱分析

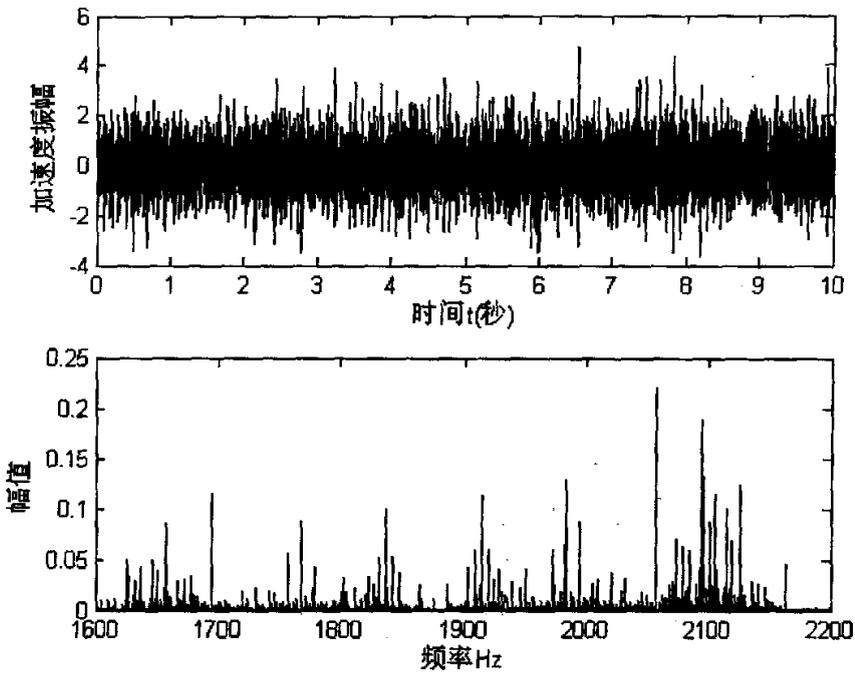


图 6.5 (d) 小波包空间  $U_6^{12}$  系数重构信号及信号频谱分析

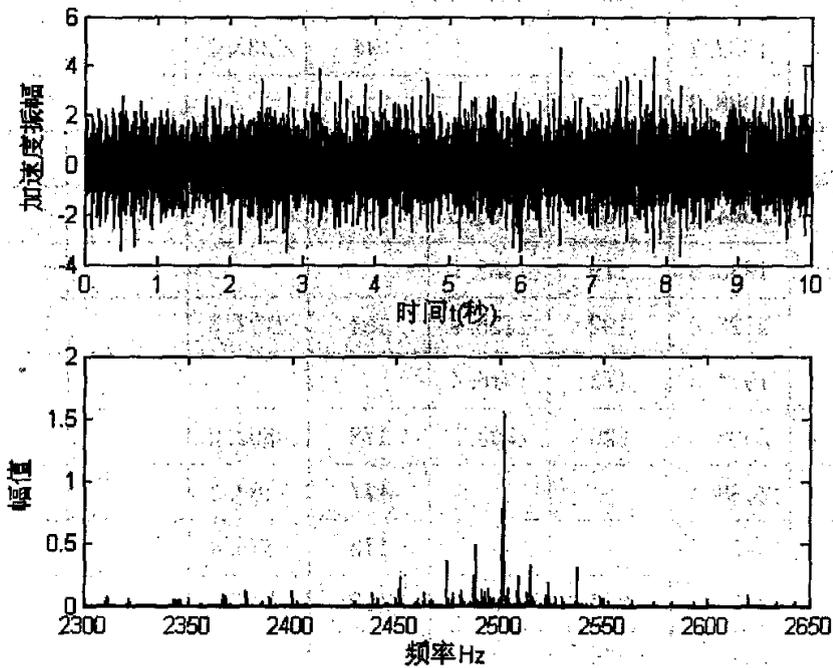


图 6.5 (e) 小波包空间  $U_6^{15}$  系数重构信号及信号频谱分析

表 6.1 异音轴承 1 缺陷频谱分析

$U_6^n$	实验值 (Hz)	理论值 (波纹度激振频率)					
		外 圈		内 圈		钢 球	
		波纹阶次	频率(Hz)	波纹阶次	频率(Hz)	波纹阶次	频率(Hz)
$U_6^4$	1769.9	159	1772.4			19	1768.6
	1696.7	153	1694.9	120	1696.7		
	1837.6	166	1838.9				
	1731.2						
	1914.9	173	1916.4				
$U_6^5$	2226.4	201	2226.6	158	2224.8		
	2214.1	200	2216.5				
	2203.6	199	2204.4				
	2126.4	192	2126.9	151	2127.3		
	2141.5			152	2141.2		
$U_6^7$	1373.8	124	1373.6	97	1376.5	14	1376.6
	1249.6	113	1251.8	88	1250.2		
	1440.7	130	1440.1				
	1332.7			94	1333.7		
	1288.3						
$U_6^{12}$	2056.9			146	2057.7		
	2094.2	189	2093.6				
	1983.6	179	1982.9				
	2126.0	192	2126.9	151	2127.3		
	1914.5	173	1916.4				
$U_6^{13}$	2506.0	226	2503.5	178	2503.2		
	2488.3			177	2489.3		
	2474.6			176	2476.4		
	2514.9	227	2514.6	179	2517.1		
	2537.5	229	2536.7				

根据波纹度引起的激振频率,提取含有缺陷的小波包空间重构信号其频谱分析中振幅较为突出的5个频率,按其幅值高低排列,以(缺陷频率 $\pm 3Hz$ )为标准,寻找信号中与某元件缺陷频率相对应的频率,以确定何种缺陷是引起轴承异响的因素。

表 6.1 可看出,对从轴承信号中提取的较高信噪比的缺陷信号进行分析,我们认为缺陷信号中振幅较为突出的频率与轴承外圈波纹度所引起的故障频率较为近似,故认为异音轴承 1 是由外圈波纹度所引起的,应该对轴承外圈进行再加工或更换。

## 2) 异音轴承 2 分析

图 6.6 为异音轴承 2 的小波包能量变化图,发现小波包空间  $U_0^0$  的能量变化最大。前面提过,在低频段的故障很有可能是由轴承元件损伤所引起的。根据图 6.6 我们认为异音轴承 2 存在元件损伤,下面我们对  $U_0^0$  进行重构并分析其频谱。

图 6.7 为  $U_0^0$  重构信号及其频谱。

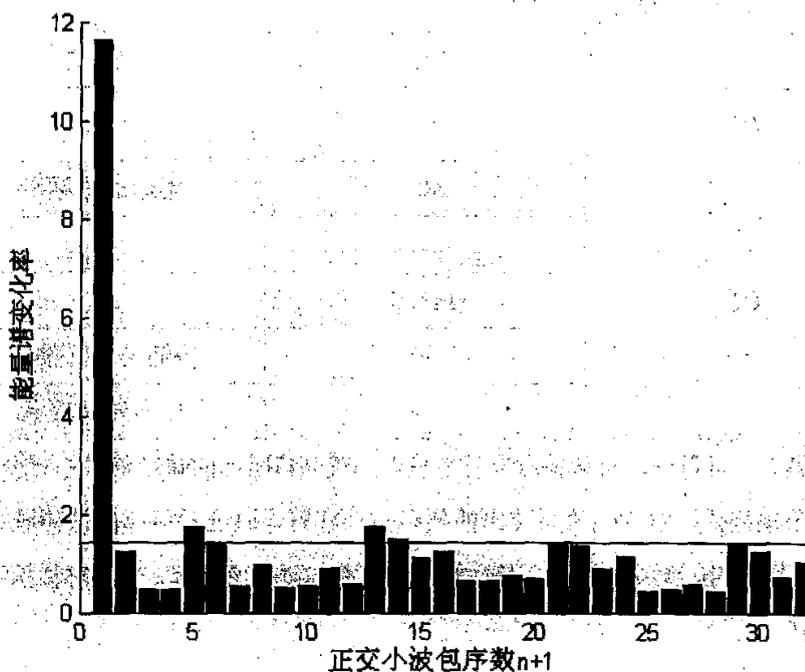


图 6.6  $J = 6$  时异音轴承 2 能量谱变化率

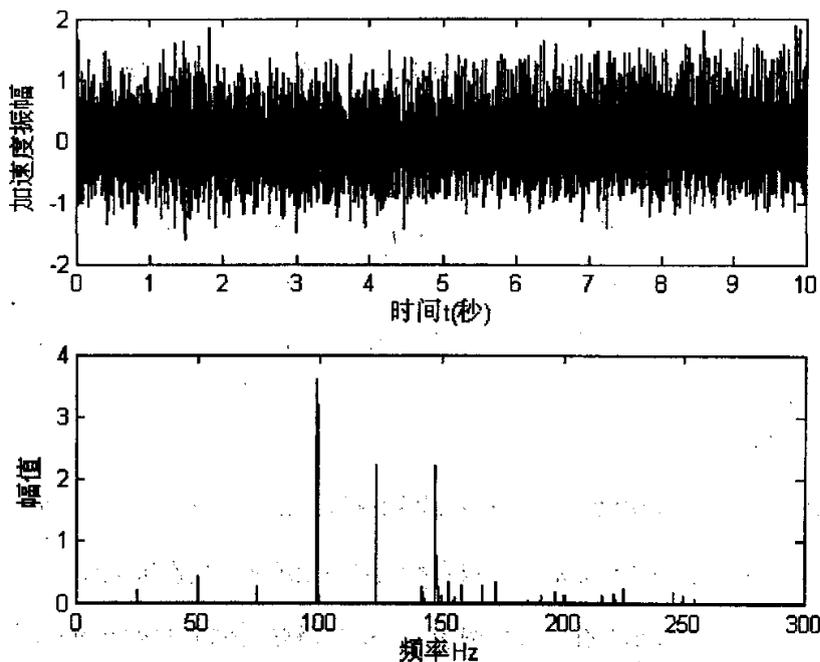


图 6.7 小波包空间  $U_6^0$  系数重构信号及信号频谱分析

表 6.2 异音轴承 2 缺陷频谱分析

	实验值	理论值
$U_6^n$	(Hz)	(Hz)
$U_6^0$	98.5	钢球通过频率
	123.3	
	147.6	
	50	内圈转动 2 倍频
	25	内圈转动频率

由表 6.2 可看出，对从轴承信号中提取的较高信噪比的缺陷信号进行分析，我们认为缺陷信号中振幅较为突出的频率与轴承钢球通过所引起的故障频率较为近似，故我们认为异音轴承 2 是由钢球划痕或磕碰伤所引起，应该对轴承钢球进行更换。

### 3) 异音轴承 3 缺陷分析

由图 6.8 可看出，异音轴承 3 的故障信号较多的存在于小波包空间  $U_6^4$ 、 $U_6^5$ 、

$U_6^7$ 、 $U_6^{12}$ 、 $U_6^{13}$ 、 $U_6^{15}$  中，根据小波包回复算法我们使其他空间的系数为零，保留这 6 个空间的系数，对此时的空间进行回复算法，后分析其频谱特征。

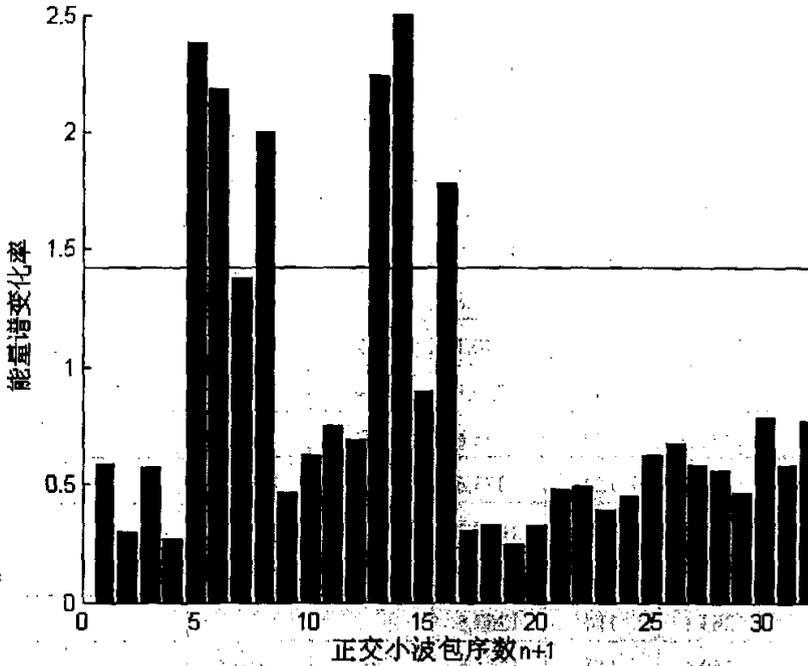


图 6.8  $J=6$  时异音轴承 3 能量谱变化率

从以上对比分析可以看出，外圈波纹度引起的振动频率较多，也有一部分频率可能是由内圈波纹度或钢球波纹度引起的，但从表中可以看出，频谱分析中幅值较大的频率几乎都是由外圈波纹度引起的，所以基本可以判定该轴承的异音是由轴承外圈波纹度所引起的。

表 6.3 异音轴承 3 缺陷频谱分析

$U_6^n$	实验值 (Hz)	理论值 (波纹度激振频率)					
		外 圈		内 圈		钢 球	
		波 纹 阶	频 率	波 纹 阶	频 率	波 纹 阶	频 率
$U_6^4$	1837.5	166	1838.9				
	1914.6	173	1916.4				
	1637.0	148	1639.5	108	1639.4		
	1730.2	156	1728.1	118	1734.3	16	1727
	1768.0	160	1772.4				
$U_6^5$	1526.1	138	1528.7			14	1530.7
	1548.0	140	1550.8				
	1440.4	130	1440.1	95	1444.5		
	1537.1	139	1539.8	104	1539.4		
	1373.9	124	1373.6	92	1369.5		
$U_6^7$	1374.0	124	1373.6	92	1369.5		
	1440.4	130	1440.1	95	1444.5		
	1221.3	110	1218.5	80	1224.6	13	1220.5
	1263.1	114	1262.5				
	1249.6	113	1251.8	81	1249.6		
$U_6^{12}$	2114.5	191	2116.8			20	2120.2
	2056.5	186	2060.4	137	2054.2		
	1914.5	173	1916.4				
	1984.0	179	1982.9	134	1979.2		
	1837.4	166	1838.9				
$U_6^{13}$	2114.8	191	2116.8				
	2288.9	207	2293.0	159	2294.1		
	2141.2	193	2137.9				
	2310.5	209	2316.2			22	2316.8
	2321.5	210	2326.3	160	2319.1		
$U_6^{15}$	2502.2	226	2503.5				
	2488.7	225	2492.4	173	2489.0		
	2537.5	229	2536.7	175	2539		
	2524.0	228	2526.7				
	2474.8	223	2470.2				

### 6.3 小结

正交小波包变换能够把信号无冗余、无疏漏、正交化、自适应的投影到相应频带的正交小波包空间上，信号的信息成份完整无缺，故可以用小波包能量谱来表示信号在各频段的振动程度。在分析过程中我们发现，采集的轴承缺陷信号隐藏在背景振动中，信号的频率成份复杂，并且是密集连续谱，故要选择合适的提取手段以提高分析信号的信噪比。我们构造了小波包能量谱变化率序列作为缺陷信号的提取依据，运用能量谱变化率所提取的信号分析异音信号的缺陷。在实际分析中我们发现采用此方法提取的信号已经基本包含了轴承缺陷的信息。结合轴承振动模型的分析结果我们能够辨识出轴承缺陷。

附：小波包能量谱诊断程序界面

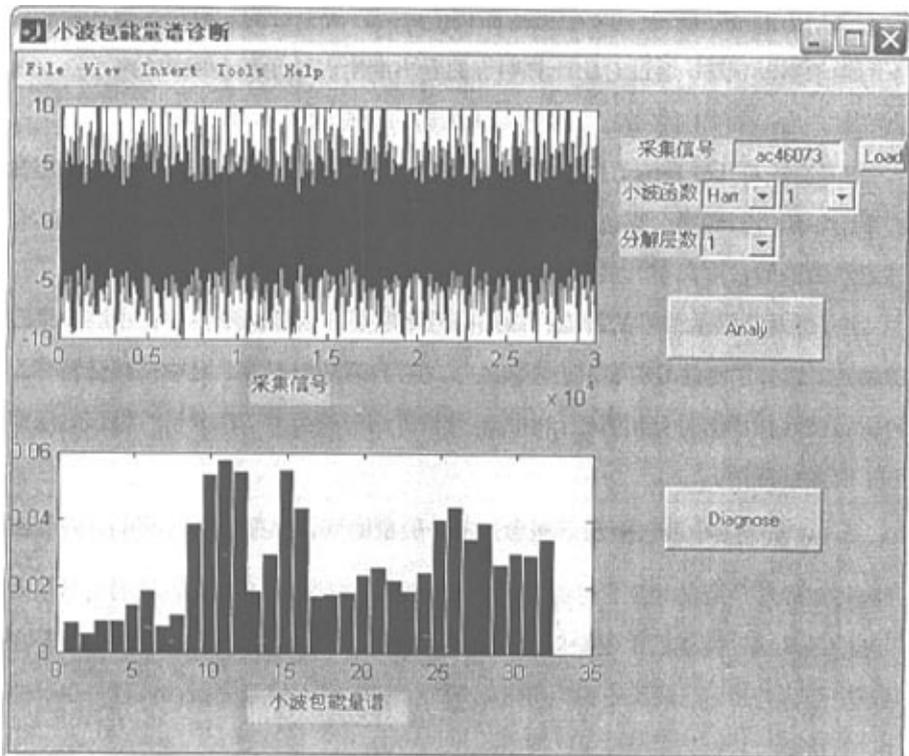


图 6.9 小波包能量谱诊断程序界面

## 7 结论

本文在分析经典轴承振动模型的基础上,建立了考虑润滑等摩擦学因素影响的轴承振动模型,并针对有代表性的轴承缺陷进行了动力学分析,为轴承缺陷辨识奠定了理论基础。随后,根据新轴承振动信号的特点,运用小波包函数对信号进行分析,并提出了小波包能量谱变化率 $\alpha$ 作为提取缺陷信号的依据,并对提取的信号进行缺陷诊断分析,通过分析确定轴承的缺陷源。

通过前面几章的理论分析、状态模拟及数值分析,本文得出以下一些结果:

1. 建立了考虑润滑状态下轴承的非线性动力学特性的5自由度的振动非线性模型,克服了经典模型线性化假设的不足。利用这种模型可以模拟轴承在各种特殊缺陷出现时轴承的动态特性,可以为轴承单因素缺陷分析提供了可能。

2. 模型充分考虑了润滑状态下轴承的非线性动力学特性,包括接触区的弹性流体动力润滑(EHL)的卷吸效应和挤压效应。较充分的反映了良好润滑状态下的轴承振动状态。通过对比计算明显的看出润滑对轴承振动噪声的影响,润滑良好时,油膜的“刚化效应”使球轴承振动的固有频率有所提高。

3. 通过对几种激励形式所进行的振动模拟分析,确定了几种典型缺陷形式下的轴承激振频率。指出不只波数为滚动体整数倍的波纹度会引起轴承振动,任意波数的波纹度只要其波高足够均能引起轴承的振动。

4. 针对新轴承信号的特点:缺陷信号不明显、缺陷频率集中在中高频率段的特点,选择了对信号有良好分析能力、具有自适应时频窗、对中高频分析有无可比拟优越性的信号分析方法:小波包分析方法分析信号。在分析过程该方法得到了有效的应用。

5. 本文根据小波包能量谱概念提出的能量谱变化率序数 $\alpha$ ,用 $\alpha_j >$  阈值作为提取缺陷信号的依据,对提取的小波包空间进行信号重构,重构的信号包含了影响轴承振动性能的主要缺陷,重构的信号具有较高的信噪比,使缺陷信号在时域中更为突出,在频域中也能够非常明显。在对实际信号分析的过程中也证明此种方法是一种有效的缺陷识别方法。

6. 通过对一批汽车空调器轴承的缺陷辨识,我们发现波纹度尤其是外圈波纹度超标是这一批轴承的主要缺陷,生产厂商应该调整外圈加工工艺提高外圈的

质量以降低轴承的振动和噪声水平。

由于滚动轴承的缺陷形式较为复杂，缺陷辨识比较困难，本文虽然在现有国内外研究的基础上作了一部分工作，取得了一定的结果，但是仍然有大量的问题有待进一步深入研究：

1. 在对以小波包能量谱变化率序列为提取依据提取得故障信号进行分析时，可以结合时域特征的参量，如峭度、峰值等对信号进行分析，以提高信号分析的精确性。

2. 将小波包能量谱与人工智能模式识别方法联系起来，建立完善的轴承故障缺陷模式库，将缺陷通过模式识别的方法进行较为精确的分类。

3. 本文对小波包能量谱方法在轴承缺陷辨识中的应用进行了探讨。作者相信利用小波包能量谱变化率序列进行缺陷辨识的方法还存在许多值得更深入细致研究的潜在价值和优越性能，具有广阔的应用前景。

## 致 谢

本文在导师杨咸启教授的悉心指导下顺利完成。在我的课题研究和论文的组织过程中杨咸启教授给予了全面而精心的指导，为本文的完成花费了大量的心血。值论文完成之际，谨向导师表示衷心的感谢！同时向三年来在学习和生活方面关心和帮助过我的各位老师和同学表示由衷的感谢！最后感谢我的亲人，感谢他们对我的关怀、支持和鼓励！

参考文献

- [1] Wijnant Y H, Wensing J A, Van Nijen G C. The influence of lubrication on the dynamic behavior of ball bearings. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 222 (C 4):579-596
- [2] 李红梅. 影响深沟球轴承振动与噪声因素的测量与研究. 哈尔滨工程大学硕士论文
- [3] 杨晓蔚. 国外低振动低噪声轴承技术的发展. *国外轴承振动噪声研究*, 2001. 12:1-5
- [4] 马家驹. Y系列电机轴承. *轴承*, 1987 (4): 58-62
- [5] 邱阳, 张景绘. 滚动轴承振动成因分析. 总结报告, 75-52-03-09/10
- [6] 查全. 微型球轴承振动分析和试验. 上海微型轴承厂, 1981
- [7] 淄博轴承厂. Y系列电机轴承 M - 180308K 研制论证报告. 1983
- [8] 陈永校, 诸自强, 应善成. 电机噪声的分析和控制. 杭州:浙江大学出版社, 1987
- [9] 滚动轴承异音信号的测试评估与分析. 上海理工大学硕士论文
- [10] 宋立, 孙立明, 马美玲. 深沟球轴承噪声测试分析. *轴承*, 2003. 3 :34-36
- [11] 贾继德、孔凡让、李志远、姜斯平. 基于时频分析的内燃机曲轴轴承磨损故障的诊断研究. *中国科学技术大学学报*, 2003. 12 : 709-717
- [12] 李克强, 何渝生, 徐漠, 郑郦, 杨正江. 汽车噪声声强测量分析系统的开发及应用邓兆祥. *汽车工程*, 1994年(第16卷)第5期: 283-288
- [13] 孙立明, 赵滨海, 杨进周. 深沟球轴承振动和噪声控制及相关技术探讨. *轴承*, 2000. 10: 33-37
- [14] 张学正. 从“声响”判断机器故障的方法. *机械工人. 冷加工*, 1994. 02:19
- [15] 顾谭成. 邓四二. 基于谐波控制理论的滚动轴承噪声声压级函数夏新涛. *中国机械工程*, 2002年15期: 1277-1280
- [16] 赵翔、李著信、萧德云. 故障诊断技术的研究现状与发展趋势, *机床与液压*, 2003. 4 : 3-6
- [17] 刘相春、陈向坚、王昌一. 滚动轴承故障智能诊断系统的研究, *海军工程学院学报*, 1995. 3: 54-58
- [18] 王平. 滚动轴承故障在线智能诊断仪, *轴承*, 2003. 9:35-38
- [19] 陈波, 马孝江. 滚动轴承数据库设计及其在故障诊断中的应用, *机械设计与制造*, 2002. 2: 5-6
- [20] 吴今培. 智能故障诊断与专家系统. 北京:科学出版社 1999: 5-11

- [21] 杨叔子. 基于知识的故障诊断技术. 北京:清华大学出版社 1993 :23-27
- [22] 徐波, 于劲松. 李行善复杂系统的智能故障诊断, 信息与控制, 2004. 33(1) :56-59
- [23] Gustafsson O G, Tallian T E. A study of elastic vibrations of the outer race of a rolling element bearing. AD 411826, 1961
- [24] Gustafsson O G, Tallian T E, et al. Final report on the study of the vibration characteristics of bearings. AD 432979, 1963
- [25] Tallian T E, Gustafsson O G. Progress in rolling bearing vibration research and control. ASLE Transactions, 1965, 8: 195-207
- [26] 赵联春. 低振轴承零件几何偏差控制法, 轴承, 1993(11) : 31-34
- [27] 赵联春, 张重成, 曲廷敏. 球轴承工艺误差激振的力学模型, 轴承, 1997 (5): 18-24
- [28] 陈芳华, 张亚军, 李兴林. 滚动轴承振动速度的评估, 轴承, 2000 (12): 16-21
- [29] 孙恩宏, 张军, 田洪生. 对电机轴承噪声音质的探讨, 轴承, 1997 (9): 31-35
- [30] Gustafsson O G, Tallian T. Detection of Damage in Assembled Rolling Bearings. Trans. of ASLE. 1962. 5 197-209
- [31] 杨国安, 钟秉林, 黄仁, 贾民平, 许云飞. 机械故障信号小波包分解的时域特征提取方法研究, 振动与冲击, 2001年02期 : 25-31
- [32] 刘晓爽, 刘立. 小波包分解在球磨机的故障特征提取中的应用, 有色金属(选矿部分), 2000. 2 :27-31
- [33] 何正嘉, 李富才等. 小波技术在机械监测诊断领域的应用现状与进展, 西安交通大学学报, 2001. 5: 539-545
- [34] 彭志科, 何永勇, 褚福磊. 小波尺度谱在振动信号分析中的应用研究, 机械工程学报, 2002. 3:122-126
- [35] 陈长征, 罗跃刚. 基于小波分析的机械故障特征提取研究, 机械强度, 2001. 23: 161-164
- [36] 夏利明. 基于 Kohonen 神经网络的滚动轴承故障诊断, 计算机工程, 2003, 21(3) :39-41
- [37] 于云满, 邵强, 胡红英, 胡萍, 赵志宇. 小波分析及其在轴承诊断中的应用, 大连大学学报, 2002年第6期:64-67
- [38] 任国全, 韦有民, 郑海起. 基于小波分析的轴承故障诊断研究, 河北省科学院学报, 2002. 19(2):112-116
- [39] 傅勤毅, 章易程, 应力军, 李国顺. 滚动轴承故障特征的小波提取方法, 机械工程学

报, 2002. 32(2):30-37

- [40] Harris T A. Rolling Bearing Analysis. John Wiley&Sons. 2000
- [41] 赵联春. 球轴承振动的研究. 浙江大学博士毕业论文
- [42] T. A. Harris 著 罗继伟 等 译. 滚动轴承分析. 1997: 96-128
- [43] 温诗铸、黄平著. 摩擦学原理. 北京: 清华大学出版社 2002: 77-78
- [44] Walford T L H, Stone B J. The sources of damping in rolling element bearings under oscillating conditions. Proc Instn Mech Engrs, 1983, 197 (Part C):225-232
- [45] Hagi G D, Gafitanu M D. Dynamic characteristics of high speed angular contact ball bearings. Wear, 1997, 211:22-29
- [46] Cameron A. Basic Lubrication Theory, 3rd Edition. John Wiley&Sons 1981
- [47] Gohar R. Elastohydrodynamics. John Wiley&Sons, 1988
- [48] 温诗铸、杨沛然. 弹性流体动力润滑. 北京: 清华大学出版社 1992. 7-13
- [49] Walford T L H, Stone B J. Some damping and stiffness characteristics of angular contact bearings under oscillating radial load. Journal of Mechanical Engineering 1980. 274: 157-162
- [50] [俄] B. B. БИМОИТ 等. 滚动轴承的振动与噪声, 国外轴承振动噪声研究, 2001. 12 : 36-57
- [51] 多田城二. 高速球轴承保持架的噪声、振动及运动状态的动态分析, 国外轴承技术, 2002. 4: 45-52
- [52] 王春浩, 周延泽, 陆震. 发动机主轴承保持架碰撞振动的力学模型与分析, 机械科学与技术, 2000. 11: 870-871
- [53] 程耀东 编著. 机械振动学(线性系统). 杭州: 浙江大学出版社 2001. 2
- [54] 胡政, 陈循, 温熙森. 机械噪声故障诊断中小波变换的应用. 振动与冲击. Vol16.No4 1997: 49-53
- [55] 梅宏斌. 滚动轴承振动监测与诊断 理论. 方法. 系统. 机械工业出版社. 1995. 11
- [56] [土耳其] Nizami Akturk. 波纹度对球轴承振动的影响, 国外轴承振动噪声研究, 2001. 12: 96-108
- [57] 柳新民, 邱静, 刘冠军. 基于小波包—连续 HMM 的故障诊断模型及应用. 中国机械工程. 2004. 11: 1950-1953
- [58] 崔锦泰. 小波分析导论. 西安: 西安交通大学出版社. 1997. 1

- [59] 秦前清, 杨宗凯. 实用小波分析. 西安: 西安电子科技大学出版社. 1995.10
- [60] 侯宏花, 郭保全, 潘宏侠. 小波分析在振动状态监测中的应用. 华北工学院学报. 2002 23 卷第 2 期 : 105-108
- [61] 徐敏强, 张国斌, 张嘉钟. 基于小波变换的旋转机械轴径表面缺陷诊断方法的研究, 机械强度, 2002.12 : 307-309
- [62] 李世玲, 李治, 李合生. 基于小波包能量特征的滚动轴承故障监测方法, 系统仿真学报, 2003, 15(1): 76-80
- [63] 吕琛, 王桂增, 叶昊. 基于噪声测量的主轴承间隙状态监测, 振动与冲击, 2003, 22(3): 33-36

附录  
主要符号的代表意义

$a$	接触椭圆长半轴	m
$a_n$	n阶谐波幅值	m
$b$	接触椭圆短半轴	m
$c$	峰值因素	
$[C]$	阻尼矩阵	Ns/m
$C$	阻尼	Ns/m
$d_m$	钢球中心圆直径	m
$D_b$	钢球直径	m
$E$	弹性模量	Pa
$E'$	等效弹性模量	Pa
$f$	运转频率	
$F$	载荷	N
$F(\rho)$	曲率差	
$G^*$	无量纲材料参数	
$h$	油膜厚度	m
$H^*$	无量纲油膜厚度	
$i$	$\sqrt{-1}$	
$I$	转动惯量	$Kg \cdot m^2$
$j$	第j个钢球	
$k$	椭圆参数	
$[K]$	载荷-变形矩阵	$N/m^{1.5}$
$K$	载荷-变形系数	$N/m^{1.5}$
$\bar{K}$	载荷-变形系数	$N/m^{1.5}$

$m$	质量矩阵	Kg
$M$	力矩载荷	Nm
$N$	滚动体数量	
$O$	中心	
$P$	压力	Pa
$P_d$	装配景象间隙	m
$Q$	接触载荷	N
$r$	沟曲率半径	m
$R$	当量曲率半径	m
$S$	强迫振动响应	m
$t$	时间	s
$V$	速度	m/s
$V^*$	无量纲速度参数	
$W$	载荷	N
$W^*$	无量纲载荷参数	
$X_p$	信号峰值	
$\bar{X}$	信号均值	
$X_{rms}$	信号均方值	
$\alpha$	接触角、粘压系数	rad
$\alpha^0$	初始接触角	rad
$\gamma$	$D_b \cos \alpha / d_m$	
$\delta$	接触变形	m
$\phi$	谐波相位角	rad
$\varphi$	位置角	rad

$\eta$	润滑剂粘度	$Pa \cdot s$
$\lambda$	沟曲率半径系数 $r/D_b$	
$\omega$	角频率	rad/s
$\theta$	角位移	rad
$\rho$	润滑剂密度	$Kg/m^3$
$\psi$	圆周方向位置角	rad
$\sum \rho$	曲率和	
$\nu$	材料泊松比	
$\Sigma$	第二类全椭圆积分	
$\Gamma$	第一类全椭圆积分	
$\partial\sigma$	接触边界	
$\sigma$	接触区域	
$\Delta$	波纹度	
$X, Y, Z$ 坐标系		
下标		
1, 2	指接触物体	
$a$	轴向	
$b$	滚动体	
$c$	中心	
$d$	单个接触副	
$e$	入口区	
$el$	弹流	
$g$	刚体接触	
$i$	内圈	
$j$		
$m$	油膜	
$n$	法向	
$r$	径向	
$v$	相加的和	
$x, y, z$	$x, y, z$ 方向	
$\theta$	指向角	