

100



Y1835825

**A Dissertation Submitted to Shanghai Jiao Tong University for the
Degree of Philosophy Doctor**

**MODELLING, CONTROL AND OPTIMIZATION OF THE
INVENTORY SYSTEM OF REVERSE LOGISTICS**

Author: Huiqing Ouyang

Specialty: Mechatronics

Advisor: Xiangyang Zhu

School of Mechanical Engineering

Shanghai Jiao Tong University

August, 2009

附件四

上海交通大学 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名： 欧阳惠卿

日期：2009 年 8 月 6 日

附件五

上海交通大学
学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权上海交通大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密□，在___年解密后适用本授权书。

本学位论文属于

不保密☑。

(请在以上方框内打“√”)

学位论文作者签名：

欧阳惠卿

指导教师签名：



日期：2009年8月6日

日期：2009年8月6日

答 辩 决 议

博士论文课题来源于国家自然科学基金项目“电子产品回收的逆向供应链的规划、调度与仿真”，论文主要从策略选择、系统建模和参数优化等角度对逆向物流库存控制系统展开了深入的研究，选题具有重要的理论意义和应用价值。主要创新性成果如下：

1. 根据 (R, Q) 策略控制下系统库存水平稳态极限分布的特征，提出了高效的“迭代法”对控制参数进行优化，数值分析表明该方法具有较高的精度。

2. 通过对传统的 (R, Q) 库存控制策略进行扩展和延伸，把弃置点 s_d 引入控制策略，提出了 (R, Q, s_d) 控制策略，理论分析和数值算例证明 (R, Q, s_d) 策略能有效防止系统总成本随返回率提高的“爆炸式”增加。

3. 提出“一致化”方法，解决了系统“有效回收过程”和库存水平的相关性问题，并通过二维马氏模型对回收库存、服务库存联合分布进行建模，解决了多级库存系统稳态分布计算难的问题。

博士论文撰写条理清晰，写作规范。表明作者已掌握了坚实宽广的基础理论和系统深入的专门知识，具有独立从事科学研究工作的能力。

论文达到了工学博士学位论文的要求。答辩过程中回答问题正确，经答辩委员会投票表决，一致通过欧阳惠卿博士学位论文答辩，建议授予工学博士学位。

答辩委员会主席：李爱平 教授

 2009.8.3.

上海交通大学博士学位论文答辩决议书

姓 名	欧阳惠卿	学号	0040202048	所在学科	机械电子工程
指导教师	朱向阳	答辩日期	2009-08-03	答辩地点	上海交通大学闵行校区机械楼

论文题目	逆向物流库存系统的建模、控制与优化
------	-------------------

投票表决结果: 5, 5, 5 (同意票数/实到委员数/应到委员数) 答辩结论: ☒ 通过 ☐ 未通过

评语和决议:

年 月 日

答辩委员会成员签名	职务	姓名	职称	单位	签名
	主席	李爱平	教授	同济大学	李爱平
	委员	丁汉	教授	上海交通大学	丁汉
	委员	刘成良	教授	上海交通大学	刘成良
	委员	朱利民	教授	上海交通大学	朱利民
	委员	李小平	教授	华中科技大学	李小平
	委员				
	委员				
	秘书	盛鑫军	讲师	上海交通大学	盛鑫军

逆向物流库存系统的建模、控制与优化

摘 要

本学位论文以废旧电子产品(WEEE)回收为应用背景,研究基于连续盘点策略的逆向物流库存系统定量模型和库存控制方法。针对单级库存和多级库存两种不同的库存系统,重点开展以下问题的研究:

- 1) 如何制定逆向物流系统的最优库存控制策略?
- 2) 对于给定的库存控制策略,如何确定最优的控制参数使得系统的总成本期望最小?
- 3) 产品返回过程对整个库存系统的成本和控制策略有何影响?

对于逆向物流的单级库存系统,本文首先研究了传统的 (R,Q) 策略,分析了其用于逆向物流系统时存在的问题,在此基础上提出了 (R,Q,S_d) 库存控制策略。基于随机的产品需求和返回是相互独立泊松过程的假设,本文把单级系统的库存水平建模成具有遍历性的马氏过程,通过对马氏过程的分析求得系统的稳态表现,并进一步得到系统总成本的期望。在确定最优控制参数时,重点论述了最优参数的上下界和迭代法。

对于多级库存系统,本文把产品的回收过程建模成随机伺服系统,并进一步把回收库存和服务库存建模成二维的马氏过程,通过对随机伺服系统和二维马氏过程的分析来确定多级库存系统的稳态极限表和系统的总成本期望。论文相继提出了逆向物流多级库存系统控制的 (R,Q) 策略、 (R,Q,N) 策略和 (R,Q,S_d) 策略。对于每一种控制策略,给出了库存系统单位时间总成本期望的计算方法,以及控制参数的优化方法。

在理论研究的基础上, 论文还通过示例分析考察产品返回对库存系统成本和控制策略的影响。研究表明, 在返回率低于需求率时, 产品返回率的提高有助于整个库存成本的降低; 当产品返回率接近或高于需求率时, 产品返回率的增加会导致系统库存水平的急剧增加, 所以必须对多余的返回产品进行有计划的弃置处理, 以实现成本的有效控制。

关键词: 逆向物流, 库存控制, 随机模型, 参数优化。

MODELLING, CONTROL AND OPTIMIZATION OF THE INVENTORY SYSTEM OF REVERSE LOGISTICS

ABSTRACT

For the pressure of environmental legislations and consciousness of environment, more and more manufacturing enterprises have to take the responsibility to take-back the end-of-life (EOL) products. As an emerging disciplinary, REVERSE LOGISTICS provides strategies and algorithms to control the reverse supply chain associated with the product recycling process, which is opposite to the supply chain of conventional manufacturing process. Inventory control is one of the most important and difficult problems of reverse logistics.

Taking the recovery of Waste Electrical and Electronic Equipment (WEEE) as practice, this dissertation investigates quantitative models and algorithms for inventory control of reverse logistics, with the emphasis being put on the following problems.

- 1) Which strategies are appropriate for inventory control of the reverse logistics?
- 2) How to find the optimal control parameters to minimize the expected total cost of inventory systems?
- 3) How do the return-flows effect on the performance of the inventory system of reverse logistics?

Throughout the dissertation the return-flow and the demand-flow are modeled as independent Poisson process. Both the single-echelon inventory system and the multi-echelon inventory system of reverse logistics are investigated.

For the single-echelon inventory system of reverse logistics, we propose the (R, Q) strategy and (R, Q, S_d) strategy. For each control strategy, we model the inventory position as an ergodic Markov chain. By

solving the Markov chain, we get the steady limiting performance of the inventory system, and hence the expected system total cost per unit time under the given strategy can be obtained. For each inventory control strategy, approaches are presented to determine the optimal control parameters.

For the multi-echelon inventory system, we propose the (R, Q) strategy, the (R, Q, N) strategy and the (R, Q, S_d) strategy. We model the recovery inventory as a queue system, and model the multi-echelon inventory system as a two-dimension Markov chain. For each proposed strategy, we present approaches to calculate the expected total cost and determine the optimal control parameters.

Besides the quantitative analysis, some numerical examples are presented to investigate the effects of the return-flow on the performance of the inventory system. The numerical examples show that the recovery of the returns is economical because of material saving. When the return rate is close to or larger than the demand rate, it is necessary to dispose the extra returns to prevent the inventory position from exploding. The numerical examples also show that neither the optimal control parameters nor optimal total cost is robust. In practice, it is necessary to update the optimal control parameters frequently during different product life-cycle in order to achieve efficient cost management.

Keywords: Reverse Logistics, Inventory Control, Stochastic Model, Optimization.

目 录

目 录	I
第一章 绪论.....	1
1.1 课题来源.....	1
1.2 研究背景.....	1
1.3 产品回收管理.....	2
1.3.1 产品回收的主要驱动因素.....	3
1.3.2 产品回收方式.....	3
1.3.3 产品回收的挑战和机会.....	4
1.3.4 产品回收管理案例.....	5
1.4 逆向物流的概论.....	5
1.4.1 逆向物流的概念.....	5
1.4.2 逆向物流的研究现状.....	7
1.5 逆向物流库存控制.....	9
1.6 国内外研究现状.....	11
1.6.1 确定性模型.....	11
1.6.2 随机性模型.....	12
1.7 研究问题和论文结构.....	15
1.7.1 研究内容.....	15
1.7.2 论文结构.....	16
第二章 逆向物流单级库存系统研究.....	17
2.1 引言.....	17
2.2 概述.....	17
2.2.1 系统参数说明.....	18
2.2.2 系统结构特征.....	21
2.2.3 系统假设.....	22
2.2.4 库存控制目标函数.....	22
2.2.5 库存控制策略概述.....	23
2.3 (R, Q) 策略分析	23
2.3.1 系统稳态极限表现分析.....	24
2.3.2 最优控制参数 (R^*, Q^*) 的确定.....	27
2.3.3 启发式方法.....	32
2.4 (R, Q, S_d) 策略分析.....	37
2.4.1 库存水平的稳态极限分布.....	38

2.4.2 净库存的稳态极限分布	40
2.4.3 最优控制参数的确定	43
2.5 数值算例分析	44
2.5.1 数值算例设计	44
2.5.2 (R, Q) 策略数值分析	44
2.5.3 (R, Q, S_d) 策略数值分析	49
2.5.4 (R, Q) 策略和 (R, Q, S_d) 策略的比较	53
2.5.5 最优控制参数的鲁棒性	56
2.6 本章小结	57
第三章 逆向物流多级库存系统研究	60
3.1 引言	60
3.2 概述	60
3.2.1 系统结构和流程	61
3.2.2 系统参数定义	61
3.2.3 系统假设	63
3.2.4 回收模式	63
3.3 (R, Q) 策略分析	64
3.3.1 系统库存水平的稳态分布	65
3.3.2 回收库存的稳态分布	65
3.3.3 服务库存的稳态分布	66
3.3.4 最优控制参数的确定	69
3.4 (R, Q, N) 策略和 (R, Q, S_d) 策略分析	69
3.4.1 (R, Q, N) 策略分析	70
3.4.2 (R, Q, S_d) 策略分析	75
3.5 数值算例	81
3.5.1 (R, Q) 策略数值分析	81
3.5.2 (R, Q, N) 策略数值分析	85
3.5.3 (R, Q, S_d) 策略数值分析	87
3.5.4 (R, Q) , (R, Q, N) 和 (R, Q, S_d) 策略的比较	89
3.6 本章小结	92
第四章 制造、再制造共线生产经济批量排产问题研究	93
4.1 引言	93
4.2 问题提出	93
4.3 数学模型	94
4.3.1 系统假设	94
4.3.2 模型分析	96

4.4 数值算例.....	99
4.5 本章小结.....	101
第五章 结论与展望.....	103
5.1 总结.....	103
5.2 创新点.....	104
5.3 未来展望.....	104
附录 1	105
1. 定理 2.1 的证明.....	105
2. 定理 2.2 的证明.....	106
3. 方程(2.63)和(2.64)的求解	107
附录 2: 库存控制的一些基本概念.....	111
1. 盘点方式.....	111
2. 补货提前期.....	111
3. 库存状态量.....	111
4. 两种基本的库存控制策略.....	112
4.1 连续性盘点(R, Q)策略	112
4.2 周期性盘点(s, S)策略.....	113
附录 3: 泊松过程.....	114
参考文献.....	115
致谢	121
攻读博士学位期间发表的学术论文.....	122

第一章 绪论

1.1 课题来源

本学位论文课题来源于国家自然科学基金项目：“电子产品回收的逆向供应链的规划、调度与仿真”，项目资助号为：70271037。

1.2 研究背景

二十世纪中期以来，由于科学技术的日新月异，电子产品更新换代的速度越来越快、淘汰周期不断缩短，电子垃圾的产生速度比以往任何时候都更快。以个人计算机为例，其目前的平均使用寿命约为三年。据估计，2001 年美国淘汰的个人计算机约为 4190 万台，这一数字在 2007 年增加到 6130 万，欧盟国家每年产生的废弃电子设备多达 600 万至 1000 万吨^[1, 2]。据国家统计局公布的有关数据，从 2003 年起，我国每年报废的传统家电总数达 1500 万台，报废的计算机约为 500 万台，而且这些数据还在逐年上升^[3]。权威机构统计数据表明，目前全世界有 30%-40% 的电子垃圾聚集在亚洲，而其中又有 70%-80% 流入中国^[3]。

电子产品在制造过程中一般都使用了铅、镉、汞、六价铬、聚氯乙烯塑料、溴化阻燃剂等有害物质。如果这些报废电子产品得不到正确的处理，不仅浪费资源，而且危害环境，造成人员伤害、大气、水和土壤的污染。所以从环境保护角度出发，废旧电子产品的有效回收已刻不容缓。另外，电子产品往往含有较多的贵重金属，一般说来，平均一吨电脑配件大约含有 0.9 公斤黄金、128.7 公斤铜、1 公斤铁、58.5 公斤铅、39.6 公斤锡、36 公斤镍、19.8 公斤铈，还有少量钨、铂等贵重金属。通过一定的回收处理过程，这些金属材料可以被回收再利用。所以从经济角度来看，废旧电子产品回收有利可图。

考虑到废旧电子产品对环境可能造成的严重危害，世界各国在回收电子废品方面做了大量的工作，他们一方面制订相关法令强制企业回收其生产和销售的电子产品，另一方面制定各种政策限制许多有害材料在电子产品生产中的使用。从 2001 年起，日本制定并实施了《家电回收法》。《家电回收法》规定生产企业必须承担回收利用废弃家电的义务，销售商有收集的义务，消费者也有处理、再利用的部分义务。2003 年 2 月，欧盟公布了《废弃电子电气设备指令（WEEE）》和《关于在电气电子设备中禁止使用某些有害物质指令（ROHS）》。WEEE 的主要内容是：2005 年 8 月 13 日

后投放市场的产品，其废弃后的收集、处理、回收和环保处置等相关费用将由生产商或进口商承担；ROHS的主要内容是：从2006年7月1日起，投放市场的电子设备中禁止使用某些有害物质，这些有害物质主要包括铅、汞、溴化阻燃剂等六种物质。

“两个指令”不仅对欧盟境内的电子企业产生了巨大影响，而且对进入该市场的境外企业也影响不小，特别地，对正在成为制造大国的中国，影响更加深远。

2002年7月1日之后，我国明令禁止进口电子垃圾。同时为了配合兑现我国加入WTO的承诺，也是为了应对欧盟出台的两项电子垃圾政策，国家发改委于2004年8月18日提出《废旧家电及电子产品回收处理管理条例》草案，国家环保局于2004年3月4日提出《废弃电器及电子产品污染防治技术政策》草案。

不论是环境法令的强制要求还是经济利益的驱动，越来越多的企业开始实施产品回收，而且涌现了许多专门从事产品回收的企业。对废弃产品进行回收是一项系统工程：它一方面需要相关法律法规的规范和政策的引导，它另一方面依赖于工程技术的发展，它还需要逆向物流系统（Reverse Logistics）的支持。本学位论文将以废旧电子产品回收为应用背景，对逆向物流系统中的相关问题进行研究。

1.3 产品回收管理

产品从消费领域重新回到生产领域，对返回产品进行回收利用就产生了“产品回收管理”的概念。本文提到的“回收”是指恢复产品价值的一系列生产活动。对于“产品回收管理”，Thierry在其论文中给出了一个定义^[4]：

“产品回收管理包括生产者对其责任范围内所有弃置的产品的管理。产品回收管理的目标是尽可能地恢复原产品的经济价值和环境价值，尽可能地降低最终的废弃物”。仔细分析Thierry给出的定义，可以得到如下的信息：

- 产品回收管理的执行者：生产者。生产者不再仅仅进行生产销售活动或履行售后服务，还要在其产品报废后负责回收处理，即常说的“生产责任延伸制”。
- 产品回收管理的目标：尽可能恢复原产品的经济价值和环境价值，尽可能降低最终的废弃物。

产品回收管理是一项系统工程，需要以下几个方面的支持和保障：

- 需要相关法律法规的规范和政策的引导，譬如环境法令的强制规范和对相关行业的政策支持；
- 依赖于工程技术的发展，譬如产品设计过程中的DFX（Design for Recycling, Design for Disassembly）、产品修复的技术创新等；
- 需要逆向物流系统（Reverse Logistics）的保障，以实现产品收集、回收处理和再利用的成本控制。

1.3.1 产品回收的主要驱动因素

对废弃产品进行回收会增加额外的成本,所以多数企业都不愿主动回收处理其生产和销售的产品。从二十世纪九十年代中后期开始,越来越多的企业开始实施产品回收,主要驱动因素有:

- **立法要求:** 从二十世纪九十年代开始,世界各国对危害环境行为的立法越来越严厉。这些立法有:欧盟的《废弃电子电气设备指令(WEEE)》,日本的《家电回收法》,我国的《废旧家电及电子产品回收处理管理条例》草案等。
- **经济利益:** 产品回收的直接经济利益有:节约原材料或零部件的采购成本,因为废弃产品能以多种方式回收、再使用。间接经济利益有:对返回的产品进行回收再利用可以降低废弃物的焚烧或掩埋等处理成本,还可以避免法律的惩罚。
- **环保意识和企业形象:** 一方面,随着大众环保意识的提高,环境友好型产品容易得到消费者的青睐,企业可以通过实施产品回收来提高其绿色形象,从而赢得更多的市场份额。另一方面,许多行业的大型企业都很重视社会责任,主动实施产品回收,并向公众宣传环保,从而保持企业的良好形象^[5,6]。

在以上三个因素中,立法要求是推动因素,经济利益和环保意识是拉动因素。但这三个因素并不相互孤立,而相互联系、相互促进。譬如说,企业在立法的要求下实施产品回收,可以使其获得产品回收的经济利益;企业通过产品回收来树立其绿色形象,有助于获得更多的市场份额和更多的销售利润。

1.3.2 产品回收方式

返回产品的质量具有非常大的不确定性,相应地,返回产品的回收方式具有多样性和不确定性。一般来讲,返回的产品经过检测,根据其质量和市场需求而采取恰当的回收方式。常用的回收方式有:

- **修理:** 返回的产品质量比较好、仅次于新产品,只需要对返回的产品进行修理就能恢复产品的正常使用价值。这种回收模式在产品租赁公司比较常见:租赁到期的产品返回到租赁公司,产品的某些部件可能被损坏,租赁公司将受损部件进行修复后,将产品重新租赁给客户。
- **翻新:** 翻新就是对返回的产品某个关键部件进行升级,使得翻新后产品的性能高于原产品的性能。比如计算机可以通过更换最新的 CPU 或者添加内存等方式来提高原有性能。
- **再制造:** 再制造是一种比较复杂的回收过程,是一种对废旧产品实施高技术修复和改造,它针对的是损坏或行将报废的零部件,在性能失效分析、寿命

评估等分析的基础上,进行再制造工程设计,采用一系列相关的先进制造技术,使再制造产品的质量达到或超过新产品。比如某种高精度磨床的主轴因为磨损导致精度下降而失效,可以通过对失效的主轴重新进行精密加工,使其达到原有的精度要求,并重新装配到原设备上。

- **拆解:** 拆解是把返回的产品分拆成零部件的形式加以利用,分拆后的零部件可以用到其他的产品修复中去,譬如可用于修理、翻新和再制造。
- **再生:** 再生是指以原材料的形式对废弃产品进行回收。譬如金属产品可以被熔化成金属原材料,纸制品可以做纸浆等。

以上的各种回收方式中,从下到上是从低级到高级,从简单到复杂。回收方式越高级,产品的附加值被恢复得越高,产生的废弃物和消耗的能源也越少^[7]。

1.3.3 产品回收的挑战和机会

产品回收管理是一项系统工程,给许多相关的领域带来新的课题和挑战:

- **材料科学:** 为了能尽可能地恢复产品价值和降低最终废弃物,不论是从技术角度还是从经济角度,易回收再使用材料的开发和使用具有重大意义。譬如,电子产品含有许多有毒物质,这些有毒物质严重限制了电子产品的回收再使用,所以寻找这些有毒物质的廉价替代品具有重大环保意义的经济意义。
- **产品设计:** 传统意义上产品设计只考虑产品的性能、加工和装配。为了配合产品回收,从设计阶段就需要考虑将来的回收处理。譬如说,产品结构要易于拆卸、维护方便,材料选择要考虑回收可行性、回收价值和回收处理方法等。这就是近年来“绿色设计”越来越受到人们关注的原因。
- **物流领域:** 在对产品回收时,需要建立高效的“逆向物流”系统以保障产品回收管理的成本控制。逆向物流主要包括以下的环节:(1) 产品收集;(2) 检测和分类;(3) 拆解和回收;(4) 弃置处理。
- **生产规划和库存控制:** 产品回收给生产规划和库存控制带来的新课题有:(1) 逆向物流系统库存控制策略的选择和优化;(2) 产品回收方式的选择;(3) 制造、再制造的生产调度。
- **信息系统:** 产品回收的时间、质量需要不断得到监控,这就要求信息系统能够跟踪到每个产品任意时刻的状态。这就给信息系统在数据采集方式、数据交换和数据容量等方面提出了新的要求和挑战。
- **财务:** 返回产品质量的不确定导致其价值难以评估,企业的原有财务系统必须增加新的业务内容,提出新的财务评价体系。
- **市场:** 返回后的产品经过回收处理之后可以达到一定的质量要求,并能满足

一定的市场需求，开拓这些产品的市场给企业带来了新的挑战。

除了给以上的挑战，产品回收同时也给制造商带来了新的机会：

- 降低原材料或零部件的采购成本；
- 降低制造成本；
- 降低废弃物的处理成本；
- 避免法律的惩罚；
- 树立良好形象，赢得更多市场机会。

1.3.4 产品回收管理案例

商用计算机回收管理案例：Computer Atlantic 公司（以下简称 CA）——一个做办公室计算机产品的公司，其许多产品都供别人租赁。由于专注于租赁终端资产，CA 公司参与了产品回收管理的以上活动。因为其租赁的资产都需要回收，所以公司强调快速评估产品价值的重要性，并决定整个产品再出售的潜力。

由于该行业的产品生命周期都非常短，所以 CA 公司集中精力减少返品评估和重新配置的时间。那些能够重新利用和再制造的产品很快会被识别出来，并转化为可出售的产品。公司已经识别和建立了一系列的二手市场，所以再回收的产品不会和公司新产品形成竞争。CA 公司通过将再回收的产品尽快地投入二手市场，尽量降低存货率并实现公司收入最大化。

对那些不能再利用的产品，CA 公司先将产品进行分解，然后回收可再使用的元件和贵重金属，最后将塑料等垃圾扔进指定的再循环垃圾桶里。通过回收旧元件，该公司所需采购的元件数量得到极大的减少。另外，该公司的一些元件本来事前就被设计成可重复使用。原来的设备有了稳定的零部件供应后，公司就能以最小的新零部件存货投资来满足顾客的需求。

最后，只有不到 2% 的返回产品被送往垃圾站，所以 CA 公司能够提高其环境响应能力和公司的品牌价值。通过实施上述产品回收管理方式，CA 公司从返回产品获得了较大的经济利益。

1.4 逆向物流的概论

1.4.1 逆向物流的概念

首先以 SONY 公司的 CRT 显示器回收为例来说明逆向物流的相关流程。SONY 公司于 2000 年 4 月在美国加州成立了一个 CRT 显示器回收中心，对其生产的 CRT 显示器进行回收。CRT 显示器主要成分为塑料、玻璃、铅、溴化物以及其他的金属

物，其中铅和溴化物属于有毒物质。对废旧 CRT 显示器进行回收处理不仅需要考虑环境因素，还要考虑经济效益。SONY 公司主要通过以下步骤对 CRT 进行回收处理：

- 1. 收集：SONY 公司通过经销商和专门回收商采用有偿回购的方式收集废旧的 CRT 显示器，然后把收集的 CRT 显示器从分散的收集点运输到的回收中心集中处理。
- 2. 检测分类：CRT 显示器在运到回收中心后首先通过专业的检测对其环境危害性和经济价值进行评估，然后根据质量、功能和经济价值等指标进行分类处理。
- 3. 回收利用：回收中心设有三条不同的生产线，即维修/再制造生产线、拆解生产线和粉碎分离生产线。三条生产线分别对应于 CRT 显示器的三种回收方式：整体回收、零部件回收和材料回收。（1）整体回收：质量较好、修复成本低的采用维修或再制造等整体回收方式，并销售到二手市场；（2）零部件回收：无法整体回收的拆解成零部件，譬如阴极射线管、PCB 电路板等器件，拆解后可以用于其他产品的生产或销售到零部件市场；（3）材料回收：无法再使用的零部件，经过粉碎、分离等工艺从中回收原材料，譬如塑料、铅以及少量的其他金属材料，并可以销售到原材料市场。
- 4. 焚化弃置：对于无法材料回收的，采用掩埋或焚烧的方式进行处理，尽量降低对环境的危害，譬如有毒的溴化物等。

SONY 公司通过以上流程对废弃 CRT 显示器进行回收，一方面解决了“电子垃圾”环境污染的问题，另一方面还获得了可以再使用的产品、零部件和原材料，节约了大量的资源。

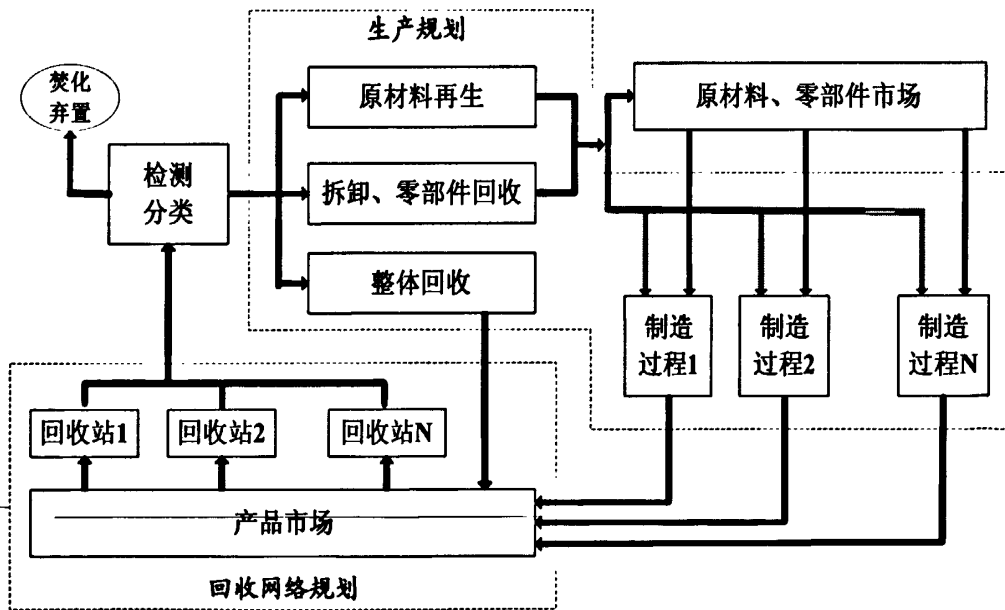


图 1-1 逆向物流系统示意图

Fig. 1-1 The illustration of reverse logistics system

除了上述的生产活动,相关的信息收集和交换一直伴随着整个过程。譬如当 CRT 显示器在被拆解时,相关的拆解信息(譬如拆解的难易程度、是否存在破坏性等)都会被记录下来并最终传递给产品设计者,使得新一代产品在设计阶段就开始考虑到将来产品回收的便捷性。同时,为了方便拆解,拆解者也需要了解产品的设计信息,譬如产品结构、材料等信息。

通过对 SONY 公司 CRT 显示器回收过程的分析,我们把 CRT 显示器回收过程抽象成图 1-1,并称之为逆向物流系统示意图。已经有很多的研究给出了逆向物流的定义^[8-17]。美国物流管理协会^[18]给逆向物流的官方定义为:对原材料、加工库存品、产成品,从消费地到起始地的相关信息的高效率、低成本的流动而进行规划、实施和控制的过程。

1.4.2 逆向物流的研究现状

废弃电子产品回收及其逆向物流系统的研究是近年来受到公共团体、制造企业以及相关研究机构广泛关注的问题。1994 年,欧共体启动了一个称作 CARE “VISION 2000”。1997 年在欧洲由法国、荷兰、希腊和德国几个大学组成的 RevLog 研究组织对逆向物流的关键问题进行了分析^[19]。1998 年,Esprit 计划支持了一个关于废弃电子设备回收的研究项目——RELOOP。美国于 1999 年在 Tennessee 州建立了 Oak Ridge 国家回收中心,致力于计算机及其它废弃电子设备的回收、再制造以及材料的再生与循环利用。2001 年 10 月,电子工业联盟以及包括佳能、惠普、JVC、诺基亚、飞利浦在内的多个制造企业联合资助了一个电子产品回收的项目——RIA,旨在研究电子产品回收的模式并建立相应的模型,为回收机构提供有用的信息及数据。此外,废弃电子产品的回收在学术界亦受到了广泛的重视。荷兰的 Erasmus 大学早在 10 年前便开始对基于产品回收的逆向物流系统进行研究。美国电子电气工程师协会(IEEE)举办的一年一度的“电子与环境”国际研讨会(ISEE)已将废弃电子产品回收作为其主题之一。在该会议上有关逆向物流系统的规划与管理、回收处理决策等研究的论文逐年增加。2000 年,《Interfaces》杂志出版了有关逆向物流系统研究的专辑。

与传统物流相比,逆向物流系统的复杂性主要体现在:一,废弃产品返回过程的时间、数量和质量具有高度不确定性;二,返回产品回收方式具有多样性和不确定性。Fleishmann 等人^[8]将逆向物流的研究内容主要分为以下三个领域:网络规划、生产规划和库存控制。

1. 网络规划:产品的收集依赖于高效、合理的配送网络,所以合理的回收网络规划是成功进行回收管理的第一步。网络规划在逆向物流系统中的地位如图 1-1 左下的虚线框所示。逆向物流网络规划的核心内容是确定收集点的数量、分布,以及

运输路线的安排。图 1-2 给出逆向物流网络与“正向”物流网络对比示意图^[8]。按照与“正向”物流网络的关系来分，逆向物流网络可以分为独立网络和混合网络。混合网络指部分或完全使用“正向”物流网络的逆向物流网络，独立回收网络指与原“正向”网络完全独立的逆向物流网络。独立回收网络与“正向”网络在结构上并不一定对称，需要新建所有的设施，所以固定成本高，但网络的规划和控制相对简单。与独立网络相比，混合网络的固定成本低，但网络规划与控制相对比较困难和复杂。SONY 公司 CRT 显示器的回收网络采用的就是混合网络。

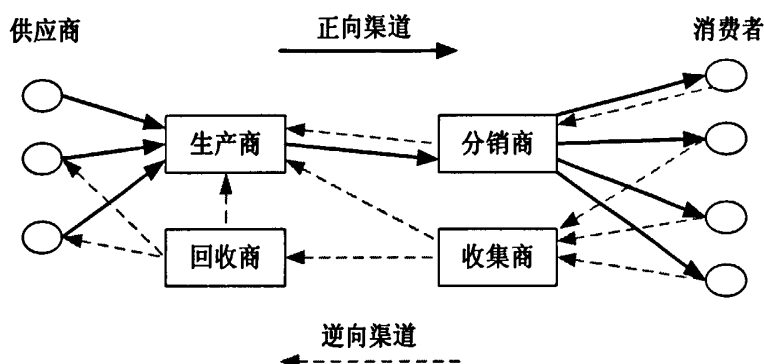


图 1-2 逆向物流回收网络示意图

Fig. 1-2 The reverse distribution network

2. 生产规划：逆向物流生产流程主要包括检测、分类和回收，其中回收方式包括整体回收、拆卸成零部件再利用、材料再生、以及再制造等过程。生产规划在逆向物流系统中的地位如图 1-1 右上的虚线框所示。产品回收方式的选择是逆向物流生产规划中的一个难点，产品回收方式的选择需要同时考虑技术因素和经济因素。对于需要拆卸的产品，拆卸步骤和拆卸程度的确定是逆向物流生产规划中的另一个难题。由于返回产品质量的不确定性，而且非 OEM 回收商又缺乏产品的设计信息，还要考虑技术可行性和经济效益，使得拆散的步骤和程度都难于确定。电子产品的拆卸顺序不等于装配的逆过程，有的拆卸过程会对产品造成毁坏，给拆卸带来了新的问题。逆向物流生产规划的另一个难题就是再制造的生产调度问题，以及车间和生产线布局问题。
3. 库存控制：库存是连接返回、回收与需求的关键环节，库存控制是逆向物流的一个重要研究领域。逆向物流库存系统如图 1-3 所示。逆向物流库存控制策略必须把返回产品流整合到物料需求计划（MRP）中来。对于专门从事产品回收的企业来说，只需购买（或收集）废弃产品作为原材料（即废弃产品是他们唯一的原材料来源），他们可以依赖传统的库存控制策略来管理其物料需求计划。而对某些

原始设备制造商来说,一方面把返回的废旧产品作为其新产品的毛坯,另一方面还需采购(或生产)新毛坯来满足生产需要。生产物料补充方式的多样性、以及产品返回的不确定性使得生产物料需求计划变得更复杂,传统的库存控制理论已不再适用这种情况,需建立新的库存控制理论。

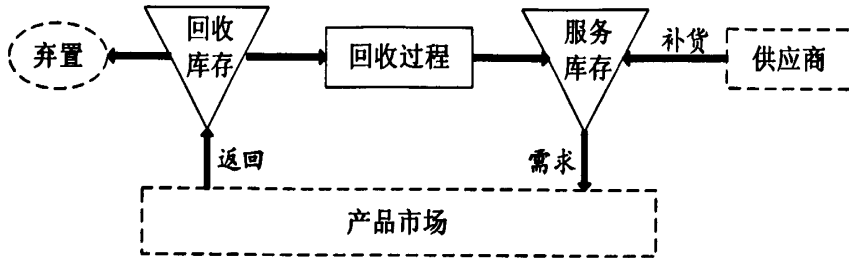


图 1-3 逆向物流的库存系统示意图
Fig. 1-3 The inventory system of reverse logistics

1.5 逆向物流库存控制

库存是平衡生产和需求矛盾的关键环节,合理的库存控制对商业组织的顺畅运作至关重要。对于传统物流系统而言,库存控制的核心是通过控制补货时机和补货批量的控制来使得系统的相关库存成本之和最低,这些库存成本包括固定补货成本、可变补货成本、持有成本以及缺货成本等。而对于逆向物流库存控制系统来说,不仅需要考虑补货的时机和数量,还要考虑过多返回产品的弃置处理。

以前面提到的 CA 公司为例来描述逆向物流库存控制的研究内容。对于某型号的计算机产品,CA 公司需要持有一定数量的存货以满足随时可能发生的客户需求。库存越高,顾客需求越能及时得到满足,但资金积压和持有成本越高;库存越低,资金积压和持有成本越低,但越容易导致缺货、顾客需求无法及时满足。CA 公司某型号产品的库存有两种补充方式:一种是客户返回的产品,另一种是向外采购新产品。在两次相邻的补货之间,该型号产品库存量的变化具有多样性:客户的需求使得库存量下降,客户将产品归还使得库存量增加。CA 公司的库存控制一方面需要考虑新产品的补货时机和数量,另一方面需要考虑多余返回产品的弃置处理。

如图 1-3 所示,逆向物流库存控制系统由两个库存点构成:一个是回收库存,用来保存返回的产品;另一个是服务库存,用来保存可以满足市场需求的成品。该库存系统有两个输入:返回和补货;两个输出:需求和弃置。服务库存既可以通过回收返回的产品来补充,也可以由补货的新产品来补充(补货可以是向外订货,也可以是自己生产)。为了避免过高的库存,需要对过多的返回产品有计划地进行弃置处理。

对逆向物流库存系统控制的目标是确定最佳的补货时机和数量,以及最佳的多余产品的弃置时机,使得系统的总库存成本最低。总库存成本包括固定补货成本、可变补货成本、持有成本、缺货成本和弃置成本等。

与“正向”物流库存系统相比较,逆向物流库存系统具有以下特点:

- 更多的库存点:与正向库存系统相比,需要更多的库存点来保存回收的产品、拆解后的零部件和等待再制造的产品。这些不同类型的产品都需要独立的库存点来保存,使得库存系统的结构要比正向库存系统更复杂。
- 更多的不确定性:在正向库存系统中,一般只考虑需求的不确定性。对于逆向物流库存系统,还需要考虑产品返回的时间、数量和质量的不确定性,以及产品回收方式的不确定性。
- 更复杂的成本结构:复杂的系统结构性导致了复杂的成本结构。与正向系统相比,逆向物流库存系统还需要考虑更多的库存持有成本、回收成本和检测成本等。
- 回收方式的多样性:产品质量的不确定性导致了产品回收方式的多样性。
- 需求和返回的相关性:在很多情况下,产品的需求和返回具有一定的相关性,需求和返回的相关性主要有以下两种:(1)当一个产品销售后,在市场逗留一定的时间段后将返回;(2)当顾客返回某个产品以后,这个顾客往往会有对同类型新产品的一个需求。
- 各个流程的相关性:逆向物流的各个流程存在着复杂的相关性,譬如,检测、分拆和再制造是相关的,因为检测或分拆过程的输出就是再制造过程的输入。
- 制造和回收的相关性:在逆向物流库存系统中,制造过程和回收过程互相补充,都是生产能满足市场需求的产品。在市场需求一定的情况下,回收过程输出的增加导致制造过程输出的降低。一定的生产资源,譬如劳动力和生产设备,都要被这两个相关的过程分享。

总的来说,与“正向”物流的库存系统相比,逆向物流库存系统具有更多的库存点、更多的不确定性、更复杂的成本结构和更复杂的相关性,这些复杂性增加了逆向物流库存控制的难度。

库存控制是物料需求计划(MRP)中的关键内容,也是供应链管理中的一项重要内容。从最初的“经济补货批量”模型开始^[20,21],人们一直没有停止对库存控制的研究。根据系统结构不同,传统库存系统可以分为单级库存系统和多级库存系统。传统单级库存系统的研究相对简单,不论是模型分析^[22-43],还是算法研究^[27,40,44-52],都比较多。传统多级库存系统的研究比较复杂,随着人们对供应链管理的重视和信息技术的发展,传统多级库存系统的研究也取得了很大的进步^[53-76]。

逆向物流库存系统的数学建模存在两个难点：第一，系统的高度不确定性、以及库存水平变化的多样性增加了数学建模的难度。第二，复杂的系统结构和系统流程增加了控制对象。目前对逆向物流库存控制的研究主要集中在定性的讨论上^[4, 6, 10-15, 77, 78]，很少有定量的分析。本论文将从定量数学分析的角度，对逆向物流的库存控制系统进行建模和控制。

1.6 国内外研究现状

从上个世纪六十年代开始，许多学者相继对逆向物流库存控制展开理论研究和实践分析。对逆向物流库存控制的理论研究是本文的重要内容。根据研究对象的特征，已有的研究可分为确定性模型和随机性模型。借助正向物流库存控制理论的分类方法，随机性模型可进一步分为周期性盘点模型和连续性盘点模型。

1.6.1 确定性模型

确定性模型假设系统的各项参数都是确定的，具体的说，就是任意时刻的需求量和产品返回量都可以提前确定。对于确定性模型而言，其控制目标主要是平衡可变持有成本和固定补货成本，使得系统的单位时间总成本最低。这种核心思想和经典库存理论的“经济补货批量”不谋而合，所以一些学者就将经典库存理论的“经济补货批量”延伸到逆向物流的确定性库存模型的控制中。

Schrady^[79]早在 1967 年就提出了一个确定性模型来研究逆向物流的库存控制。Schrady 假设需求率和返回率都是确定的，补货提前期和回收提前期都是固定的。Schrady 的模型考虑了固定的补货成本和回收成本、线性的可变库存持有成本。基于“净需求”（需求减去返回）的概念，Schrady 确定了一个类似经典 EOQ（经济补货批量）公式的最佳补货批量和回收批量。

Mabini^[80]在 1992 年延伸了 Schrady 的研究，Mabini 提出的模型允许一定的缺货，并考虑了多种产品同厂修复的情况。Mabini 进一步提出了这些模型的数值解法。据我们所知，很少有研究考虑了多种产品的同厂修复的情况。

Richter^[81-83]给出了一个与 Schrady^[79]等价的模型，Richter 推导了最优控制参数的解析表达式，并进一步研究了返回率对最优控制参数的影响。

以上所有的研究都有一个共同点：都是在给定的策略下，研究参数的优化过程，而没有考虑策略本身的最优性。目前几乎没有研究考虑确定性模型控制策略的最优性。确定性模型假设系统的各项参数都是确定的，不能真实反映逆向物流库存系统的高度不确定性。

1.6.2 随机性模型

因为产品返回时间、数量和质量具有高度的不确定性,所以很多学者提出了更符合实际情况的随机模型。这些随机模型基本都假设返回过程和需求过程是相互独立的、参数已知的随机过程(譬如泊松过程)。

和正向物流库存控制理论一样,逆向物流随机库存控制模型也可以分为周期性盘点模型和连续性盘点模型。

1.6.2.1 周期性盘点模型

周期性盘点是在一些事先确定的时间点查看库存系统的状态,并根据查看到的库存状况作出控制决策。与连续性盘点方式相比,周期性盘点方式的工作量要和管理成本都要低,比较适合一些需求量大、价值低的常规货物的管理。

Cohen 等人^[84]较早采用了周期性盘点方式来控制一个回收库存和服务库存重合的系统(即返回产品可以直接再使用)。他们假设一定比例的销售产品将在固定的时间段后返回。他们控制的目标是要平衡系统的持有成本和缺货成本,并没有考虑固定补货成本。Cohen 等人证明了在一定的假设条件下“基库存”策略是最优的。由于 Cohen 等人的策略并没有考虑多余返回产品的弃置处理,所以当产品返回率高于需求率时其策略就不再具有最优性。

Kelle 和 Silver^[85]给出了一个类似 Cohen 等人^[84]的模型,并考虑多固定补货成本。基于每个补货周期的“净需求”,Kelle 和 Silver 推导出了一个“机会约束”的整数规划模型。他们进一步给出了一种近似方法可以将原问题转化为经典多周期动态规划问题^[25]。

Fleischmann^[86]对传统的单级库存模型进行扩展,假设需求既可以为正数也可以为负数。基于如上的假设,Fleischmann 将有产品返回的单级库存系统简化为一个等价的传统单级库存系统,并采用 (s, S) 策略(该策略具体内容可以参考附录 4)来控制该系统。Fleischmann 证明了传统的优化算法能用来确定 (s, S) 策略的最优控制参数,并进一步通过数值算例考察了产品返回对系统的影响。

以上研究都针对单级的库存模型,即回收库存和服务库存重合的情况。后来的一些研究开始侧重于多级系统的分析。

Simpson^[87]首先区分了回收库存和服务库存,考虑了一个多级的库存系统。Simpson 提出了一个具有三个参数的策略来分别控制补货、修复和弃置。Simpson 研究的目的是要平衡从返回中得到的材料节约收益和因此增加的额外的持有成本,但没考虑固定成本和提前期。

Inderfurth^[88, 89]基于并延伸了 Simpson 的工作,研究了补货提前期和修复提前期对库存系统的影响。Inderfurth 的研究表明提前期是影响最优控制策略的决定性因素:当补货提前期和修复提前期相等时,可以得到和 Simpson 一样的结果;当补货提前期和修复提前期不相等时,该系统最优控制策略的复杂程度将随着两个提前期差别的增加而增加。

Mahadevan 等人^[90]基于传统库存策略,采用了一个周期性盘点的“推动”策略同时对修复和补货进行控制。在传统的近似库存管理的基础上发展了三个启发性的方法,且这三种启发性方法的精确性是比较高。由于没有考虑弃置,他们提出的策略只适用于返回率低于需求率的情况。

1.6.2.2 连续性盘点模型

连续性盘点是对系统的库存水平连续不间断地进行监控,并根据实时监控得到的状态作出补货或修复的决策。由于连续性盘点要不间断地对库存状态进行监控,所以其管理工作量和成本要高于周期性盘点方式。对于一些贵重的、特殊的货物一般采用连续性盘点模式实现精细管理。与周期性盘点方式相比,连续盘点方式因不间断地对系统库存状态进行监控,所以更精细、更准确,同时也增加了库存管理的难度和工作量。近年来,随着信息技术(譬如信息采集方式,数据交换、存储和处理)的高速发展,极大地简化了连续性盘点的工作量和管理成本,所以连续性盘点方式成为库存控制发展的一种趋势。

Sherbrooke^[91]早在 1968 年就提出了一个 METRIC(multi-echelon technique for recoverable item control)模型对可修复产品的库存进行控制。在 METRIC 模型中,整个库存系统由一个服务中心和数个基地组成。一旦某个基地的某台设备出现故障,该失效的设备可以在基地被修复的概率为 r , 需要送往服务中心进行修复的概率为 $1-r$ 。当基地把一个失效的设备送往服务中心进行修复,同时要求服务中心向该基地发送一个相同型号的完好设备。METRIC 模型中,服务中心和各个基地都采用 $(S-1, S)$ 的库存策略 $[(s, S)$ 策略的一种特例, 其中 $s = S-1$], 目标是要在满足一定服务水平的前提下,使得系统的总投资最小。METRIC 模型只考虑单产品类型产品的库存管理。基于 Sherbrooke 的 METRIC 模型,许多学者开始研究多种产品修复系统的库存控制,如 VARI-METRIC 模型^[68, 74, 92]、MOD-METRIC 模型^[70]和 DYNA-METRIC 模型^[93]。上述的模型都是采用 $(S-1, S)$ 的库存控制策略,也就是说设备的补货过程是逐个进行的。当产品的需求率比较高时,这样的补货频率则过于频繁。如果系统的补货固定费用相对较低,这样的策略是可以接受的;如果系统的补货固定费用相对较高,

则这种逐个补货的 $(S-1, S)$ 策略显然是不恰当的。基于以上的判断, Moinzadeh^[94]提出了一个类似 METRIC 的模型, 考虑了批量订货策略。METRIC 模型开创了对可修复产品库存控制的先河, 但是 METRIC 模型和以上提到的基于 METRIC 模型的都有一个致命的缺陷: 一台设备返回对应一台设备的需求, 导致 METRIC 模型是一个封闭的系统, 即, 系统中设备的总数量是恒定的。然而在实际中, 返回和需求的一一对应是不成立的, 系统中产品的数量往往随着时间的变化而变化, 这就大大限制了 METRIC 模型的实用性。

Heyman^[95]最早研究了需求和返回相互独立的情况。基于传统的库存控制理论, Heyman 给出了一个 (s_p, Q_p) 的策略 (参考附录 2 的 (R, Q) 策略) 来控制一个再制造库存系统。Heyman 假设需求和返回是两个相互独立的泊松过程, Heyman 没有考虑补货提前期、再制造提前期和固定补货成本, 所以得出了订货点 $s_p = 1$ 和 $Q_p = 1$ 的最优补货策略。显然, 在这样的策略控制下, 系统没有安全库存且需要频繁的补货。基于已知的“最优”补货策略, Heyman 引入了一个弃置点 s_d 对返回产品的数量进行控制, 并推导出了最优弃置点 s_d 的解释表达式。

Muckstadt 和 Isaac^[96]延伸了 Heyman 的工作, 考虑了产品的补货提前期和固定补货成本。他们假设回收率为 γ , 市场需求率为 λ ($\gamma < \lambda$), 所有回收的产品都需要维修, 维修的产品不能满足市场需要而要进行外部采购, 且需求和返回是两个相互独立的泊松过程。采用了一个连续盘点的 (Q, r) (Q 为补货批量, r 为补货点) 模型对系统的库存进行控制。该文章的目的是如何确定 Q 和 r 的值使得目标函数即总成本的最低, 这些成本包括固定的采购成本、保存成本和缺货成本。在确定最优补货参数的时候, Muckstadt 和 Isaac 假设是净库存近似服从正态分布, 且给出了最优控制参数的推导过程。Fleischmann^[97]基于 Muckstadt 和 Isaac^[96]、Federguen 和 Zheng^[44]的工作, 提出了一种高效的算法来确定 (Q, r) 策略的最优控制参数。

Van der Laan 等人^[98-102]针对制造/再制造混合库存系统的控制做了大量的研究工作。Van der Lann 等人^[99]基于 Muckstadt 和 Isaac^[96]的工作, 给出了两种近似的方法来分析 (R, Q) 策略 (R 为补货点, Q 为补货批量)。大量的数值算例表明, Van der Lann 等人^[99]的近似方法在某些情况下要比 Muckstadt 和 Isaac^[96]的近似方法更精确。Van der Lann 等人^[99]把弃置过程考虑到策略中来, 把 (R, Q) 策略延伸为 (R, Q, N) 策略 (N 为回收库存容量), (R, Q, N) 策略的弃置是由回收库存的容量 N 所决定。他们直接把 (R, Q) 策略得到的最优补货参数作为 (R, Q, N) 策略的补货参数。在确定最优回收库存的最优容量 N 时, 他们把回收库存的输出近似为一泊松过程, 并假设系统的缺货期望不受 N 的影响。Van der Lann 等人^[98]提出并分析了三种不同的控制策略, 并通过

大量的数值算例来比较这三种不同的策略。Van der Lann 等人^[98]给出的分析从理论上是精确,但其数学计算过程非常复杂和繁琐,且牵涉到无穷项的相加,在实际计算过程中,对无穷项的截取影响了计算结果的精度。Van der Lann 等人^[100-102]进一步提出了所谓的“推动”和“拉动”策略来控制制造/再制造混合库存系统。尽管“推动”和“拉动”策略不是最优的,但是比较容易实现。“推动”和“拉动”策略已经成功应用在荷兰一家复印机生产企业。由于补货策略仅仅是基于“服务库存”的,具有一定局限性。在“推动”和“拉动”策略的基础上,他们还考察了提前期对系统的影响。Inderfurth 和 Van der Lann^[103]也考察了提前期对系统的影响,并研究了如何提高控制策略。

Dobos^[104]巧妙地应用了现代控制论中的方法来解决逆向物流中的库存管理问题。其做了以下一些假设:需求是一个已知的连续函数,回收率也是一个给定的函数。系统存在两个库存,一个是回收库存,另一个是服务库存。系统模型有两个状态变量(分别是两个库存的水平),三个控制变量(生产、再生产和处理的比率)。系统的目标函数是使两个库存的平方差和生产、再生产、处理平方差的总和最小。

1.7 研究问题和论文结构

1.7.1 研究内容

在现有的国内外对逆向物流的研究中,案例分析和定性研究普遍存在以下的问题:(1)缺少具有普遍意义的数学模型;(2)近似计算多,少有精确计算方法;(3)缺乏控制参数优化方法。本文将针对以下几个问题对逆向物流的库存控制系统进行定量研究:

1) 库存控制策略

针对传统库存控制策略存在的问题,研究能有效控制逆向物流库存系统的策略。

2) 逆向物流系统中的不确定性建模和系统稳态表现计算

本文基于一般的统计规律,假设产品返回和需求是相互独立的泊松过程,并把系统库存水平建模成具有遍历性的马氏过程,并通过求解马氏过程来获得系统的稳态表现。考虑到产品回收方式的随机性,本文假设产品完成回收时间服从负指数分布,从而把回收车间建模成随机伺服系统(也称排队系统),并根据排队论对回收库存进行分析。

3) 控制参数的优化

由于系统的目标函数是非线性的整数规划问题,所以很难找到最优控制参数的解释表达式。根据不同的库存控制策略和目标函数的特征,本文将给出几种不

同的控制参数优化方法。

4) 产品返回过程对系统最优总成本的影响

存在产品返回过程是逆向物流库存系统和正向库存系统的根本区别，所以本文一方面通过理论研究来分析产品返回的影响，另一方面通过数值算例分析来考察产品返回的影响。

1.7.2 论文结构

本学位论文的撰写遵循从简单到复杂、从理论到实验的思路。全文分为五章，其结构大致如下：

第一章绪论，论述研究背景、意义和国内外研究现状，对逆向物流库存系统的复杂性进行分析，提出本学位论文重点解决的问题。

第二章对逆向物流单级库存系统进行理论研究和分析。提出 (R, Q, S_d) 策略，并研究给定策略控制下系统的稳态表现和参数优化方法。将理论分析和案例研究相结合，分析产品返回对系统的影响和最优控制参数的鲁棒性，并将 (R, Q, S_d) 策略和传统的 (R, Q) 策略进行比较。

第三章对逆向物流多级库存系统展开研究，提出 (R, Q, N) 和 (R, Q, S_d) 策略，研究系统稳态计算和参数优化方法，并给出了相应的算例。

第四章基于传统经济批量排产（ELSP）理论，采用公共周期法对制造、再制造共线生产经济批量排产问题展开理论研究和数值分析。

第五章是本学位论文的工作总结以及对将来研究方向的展望。

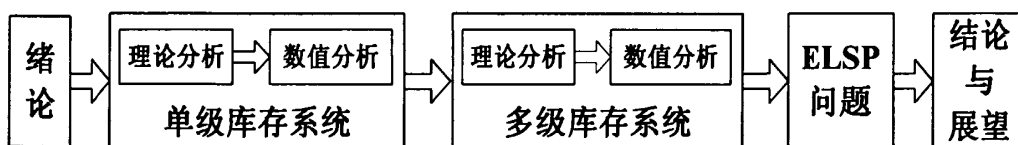


图 1-4 学位论文结构示意图

Fig. 1-4 The layout of the dissertation

第二章 逆向物流单级库存系统研究

2.1 引言

传统库存控制理论依据结构特征将库存系统分为单级库存系统 (single-echelon inventory system) 和多级库存系统 (multi-echelon inventory system)^[58, 105-117]。单级库存系统是复杂多级系统的基本构成单元, 对单级库存系统的一些研究成果能延伸到多级库存系统。根据循序渐进的思路, 本章对逆向物流单级库存系统展开研究, 在后续章节将对多级库存系统展开研究。本文研究的单级库存系统满足以下两个条件:

- 不同类型产品的库存控制相互独立;
- 系统只存在一个可存放产品的库存点。

本学位论文研究的单级库存系统可以理解为单个库存点的单种产品的库存。

2.2 概述

首先以 SONY 公司 CRT 显示器再制造为例介绍逆向物流单级库存系统。CRT 显示器的使用寿命一般为 3~4 年, 而 CRT 显示器的重要零部件——阴极射线管的寿命约为 8~10 年, 所以从淘汰的 CRT 显示器上拆下来的阴极射线管往往还可以直接应用于同类 CRT 显示器的再制造。SONY 公司在美国设有一个 CRT 显示器再制造中心, 再制造的 CRT 显示器存在相应的市场。再制造中心根据市场需求的随机变动及时调整生产计划, 从而将 CRT 显示器的随机需求传导为阴极射线管的随机需求。SONY 公司需要保持一定的阴极射线管库存, 以保证再制造生产的顺畅运营。再制造中心的阴极射线管的库存可以通过两种方式得到补充: (1) 拆解废弃的 CRT 显示器, 本文称之为“返回”; (2) 向供应商补货获得, 本文称之为“补货”。再制造中心的阴极射线管库存量存在两种变化趋势: “返回”导致库存上升, “需求”导致库存下降。“需求”是随机的再制造生产过程的需求。因为法律的强制要求, 再制造中心对过多的返回产品是不能拒绝的, 只能对其进行弃置处理。对阴极射线管弃置处理方式有: 转让给其他再制造商或维修商、或销售到二级零部件市场, 甚至焚烧或者掩埋。CRT 显示器再制造中心阴极射线管的库存控制需要考虑两个方面: 一方面是补货的时机和数量, 另一方面是对过多的返回的产品的弃置处理。补货时需考虑补货点和补货批量的选择: (1) 补货点: 补货点越高, 再制造过程因缺货而停产的概率越小, 但持有成本越高; 补货点越低, 持有成本越低, 因缺货而停产的概率越

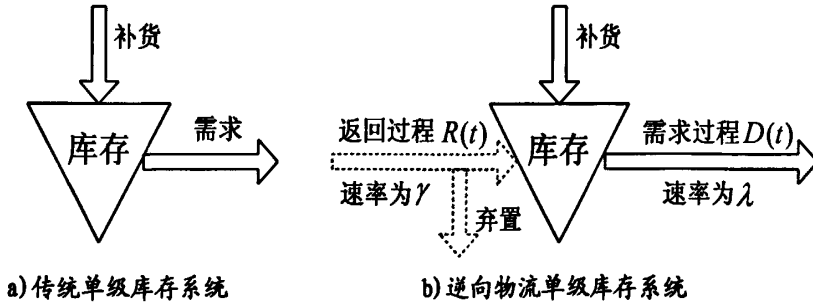


图 2-1 逆向物流单级库存系统和传统单级库存系统的结构比较

Fig. 2-1 The inventory system of reverse logistics V.S. traditional inventory system

大。(2) 补货批量：补货批量越小、补货频率越高，持有成本越低，但固定补货成本越高；补货批量越大、补货频率越低，固定补货成本越低，但持有成本越高。返回产品过多时，为了避免过多的库存，需要对多余的产品进行弃置处理。

SONY 公司 CRT 显示器再制造中心的阴极射线管的库存系统如图 2-1-b 所示，逆向物流单级库存系统存在如下的业务流程：

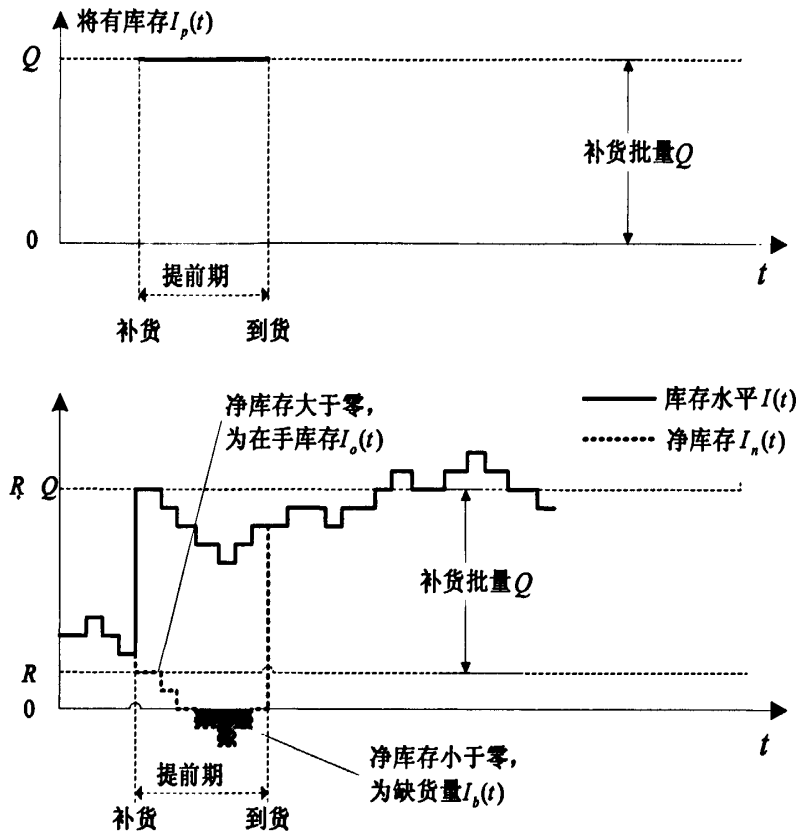
- 产品返回：返回的产品能被直接再使用，能和新产品一样满足生产（或市场）需求；产品返回的时间和数量具有高度的随机性。
- 产品需求：生产（或市场）对产品的需求时间和数量也具有高度的随机性。
- 补货：返回产品不足以满足需求时，需要向供应商补货。补货不仅需要支付单个产品的购买成本，每次补货还存在一定的固定成本。从补货订单发出到货物实际到达需要一定的提前期。
- 弃置：弃置是对多余的返回产品的资源化处理。弃置处理方式有转让、销售到二级市场，拆解为零部件再利用，甚至焚烧或者掩埋等。
- 缺货：没能及时满足的需求延期交货，延期交货的产品需要按数量和延期的时间支付一定的缺货费用。
- 库存状态参数：库存状态参数包括现有库存、缺货量、净库存、将有库存、库存水平等。相关库存状态参数的详细说明可以参考 2.2.1.1。
- 库存成本：相关的库存成本包括补货成本、持有成本、回收成本、缺货成本、弃置成本等。相关成本参数的详细说明可以参考 2.2.1.2。

2.2.1 系统参数说明

2.2.1.1 库存状态参数说明

相关的库存状态参数有：

- $I_o(t)$ ：现有库存（on-hand inventory），是指库存点所拥有的实际库存量。

图 2-2 (R, Q) 策略控制下系统库存状态参数示意图Fig. 2-2 The illustration of the parameters of the inventory system under (R, Q) strategy

- $I_b(t)$: 缺货量 (back-order), 是指因缺货未能暂时满足、延期交货的需求。
- $I_n(t)$: 净库存 (net inventory), 净库存是一个衍生概念, 数值上等于现有库存减去缺货量, 即

$$I_n(t) = I_o(t) - I_b(t) \quad (2.1)$$

现有库存和缺货量不能同时存在: 如现有库存为正, 则缺货量为零; 反过来, 如果缺货量为正, 则现有库存为零。净库存可以为正也可以为负: 如净库存为正, 则净库存等于现有库存; 如净库存为负, 则净库存等于缺货量的相反数。即:

$$I_o(t) = \text{Max} [I_n(t), 0] \quad (2.2)$$

$$I_b(t) = \text{Max} [-I_n(t), 0] \quad (2.3)$$

- $I_p(t)$: 将有库存 (outstanding order), 也称为在途库存, 是指已经发出补货请求但暂时还未到达的补货。

- $I(t)$: 库存水平 (inventory position), 库存水平是一个衍生的概念, 等于净库存和将有库存之和, 也等于现有库存减去缺货量再加上将有库存, 即:

$$I(t) = I_n(t) + I_p(t) = I_o(t) - I_b(t) + I_p(t) \quad (2.4)$$

- τ : 补货提前期 (lead-time), 是指从发出补货请求至货物实际到达所经历的时间段。这个时间段包括商品的生产、配货、运输等过程。提前期有可能是固定的, 也可能是随机的。提前期是影响供应链上下游节点之间协作效率的一个非常关键的因素, 提前期越稳定、越短, 则供应链的效率越高。
- $R(t)$: 返回过程 (见图 2-1-b), 本文设 $R(t)$ 是参数为 γ 的泊松过程; $R(t-\tau, t]$ 为时间段 $(t-\tau, t]$ 返回的产品数量, 服从参数为 $\gamma\tau$ 的泊松分布, 即有:

$$P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} R(t, t+\tau) = r\right\} = \frac{(\gamma\tau)^r}{r!} e^{-\gamma\tau} \quad (2.5)$$

- $D(t)$: 需求过程 (见图 2-1-b), 本文设 $D(t)$ 是参数为 λ 的泊松过程; $D(t-\tau, t]$ 为时间段 $(t-\tau, t]$ 需求的产品数量, 服从参数为 $\lambda\tau$ 的泊松分布, 即有:

$$P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} D(t, t+\tau) = d\right\} = \frac{(\lambda\tau)^d}{d!} e^{-\lambda\tau} \quad (2.6)$$

- $Z(t)$: 有效返回过程, 指被系统接受的返回过程, 是与系统库存水平 $I(t)$ 和返回过程 $R(t)$ 相关的随机过程。 $Z(t-\tau, t]$ 为时间段 $(t-\tau, t]$ 返回的、并被系统接受的产品数量。
- ρ : 返回强度, 指返回率和需求率的比值, 即 $\rho = \gamma/\lambda$ 。

为方便读者对上述参数的理解, 本章以 (R, Q) 策略为例, 对各参数的物理意义予以说明, 见图 2-2。

2.2.1.2 成本参数说明

库存控制的核心是成本计算和优化, 逆向物流库存控制系统的相关成本有:

- 补货成本: 当进行货物补充时发生的相关的成本。补货成本主要由两块组成: 固定补货成本和可变补货成本。(1) 固定补货成本是与补货相关的初期费用, 固定补货成本是一次性的, 与补货量的多少无关。(2) 可变补货成本与补货量的大小成正比, 也可以理解为单位产品的购买价格。
- 持有成本: 当货物被保存在库存点时会带来各种费用, 相关的费用之和被称为持有成本。首先是资金占用成本, 一般来讲, 保存在库存点的货物会占用一定的资金, 如果这些被占用的资金投入在其他的项目, 则可能产生一定的收益, 在经济学上, 这个资金占用成本也叫机会成本。其他的成本包括货物

存贮过程中的资源消耗：如水、电、场地租金等；货物损失：如变质、贬值、过期、失窃等；货物保管：如搬运、包装、检查等。

- **缺货成本：**库存的主要目的是能及时满足随机的需求，一旦需求因缺货而无法及时满足就会产生相应的成本。这些成本包括由于失去销售机会而造成的损失，因缺货导致信誉受损而失去潜在的客户、或导致生产线停产等。当出现缺货而需求无法及时满足时，一般有两种处理方法：一种是缺货不补，失去销售机会，客户通过其他途径得到满足；另一种是延期交货，客户的需求可以等待补货到来时再得到满足。当缺货时，以上的两种处理方式都会带来相应的成本。虽然缺货成本很难精确地确定，但是许多学者经过大量的市场调查和统计分析，发现缺货成本大致是持货成本的 5~10 倍^[118]。
- **回收成本：**回收成本是指产品被回收并恢复原有价值时所产生的成本。回收成本和补货成本一样，也主要包括固定回收成本和可变回收成本。固定回收成本包括批量的运输成本、批量的产品修复成本等。可变回收成本与回收的产品数量成正比，包括单位产品的购回成本、单位产品的修复成本等。
- **弃置成本：**弃置成本是对产品进行弃置处理时产生的成本。弃置成本可以为正，也可以为负。譬如：当对无法再使用的产品进行焚烧或掩埋时，需要支付一定的处理费用，这时弃置成本为正；当把多余的返回产品销售给其他回收商时，可以获得一定的销售收益，这时弃置成本为正。

相关库存成本参数的符号定义见表 2-1。

表 2-1 单级库存系统的成本参数定义

f_p	每次向外补货的固定成本；
c_h	单位产品单位时间的持有成本；
c_b	单位产品单位时间的缺货成本；
c_r	单位产品的回收成本；
c_p	单位产品的补货成本；
c_d	单位产品的弃置成本。

2.2.2 系统结构特征

图 2-1 给出了逆向物流单级库存系统和传统单级库存系统的结构对比。传统的单级库存系统由一个输出（需求）、一个输入（补货）和一个库存点构成（见图 2-1-a），而逆向物流单级库存系统由两个输出（需求和弃置）、两个输入（返回和补货）和一个库存点构成（见图 2-1-b）。与传统库存系统相比，逆向物流库存系统增加一个输入

(即返回)和输出(即弃置),所以系统结构更复杂。因为产品弃置归根到底是由产品返回过多引起的,所以存在产品返回是逆向物流库存系统与传统库存系统的根本区别。本章提出的单级库存模型可以广泛适用于返回产品可以直接再使用情况,譬如可再使用的包装和饮料瓶、出租设备、返回的多余订单等。

2.2.3 系统假设

本章的研究重点是对图 2-1-b 所描述的逆向物流单级库存系统提出恰当的控制策略,并对之进行数学建模和定量分析。因为数学模型必须反映研究对象的本质特征,同时又必须确保数学分析的可行性,所以在建模过程中要把研究对象的本质特征及其关系反映进去,把非本质的、对反映客观真实程度影响不大的因素忽略。基于传统库存控制理论和逆向物流库存系统具有高度不确定性的特点,本章对图 2-1-b 所示的逆向物流单级库存系统做如下的假设:

- 返回的产品能被直接再使用,能和新产品一样满足同样的市场需求;
- 产品的返回过程和需求过程是相互独立的泊松过程(泊松过程的定义可以参考附录 3),参数分别为 γ 和 λ ;
- 补货提前期是固定的;
- 未能及时满足的需求延期交货,延期交货的产品需按数量和延期时间支付一定的缺货费用。

基于以上假设,图 2-1-b 所示的逆向物流单级库存系统可建模成随机伺服系统。

如果要考虑产品返回过程和需求过程的相关性,就必须知道产品在市场逗留时间的分布和该产品的市场的拥有量。因为对某种产品在市场上的数量和使用时间长短的监控是非常困难的,且产品的返回和需求过程在统计特性上具有独立性,所以本文假设需求和返回是相互独立的泊松过程。本文的重点是考察产品返回对库存控制的影响,所以假设补货提前期是固定的,不再讨论随机的补货提前期^[37, 119]。许多库存模型采用事先设置的服务水平来限制控制策略和控制参数的选择^[58],而本文将采用一种等价的方法——通过缺货成本的约束来保证一定的服务水平,后续章节内容可以体现这两种方法的等价性。

2.2.4 库存控制目标函数

库存控制的核心目标是:确定最优的补货时机和补货批量,使得系统的相关库存成本之和最小。本文提出的模型考虑了固定补货费用,持货成本和缺货成本等。值得指出的是:在传统库存控制中,控制策略的选择不会影响可变的补货成本;而对于逆向物流库存系统,控制策略的选择会影响可变的补货成本。对于给定的控制策略和控

制参数, 逆向物流单级库存系统单位时间总成本的期望可以表达为:

$$\begin{aligned}
 C = & f_p \times \{\text{单位时间内平均补货次数}\} \\
 & + c_h \times \{\text{任意时刻系统现有库存的期望}\} \\
 & + c_b \times \{\text{任意时刻系统缺货量的期望}\} \\
 & + c_r \times \{\text{单位时间内回收的产品数量的期望}\} \\
 & + c_p \times \{\text{单位时间内补货的产品数量的期望}\} \\
 & + c_d \times \{\text{单位时间内弃置的产品数量的期望}\}
 \end{aligned} \quad (2.7)$$

在接下来的工作中, 首先需要计算出给定策略控制下系统的稳态极限表现和单位时间系统总成本的期望, 然后再确定最优控制参数使得总成本的期望(2.7)最小。

2.2.5 库存控制策略概述

库存控制的首要任务是提出合理的控制策略, 然后才能开展成本计算和优化。对于逆向物流的库存系统, 产品的需求过程和返回过程是库存管理者所无法控制的随机过程, 管理者只能通过控制补货时机、数量以及弃置时机来掌握库存系统的运行成本。常用的库存控制策略可以分为连续性盘点策略和周期性盘点策略^[120]。相比周期性盘点策略, 连续性盘点策略需要时时跟踪库存状态的变化, 所需信息量和工作量都很大, 但更精细。近年来, 随着信息技术的发展, 对库存状态进行连续监控的工作量和成本都得到了极大的降低, 且连续性盘点策略能清晰地对补货提前期和返回产品的随机回收时间进行建模^[101], 所以连续性盘点策略近年来得到了越来越多的重视。根据这种发展趋势, 本章将重点研究两种连续性盘点策略在逆向物流库存单级库存控制系统中的应用: 一种是传统的 (R, Q) 策略; 另一种是基于传统 (R, Q) 策略、并考虑多余产品弃置的 (R, Q, S_d) 策略。

2.3 (R, Q) 策略分析

Muckstadt 和 Issac^[96]基于产品返回和需求是相互独立, 对面向逆向物流的 (R, Q) 进行研究, 但是他们的研究都是采用了近似的方法。本章基于 Muckstadt 和 Issac 的研究, 对面向逆向物流的 (R, Q) 策略的稳态表现和参数优化进行深入和系统的研究。 (R, Q) 策略运行过程如下: 一旦库存水平下降到补货点 R , 系统立即发出数量为 Q 的补货请求, 补货在经过时间长度为 τ 的提前后到达库存点。 (R, Q) 策略控制下逆向物流单级库存系统的状态参数变化如图 2-2 所示, 系统库存水平 $I(t)$ 的状态空间为:

$$S_1 = (R+1, R+2, \dots, \infty) \quad (2.8)$$

库存水平的状态空间(2.8)可以做如下解释:

- 系统的库存水平不会低于 $R+1$ 是因为：当系统的库存水平等于 $R+1$ 时，一个需求会引发系统的一次补货，并使得系统的库存水平上升到 $R+Q$ 。
- 如不断有产品返回而无需求产生，则系统库存水平可能不断增加到无穷大。

(R, Q) 策略控制下的传统库存系统的库存水平的状态空间是有限的，而 (R, Q) 策略控制下，逆向物流单级库存系统的库存水平的状态空间是无限的。由于 (R, Q) 策略没有考虑多余返回产品的弃置处理，当返回率接近或超过需求率时， (R, Q) 策略控制下系统库存水平的期望会爆炸式增加。所以 (R, Q) 策略只适用于返回率相对较低的情况（即 $\gamma < \lambda$ ）。 (R, Q) 策略控制下，单位时间系统总成本的期望可以表达为：

$$C(R, Q) = f_p \frac{\lambda - \gamma}{Q} + c_r \gamma + c_p (\lambda - \gamma) + c_h E \left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_o(t) \right] + c_b E \left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_b(t) \right] \quad (2.9)$$

式(2.9)右边各项依次为：单位时间的固定补货成本、可变回收成本、可变补货成本、持有成本和缺货成本。因 $I_n(t) = I_o(t) - I_b(t)$ ，所以式(2.9)又可以改写为：

$$C(R, Q) = f_p \frac{\lambda - \gamma}{Q} + c_r \gamma + c_p (\lambda - \gamma) + c_h E \left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t) \right] + (c_h + c_b) E \left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_b(t) \right] \quad (2.10)$$

与(2.9)相比，式(2.10)的计算量要少，这一点在后续章节的内容中可以得到体现。

2.3.1 系统稳态极限表现分析

随机库存模型的一个难点就是给定策略控制下系统单位时间总成本期望的计算。获得(2.9)或(2.10)表示的总成本期望的核心是计算出系统的稳态极限表现（关键是现有库存期望和缺货期望）。在 Muckstadt 和 Issac^[96]研究的基础上，本小节对 (R, Q) 策略控制下逆向物流单级库存系统的稳态极限表现进行分析。根据 (R, Q) 策略的定义可以给出下面的定理：

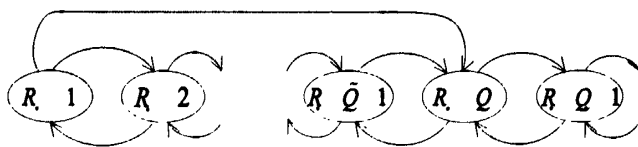
定理 2.1: 在 (R, Q) 策略控制下，逆向物流单级库存系统的库存水平 $I(t)$ 是稳态的、遍历的马尔可夫过程。

定理 2.1 的证明见附录 1。

设 q_{ij} 为系统库存水平 $I(t)$ 从状态 $i \in S_1$ 到状态 $j \in S_1$ 的转移速率，则所有的非零状态转移速率可以表达为：

$$q_{ij} = \begin{cases} \gamma, & j = i+1, i \geq R+1 \\ \lambda, & j = i-1, i \geq R+2 \\ \lambda, & i = R+1, j = R+Q \end{cases} \quad (2.11)$$

(R, Q) 策略控制下系统库存水平 $I(t)$ 的状态转移速率如图 2-3 所示。式(2.11)的状态转移速率可以作如下解释：

图 2-3 (R, Q) 策略控制下系统库存水平的状态转移速率示意图Fig. 2-3 The transition rates of inventory position under (R, Q) strategy

- 当一个产品返回时, 系统的库存水平从 i 上升到 $i+1$, 对应的转移速率为产品返回率 γ ;
- 当库存水平 $I(t) = i \geq R+2$ 时, 一个需求使得系统的库存水平从 i 下降到 $i-1$, 对应的转移速率为需求率 λ ;
- 当库存水平 $I(t) = i = R+1$ 时, 一个需求使得系统发出数量为 Q 的补货请求, 且系统的库存水平从 $R+1$ 上升到 $R+Q$, 对应的转移速率为需求率 λ 。

设 $p_i = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{I(t) = i, i \in S_1\}$, 由于库存水平 $I(t)$ 是具有遍历性的马尔可夫过程, 所以库存水平 $I(t)$ 存在唯一的稳态极限分布 $p = [p_{R+1}, p_{R+2}, \dots, p_{R+Q}, \dots]$, 且稳态极限分布 $p = [p_{R+1}, p_{R+2}, \dots, p_{R+Q}, \dots]$ 满足下面的状态平衡方程组^[121]:

$$p_j q_j = \sum_{i=R+1}^{\infty} p_i q_{ij}, \quad j \geq R+1 \quad (2.12)$$

和规范化方程:

$$\sum_{j=R+1}^{\infty} p_j = 1 \quad (2.13)$$

其中 $q_j = \sum_{i=R+1}^{\infty} q_{ij}$ 。当 $0 \leq \rho < 1$ 时 (即 $\gamma/\lambda < 1$), 通过求解平衡方程组(2.12)和规范化方程(2.13), 可以得到系统库存水平 $I(t)$ 的稳态极限分布:

$$p_{R+i} = \begin{cases} \frac{1-\rho^i}{Q}, & 1 \leq i \leq Q \\ \frac{(\rho^{-Q}-1)\rho^i}{Q}, & i > Q \end{cases} \quad (2.14)$$

值得提出的是, 当 $Q=1$ 时, 该库存系统就简化成为了一个达率为 γ 、服务率为 λ 的标准 $M/M/1$ 的排队系统, 且库存水平的极限分布服从几何分布。根据式(2.14)可以进一步得到库存水平稳态极限分布的期望:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I(t)\right] = R + \frac{Q+1}{2} + \frac{\gamma}{\lambda-\gamma} \quad (2.15)$$

和方差:

$$\text{Var}\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I(t)\right] = \frac{Q^2 - 1}{12} + \frac{\gamma\lambda}{(\lambda - \gamma)^2} \quad (2.16)$$

式(2.14)~(2.16)的结论也可以参考[96]和[97]。在 (R, Q) 策略控制下, 传统库存系统的库存水平是在其有限的状态空间 $S_0 = \{R+1, R+2, \dots, R+Q\}$ 上是均匀分布的^[58]; 而 (R, Q) 策略控制下的逆向物流库存系统的库存水平在其无限的状态空间 S_1 上不服从均匀分布的。基于已知的库存水平的稳态极限分布(2.14), 可以进一步研究系统净库存的稳态极限分布。在传统的库存控制理论中, 库存水平、净库存和提前期内的需求之间有一个非常重要的关系^[58]:

$$I_n(t+\tau) = I(t) - D(t, t+\tau] \quad (2.17)$$

把关系(2.17)推广到相应的逆向物流库存系统为:

$$I_n(t+\tau) = I(t) + R(t, t+\tau] - D(t, t+\tau] \quad (2.18)$$

当 t 给定时, $I(t)$, $R(t, t+\tau]$ 和 $D(t, t+\tau]$ 为三个相互独立的随机变量。对时间取极限有:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t+\tau) = \lim_{t \rightarrow \infty} I(t) + \lim_{t \rightarrow \infty} R(t, t+\tau] - \lim_{t \rightarrow \infty} D(t, t+\tau] \quad (2.19)$$

为了记录的方便, 根据极限的性质, 方程(2.19)可以写为:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} I(t) + \lim_{t \rightarrow \infty} R(t, t+\tau] - \lim_{t \rightarrow \infty} D(t, t+\tau] \quad (2.20)$$

产品返回过程 $R(t)$ 和需求过程 $D(t)$ 是两个相互独立的泊松过程, 根据泊松过程的性质可以得到补货提前内产品的返回数量和需求数量都服从泊松分布:

$$P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} R(t, t+\tau] = r\right\} = \frac{(\gamma\tau)^r}{r!} e^{-\gamma\tau} \quad (2.21)$$

$$P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} D(t, t+\tau] = d\right\} = \frac{(\lambda\tau)^d}{d!} e^{-\lambda\tau} \quad (2.22)$$

其期望和方差为:

$$E\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} R(t, t+\tau]\right\} = \text{Var}\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} R(t, t+\tau]\right\} = \gamma\tau \quad (2.23)$$

$$E\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} D(t, t+\tau]\right\} = \text{Var}\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} D(t, t+\tau]\right\} = \lambda\tau \quad (2.24)$$

根据期望和方差的性质, 可以进一步得到净库存稳态极限分布的期望和方差:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t)\right] = R + \frac{Q+1}{2} + \frac{\gamma}{\lambda - \gamma} + (\lambda - \gamma)\tau \quad (2.25)$$

$$\text{Var}\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t)\right] = \frac{Q^2 - 1}{12} + \frac{\gamma\lambda}{(\lambda - \gamma)^2} + (\lambda + \gamma)\tau \quad (2.26)$$

根据式(2.20), 净库存的稳态极限分布可以计算如下:

$$\begin{aligned}
P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t) = n\right\} &= \lim_{t \rightarrow \infty} P\{I(t) + R(t, t + \tau) - D(t, t + \tau) = n\} \\
&= \sum_{\Omega_1} P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = i\right\} \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} R(t, t + \tau) = r\right\} \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} D(t, t + \tau) = d\right\} \quad (2.27) \\
&= \sum_{\Omega_1} P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = i\right\} \cdot \frac{(\gamma\tau)^r}{r!} e^{-\gamma\tau} \cdot \frac{(\lambda\tau)^d}{d!} e^{-\lambda\tau}
\end{aligned}$$

其中 $\Omega_1 = \{(i, r, d) | i + r - d = n\}$, $i \in S_1$ 且 $r, d \in \{0, 1, 2, \dots\}$ 。基于已知的净库存的稳态极限分布, 则可以求出系统现有库存的期望:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_o(t)\right] = \sum_{n > 0} n P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t) = n\right\} \quad (2.28)$$

和缺货量的期望:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_b(t)\right] = - \sum_{n < 0} n P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t) = n\right\} \quad (2.29)$$

根据现有库存期望(2.28)和缺货量期望(2.29), 就可以根据式(2.9)计算出 (R, Q) 策略控制下单位时间系统总成本的期望。接下来的工作将重点讨论如何确定最优补货点 R^* 和最优补货量 Q^* , 使得单位时间系统总成本的期望最小。

2.3.2 最优控制参数 (R^*, Q^*) 的确定

前面小节已经计算出了 (R, Q) 策略控制下单位时间系统总成本的期望。本小节将讨论如何确定最优补货点 R^* 和最优补货批量 Q^* , 使得单位时间系统总成本的期望最小, 即优化问题:

$$\begin{aligned}
C(R^*, Q^*) &= \text{Min } f_p \frac{\lambda - \gamma}{Q} + c_r \gamma + c_p (\lambda - \gamma) + c_h E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t)\right] + (c_h + c_b) E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_b(t)\right] \quad (2.30) \\
\text{s.t. } & R \in Z, Q \in Z^+
\end{aligned}$$

目标函数(2.30)是一个非线性整数规划问题, 很难获得最优解的解释表达式。根据目标函数的特点和系统稳态特性, 本章将给出两种方法来确定最优控制参数 R^* 和 Q^* 。

2.3.2.1 枚举法

由于目标函数(2.30)是非线性的, 所以经典的用来求解整数规划的分支定界法和隔平面法都不能用来解决该问题。一种最简单也是最直接的方法就是枚举法(也称穷举法), 该方法通过比较每个可行解的目标函数值, 然后确定最优解。然而, 对于目标函数(2.30), 自变量无限的取值范围阻碍了枚举法的应用。通过和对应的传统库存系统比较, 可以找到目标函数(2.30)最优补货点 R^* 和最优补货量 Q^* 的上界和下界。最

优控制参数的上下界确定后,枚举法的搜索空间被限制在一个有限的范围内,不仅能确保得到最优的控制参数,而且能极大地缩小搜索空间和减少计算时间。

在确定(2.30)最优控制参数的上下界之前,首先简述一下相对应的传统的 (R, Q) 库存模型:库存系统面临参数为 λ 需求,该库存系统采用连续盘点的 (R, Q) 控制策略,当库存水平下降到 R 时,系统立即发出数量为 Q 的补货请求,补货请求在 τ 个补货提前后到达。

为了更清晰地对比 (R, Q) 策略控制下的逆向物流单级库存和传统单级库存系统,我们给出了表 2-2。和相对应的传统单级库存系统相比,逆向物流中的单级库存系统增加了一个参数为 γ 的泊松过程的产品返回,库存水平状态空间是无限的。

Federguen 和 Zheng^[44]提出了一种能快速地确定传统 (R, Q) 库存模型的最优补货点和补货量的算法。基于 Federguen 和 Zheng 提出的算法和最“悲观”、最“乐观”的假设,本章将给出最优控制参数 (R^*, Q^*) 的上界和下界。

表 2-2 (R, Q) 策略控制下逆向物流单级库存系统和传统单级库存系统的对比

	逆向物流单级库存系统	传统单级库存系统
控制策略	(R, Q)	(R, Q)
库存水平状态空间	$(R+1, \dots, R+Q, \dots, \infty)$	$(R+1, \dots, R+Q)$
需求	参数为 λ 的泊松过程	参数为 λ 的泊松过程
返回	参数为 γ 的泊松过程	无
提前期	常数 τ	常数 τ

(1) 最优控制参数的上界:

最优控制参数上界的确定基于最“悲观”的假设:产品返回率为零。基于最“悲观”假设,本章所研究的逆向物流单级库存系统就简化成了一个需求率为 λ 的传统单级库存系统。设基于最“悲观”假设简化得到的传统单级库存系统为 SYS_1 ,首先采用 Federguen 和 Zheng 提出的算法来确定 SYS_1 的最优补货点 R_1^* 和最优补货批量 Q_1^* 。单级库存系统 SYS_1 和逆向物流单级库存系统相比,由于没有考虑产品回收,所以可以判断 SYS_1 的最优补货点 R_1^* 和最优补货批量 Q_1^* 分别要大于逆向物流单级库存系统的最优补货点 R^* 和最优补货批量 Q^* 。基于此判断,可以如下构造逆向物流单级库存系统的最优补货点 R^* 和补货批量 Q^* 的上界:

- 最优补货点 R^* 的上界: $R^U = R_1^*$
- 最优补货批量 Q^* 的上界: $Q^U = Q_1^*$

(2) 最优控制参数的下界:

与确定最优控制参数上界的方法类似, 最优控制参数下界的确定基于最“乐观”的假设: 返回和需求一一对应。也就是说, 当一个产品返回时就会引发一个需求。最“乐观”假设大大降低了系统的随机性。基于最“乐观”的假设, 逆向物流单级库存系统被简化成一个需求率为 $\lambda - \gamma$ 的传统单级库存系统。假设基于最“乐观”假设得到的传统库存系统为 SYS_2 。同样, 首先采用 Federguen 和 Zheng 提出的算法来获得 SYS_2 的最优补货点 R_2^* 和最优补货批量 Q_2^* 。基于“乐观”假设得到的库存系统 SYS_2 和原逆向物流单级库存系统相比较: 系统 SYS_2 的需求率等于原系统的净需求率, 但 SYS_2 需求率的随机性要低于原系统, 所以可以判断系统 SYS_2 的最优补货点 R_2^* 和最优补货批量 Q_2^* 分别要小于原系统的最优补货点 R^* 和最优补货批量 Q^* 。基于此判断, 可以如下构造逆向物流单级库存系统的最优补货点 R^* 和最补货批量 Q^* 的下界:

- 最优补货点 R^* 的下界: $R^L = R_2^*$
- 最优补货批量 Q^* 的下界: $Q^L = Q_2^*$

(3) 动态更新最优控制参数的上下界:

大量的数值算例表明:

性质 2.2: 当需求一定时, 最优补货点和最优补货批量随着返回率的增加而降低。

根据性质 2.2, 在实际数值计算过程中, 最优控制参数的上下界可以被动态地更新, 从而可以进一步缩小搜索空间, 提高计算效率。具体过程如下:

- 需求率一定时, 当返回率从 γ_1 上升到 γ_2 ($\gamma_1 < \gamma_2$), 则最优控制参数的上界可以动态地更新如下: $R^U(\gamma_2) = R^*(\gamma_1)$ 和 $Q^U(\gamma_2) = Q^*(\gamma_1)$;
- 需求率一定时, 当返回率从 γ_1' 下降到 γ_2' ($\gamma_1' > \gamma_2'$), 则最优控制参数的下界可以动态更新如下: $R^L(\gamma_2') = R^*(\gamma_1')$ 和 $Q^L(\gamma_2') = Q^*(\gamma_1')$ 。

2.3.2.2 迭代法

前面小节给出了一种确定最优补货点和最优补货批量上下界的方法, 基于最优控制参数的上下界, 采用枚举法对上下界之间的所有可行解根据(2.10)进行计算。枚举法的优点就是简单直接, 其致命的缺点是计算量大, 其计算量会随着变量维数的指数级增加。经过对库存水平稳态极限分布(2.14)的仔细分析, 我们发现了一个非常有用的结果, 利用该结果可以推导出一种能确定最优补货点 R^* 的简单算法, 该算法的特点是: 在补货批量给定的情况下, 在寻找最优补货点的过程中系统的稳态极限表现只需计算一次, 能极大地减少计算量。

(1) 最优补货点的确定:

首先给出定义域在整数 Z 上的离散凸函数的定义。

定义 2.1: 设 $f(x)$ 是定义在整数 Z 上的离散函数, $\nabla f(x) = f(x+1) - f(x)$ 表示 $f(x)$ 的一阶差分函数, $\nabla^2 f(x) = \nabla f(x+1) - \nabla f(x)$ 表示 $f(x)$ 的二阶差分函数。如果 $\nabla^2 f(x) \geq 0$, 则我们可以判断离散函数在整数 Z 上是凸函数。

性质 2.3: 设 Ω 是离散凸集, $f(x)$ 是定义在 Ω 上的离散凸函数, 函数 f 在其定义域 Ω 上的局部极小点就是其全局极小点。

根据定义 2.1 和性质 2.3, 我们可以推导出一种确定最优补货点的简单算法。为表达的简洁, 我们用 $I(\infty)$ 代表 $\lim_{t \rightarrow \infty} I(t)$, 其他以此类推。在给出具体的算法之前, 先给出如下定理:

定理 2.2: 设 $x \in Z$, 则下面的等式成立:

- 1) $P\{I(\infty) = i | R = x\} = P\{I(\infty) = i+1 | R = x+1\}$
- 2) $P\{I_n(\infty) = n | R = x\} = P\{I_n(\infty) = n+1 | R = x+1\}$
- 3) 如补货批量 Q 给定, 则下面的等式成立:

$$\begin{aligned} & E[I_n^-(\infty) | R = x+1] - E[I_n^-(\infty) | R = x] \\ &= - \sum_{n=-1}^{\infty} P\{I_n(\infty) = n | R = x\} \end{aligned} \quad (2.31)$$

- 4) 如补货批量 Q 给定, 当系统的补货点 R 从 x 上升到 $x+1$, 有下面的等式成立:

$$\begin{aligned} \nabla C(x, Q)|_x &= C(x+1, Q) - C(x, Q) \\ &= c_h - (c_h + c_b) \sum_{n=-1}^{\infty} P\{I_n(\infty) = n | R = x\} \end{aligned} \quad (2.32)$$

和

$$\begin{aligned} \nabla^2 C(x, Q)|_x &= \nabla C(x+1, Q)|_x - \nabla C(x, Q)|_x \\ &= c_h - (c_h + c_b) P\{I_n(\infty) = -1 | R = x\} \\ &> 0 \end{aligned} \quad (2.33)$$

基于性质 2.3 和定理 2.2, 我们构造了一种能快速确定最优的补货点的算法。该算法的特点是系统的稳态表现只需要计算一次。该算法的具体过程如下:

STEP 0: 任意给定一个整数 x_0 且令 $i=1$ 。计算当补货点 $R = x_0$ 时系统净库存的稳态极限分布, 即 $P\{I_n(\infty) = n, n \in Z | R = x_0\}$ 。令

$$A_0 = - \sum_{n=-1}^{\infty} P\{I_n(\infty) = n | R = x_0\}$$

如 $A_0 = c_h / (c_h + c_b)$, 则 $R^* = x_0$ 或 $R^* = x_0 + 1$, 且有 $C(x_0, Q) = C(x_0 + 1, Q)$; 否则, 如

$A_0 > c_h/(c_h + c_b)$ 则转到 **STEP 1**, 如 $A_0 < c_h/(c_h + c_b)$ 则转到 **STEP 2**.

STEP 1: ($A_0 > c_h/(c_h + c_b)$) 令 $r = x_0 + i$ 和:

$$A_i = A_{i-1} - P\{I_n(\infty) = -i | R = x_0\}$$

如 $A_i \leq c_h/(c_h + c_b)$, 停止计算, 且有 $R^* = r$; 否则, 令 $i = i + 1$ 并重新开始 **STEP 1**.

STEP 2: ($A_0 < c_h/(c_h + c_b)$) 定义

$$\begin{aligned} A'_0 &= A_0 + P\{I_n(\infty) = 0 | R = x_0\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} P\{I_n(\infty) = n | R = x_0\} \end{aligned}$$

如 $A'_0 \geq c_h/(c_h + c_b)$, 停止计算, 且有 $R^* = x_0$; 否则转到 **STEP 3**.

STEP 3: ($A'_0 < c_h/(c_h + c_b)$), 令 $r = x_0 - i$, 且定义:

$$A'_i = A'_0 + P\{I_n(\infty) = i | R = x_0\}$$

如 $A'_0 \geq c_h/(c_h + c_b)$, 停止计算, 且有 $R^* = r$; 否则令 $i = i + 1$ 并重新开始 **STEP 3**.

(2) 最优补货批量的选择:

在补货批量给定的情况下, 可以通过以上算法来确定最优的补货点。剩下的问题是如何确定最优的补货批量。大量的数值算例表明系统缺货量的期望几乎不受补货批量选择的影响, 可以近似认为 $\frac{\partial}{\partial Q} E[I_b(\infty)] = 0$, 式(2.30)对 Q 求一阶偏导, 有:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial Q} C(R, Q) &= -c_p \frac{\lambda - \gamma}{Q^2} + \frac{1}{2} c_h + (c_h + c_b) \frac{\partial}{\partial Q} E[I_b(\infty)] \\ &= -c_p \frac{\lambda - \gamma}{Q^2} + \frac{1}{2} c_h = 0 \end{aligned} \quad (2.34)$$

求解方程(2.34)可以得到最优补货批量的一个近似解, 我们用 Q_{EOQ} 表示:

$$Q_{EOQ} = \sqrt{\frac{c_p(\lambda - \gamma)}{c_h}} \quad (2.35)$$

式(2.35)类似经典的“EOQ”公式, 其中 $\lambda - \gamma$ 可以理解为“净需求率”, 所以用 Q_{EOQ} 表示最优补货批量的这个近似解。因补货批量必须是整数, 且考虑到(2.34)忽略了系统的随机性, 所以选择最优的批量为小于 Q_{EOQ} 的最大整数, 表示为 $Q^* = \lfloor Q_{EOQ} \rfloor$ 。

(3) 补货批量选择的灵敏度分析:

本章采用了一种类似“经济补货批量”模型来确定最优的补货批量, 该方法得到的是最优批量的近似值。为了考察该近似值的可行性, 本节对该近似值进行灵敏度分析。本章直接应用 Axsater^[58]提出的一个灵敏度分析函数:

$$\frac{C}{C^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q} \right) \quad (2.36)$$

从方程(2.36)可以看出, 当实际补货批量的选择稍微偏离最优的批量时, 实际总成本对最优总成本的偏离是很小的。譬如说, 当实际补货批量偏离最优批量10%时, 即 $\frac{Q}{Q^*} = 1.1$, 则 $\frac{C}{C^*} = 1.0045$ 。所以补货批量的选择对总成本的影响是有限的, (2.35)确定的最优补货批量的近似解是可以接受的。

2.3.3 启发式方法

前面章节已经给出确定 (R, Q) 策略最优控制参数的两种方法。上述两种方法都需要计算系统的稳态表现。由于系统的库存水平和净库存的状态空间都是无限的, 计算过程中都牵涉到无限项的相加, 在实际的计算过程中只能截取无限的空间的一部分: 一方面为了保证计算精度, 希望截取的空间越大越好; 另一方面为了简化计算, 希望截取的空间越小越好。针对系统稳态极限分布实际计算过程存在的问题, 在能保证一定精度的情况下, 本节将简单介绍几种计算量较少的启发式方法。

2.3.3.1 正态分布拟合净库存分布

基于 Muckstadt 和 Issac^[96]提出的正态分布法, 本章通过采用正态分布拟合净库存分布对逆向物流单级库存系统展开近似的分析。顾名思义, 该方法的核心思想就是用正态分布来拟合净库存的稳态极限分布。式(2.25)和(2.26)分别给出了净库存极限分布的期望和方差, 如下:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t)\right] = R + \frac{Q+1}{2} + \frac{\gamma}{\lambda - \gamma} + (\lambda - \gamma)\tau \quad (2.37)$$

$$Var\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t)\right] = \frac{Q^2 - 1}{12} + \frac{\gamma\lambda}{(\lambda - \gamma)^2} + (\lambda + \gamma)\tau \quad (2.38)$$

大量的数值分析表明净库存的稳态极限分布非常接近正态分布, 所以本节就尝试用正态分布来拟合净库存的极限分布。记:

$$\mu = E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t)\right] = R + \frac{Q+1}{2} + \frac{\gamma}{\lambda - \gamma} + (\lambda - \gamma)\tau \quad (2.39)$$

$$\sigma^2 = Var\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t)\right] = \frac{Q^2 - 1}{12} + \frac{\gamma\lambda}{(\lambda - \gamma)^2} + (\lambda + \gamma)\tau \quad (2.40)$$

假设净库存的稳态极限分布服从 $N(\mu, \sigma)$ 的正态分布。设 $\phi(x)$ 为标准正态分布的密度

函数, $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数。根据正态分布函数和密度函数的性质, 很容易得到净库存的稳态极限分布的密度函数为 $\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$, 分布函数为 $\Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$ 。

可以如下计算该库存系统缺货量的期望:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_b(t)\right] = \int_{-\infty}^0 -x \frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) dx = \sigma \phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) - \mu \Phi\left(-\frac{\mu}{\sigma}\right) \quad (2.41)$$

和现有库存的期望:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_o(t)\right] = \int_0^{\infty} x \frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) dx = \sigma \phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) + \mu \Phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) \quad (2.42)$$

(2.41)和(2.42)分布给出了系统的缺货期望和现有库存的期望, 这样就可以根据(2.9)来计算单位时间内总成本的期望。与前面精确方法相比较, 该方法无需计算净库存的稳态极限分布, 能大大减少计算量。

用正态分布拟合净库存水平时, 系统单位时间总成本函数可以表达为:

$$C_{nor}(R, Q) = f_p \frac{\lambda - \gamma}{Q} + c_r \gamma + c_p (\lambda - \gamma) + c_h \left[R + \frac{Q+1}{2} + \frac{\gamma}{\lambda - \gamma} + (\lambda - \gamma) \tau \right] + (c_h + c_b) \left[\sigma \phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) - \mu \Phi\left(-\frac{\mu}{\sigma}\right) \right] \quad (2.43)$$

仔细研究(2.43)中的目标函数 $C_{nor}(R, Q)$, 我们发现 $C_{nor}(R, Q)$ 不是补货批量 Q 的凸函数, 但是 $C_{nor}(R, Q)$ 是补货点 R 的凸函数。我们可以简单证明如下: 缺货期望 $\sigma \phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) - \mu \Phi\left(-\frac{\mu}{\sigma}\right)$ 是净库存 μ 的凸函数, 从(2.40)可以判断 R 和 σ 是无关的, 从(2.39)

可以判断 μ 是 R 的凸函数, 根据凸函数的性质^[122], 我们可以判断 $\sigma \phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) - \mu \Phi\left(-\frac{\mu}{\sigma}\right)$ 是 R 的凸函数, 从而可以进一步得到 $C_{nor}(R, Q)$ 是 R 的凸函数。所以最优订货点满足:

$$\frac{\partial}{\partial R} C_{nor}(R, Q) = 0 \quad (2.44)$$

解方程(2.44)可以得到:

$$\Phi\left(-\frac{\mu}{\sigma}\right) = \frac{c_h}{c_b + c_h} \quad (2.45)$$

现在考察一下(2.45)的意义, 如果订货批量 Q 给定, 则系统的最优订货批量可以由(2.45)确定。如图 2-4 中的曲线表示净库存的分布示意图。如果订货批量 Q 给定时, 净库存的分布曲线的形状就被确定, 而 R 则决定着分布曲线的位置。 $\Phi(-\mu/\sigma)$ 表示在最优订货点控制下系统缺货的概率, 即图 2-4 中曲线位于 y 轴左边下覆盖的面积。

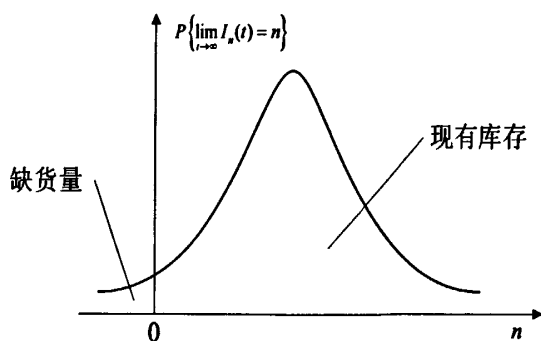


图 2-4 净库存极限分布示意图

Fig. 2-4 The illustration of the distribution of the net inventory

为记录方法, 记:

$$a = \frac{\gamma}{\lambda - \gamma} + (\lambda - \gamma)\tau + \frac{1}{2} \quad (2.46)$$

$$b = \frac{\gamma\lambda}{(\lambda - \gamma)^2} + (\lambda + \gamma)\tau - \frac{1}{12} \quad (2.47)$$

将(2.39)和(2.40)代入到(2.45), 则最优控制参数 R^* 和 Q^* 必须满足下面等式:

$$\Phi \left[\frac{R^* + \frac{Q^*}{2} + a}{\sqrt{\frac{(Q^*)^2}{12} + b}} \right] = \frac{c_h}{c_b + c_h} \quad (2.48)$$

根据正态分布函数的性质 $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$, 等式(2.48)可以改写为:

$$\Phi \left[\frac{R^* + \frac{Q^*}{2} + a}{\sqrt{\frac{(Q^*)^2}{12} + b}} \right] = \frac{c_b}{c_b + c_h} \quad (2.49)$$

如果补货批量 Q^* 给定, 则最优订货批量可以如下确定:

$$R^* = \sqrt{\frac{(Q^*)^2}{12} + b} \cdot \Phi^{-1} \left(\frac{c_b}{c_b + c_h} \right) - \frac{Q^*}{2} - a \quad (2.50)$$

为了确定最优补货批量 Q^* , 将(2.50)代入总成本函数(2.43), 总成本函数可以表达为:

$$C_{nor}(R, Q) = f_p \frac{\lambda - \gamma}{Q} + (c_h + c_b) \sqrt{\frac{Q^2}{12} + b} \cdot \phi \left[\Phi^{-1} \left(\frac{c_b}{c_b + c_h} \right) \right] \quad (2.51)$$

成本函数(2.43)不是补货批量 Q 的凸函数, 而经过改写后的总成本函数(2.51)却是订货

批量 Q 的凸函数。这样可以根据(2.51)对 Q 的一阶导为零来确定最优补货批量, 即

$\frac{d}{dQ} C_{nor}(R, Q) = 0$, 则最优补货批量满足下面等式:

$$\frac{Q^3}{\sqrt{Q^2/12+b}} = \frac{12(\lambda-\gamma)f_p}{c} \quad (2.52)$$

其中 $c = (c_b + h)\phi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{c_b}{c_b + c_h}\right)\right]$ 。需要提出的是, 通过式(2.52)确定得到的最优补货批

量 Q^* 往往不是整数, 所以需要对 Q^* 进行取整: 设 $\lfloor Q^* \rfloor$ 是少于 Q^* 的最小整数, 分布把 $\lfloor Q^* \rfloor$ 和 $\lfloor Q^* \rfloor + 1$ 代入式(2.51)比较成本函数的大小, 使得式(2.51)最小的即是最优补货批量 Q^* 。而且, 当 $Q^* < 1$ 时, 令 $Q^* = 1$ 。

值得提出的是, 求解方程(2.52)我们可以得到最优补货批量的表达形式为:

$$Q^* = \sqrt{\frac{(\lambda-\gamma)f_p}{c_h} \cdot \text{常数}} \quad (2.53)$$

式(2.53)的结果很类似经典的 EOQ 公式。仔细观察式(2.52), 其等号左项随着 Q 的增加而单调递增, 所以可以通过线性搜索的方法来确定最优的补货批量 Q^* 。方程(2.52)是与 R 独立的, 所以可以先通过方程(2.52)来确定最优补货批量, 然后再通过式(2.50)来确定最优补货点 R^* 。

2.3.3.2 正态分布拟合补货提前期内净需求分布

van der Lann^[98, 99]等人提出了正态分布拟合补货提前期内“净需求”的方法。本节将根据该方法的思路对逆向物流单级库存系统进行分析。首先给出“净需求”的概念: 净需求是指在一定的时间段内, 产品的需求量减去产品的返回量, 用 $D_n(t-t_0, t]$ 来表示。逆向物流单级库存系统在补货提前期内的净需求的数学表达式为:

$$D_n(t-t_0, t] = D(t-t_0, t] - R(t-t_0, t] \quad (2.54)$$

显然, 补货提前期内的净需求 $D_n(t-t_0, t]$ 有可能为正, 也有可能为负。由于 $D(t-t_0, t]$ 和 $R(t-t_0, t]$ 是相互独立的服从泊松分布的随机变量, 则补货提前期内系统的净需求 $D_n(t-t_0, t]$ 的期望和方差分别为:

$$\mu_r = (\lambda - \gamma)\tau \quad (2.55)$$

$$\sigma_r = (\lambda + \gamma)\tau \quad (2.56)$$

假设补货提前期内系统的净需求服从 $N(\mu_r, \sigma_r)$ 的正态分布, 补货提前期内净需求的

稳态极限分布的密度函数为 $\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{x-\mu_r}{\sigma}\right)$, 分布函数为 $\Phi\left(\frac{x-\mu_r}{\sigma}\right)$ 。这样, 在任意订单到达的前一刻系统的缺货水平的期望 $B(R, \tau)$ 为:

$$\begin{aligned} B(R, \tau) &= \int_R^{\infty} (x-R) \frac{1}{\sigma_r} \phi\left(\frac{x-\mu_r}{\sigma_r}\right) dx \\ &= (\mu_r - R) \Phi\left(\frac{\mu_r - R}{\sigma_r}\right) + \sigma_r \phi\left(-\frac{\mu_r - R}{\sigma_r}\right) \end{aligned} \quad (2.57)$$

由于单位时间内净需求的期望为 $\lambda - \gamma$, 则每个补货周期内系统的净库存为负 (也就是系统处于缺货状态) 的平均时间长度为 $B(R, \tau)/(\lambda - \gamma)$; 假设缺货发生是线性的, 则缺货时间内的平均缺货量为 $B(R, \tau)/2$; 系统的每个补货周期的平均长度为 $Q/(\lambda - \gamma)$ 。这样, 系统任意时刻缺货的期望为:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_b(t)\right] = \frac{[B(R, \tau)]^2}{2Q} \quad (2.58)$$

则系统在任意时刻的现有库存的期望为:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_o(t)\right] = E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t)\right] + E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_b(t)\right] = \mu + \frac{[B(R, \tau)]^2}{2Q} \quad (2.59)$$

有了(2.58)和(2.59)的结果, 就可以根据(2.9)来计算系统的单位时间的总成本。最优控制参数的确定可以参考上一小节的提出的方法。

2.3.3.3 布朗运动拟合系统输出和输入过程的差

由于系统的输出过程 (即需求过程) 和输入过程 (即产品返回过程) 是两个相互独立的泊松过程, 所以可以用一个布朗运动 (Brownian motion, 也称维纳过程, 是一种正态过程) 来拟合系统输出过程和输入过程之间的差, 本节将对 van der Lann^[99] 提出的近似方法进行简单介绍。因需求和返回是相互独立的泊松过程, 所以该布朗运动过程的均值为 $\lambda - \gamma$, 方差为 $\lambda + \gamma$ 。这样, 在补货点 $t (0 \leq t \leq \tau)$ 时间段后, 系统的净库存服从均值为 $R - (\lambda - \gamma)t$ 、方差为 $(\lambda + \gamma)t$ 的正态分布, 则净库存的密度分布函数为

$\frac{1}{(\lambda + \gamma)t} \phi\left(\frac{x - R + (\lambda - \gamma)t}{\sigma}\right)$, 系统任意时刻的缺货期望为:

$$\begin{aligned} E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_b(t)\right] &= \frac{\lambda - \gamma}{Q} \int_0^{\tau} \int_R^{\infty} (x-r) \frac{1}{(\lambda + \gamma)t} \phi\left(\frac{x - R + (\lambda - \gamma)t}{\sigma}\right) dx dt \\ &= \frac{\lambda - \gamma}{Q} \int_0^{\tau} B(R, t) dt \end{aligned} \quad (2.60)$$

在已知缺货量的期望之后, 可以根据(2.10)来计算系统单位时间总成本的期望。

2.4 (R, Q, S_d) 策略分析

由于没有考虑多余产品的弃置, 所以 (R, Q) 策略只适用于返回率较小的情况: (R, Q) 策略控制下, 当产品返回率接近或者大于需求率时, 由于排队效应, 库存水平的期望会急剧增加。当返回率接近或大于需求率的时候, 就必须有计划地弃置多余的返回产品。本文提到的弃置是指转让、或更低级的回收方式、或焚烧掩埋等。本节对 (R, Q) 策略进行扩展和延伸, 将有计划的弃置增加到库存控制策略, 提出逆向物流的 (R, Q, S_d) 库存控制策略, 其中 S_d 为弃置点。 (R, Q, S_d) 控制策略运行如下: 一旦库存水平下降到 R , 系统立即发出数量为 Q 的补货请求; 当库存水平等于 S_d ($S_d \geq R + Q$) 时, 返回的产品不进入系统且立即被弃置处理。和 (R, Q) 策略相比, (R, Q, S_d) 策略增加了一个弃置点 S_d , 即当系统的库存水平等于弃置点 S_d 时, 返回的产品会被立即弃置处理, 从而避免了库存水平的无限制的增长。 (R, Q, S_d) 策略控制下系统的库存水平和净库存的变化趋势如图 2-5 所示。

在 (R, Q, S_d) 策略控制下, 系统的库存水平 $I(t)$ 的状态空间为:

$$S_2 = \{R+1, R+2, \dots, R+Q, \dots, S_d\}$$

与 (R, Q) 控制策略相比, (R, Q, S_d) 策略控制下逆向物流单级系统的库存水平 $I(t)$ 的状态空间是有限的。 (R, Q, S_d) 策略控制下系统的库存水平 $I(t)$ 也可以建模成一个马氏过程。

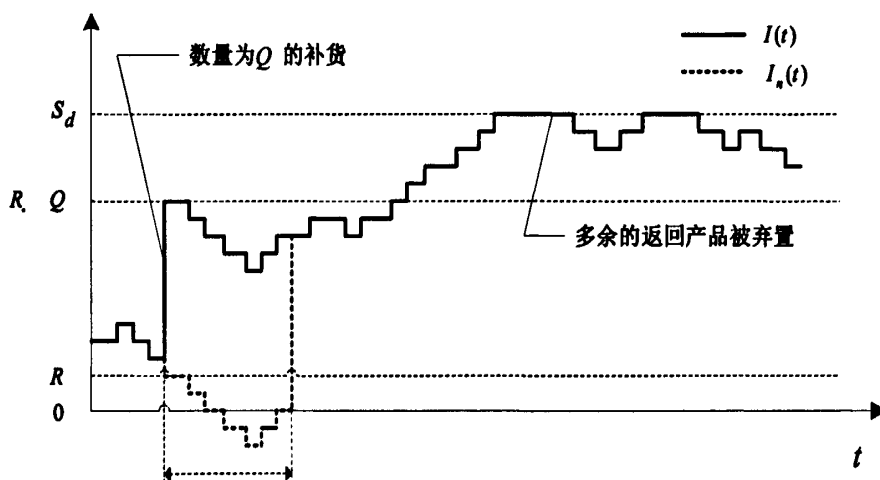


图 2-5 (R, Q, S_d) 策略控制下系统库存水平和净库存变化示意图

Fig. 2-5 The illustration of the inventory position and net inventory under (R, Q, S_d) strategy

2.4.1 库存水平的稳态极限分布

定理 2.2: 在 (R, Q, S_d) 策略控制下的逆向物流单级库存系统的库存水平 $I(t)$ 是稳态的、遍历的马尔可夫过程。

定理 2.2 的证明和定理 2.1 的证明类似。同样, 令 $q_{ij}^{\cdot}$ 为系统的库存水平从状态 $i \in S_2$ 到状态 $j \in S_2$ 的状态转移速率。所有的非零状态转移速率可以写成:

$$\begin{cases} 1) & q_{i,i+1}^{\cdot} = \gamma, & R+1 \leq i \leq S_d - 1 \\ 2) & q_{i,i-1}^{\cdot} = \lambda, & R+2 \leq i \leq S_d \\ 3) & q_{R+1, R+Q}^{\cdot} = \lambda \end{cases} \quad (2.61)$$

(R, Q, S_d) 策略控制下系统库存水平的状态转移如图 2-6 所示, 式(2.61)的转移速率可以做如下的解释:

- 1) 当系统的库存水平低于弃置水平 S_d 时, 一个产品的返回使得系统的库存水平上升一个单位, 对应的转移速率为产品的返回率 γ ;
- 2) 当系统的库存水平大于 $R+1$ 时, 一个产品的需求使得系统的库存水平下降一个单位, 对应的转移速率为产品的需求率 λ ;
- 3) 当系统的库存水平等于 $R+1$ 时, 一个产品的需求引发系统一次数量为 Q 的补货, 系统的库存水平上升到 $R+Q$, 对应的转移速率为产品的需求率 λ 。

速率矩阵可写为:

$$[q_{ij}^{\cdot}]_{(S_d-R) \times (S_d-R)} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma & 0 & 0 & \cdots & \lambda & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \lambda & 0 & \gamma & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \gamma & \cdots & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \lambda & 0 & \gamma \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \lambda & 0 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

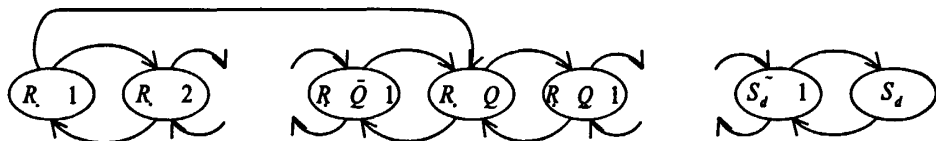


图 2-6 (R, Q, S_d) 策略控制下库存水平的状态转移示意图

Fig. 2-6 The transition rates of the inventory position under (R, Q, S_d) strategy

(R, Q, S_d) 策略控制下系统库存水平 $I(t)$ 是稳态、遍历的马氏过程, (R, Q, S_d) 策略控制下系统库存水平 $I(t)$ 存在唯一稳态极限分布 $\dot{p} = [\dot{p}_{R+1}, \dot{p}_{R+2}, \dots, \dot{p}_{R+Q}, \dots, \dot{p}_{S_d}]$, 该稳态极限分布 $\dot{p}$ 满足平衡方程组:

$$\dot{p}_j \dot{q}_j = \sum_{i=R+1}^{S_d} \dot{p}_i \dot{q}_{ij}, \quad R+1 \leq j \leq S_d \quad (2.63)$$

和规范化方程:

$$\sum_{j=R+1}^{S_d} \dot{p}_j = 1 \quad (2.64)$$

在这里 $\dot{q}_j = \sum_{i=R+1}^{S_d} \dot{q}_{ij}$ 。通过求解平衡方程组(2.63)和规范化方程(2.64) (详细的求解过程参考附录 1), 得到库存水平的极限分布为:

$$\begin{cases} \dot{p}_{R+1} = \frac{1-\rho}{Q - \rho^{S_d-R-Q+1} \sum_{i=0}^{Q-1} \rho^i} \\ \dot{p}_{R+j} = \sum_{i=0}^{j-1} \rho^i \cdot \dot{p}_{R+1}, & 2 \leq j \leq Q \\ \dot{p}_{R+j} = \rho^{j-Q} \sum_{i=0}^{Q-1} \rho^i \cdot \dot{p}_{R+1}, & Q+1 \leq j \leq S_d - R \end{cases} \quad (2.65)$$

在 (R, Q, S_d) 策略控制下, 系统库存水平等于弃置点 S_d 的概率为 $\dot{p}_{S_d}$ 。由于产品的返回过程与系统库存水平的状态无关, 所以当产品返回时被弃置的概率为 $\dot{p}_{S_d}$, 单位时间内平均被弃置的产品数量为 $\gamma \dot{p}_{S_d}$ 。基于式(2.65)中系统库存水平的稳态极限分布, 可以直接得到表 2-3 中的参数。

(R, Q) 策略控制下系统总成本如(2.9)所示, (R, Q, S_d) 策略控制下系统总成本要比(2.9)增加了一项弃置成本, (R, Q, S_d) 策略控制下系统单位时间总成本可以表达为:

$$\begin{aligned} C(R, Q, S_d) = & f_p \frac{\lambda - \gamma(1 - \dot{p}_{S_d})}{Q} + c_r \gamma(1 - \dot{p}_{S_d}) + c_p [\lambda - \gamma(1 - \dot{p}_{S_d})] \\ & + c_d \gamma \dot{p}_{S_d} + c_h E \left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_o(t) \right] + c_b E \left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_b(t) \right] \end{aligned} \quad (2.66)$$

根据式(2.66), 接下来需要计算系统的现有库存期望和缺货量期望。

表 2-3 基于系统库存水平稳态极限分布可直接得到的系统参数

$\gamma \dot{p}_{S_d}$	系统单位时间内平均被弃置的产品数量
$\gamma(1 - \dot{p}_{S_d})$	系统单位时间内平均被接受的返回产品数量
$\lambda - \gamma(1 - \dot{p}_{S_d})$	系统单位时间内平均需要订购的产品数量
$[\lambda - \gamma(1 - \dot{p}_{S_d})]/Q$	系统单位时间内平均需要的补货次数

2.4.2 净库存的稳态极限分布

由(2.66)可知, 计算出系统总成本的期望就必须计算出系统缺货量的期望和现有库存的期望。跟 (R, Q) 策略一样, 也需要计算系统净库存的稳态极限分布。由于考虑了弃置, 所以(2.18)的结果在 (R, Q, S_d) 策略应用时就不再正确了, 我们对(2.18)的结果进行修正并使之适合 (R, Q, S_d) 策略的应用, 修正后的结果如下:

$$I_n(t+\tau) = I(t) + Z(t, t+\tau) - D(t, t+\tau) \quad (2.67)$$

在方程(2.67)中, $Z(t, t+\tau]$ 表示在时间段 $(t, t+\tau]$ 中被系统所接受的回收的产品数量。先考察方程(2.67)的各项的极限分布: $I(t)$ 的极限分布已经由(2.65)给出。因为需求过程是参数为 λ 的泊松过程, 所以 $D(t, t+\tau]$ 是参数为 $\lambda\tau$ 的泊松过程。由于产品的返回过程与库存水平是不相关的, 所以当产品返回时被弃置的概率为 p_{S_d}' (即库存水平处于弃置点的概率), 该产品被接受的概率为 $1-p_{S_d}'$ 。根据 PASTA 定理, 我们可以判断 $Z(t, t+\tau]$ 是参数为 $\gamma(1-p_{S_d}')$ 的泊松过程。

继续考察方程(2.67)右边各项 $I(t)$ 、 $D(t, t+\tau]$ 和 $Z(t, t+\tau]$ 相互之间的相关性:

- $Z(t, t+\tau]$ 和 $I(t)$ 是相关的;
- $Z(t, t+\tau]$ 和 $D(t, t+\tau]$ 是相互独立的;
- $D(t, t+\tau]$ 和 $I(t)$ 是相互独立的。

由于 $Z(t, t+\tau]$ 和库存水平 $I(t)$ 是相关的, 所以在 (R, Q, S_d) 策略控制下不能直接用(2.27)来计算系统净库存极限分布。接下来将给出两种方法来计算净库存的极限分布, 一种是复杂的精确计算方法, 另一种是简单的近似计算方法。

2.4.2.1 精确方法

本小节将给出一种求净库存稳态极限分布的精确计算方法。该方法虽然结果精确, 但计算过程复杂。根据(2.67)有:

$$\begin{aligned} & \lim_{t \rightarrow \infty} P\{I_n(t+\tau) = n\} \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} P\{I(t) + Z(t, t+\tau) - D(t, t+\tau) = n\} \\ &= \sum_{\Omega_2} \lim_{t \rightarrow \infty} P\{D(t, t+\tau) = d\} \times \lim_{t \rightarrow \infty} P\{I(t) = i, Z(t, t+\tau) = z\} \\ &= \sum_{\Omega_2} \lim_{t \rightarrow \infty} P\{D(t, t+\tau) = d\} \times p_i \times p_{z|i}(\tau) \end{aligned} \quad (2.68)$$

其中 $\Omega_2 = \{(i, z, d) | i + z - d = n\}$, $i \in S_2$ 且 $z, d \in \{0, 1, 2, \dots\}$, 并有:

$$p_{z|i}(\tau) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{Z(t, t+\tau) = z | I(t) = i\} \quad (2.69)$$

由于 $Z(t, t+\tau]$ 和库存水平 $I(t)$ 是相关的, $p_{z|I}(\tau)$ 是 $I(t)=i$ 时 $Z(t, t+\tau]$ 的条件分布。当 $\tau=0$ 时, $Z(t, t+\tau]=0$, 所以有:

$$p_{z|I}(0) = \begin{cases} 1, & z=0 \\ 0, & z \neq 0 \end{cases} \quad (2.70)$$

继续讨论 $\tau > 0$ 时的情况, 建立一个二维的马尔可夫过程 M'_2 , 其状态变量为:

$$X'_2(u) = (I(u), Z(t, u)) \quad (2.71)$$

其状态空间为:

$$S'_2 = \{R+1, R+2, \dots, S_d\} \times \{0, 1, 2, \dots, \infty\} \quad (2.72)$$

定义当 $I(u)=i$ 和 $Z(t, u)=z$ 时 $X'_2(u)=(i, z)$, $u \in (t, t+\tau]$ 。定义 ν_{s_0, s_1} 为 $X'_2(u)$ 系统的库存水平从状态 $s_0 \in S'_2$ 到状态 $s_1 \in S'_2$ 的转移速率。所有非零的状态转移速率如下:

$$\begin{cases} \nu_{(i,z),(i+1,z+1)} = \gamma, & i \leq S_d - 1, z \in Z^+ \\ \nu_{(i,z),(i-1,z)} = \lambda, & i \leq S_d, z \in Z^+ \\ \nu_{(R+1,z),(R+Q,z)} = \lambda, & z \in Z^+ \end{cases} \quad (2.73)$$

式(2.73)的速率转移矩阵可以解释如下:

- 当库存水平低于弃置点 S_d 时, 回收的产品被系统接受, 库存水平和被接受的产品数量都上升一个单位, 对应的转移速率为 γ ;
- 当库存水平大于 $R+1$ 时, 一个需求使得系统的库存水平下降一个单位, 对应的转移速率为 λ ;
- 当库存水平等于 $R+1$ 时, 一个需求导致系统的补货, 使得库存水平上升到 $R+Q$, 对应的转移速率为 λ 。

我们不能直接求出 $I(t)$ 和 $Z(t, t+\tau]$ 的稳态联合分布, 但可以先求出在时刻 t 系统处于状态 s_0 到时刻 $t+\tau$ 系统处于状态 s_1 的转移概率。为了研究马尔可夫过程 M'_2 的瞬态表现, 我们采用一种“一致化”技巧^[121]。这种技巧将时间连续的马氏过程 M'_2 转换为相应的时间离散的马氏过程 $\overline{M'_2}$ 。该对应的时间离散的马氏过程 $\overline{M'_2}$ 的一步转移概率为:

$$\overline{v}_{s_1|s_2}^{(1)} = \begin{cases} \frac{\nu_{s_0, s_1}}{\nu} & s_0 \neq s_1 \\ 1 - \frac{\nu_{s_0}}{\nu} & s_0 = s_1 \end{cases} \quad (2.74)$$

其中 $\nu_{s_0} = \sum_{s_1 \in S'_2} \nu_{s_0, s_1}$, $\nu = \max_{s_0 \in S'_2} \{\nu_{s_0}\}$ 。我们可以通过如下的切普曼-科尔莫果洛夫

(Chapman-Kolmogorov) 方程^[123]的迭代得到 m 步转移概率 $\bar{U}_{s_1|s_2}^{(m)}$:

$$\bar{U}_{s_1|s_0}^{(m)} = \sum_{s_2 \in S_1'} \bar{U}_{s_2|s_0}^{(m-1)} \cdot \bar{U}_{s_1|s_2}^{(1)} \quad (2.75)$$

定义 $U_{s_1|s_0}(\tau)$ 为原连续系统从初始状态 $s_0 \in S_2'$ 经过时间段 τ 后到达状态 $s_1 \in S_2'$ 的转移概率, 该概率可以如下计算得到:

$$U_{s_1|s_0}(\tau) = \sum_{m=0}^{\infty} e^{-\nu\tau} \frac{(\nu\tau)^m}{m!} \bar{U}_{s_1|s_0}^{(m)} \quad (2.76)$$

这样就可以计算(2.69)的条件概率 $p_{z|i}(\tau)$:

$$p_{z|i}(\tau) = \sum_{k=R+1}^{S_1} U_{(k,z)|(i,0)}(\tau) \quad (2.77)$$

把(2.77)代入(2.68)可以求得在 (R, Q, S_d) 策略控制下净库存的稳态极限分布。在求得净库存的稳态极限分布后, 同样可以根据(2.28)和(2.29)分别计算系统现有库存的期望和缺货量的期望。

需要提出的是, (2.76)涉及到了无限多项的相加, 为了使得实际计算过程中节约计算时间, 往往只截取前 N 项。为了保证计算的精度, 有一个经验的公式可以用来确定 N 的大小:

$$N \approx \max\{\nu\tau + 5\sqrt{\nu\tau}, 20\} \quad (2.78)$$

2.4.2.2 近似方法

前面小节给出了一种净库存稳态极限分布的精确计算方法, 但繁琐的计算过程限制了该方法的实用性。在本小节将提出一种近似的计算方法, 该近似方法的核心思想是忽略库存水平 $I(t)$ 和 $Z(t, t+\tau]$ 的相关性, 这样就可以用类似(2.27)的方法来计算弃置策略控制下净库存水平的分布:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} P\{I_n(t) = n\} &= \lim_{t \rightarrow \infty} P\{I(t) + Z(t, t+\tau] - D(t, t+\tau] = n\} \\ &= \sum_{\Omega_2'} \lim_{t \rightarrow \infty} P\{I(t) = i\} \cdot P\{Z(t, t+\tau] = z\} \cdot P\{D(t, t+\tau] = d\} \\ &= \sum_{\Omega_2'} \lim_{t \rightarrow \infty} P\{I(t) = i\} \cdot \frac{(\gamma\tau(1-p_{S_d}'))^z}{z!} e^{-\gamma\tau(1-p_{S_d}')} \cdot \frac{(\lambda\tau)^d}{d!} e^{-\lambda\tau} \end{aligned} \quad (2.79)$$

其中 $\Omega_2' = \{(i, z, d) | i + z - d = n\}$ 。基于(2.79)的结果, 根据(2.28)和(2.29)可以分别求出系统现有库存的期望和缺货量的期望, 从而根据(2.66)可以计算出系统单位时间总成本的期望。

2.4.3 最优控制参数的确定

前面小节已经计算出了在 (R, Q, S_d) 策略控制下系统的单位时间总成本的期望, 总成本的期望可以写成:

$$C(R, Q, S_d) = f_p \frac{\lambda - \gamma(1 - p_{S_d}^{'})}{Q} + c_p [\lambda - \gamma(1 - p_{S_d}^{'})] + c_r \gamma(1 - p_{S_d}^{'}) + c_d \gamma p_{S_d}^{'} + c_h E \left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_o(t) \right] + c_b E \left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_b(t) \right] \quad (2.80)$$

由于 $E \left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_o(t) \right] = E \left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t) \right] + E \left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_b(t) \right]$, 所以(2.80)可重新表达为:

$$C(R, Q, S_d) = f_p \frac{\lambda - \gamma(1 - p_{S_d}^{'})}{Q} + c_p [\lambda - \gamma(1 - p_{S_d}^{'})] + c_r \gamma(1 - p_{S_d}^{'}) + c_d \gamma p_{S_d}^{'} + c_h E \left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t) \right] + (c_b + c_h) E \left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_b(t) \right] \quad (2.81)$$

本节将要讨论如何确定最优的控制参数使得系统的单位时间内总成本的期望最小:

$$\begin{aligned} C^*(R^*, Q^*, S_d^*) &= \text{Min}_{R, Q, S_d} C(R, Q, S_d) \\ \text{s.t.} \quad R + Q &\leq S_d \\ R, S_d &\in Z, Q \in Z^+ \end{aligned} \quad (2.82)$$

和 (R, Q) 策略控制下的成本函数(2.30)一样, (2.83)是一个非线性的整数规划问题, 对于这种问题很难找到解释的方法来确定其最优解。一个最直接的方法就是枚举法, 枚举法虽然简单明了, 但是由于控制参数 R , Q 和 S_d 的状态空间是无穷的, 这样会使得枚举法的搜索空间相当的大。为了缩小搜索空间从而节约计算时间, 本节将提出确定最优控制参数上界和下界的方法。

在 (R, Q, S_d) 策略控制下, 同样可以基于最“悲观”和最“乐观”的假设分别来确定最优补货点和最优补货批量的上界和下界, 具体方法和前面章节介绍的一样, 在此就不再累赘。与 (R, Q) 策略不同的是, (R, Q, S_d) 策略多了一个控制参数: 弃置点 S_d 。根据 (R, Q, S_d) 策略的定义, 我们可以确定最优弃置点的一个下界为 $R^* + Q^*$ 。大量的数值算例表明: 当需求率一定时, 系统的最优弃置点 S_d^* 会随着返回率的增加而降低。根据这个性质, 可以如下动态地更新最优弃置点的上下界:

- 需求率一定时, 当回收率从 γ_1 上升到 γ_2 ($\gamma_1 < \gamma_2$), 则回收率为 γ_1 时最优弃置点 $S_d^*(\gamma_1)$ 是返回率为 γ_2 时最优弃置点的上界 $S_d^u(\gamma_2)$, 即: $S_d^u(\gamma_2) = S_d^*(\gamma_1)$;
- 需求率一定时, 当回收率从 γ_1' 下降到 γ_2' ($\gamma_1' > \gamma_2'$), 则回收率为 γ_1' 时最优弃置点 $S_d^*(\gamma_1')$ 是返回率为 γ_2' 时最优弃置点的下界 $S_d^l(\gamma_2')$, 即: $S_d^l(\gamma_2') = S_d^*(\gamma_1')$ 。

2.5 数值算例分析

2.5.1 数值算例设计

上述章节已经对逆向物流单级库存系统进行了详细的理论研究,本节将给出一些数值算例对理论研究进行补充。本节数值算例的考察目标:(1)产品返回对库存系统的影响;(2) (R, Q) 策略和 (R, Q, S_d) 策略的比较;(3)最优控制参数的鲁棒性。

由于我国产品回收管理目前尚处于起步阶段,且又涉及商业机密,所以很难获得相关的商业数据。通过参考 Fleischmann^[86]和 van der Laan^[98-102]等论文设计的数值算例和长沙海捷公司的数据,本章设计了一个“基本事件”(base-case scenario),本章的所有数值算例都是从“基本事件”衍生出来的。“基本事件”设计如下:

- 系统参数: $\lambda = 5$ (单位产品/天), $\tau = 1$ (天);
- 成本参数: $f_p = 200$, $c_p = 100$, $c_r = 50$, $c_b = 100$, $c_d = 20$, $c_h = 10$ (元)。

上述符号的说明可以参考 2.2.1.2 和表 2-1。本文设计的“基本事件”尽可能地贴合生产实践,具有一定的代表性,譬如:固定补货成本 c_p 远远高于持有成本 c_h ; 缺货成本 c_b 大致是持有成本 c_h 的 8~10 倍;单位回收成本 c_r 和单位弃置成本 c_d 之和低于单位补货成本 c_p , 保证产品回收是有利可图的。为了避免“基本事件”的特殊性,通过修改“基本事件”参数,譬如修改提前期、单位补货成本、回收成本、弃置成本以及缺货成本等,衍生出一系列的数值算例(见图 17~21)。所以,本章给出的数值算例具有一定的代表性。

2.5.2 (R, Q) 策略数值分析

首先考察控制参数(即 R 和 Q)的选择对系统总成本的影响。图 2-7 给出了返回率 $\gamma = 2$ 时“基本事件”对应的系统总成本随控制参数选择的变化,对应的系统最优控制参数为 $R^* = 2$ 和 $Q^* = 13$, 最优总成本为 528.1。图 2-7 的数值结果表明,系统总成本是控制参数 R 和 Q 的单峰函数,遗憾的是目前我们还不能给出严格的数学证明。

2.5.2.1 返回率对最优总成本和最优控制参数的影响

图 2-8 给出了“基本事件”的最优总成本及其各项子成本随着返回率提高的变化。图 2-8 表明:当返回率从零逐渐上升时,最优总成本最初随着返回率的提高近似线性下降,而返回率接近需求率时最优总成本突然迅速增加。可以通过分析各项子成本的变化趋势来考察最优总成本的变化趋势。如图 2-8 所示,随着返回率的增加,固定补货成本和可变补货成本是都是线性下降的,而回收成本是线性增加的,这是由于随着

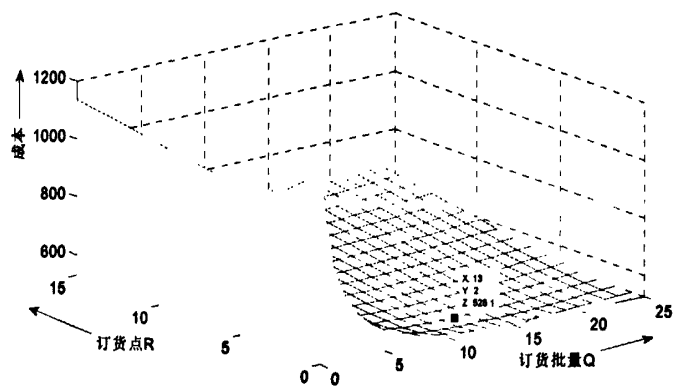


图 2-7 总成本随着补货点 R 和补货批量 Q 的变化 ($\gamma=2$)

Fig. 2-7 The total cost as a function of R and Q

表 2-4 “基本事件”在不同返回率下的最优控制参数和最优总成本

γ	R^*	Q^*	$C^*(R^*, Q^*)$	γ	R^*	Q^*	$C^*(R^*, Q^*)$
0	3	16	649.948	3.5	0	10	437.734
0.5	3	15	619.422	4	-1	9	413.639
1	3	14	589.353	4.5	-2	7	414.595
1.5	2	14	558.579	4.6	-3	7	427.603
2	2	13	528.066	4.7	-3	6	455.135
2.5	1	12	497.265	4.8	-5	6	520.969
3	1	11	466.998	4.9	-7	5	742.141

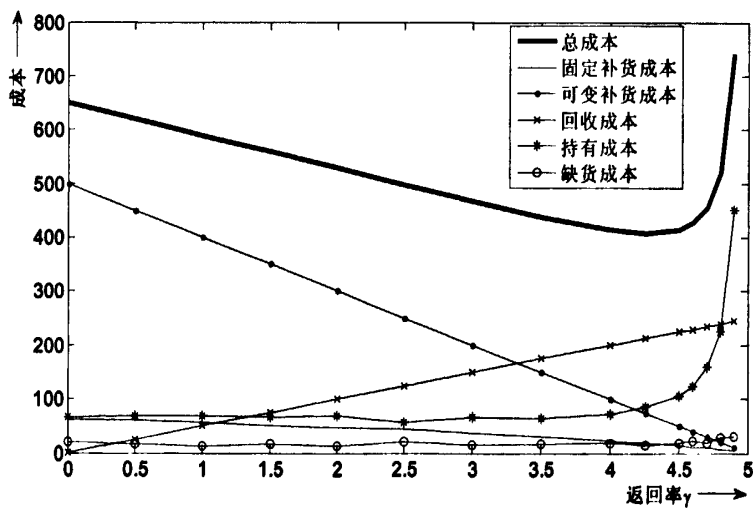


图 2-8 “基本事件”中各项成本随产品返回率提高的变化

Fig. 2-8 The optimal total cost and its decomposition of the base-case scenario

返回率的提高,补货产品的数量和次数都线性下降,而回收产品的数量线性增加。当回收率从零增加到一定程度时($\gamma/\lambda \approx 0.8$),持有成本和缺货成本无太大的波动。一开始最优总成本的逐渐下降是由固定补货成本和可变补货成本的下降主导的。当返回率接近需求率时,系统的持有成本迅速增加,持有成本的迅速增加导致了最优总成本的迅速增加。可以从第二章的理论研究结果来分析持有成本迅速增加的原因。参考式(2.25),当 γ 接近 λ 时,有:

$$\lim_{\gamma \rightarrow \lambda} E \left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_n(t) \right] = R + \frac{Q+1}{2} + \frac{\gamma}{\lambda - \gamma} + (\lambda - \gamma)\tau = \infty \quad (2.84)$$

式(2.84)表明当返回率接近需求率时系统净库存的期望趋向无穷大,从而导致了持有成本的迅速增加,这种现象类似于标准的 $M/M/1$ 排队系统中队列长度的“爆炸”。由于最优总成本在返回率接近需求率时的爆炸式增长,所以 (R, Q) 只适用在返回率相对较小的情况。为了避免最优总成本的“爆炸”式增长,论文又提出了考虑了弃置的 (R, Q, S_d) 策略来限制系统的库存水平。

表 2-4 给出了“基本事件”的最优总成本和最优控制参数随返回率提高的变化。表 2-4 表明,系统的最优补货点和最优补货批量随着返回率的提高而单调递减。这是因为随着返回率的提高,系统在提前期内的净需求量就会下降,从而导致最优补货点的下降;另一方面,随着返回率的提高,单位时间内的净需求量也跟着下降,从而导致最优补货批量的下降。利用最优补货点和最优补货批量随着回收率提高而下降的性质,最优控制参数的上下界可以被动态地更新。

2.5.2.2 启发式方法和精确方法的比较

第二章给出几种计算系统总成本的理论方法,本节将从数值算例的角度来考察这些不同的方法。本章提到的精确方法是指用枚举法,而其他的方法统称为启发式方法。

图 2-9 给出各种方法计算得到的最优成本的比较,表 2-5 给出了各种方法计算得到的最优成本以及与精确方法的相对误差。其中 C_{exa}^* 表示用枚举法得到的精确的最优成本, C_{EOQ}^* 表示由迭代法得到的最优成本, C_{nor}^* 表示正态分布拟合净库存稳态极限分布得到的最优成本, C_{net}^* 表示需求率为 $\lambda - \gamma$ 的传统的库存系统的最优成本, C_{heu}^* 表示由正态分布拟合提前期内净需求得到的最优成本。

图 2-9 和表 2-5 表明,在所有方法中,迭代法得到的结果最接近精确的计算结果。因为当补货批量给定时,该方法确定的最优补货点是最优的,且总成本对最优批量的选择并不是很敏感。该方法的计算强度要远低于枚举法,但结果和精确结果非常接近(见表 2-5,最大的误差在 0.6% 左右),所以在实际应用中该方法是最可行的。

用正态分布拟合净库存和该方法得到实际最优成本都要略大于精确的最优成本。通过对其各项子成本的分析,我们发现这主要是因为是在给定的控制参数情况下这两种近似的方法都放大了系统的缺货概率,从而放大了最优补货点和持有成本。值得注意的是,对于正态分布拟合净库存的方法在回收率相对较低的情况下还是比较精确的,所以该方法也可以在实践中被采用。而正态分布拟合提前期净需求的方法在较低的回收率的情况下表现不如前者,而在回收率较高的时候优于前者。

表 2-5 各种方法计算得到的最优成本的比较以及与精确方法的相对误差

γ	C_{exa}^*	C_{EOQ}^*	$\varepsilon\%$	C_{nor}^*	$\varepsilon\%$	C_{net}^*	$\varepsilon\%$	C_{heu}^*	$\varepsilon\%$
0	649.948	650.082	0.020	660.686	1.652	649.948	0	659.527	1.473
0.5	619.422	620.015	0.095	629.250	1.587	616.837	0.417	633.049	2.200
1	589.353	589.880	0.089	597.673	1.412	584.116	0.888	606.842	2.967
1.5	558.579	560.127	0.277	565.794	1.292	550.154	1.508	580.751	3.969
2	528.066	529.229	0.220	533.806	1.087	516.012	2.282	555.161	5.130
2.5	497.265	499.084	0.365	502.077	0.968	480.81	3.309	530.396	6.662
3	466.998	468.543	0.330	471.36	0.934	444.511	4.815	506.988	8.563
3.5	437.734	439.791	0.469	444.25	1.488	407.083	7.002	486.589	11.161
4	413.639	414.845	0.291	428.806	3.667	366.429	11.413	473.795	14.543
4.25	407.583	409.217	0.400	435.309	6.802	345.156	15.316	475.4	16.639
4.5	414.595	416.807	0.533	471.512	13.730	322.75	22.153	493.279	18.978
4.6	427.603	428.541	0.219	506.878	18.540	312.56	26.904	512.105	19.762
4.7	455.135	457.546	0.529	572.301	25.740	301.487	33.759	547.469	20.287
4.8	520.969	524.297	0.638	712.805	36.820	289.05	44.517	624.19	19.813
4.9	742.141	746.645	0.606	1153.250	55.400	274.517	63.010	867.463	16.886

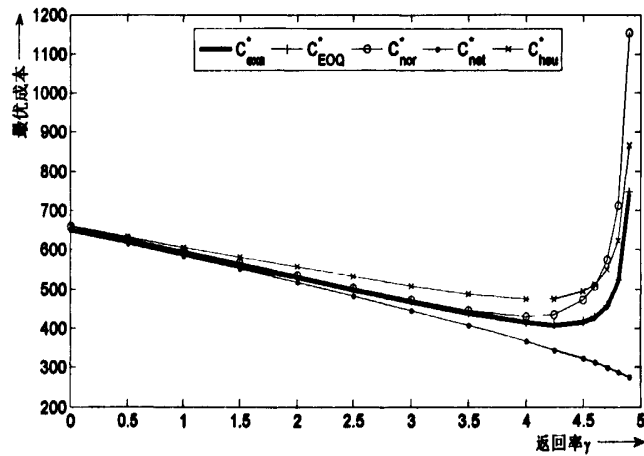


图 2-9 各种方法计算得到的最优成本的比较
Fig. 2-9 The comparison of optimal total cost obtained by different methods

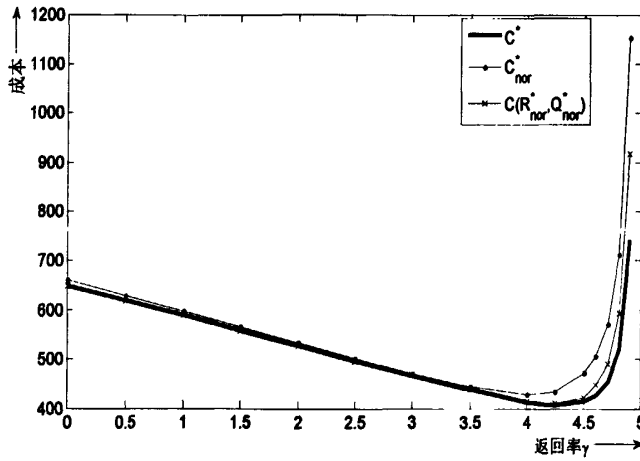


图 2-10 正态分布拟合净库存方法的结果和精确结果的比较
Fig. 2-10 The comparison of the normal approximation and the exact method

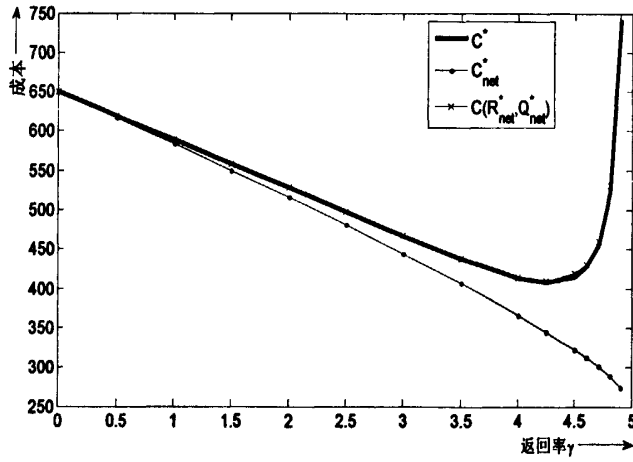


图 2-11 净库存简化方法结果和精确结果的比较
Fig. 2-11 The comparison of the netting demand approach the exact method

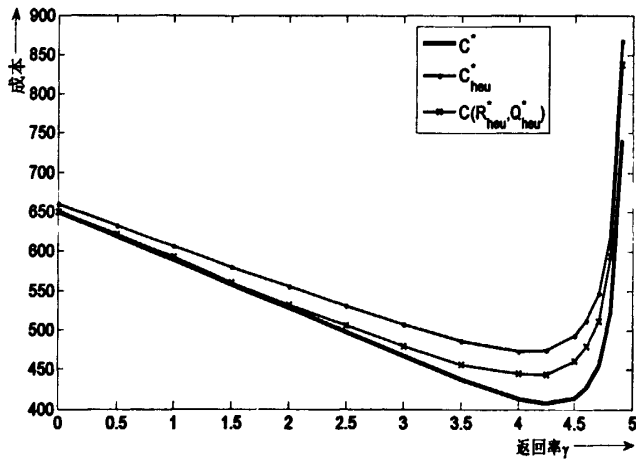


图 2-12 正态分布拟合补货提前期净需求方法的结果和精确结果的比较
Fig. 2-12 The comparison of the normal netting demand approach and the exact method

在实际管理过程中,有一些管理人员往往采用一种最简单直接的方法来管理逆向物流中的库存系统。这种简单的方法就是把该系统简化成一个需求率为 $\lambda-\gamma$ 的传统库存系统。简化后的系统的需求率和原系统的净需求率都是 $\lambda-\gamma$;原系统的净需求率的方差为 $\lambda+\gamma$,而简化后系统需求率的方差为 $\lambda-\gamma$ 。显然,简化后的系统低估了原系统的随机性,且返回率越高低估的越严重。所以该简化方法计算得到的最优成本低于精确最优成本,而且返回率越高误差越大。

图 2-10、图 2-11 和图 2-12 给出了系统在由几种近似方法得到的最优控制参数控制下系统的实际表现。如图 2-10, C^* 表示系统的精确的最优值, C_{nor}^* 表示用正态分布拟合净库存分布方法得到的最优成本, (R_{nor}^*, Q_{nor}^*) 表示用该方法得到的最优控制参数, $C(R_{nor}^*, Q_{nor}^*)$ 表示系统在参数 (R_{nor}^*, Q_{nor}^*) 控制下系统的实际表现。从图 2-10 可以看出,系统在由该近似方法得到的最优参数的控制下的实际总成本要比近似最优成本更接近精确结果。同样,由图 2-11 和图 2-12 可以看出,在其他的近似方法得到的最优参数控制下系统的实际表现都要优于近似计算结果。

2.5.3 (R, Q, S_d) 策略数值分析

上一节给出了一些数值算例来考察系统在 (R, Q) 策略控制下的表现,重点考察了返回率对系统的影响,也比较了不同的计算方法得到的结果。不论是理论研究还是数值分析都表明,当产品返回率接近需求率时系统的最优总成本会迅速增加。为了避免系统最优总成本在产品返回率较高时的“爆炸”式增加,在 (R, Q) 策略的基础上,论文提出了考虑有计划弃置多余返回产品的 (R, Q, S_d) 策略, (R, Q, S_d) 策略通过设置弃置水平 S_d 来而限制了系统的库存水平。

图 2-13 给出了系统的最优弃置水平与返回率的关系。在图 2-13 的数值结果中,给定的补货策略为 $R=5$ 和 $Q=10$ 。当补货策略给定时,图 2-13 表明:返回率越高,弃置水平越低;返回率越低,弃置水平越高。该性质可以用来确定最优弃置水平的上下界。图 2-13 还表明,补货策略给定时,总成本是弃置水平的凸函数,遗憾的是我们目前还不能给出严格的数学证明。值得注意的是,当返回率相对较低时(如图 2-13 中 $\gamma=4$),最优弃置水平往往会比较大,这种情况可以认为弃置是不必要的(或最优弃置水平为无穷大)。

图 2-14 给出了系统最优总成本和各项子成本随返回率提高的变化,当返回率接近并超过需求率的时候(即 $\gamma=4\sim6$), (R, Q, S_d) 策略能有效控制系统的最优总成本。返回率超过需求率继续增加时,最优总成本还是不可避免地随着返回率的上升而增

加,这是由于不可避免的弃置成本导致的。

本小节还考察了一系列的系统参数和成本参数对系统最优总成本的影响。图 2-15 考察了补货提前期对系统最优总成本的影响,当返回率低于需求率时,较长的补货提前期对应于较高的最优总成本,这是由于提前期的增加必然导致提前期内需求量方差增加,从而导致最优补货点的提高和增加持货成本的增加。当返回率高于需求率时,补货提前对最优总成本的影响不大,这是因为此时系统补货的概率比很小。

图 2-16 给出了单位缺货成本 c_b 对系统的影响,图 2-16 的结果和图 2-15 的结果非常类似,在返回率低于需求率时,单位缺货成本越高,系统的最优总成本越高;当返回率高于需求率时,单位缺货成本对系统最优总成本几乎没有什么影响。这是因为当系统的返回率高于系统的需求率的时候,系统缺货的概率非常小,所以单位缺货概率对总成本几乎没有什么影响。

图 2-17 给出了单位持货成本对最优总成本的影响。其结果非常直观:单位持货成本越高对应的最优总成本越高。图 2-18 给出了单位回收成本对最优总成本的影响,其结果是单位回收成本越高对应的最优总成本也越高;当返回率低于需求率时,由于回收产品的数量随着返回率增加,所以不同单位回收成本对应的最优总成本之间的差别也同时增加;当返回率高于需求率时,由于回收的产品数量基本等于需求量,所以不同单位回收成本对应的最优总成本之间的差别几乎不再随返回率的提高而改变。图 2-19 给出了单位弃置成本对系统的影响,当返回率低于需求率时,由于弃置的概率很小,所以不同单位弃置成本对应的最优总成本几乎无差别;当返回率大于需求率时,由于越来越多的产品需要被弃置,所以不同单位弃置成本对应的最优总成本的差别也就越来越大。

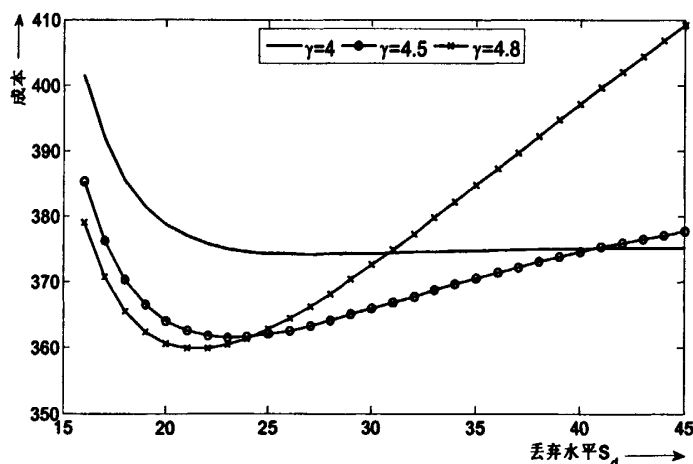


图 2-13 补货策略给定时系统总成本随弃置水平的变化

Fig. 2-13 The optimal total cost varies along the disposal level when R and Q are given

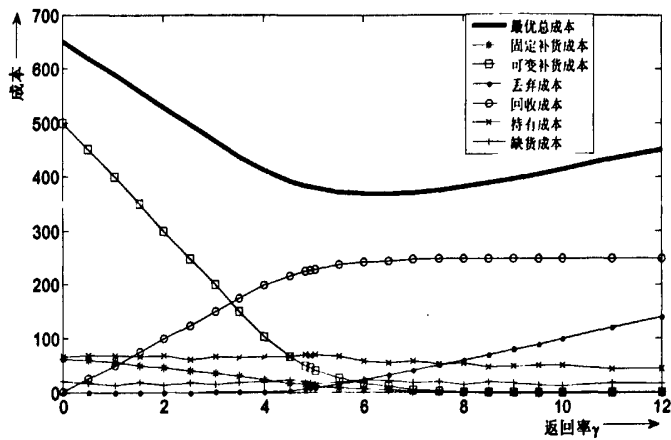


图 2-14 “基本事件”的最优总成本及其子成本

Fig. 2-14 The optimal total cost and its decomposition of the base-case scenario

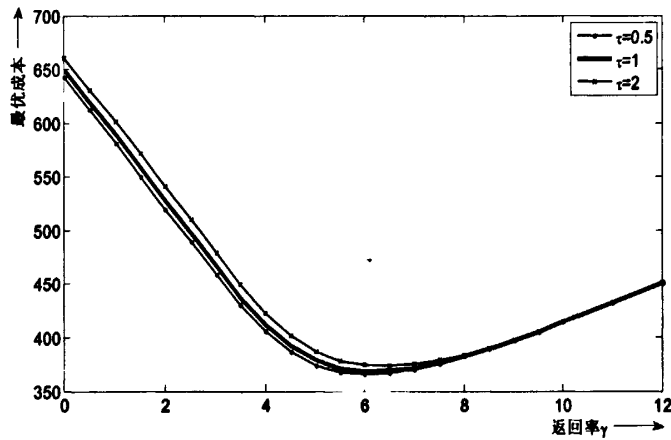


图 2-15 单位补货提前期对最优总成本的影响

Fig. 2-15 The effects of the order leadtime on the performance of the optimal total cost

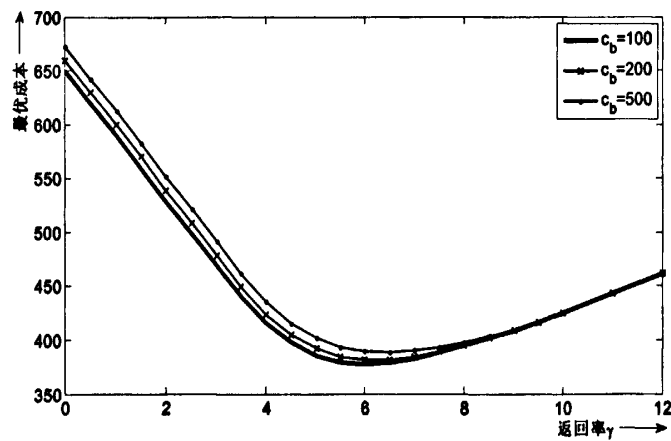


图 2-16 单位缺货成本对最优总成本的影响

Fig. 2-16 The effects of the backorder cost on the performance of the optimal total cost

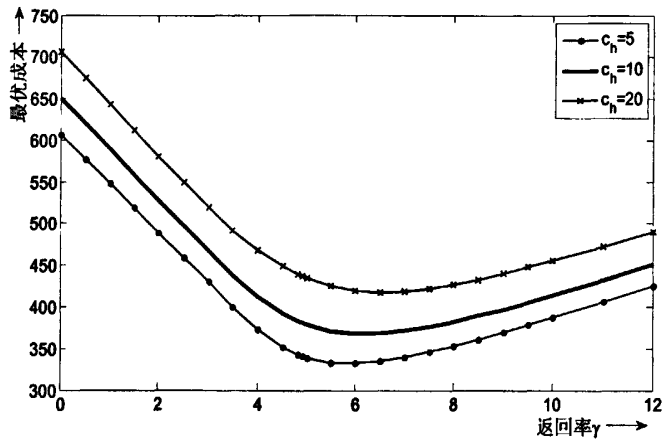


图 2-17 单位持货成本对最优总成本的影响

Fig. 2-17 The effects of the holding cost on the performance of the optimal total cost

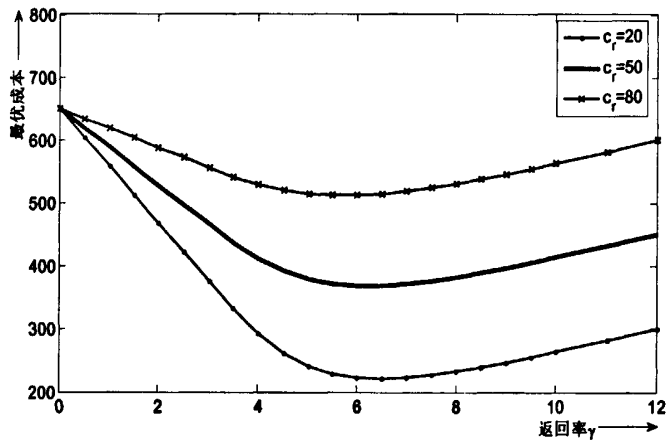


图 2-18 单位回收成本对最优总成本的影响

Fig. 2-18 The effects of the recovery cost on the performance of the optimal total cost

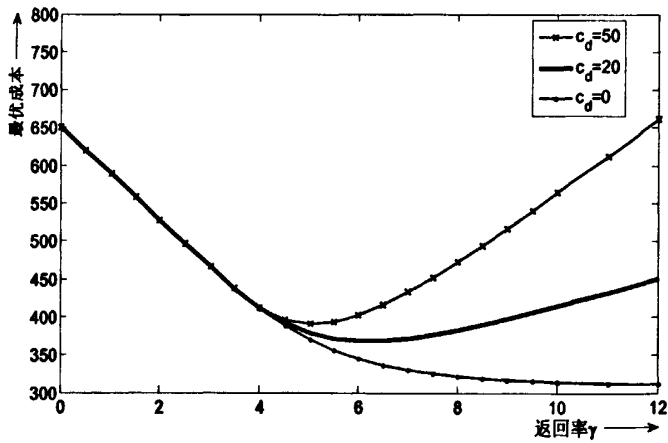


图 2-19 单位弃置成本对最优总成本的影响

Fig. 2-19 The effects of the disposal cost on the performance of the optimal total cost

2.5.4 (R, Q) 策略和 (R, Q, S_d) 策略的比较

前面两小节分别对 (R, Q) 策略和 (R, Q, S_d) 策略控制下的单级库存系统表现进行了数值分析。本节将通过一些数值算例对这两种策略进行比较。 (R, Q, S_d) 策略的补货方式和 (R, Q) 策略完全一致,不同的是 (R, Q, S_d) 策略通过设定一个弃置水平 S_d 来限制系统的库存水平,所以对比这两种策略的关键是考察弃置对系统的影响。

图 2-20 和表 2-6 给出了在两种不同策略控制下,系统最优总成本和最优控制参数的比较。如图 2-20 所示,当返回率相对较低时(约 $\gamma/\lambda < 0.8$), (R, Q) 策略和 (R, Q, S_d) 策略控制下的系统最优总成本几乎一致;当返回率接近需求率时(约 $\gamma/\lambda \geq 0.8$),在 (R, Q) 策略控制下的系统的最优总成本随着返回率的提高而迅速增加,但 (R, Q, S_d) 策略能有效地控制最优总成本的增加。表 2-6 还给出了两种策略控制下系统最优控制参数的比较。当返回率较低时, (R, Q) 策略和 (R, Q, S_d) 策略的最优补货策略也相差无几,且 (R, Q, S_d) 策略的弃置点也相当大(说明几乎不需要考虑弃置);而返回率接近需求率时, (R, Q, S_d) 策略控制下得到的最优补货点和最优批量都要高于 (R, Q) 策略,且弃置点逐渐下降。这是由于返回率继续增加时,越来越多的返回产品需要被有计划地弃置,同时,为了平衡持有成本和缺货成本,最优补货点和补货批量自然被提高。

图 2-21, 2-22 和 2-23 分别给出了当 $\gamma=1$, $\gamma=3$ 和 $\gamma=4.5$ 时在 (R, Q) 策略控制下和 (R, Q, S_d) 策略控制下系统净库存的分别对比。当返回率比较低时(如 $\gamma=1$),在这两种不同策略控制下的系统净库存分布几乎一样;当返回率不断增加时(如 $\gamma=3$),系统的净库存分布开始有一些细微差别;当返回率接近需求率时(如 $\gamma=4.5$),在这两种不同策略控制下的系统净库存分布的差别就相当明显。这是由于当返回率相对较小时, (R, Q, S_d) 策略控制下产品被弃置的概率很小,所以两种策略的区别很小;当返回率接近需求率的时候,在策略 (R, Q, S_d) 控制下,返回的产品被弃置的概率比较大,所以在两种不同控制策略的系统净库存分布差别很大。进一步分析当 $\gamma=4.5$ 时净库存分布的比较, (R, Q, S_d) 策略控制下的系统净库存的分布被限制在一个有限的范围内,而 (R, Q) 策略控制下系统净库存的分布偏向较高的状态。

(R, Q) 策略和 (R, Q, S_d) 策略数值算例的比较都说明:返回率相对较低时, (R, Q) 策略和 (R, Q, S_d) 策略差别不大;当返回率较高时, (R, Q, S_d) 策略要远远优于 (R, Q) 策略。本节的数值分析结果和 van der Lann^[100]的分析结果具有一致性。

表 2-6 “基本事件”在有无弃置策略控制下最优参数和最优总成本的比较

γ	无弃置的 (R, Q) 策略			有弃置的 (R, Q, S_d) 策略				$\frac{C^* - C_{dis}^*}{C^*} \times 100$
	R^*	Q^*	C^*	R^*	Q^*	S_d^*	C_{dis}^*	
0	3	16	649.948	3	16	∞	649.948	0
0.5	3	15	619.422	3	15	∞	619.422	0
1	3	14	589.353	3	14	∞	589.353	0
1.5	2	14	558.579	2	14	∞	558.579	0
2	2	13	528.066	2	13	∞	528.066	0
2.5	1	12	497.265	1	12	∞	497.265	0
3	1	11	466.998	1	11	27	466.997	0.0003
3.5	0	10	437.734	0	10	23	437.661	0.0167
4	-1	9	413.639	-1	9	19	412.022	0.3909
4.25	-1	8	407.584	-1	8	17	401.027	1.6086
4.5	-2	7	414.596	-2	8	15	392.316	5.3737
4.6	-3	7	427.604	-1	7	15	389.209	8.9790
4.7	-3	6	455.135	-2	8	14	385.936	15.2042
4.8	-5	6	520.970	-2	7	14	383.283	26.4289
4.9	-7	5	742.142	-2	7	13	380.840	48.6837

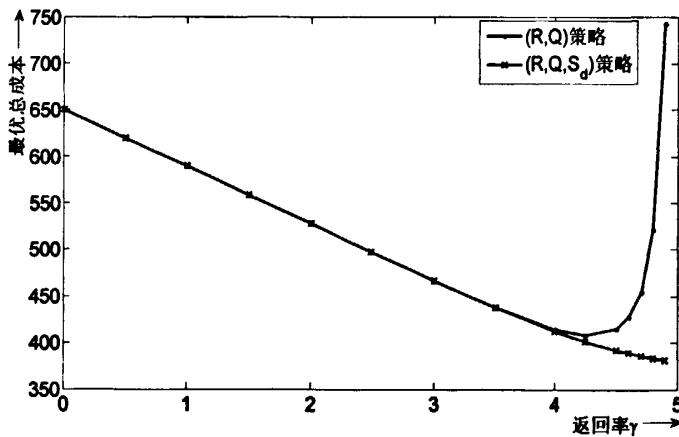


图 2-20 “基本事件”在有无弃置策略控制下最优总成本的对比

Fig. 2-20 The comparison of the optimal total cost of the disposal and non-disposal policy

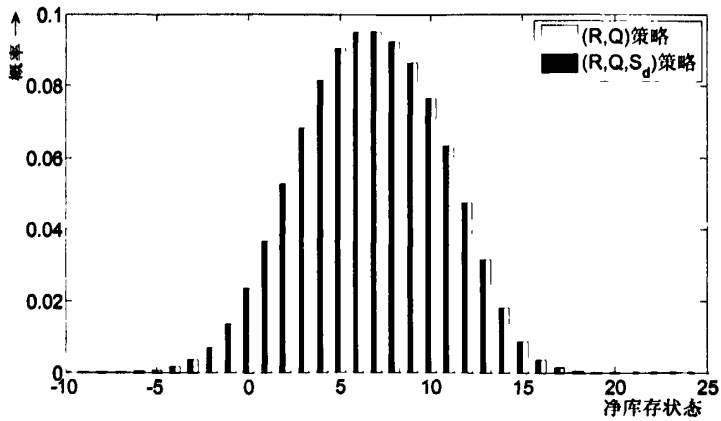


图 2-21 $\gamma = 1$ 时有无弃置策略控制下净库存的分布对比

Fig. 2-21 The comparison of the net inventory distribution between the non-disposal and disposal strategy when $\gamma = 1$

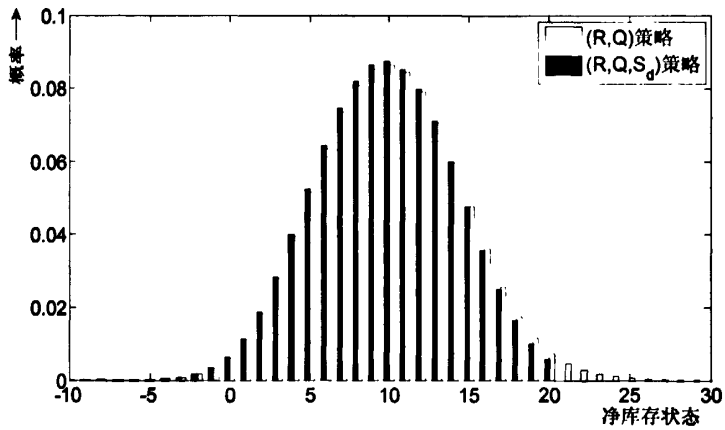


图 2-22 $\gamma = 3$ 时有无弃置策略控制下净库存的分布对比

Fig. 2-22 The comparison of the net inventory distribution between the non-disposal and disposal strategy when $\gamma = 3$

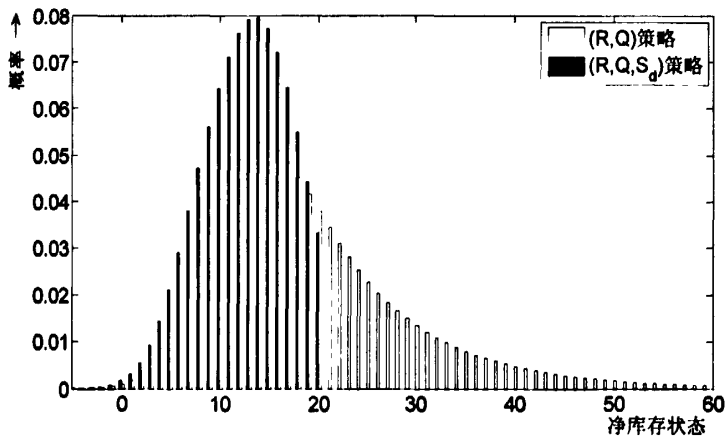


图 2-23 $\gamma = 4.5$ 时有无弃置策略控制下净库存的分布对比

Fig. 2-23 The comparison of the net inventory distribution between the non-disposal and disposal strategy when $\gamma = 4.5$

2.5.5 最优控制参数的鲁棒性

典型产品生命周期大致可以分成三个阶段：成长期、成熟期和衰退期。产品在不同的生命周期具有不同返回率和需求率，如图 2-24 所示。不同的生命周期可以解析如下：

- 成长期：当产品的需求量从零开始不断增长，几乎无产品返回；
- 成熟期：产品的需求率和产品返回率都比较稳定；
- 衰退期：产品逐渐被市场淘汰，需求量不断降低直至为零，而返回率大于需求率。

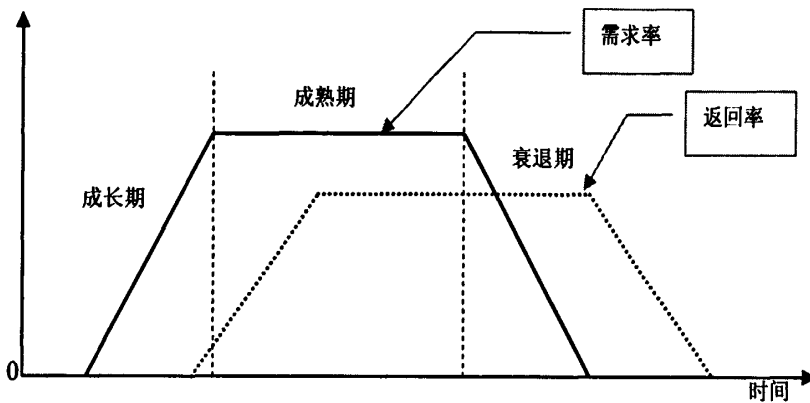


图 2-24 产品不同生命周期的需求率和返回率的变化
Fig. 2-24 The different stage of the product life-cycle

从前面的数值分析中我们发现，在需求量一定的时候，系统的最优控制参数和最优总成本随着返回率的变化而变化。在不同的产品生命阶段，系统将面临不同的回收率和需求率。所以我们需要考虑系统最优控制参数的鲁棒性。如果最优控制参数具有很好的鲁棒性，当产品的所处的生命周期阶段发生变化时，就不需要频繁调整系统的控制参数，从而可以降低系统的管理成本。

本章用数值分析来考察系统最优控制参数的鲁棒性。

表 2-7 给出了 (R, Q) 策略最优控制参数的鲁棒性分析。表 2-7 的第二行和第三行分别给出了不同返回率情况下系统最优控制参数和最优成本。第五行到第十九行分别给出了系统在各个最优控制参数的实际表现。比如说第五行，在 $(R, Q) = (3, 16)$ 控制下、不同返回率下系统的实际最优成本，而 $(R, Q) = (3, 16)$ 是返回率 $\gamma = 0$ 时系统的最优控制参数。从第五行我们发下，在 $(R, Q) = (3, 16)$ 控制下、返回率越大系统的实际表现跟对应的最优成本差别越大。说明最优控制参数不具有鲁棒性。系统需要在返回率和需求量发生变化时及时更新最优控制参数，以达到成本最小化的目标。

同样,表 2-8 给出 (R, Q, S_d) 策略最优控制参数的鲁棒性分析,可以得到同样的结果,即 (R, Q, S_d) 策略的最优控制参数不具有很好的鲁棒性。

通过对最优控制参数鲁棒性的分析,建议管理者应该需要根据需求量和返回率的变化及时更新系统的最优控制参数,从而实现系统总成本的最小化。

2.6 本章小结

本章对逆向物流单级库存控制系统展开了理论研究和数值算例分析。考虑到产品返回的时间、数量所具有的高度不确定性,本文假设产品返回和需求是相互独立的泊松过程。本章首先研究了传统 (R, Q) 策略在逆向物流库存控制的应用。针对 (R, Q) 策略的不足,本章将弃置点 S_d 引入库存控制策略并提出了逆向物流系统的 (R, Q, S_d) 策略。本章的理论研究重点解决了以下两个难题:

(1) (R, Q, S_d) 策略控制下系统稳态分布的计算。基于产品返回和需求是相互独立泊松过程的假设,本章把系统的库存水平建模成具有遍历性的马氏过程,并通过对马氏过程的分析获得库存水平的稳态分布。在计算净库存分布时,本章给出了精确方法和几种近似方法。本章重点论述了计算净库存稳态分布的精确方法:通过构造二维马氏过程和“一致化”方法来解决系统库存水平 $I(t)$ 和有效返回过程 $Z(t)$ 的相关性。

(2) 最优控制参数的确定。针对目标函数和系统稳态分布的特点,本章提出了两种确定最优控制参数的方法:其一确定了最优控制参数的上下界的枚举法,其二是迭代法。分析表明,本章提出的迭代法具有计算量少、精度高的优点。

在理论研究的基础上,本章进一步给出了数值算例对逆向物流单级库存系统进行分析。数值算例分析表明:(a)在一定程度上产品返回的提高有助于系统最优总成本的降低;(b)当产品返回率远小于需求率时, (R, Q) 策略 (R, Q, S_d) 策略相差无几;当产品返回率接近需求率时, (R, Q, S_d) 策略远远优于 (R, Q) 策略;(c)不论是 (R, Q) 策略还是 (R, Q, S_d) 策略,最优控制参数都不具有鲁棒性。

表 2-7 (R, Q) 策略最优控制参数的鲁棒性分析

γ	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.25	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9
(R^*, Q^*)	(3, 16)	(3, 15)	(3, 14)	(2, 14)	(2, 13)	(1, 12)	(1, 11)	(0, 10)	(-1, 9)	(-1, 8)	(-2, 7)	(-3, 7)	(-2, 6)	(-5, 6)	(-7, 5)
$C^*(R^*, Q^*)$	649.95	619.42	589.35	558.58	528.07	497.27	467	437.73	413.64	407.58	414.6	427.6	455.14	520.97	742.14
$C(R, Q)$															
(3, 16)	649.95	619.53	590.37	562.5	535.95	510.97	488.14	469.03	458.58	461.78	481.69	501.34	537.66	615.66	860.33
(3, 15)	650.61	619.42	589.56	561.04	533.91	508.37	485.01	465.41	454.48	457.45	477.14	496.7	532.93	610.84	855.41
(3, 14)	652.09	620.02	589.35	560.1	532.28	506.11	482.16	461.99	450.52	453.22	472.65	492.1	528.23	606.04	850.52
(2, 14)	444.07	623.82	590.29	558.58	528.68	500.78	475.41	454.11	441.73	444.07	463.18	482.51	518.53	596.23	840.61
(2, 13)	662.93	626.33	591.66	558.91	528.07	499.3	473.14	451.09	438.02	440.02	458.8	478.01	513.9	591.48	835.73
(1, 12)	686.1	643.38	603.12	565.32	529.98	497.27	467.67	442.65	427.04	427.91	445.65	464.46	499.98	577.18	821.08
(1, 11)	695.73	650.86	608.62	569.05	532.1	497.92	467	440.77	424.04	424.38	441.62	460.23	495.55	572.56	816.27
(0, 10)	742.25	688.57	638.01	590.66	546.56	505.89	469.14	437.73	416.45	414.74	430.06	447.94	482.55	558.87	801.91
(-1, 9)	813.78	749.22	688.00	630.39	576.51	526.64	481.34	442.07	413.64	408.62	420.81	437.49	470.92	546.09	788.01
(-1, 8)	847.58	777.79	711.61	649.33	591.11	537.22	488.22	445.57	414.05	407.58	418.39	434.54	467.44	542.1	783.51
(-2, 7)	966.89	883.37	802.97	726.25	653.57	585.42	522.52	466.5	422.25	409.69	414.6	428.44	459.07	531.49	770.69
(-2, 7)	1053.1	963.26	875.53	790.54	708.76	630.77	557.44	490.54	435.08	416.85	416.05	427.6	455.94	526.07	762.98
(-2, 6)	1120.6	1024.6	930.12	837.93	748.64	662.98	581.93	507.38	444.42	422.51	418.09	428.21	455.14	523.85	759.36
(-5, 6)	1316.6	1215.1	1112.4	1008.9	904.92	800.8	697.29	595.98	501.73	462.39	439.3	441.6	460.49	520.97	748.03
(-7, 5)	1599.6	1493.8	1385.1	1272.9	1156.3	1034.2	905.37	768.97	626.86	557.66	500.02	487.05	489.78	533.16	742.14

表 2-8 (R, Q, S_d) 策略最优控制参数的鲁棒性分析

γ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
(R^*, Q^*, S_d)	(3,16, ∞)	(2,14, ∞)	(2,13, ∞)	(1,11,17)	(-1,9,19)	(-2,7,13)	(-4,6,9)	(-5,6,8)	(-6,6,7)	(-8,7,6)	(-9,7,6)	(-10,7,5)	(-11,7,5)
$C^*(R^*, Q^*, S_d^*)$	649.948	589.353	528.066	466.997	412.022	378.822	368.691	371.689	382.488	397.026	414.457	432.567	451.178
(R, Q, S_d)	$C(R, Q, S_d)$												
(3,16, ∞)	649.948	590.372	535.954	488.138	458.576	711.242	1020.00	1065.00	1093.33	1117.50	1140.00	1161.67	1182.86
(2,14, ∞)	652.089	589.353	532.281	482.158	450.459	559.775	720.231	765.000	793.333	817.500	840.000	861.667	882.857
(2,13, ∞)	662.930	591.662	528.066	473.137	437.758	504.908	620.933	665.005	693.333	717.500	740.000	761.667	782.857
(1,11,17)	695.734	608.624	532.103	466.997	422.582	437.397	495.535	535.194	563.343	587.501	610.000	631.667	652.857
(-1,9,19)	813.777	688.005	576.516	481.392	412.022	394.879	423.529	456.247	483.485	507.523	530.005	551.668	572.858
(-2,7,13)	966.885	802.971	653.603	523.315	424.720	378.822	380.625	401.302	424.975	448.022	470.203	491.763	512.911
(-4,6,9)	1217.45	1018.37	822.273	636.972	484.379	395.452	368.691	374.405	391.418	411.577	432.431	453.323	474.102
(-5,6,8)	1316.58	1112.40	905.082	700.847	523.615	412.673	372.505	371.689	385.682	404.379	424.467	444.922	465.431
(-6,6,7)	1416.43	1209.77	994.759	774.549	573.041	437.783	381.588	372.507	382.488	399.155	418.131	437.926	458.014
(-8,7,6)	1542.32	1339.53	1123.91	892.078	660.345	485.259	401.304	379.024	383.177	397.026	414.459	433.316	452.788
(-9,7,6)	1641.63	1438.94	1221.13	979.332	720.466	510.536	407.843	380.297	383.386	397.05	414.457	433.312	452.786
(-10,7,5)	1739.79	1538.02	1319.56	1072.28	796.653	559.444	433.560	392.953	389.446	399.611	414.990	432.567	451.178
(-11,7,5)	1835.14	1635.80	1417.99	1166.12	867.812	591.208	441.678	394.513	389.722	399.659	414.998	432.568	451.178

第三章 逆向物流多级库存系统研究

3.1 引言

单级库存模型只适用在返回的产品可以直接再使用的情况。很多情况下,返回产品必须经过复杂的回收过程(比如翻新、维修、再制造等)才能被再使用。对于需要经过复杂回收过程的产品库存控制,单级库存模型不再适用,必须建立多级库存系统模型。顾名思义,多级库存系统由一系列的库存节点组成,这些库存点之间的库存控制是相互协同的。传统的多级库存系统的例子有:对于一个供销网络,往往会有一个距产地较近的中心仓库和若干个接近顾客的服务库存,中心库存用来供应服务库存,而服务库存则用来满足顾客的需求。

随着供应链管理得到越来越多的重视,多级库存系统的控制与管理作为供应链管理的关键内容也得到了越来越多的重视^[91, 124-134]。本章研究逆向物流的多级库存控制问题。

3.2 概述

以 SONY 公司 CRT 显示器再制造为例来说明逆向物流多级库存控制。和第二章不同的是:一些从 CRT 显示器上拆下来的阴极射线管不能直接使用,必须经过修复后才能使用。CRT 显示器再制造中心存在两个库存点:一个是回收库存,用来保存等待被修复的产品;另一个是服务库存,用来保存能直接使用的产品。再制造中心还增加了一条阴极射线管修复生产线。再制造中心需要同时对回收库存和服务库存进行控制。控制对象和相关过程的增加都给多级库存系统建模和控制提出了挑战。

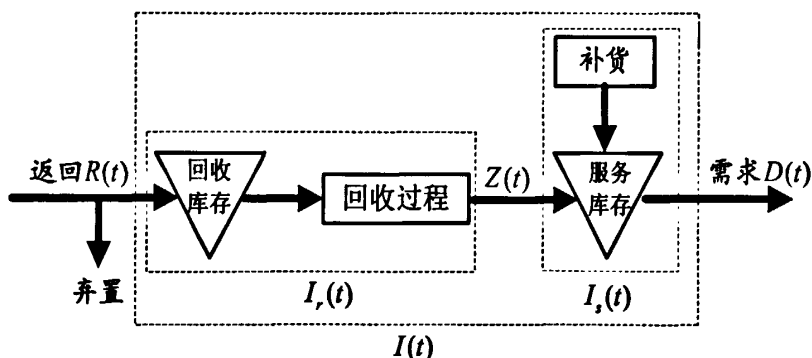


图 3-1 逆向物流多级库存系统示意图

Fig. 3-1 The illustration of the multi-echelon inventory system of reverse logistics

3.2.1 系统结构和流程

逆向物流多级库存系统如图 3-1 所示,系统的结构有:

- 回收库存:用来保存返回的、等待被回收处理的产品;回收库存只能由返回产品来补充。
- 服务库存:用来保存可以满足市场需求的成品,服务库存既可以通过补货得到补充,也可以通过回收的产品来补充。
- 回收车间:用来修复返回的产品,有一定的生产能力限制。

与单级系统的根本区别在于系统增加了一个回收库存和回收车间。图 3-1 所示多级库存系统运行流程有:

- 产品返回:返回的产品不能被直接再使用,先存放在回收库存等待被修复;产品返回的时间和数量具有高度的随机性。
- 产品需求:生产(或市场)对产品需求的时间和数量也具有高度的随机性。
- 回收过程:把不能直接使用的返回产品恢复原有价值和功能的过程,回收过程有修复、再制造等。
- 回收过程的输出:回收过程的输出不等于返回过程,是个未知一个随机过程。
- 补货:系统库存过低时需要向外补货。
- 弃置:弃置是对多余的返回产品的资源化处理。弃置处理方式有转让、销售到二级市场,拆成零部件再利用,甚至焚烧或者掩埋等。
- 缺货:没能及时满足的需求延期交货(back-order),延期交货的产品需要按数量和延期的时间支付一定的缺货费用。

与单级系统相比,多级系统的结构和运行流程都更复杂,从而增加了建模和定量分析的难度。

3.2.2 系统参数定义

图 3-1 所示的逆向物流多级库存系统相关的库存状态参数有:

- $I_r(t)$: 回收库存(return inventory),包括回收库存点等待被回收和正在被回收的产品。
- $I_s^o(t)$: 现有服务库存(on-hand serviceable inventory),是指服务库存点所拥有的实际库存量。
- $I_s^b(t)$: 缺货量(back-order),是指服务库存点未能暂时满足、延期交货的需求。
- $I_s^n(t)$: 净服务库存(net serviceable inventory),净服务库存数值上等于

现有服务库存减去缺货量，即

$$I_s^n(t) = I_s^o(t) - I_s^b(t)$$

- $I_s^o(t)$: 将有服务库存 (outstanding order), 也称为在途服务库存, 是指已经发出补货请求但暂时还未到达服务库存点的补货。
- $I_s(t)$: 服务库存水平 (inventory position), 服务库存水平是一个衍生的概念, 等于净服务库存和将有服务库存之和, 也等于现有服务库存减去缺货量再加上将有服务库存, 即:

$$I_s(t) = I_s^n(t) + I_s^o(t) = I_s^o(t) - I_s^b(t) + I_s^o(t)$$

- $I(t)$: 系统库存水平 (inventory position), 是指整个系统的库存水平, 等于回收库存和服务库存水平之和:

$$I(t) = I_r(t) + I_s(t)$$

- τ : 补货提前期 (lead-time), 是指从发出补货请求至货物实际到达服务库存所经历的时间段。
- $R(t)$: 返回过程 (见图 3-1), 本文设 $R(t)$ 是参数为 γ 的泊松过程; $R(t-\tau, t]$ 为时间段 $(t-\tau, t]$ 返回的产品数量, 服从参数为 $\gamma\tau$ 的泊松分布。
- $D(t)$: 需求过程 (见图 3-1), 本文设 $D(t)$ 是参数为 λ 的泊松过程; $D(t-\tau, t]$ 为时间段 $(t-\tau, t]$ 返回的产品数量, 服从参数为 $\lambda\tau$ 的泊松分布。
- $Z(t)$: 回收输出过程 (见图 3-1), 是个未知的随机过程, 与返回过程和回收过程都相关。
- ρ : 返回强度, 是指返回率和需求率的比值, 即 $\rho = \gamma/\lambda$ 。

相关的库存成本包括补货成本、持有成本 (回收库存和服务库存的持有成本不同)、回收成本、缺货成本、弃置成本等。这些成本参数的详细说明可以参考表 3-1。

表 3-1 逆向物流多级库存系统的成本参数定义

h_r	回收库存中单位产品单位时间的持有成本
h_s	服务库存中单位产品单位时间的持有成本
c_p	单位产品的补货成本
c_r	单位产品的回收成本
c_d	单位产品的弃置处理成本
f_p	每次补货批量的固定成本
f_r	每次回收批量的固定成本

3.2.3 系统假设

为方便数学建模, 基于逆向物流库存系统的特点, 本节对图 3-1 描述的多级库存系统做如下的假设:

- 返回产品只有经过复杂回收过程以后, 才能和新产品一样满足市场需求;
- 返回的产品需要一定的时间完成回收过程, 由于返回产品的质量的不确定性, 所以回收过程完成的时间是随机的。
- 产品的返回过程和需求过程是相互独立的泊松过程, 参数分别为 γ 和 λ ;
- 补货提前期是固定的;
- 没有及时满足的需求延期交货, 延期交货的产品需要按数量和时间支付一定的缺货费用。

需要注意的是, 前面两个假设条件与单级系统的假设不同, 后面的三个假设条件和单级系统的假设条件基本一致。关于这些假设的详细说明可以参考本文的第二章。

在前面个假设条件中, 第一个假设是多级系统区别单级系统的根本标志: 返回产品需要经过复杂回收过程, 使得回收库存和服务库存独立开来, 从而形成了多级库存系统。第二个假设条件能反映返回产品质量的不确定性: 产品质量的不确定性导致了产品在回收方式存在不确定性, 完成回收过程的时间也具有随机性。

3.2.4 回收模式

根据单位产品的价值、回收成本和固定回收成本, 我们将提出两种不同的产品回收模式: 连续回收模式和批量回收模式。

连续回收模式是指产品回收过程是连续进行的, 即, 只要回收库存有产品等待被回收, 回收生产线就不停止运行。连续回收模式下回收库存和回收生产线就构成了一个随机伺服系统。连续回收模式适用于单位产品价值高、单位回收成本 c_r 相对较高、而固定回收成本 f_r 相对较低的情况。批量回收模式是指当回收库存积累一定数量的返回产品后才开始一次回收过程, 一次回收过程需要回收一定批量的产品。批量回收模式适用于单位产品价值较低、单位回收成本相对较低, 而固定回收成本相对较高的情况, 批量回收过程能有效降低单位产品分摊的固定成本。本学位论文只对连续回收模式展开研究。在进一步对具体策略进行分析之前, 我们现对连续回收模式的系统进行如下假设:

- 回收车间有 c 台相同的、相互独立的回收生产线;
- 每个产品完成回收过程的时间是随机的, 服从参数为 μ 的负指数分布; 根据负指数分布的定义, 可知每个产品的平均回收时间为 $1/\mu$ 。

由于返回的产品质量的不确定性, 所以每个产品完成回收过程需要的时间是随机的。基于以上的假设, 则回收车间就成为了一个标准的 $M/M/c$ 排队系统, 整个回收车间的服务率为 $c\mu$ 。基于 Van der Laan 等人^[98-102]的研究, 本章将给出适用于连续回收模式的三种不同控制策略: 无产品弃置的 (R, Q) 策略和有产品弃置 (R, Q, N) 策略和 (R, Q, S_d) 策略。接下来, 就这三种不同的策略进行详细的分析。

3.3 (R, Q) 策略分析

本节所以研究的多级库存系统的结构如图 3-2 所示: 该系统由回收库存和服务库存两个库存点构成; 该系统有补货和产品返回两个输入, 一个输出为需求。

多级库存系统连续回收模式下 (R, Q) 策略和第二章提出的 (R, Q) 策略类似, 本章提出的 (R, Q) 策略的补货决策由整个系统的库存水平状况 $I(t)$ 决定, 而不是由服务库存水平决定。多级库存系统连续回收模式下 (R, Q) 策略运行如下: 一旦系统库存水平下降到补货点 R , 系统立即发出数量为 Q 的补货请求, 这批补货将在 τ 个单位时间后到达。系统库存水平 $I(t)$ 的状态空间为:

$$S_1 = (R+1, R+2, \dots, \infty)$$

由于 (R, Q) 策略没有考虑产品弃置, 所以假设 $\gamma < \lambda$ 。基于以上假设, (R, Q) 策略控制下回收车间就成为了一个标准的 $M/M/c$ 排队系统。为了避免系统容量的爆炸, 根据标准排队理论, 进一步假设 $\gamma < c\mu$ 。与逆向物流单级库存系统相比, 多级库存系统的成本结构要更复杂, 多级库存系统的单位时间总成本的期望可以表达为:

$$C(R, Q) = f_p \frac{\lambda - \gamma}{Q} + c_p(\lambda - \gamma) + c_r\gamma + h_r E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t)\right] + h_s E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^o(t)\right] + c_b E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^b(t)\right] \quad (3.1)$$

在总成本函数(3.1)中, 右边的各项依次是固定补货成本、可变补货成本、可变回收成本、回收库存持有成本、服务库存持有成本、缺货成本。

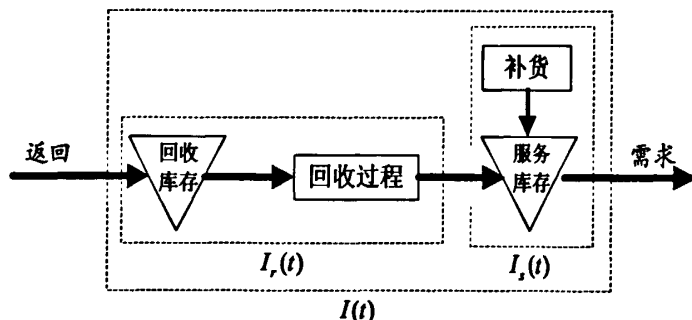


图 3-2 连续回收模式下 (R, Q) 策略控制下系统结构示意图

Fig. 3-2 The inventory system under (R, Q) strategy

3.3.1 系统库存水平的稳态分布

基于连续回收模式下 (R, Q) 策略, 系统库存水平 $I(t)$ 可以建模成一个时间连续状态离散的马氏过程。系统库存水平 $I(t)$ 是一个稳态的、遍历的马氏过程, 所以系统库存水平 $I(t)$ 存在唯一的稳态极限分布。系统库存水平 $I(t)$ 稳态极限分布的具体求解过程可以参考第二章, 本章将不再复述具体过程。根据第二章中的结果, 可以直接得到如下的系统库存水平的稳态极限分布:

$$P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = R + i\right\} = \begin{cases} \frac{1 - \rho^i}{Q}, & 1 \leq i \leq Q \\ \frac{(\rho^{-Q} - 1)\rho^i}{Q}, & i > Q \end{cases} \quad (3.2)$$

其中 $\rho = \frac{\gamma}{\lambda}$ 。系统库存水平稳态极限分布的期望和方差分布为:

$$E[\lim_{t \rightarrow \infty} I(t)] = R + \frac{Q+1}{2} + \frac{\gamma}{\lambda - \gamma} \quad (3.3)$$

$$Var[\lim_{t \rightarrow \infty} I(t)] = \frac{Q^2 - 1}{12} + \frac{\lambda\gamma}{(\lambda - \gamma)^2} \quad (3.4)$$

观察(3.2), 系统库存水平 $I(t)$ 的稳态极限分布只跟补货批量的 Q 相关。

3.3.2 回收库存的稳态分布

基于本节的假设, 在连续回收模式下 (R, Q) 策略控制下, 系统的回收库存是一个标准的 $M/M/c$ 排队系统。该排队系统的到达率为 γ , 服务率为 $c\mu$ ($\gamma < c\mu$)。根据标准的 $M/M/c$ 排队理论^[135], 可以得到回收库存的稳态极限分布:

$$P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t) = r\right\} = \begin{cases} \left[\sum_{k=0}^{c-1} \frac{(c\theta)^k}{k!} + \frac{1}{c!} \cdot \frac{(c\theta)^c}{1-\theta} \right]^{-1}, & r = 0 \\ \frac{(c\theta)^r}{r!} \left[\sum_{k=0}^{c-1} \frac{(c\theta)^k}{k!} + \frac{1}{c!} \cdot \frac{(c\theta)^c}{1-\theta} \right]^{-1}, & 0 < r \leq c \\ \frac{c^r \theta^r}{c!} \left[\sum_{k=0}^{c-1} \frac{(c\theta)^k}{k!} + \frac{1}{c!} \cdot \frac{(c\theta)^c}{1-\theta} \right]^{-1}, & r > c \end{cases} \quad (3.5)$$

其中 $\theta = \frac{\gamma}{c\mu}$, θ 称为系统的服务强度或者服务机构的平均利用率。进一步, 回收库存的期望可以表达为:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t)\right] = \sum_{r=0}^{\infty} r \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t) = r\right\} = \frac{\gamma}{\mu} + \frac{(c\theta)^c \theta}{c!(1-\theta)^2} \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t) = 0\right\} \quad (3.6)$$

特别地, 当 $c=1$ 时, 回收库存的稳态极限分布为:

$$P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t) = r\right\} = \begin{cases} 1 - \frac{\gamma}{\mu}, & r=0 \\ \left(1 - \frac{\gamma}{\mu}\right) \left(\frac{\gamma}{\mu}\right)^r, & r>0 \end{cases} \quad (3.7)$$

$c=1$ 时, 回收库存的期望为:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t)\right] = \frac{\gamma}{\mu - \gamma} \quad (3.8)$$

由(3.8)我们可以看出: 回收库存的期望随着返回率 γ 的增加而单调递增; 回收库存的期望随着服务率 μ 的增加而单调递减; 当返回率 γ 接近服务率 μ 时:

$$\lim_{\gamma \rightarrow \mu} E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t)\right] = \lim_{\gamma \rightarrow \mu} \frac{\gamma}{\mu - \gamma} = \infty \quad (3.9)$$

当返回率 γ 接近服务率 μ 时, 回收库存的期望会迅速增加到无限, 这就是排队论中的队列爆炸现象。

3.3.3 服务库存的稳态分布

通过对系统库存水平进行马氏过程建模和采用标准排队理论结果, 可以分别得到了系统库存水平和回收库存水平的稳态极限分布。但是服务库存不具有马氏过程的性质, 所以不能采用同样的方法来求解服务库存的稳态极限分布。根据系统库存水平、回收库存水平和服务库存水平的定义, 可以得到下面的关系:

$$I_s(t) = I(t) - I_r(t) \quad (3.10)$$

由于 $I(t)$, $I_s(t)$ 和 $I_r(t)$ 是彼此相关的, 且求出它们之间的相关系数非常困难, 所以不使用(3.10)求出服务库存水平 $I_s(t)$ 的稳态分布。由成本函数(3.1)可知, 需要得到的是现有服务库存的期望 $E[\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^o(t)]$ 和缺货量的期望 $E[\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^b(t)]$, 根据净服务库存的定义, 有:

$$I_s^n(t) = I_s^o(t) - I_s^b(t) \quad (3.11)$$

也可以如下理解现有服务库存和缺货量与净服务库存的关系:

$$I_s^o(t) = \text{Max}[I_s^n(t), 0] \quad (3.12)$$

$$I_s^b(t) = \text{Max}[-I_s^n(t), 0] \quad (3.13)$$

也就是说: 净库存为正时, 就是现有服务库存; 净库存为负时, 就是缺货量。

考虑到补货提前期是固定的常数, 根据经典的库存理论和本文的系统参数的定义, 有如下的关系:

$$I_s^n(t) = I_s(t-\tau) + Z(t-\tau, t] - D(t-\tau, t] \quad (3.14)$$

由于 $I_s(t) = I(t) - I_r(t)$, 进一步有

$$I_s^n(t) = I(t-\tau) - I_r(t-\tau) + Z(t-\tau, t] - D(t-\tau, t] \quad (3.15)$$

其中 $Z(t-\tau, t]$ 是指在时间段 $(t-\tau, t]$ 内回收过程的输出, 其稳态极限分布可以由成熟的排队论结果得到; $D(t-\tau, t]$ 是指在时间段 $(t-\tau, t]$ 内系统的需求量, 是服从参数为 $\lambda\tau$ 的泊松分布; $I(t-\tau)$ 和 $I_r(t-\tau)$ 的稳态极限分布上文已经求出。尽管等式(3.15)右边各项的稳态极限分布都已知, 但由于等式(3.15)右边各项的相关系数未知, 所以直接计算净服务库存 $I_s^n(t)$ 的稳态极限分布。为了提高计算的实用性, 基于等式(3.15), 接下来我们将采用两种近似方法来计算净服务库存的稳态极限分布。

(1) 直接算法

直接算法的核心思想是忽略等式(3.15)右边各项的相关性, 即假设式(3.15)右边各项是相互独立的随机变量, 然后通过右边各项稳态极限分布来求净服务库存的稳态极限分布。因为 $D(t-\tau, t]$ 与式(3.15)右边其他各项是相互独立的, 根据(3.15)有:

$$\begin{aligned} P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^n(t) = i_s^n\right\} &= P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} [I(t-\tau) - I_r(t-\tau) + Z(t-\tau, t] - D(t-\tau, t)] = i_s^n\right\} \\ &= \sum_{d=0}^{\infty} P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} [I(t-\tau) - I_r(t-\tau) + Z(t-\tau, t)] = i_s^n + d\right\} \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} D(t-\tau, t] = d\right\} \end{aligned} \quad (3.16)$$

注意到 $I(t-\tau)$, $I_r(t-\tau)$ 和 $Z(t-\tau, t]$ 三项是彼此相关的, 现假设 $I(t-\tau)$, $I_r(t-\tau)$ 和 $Z(t-\tau, t]$ 相互独立, 则(3.16)可以进一步表达为:

$$\begin{aligned} P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^n(t) = i_s^n\right\} &= \sum_{d=0}^{\infty} P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} [I(t-\tau) - I_r(t-\tau) + Z(t-\tau, t)] = i_s^n + d\right\} \\ &\quad \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} D(t-\tau, t] = d\right\} \\ &= \sum_{d=0}^{\infty} \sum_{z=0}^{\infty} P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} [I(t-\tau) - I_r(t-\tau)] = i_s^n + d - z\right\} \\ &\quad \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t-\tau, t] = z\right\} \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} D(t-\tau, t] = d\right\} \\ &= \sum_{d=0}^{\infty} \sum_{z=0}^{\infty} \sum_{\Psi} P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I(t-\tau) = r + i_s^n + d - z\right\} \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t-\tau) = r\right\} \\ &\quad \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t-\tau, t] = z\right\} \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} D(t-\tau, t] = d\right\} \end{aligned} \quad (3.17)$$

其中 $\Psi = \{(r, i_s^n, d, z) | R+1 \leq r + i_s^n + d - z, r \geq 0, z \geq 0, d \geq 0\}$ 。在净服务库存稳态极限分

布已知的情况下, 根据(3.12)和(3.13), 可以如下计算出服务库存和缺货量期望:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^o(t)\right] = \sum_{i_s^n > 0} i_s^n P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^n(t) = i_s^n\right\} \quad (3.18)$$

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^b(t)\right] = -\sum_{i_s^n < 0} i_s^n P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^n(t) = i_s^n\right\} \quad (3.19)$$

观察(3.17), (3.18)和(3.19), 直接计算方法涉及到多个无穷项的相加, 计算过程繁琐且计算量大。同时, 在实际计算过程中往往只截取无穷项中的一部分, 从而影响了计算结果的精度。接着将提出一种计算过程相对简单的近似方法。

(2) 正态分布拟合净服务库存分布

该方法最初由 Muckstadt 和 Issac^[96]提出, 我们可以将该方法应用于本章的研究内容。通过一系列的数值仿真, 我们发现净服务库存的稳态极限分布很接近正态分布, 所以我们尝试提出一种用正态分布来拟合净服务库存稳态极限分布的近似方法。

根据期望和方差的性质和等式(3.15), 可以得到净服务库存的期望:

$$\begin{aligned} E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^n(t)\right] \\ = E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I(t)\right] - E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t)\right] + E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t-\tau, t)\right] - E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} D(t-\tau, t)\right] \end{aligned} \quad (3.20)$$

和方差:

$$\begin{aligned} Var\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^n(t)\right] \\ = Var\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I(t)\right] + Var\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t)\right] + Var\left[\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t-\tau, t)\right] + Var\left[\lim_{t \rightarrow \infty} D(t-\tau, t)\right] \end{aligned} \quad (3.21)$$

库存水平的期望和方差分布如(3.3)和(3.4), 回收库存的期望和方差也已知。根据泊松过程的性质有:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} D(t-\tau, t)\right] = \lambda\tau \quad (3.22)$$

$$Var\left[\lim_{t \rightarrow \infty} D(t-\tau, t)\right] = \lambda\tau \quad (3.23)$$

再根据标准 $M/M/c$ 排队理论, 可以得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t-\tau, t)$ 的期望和方差。在(3.20)和(3.21)右边各项已知的情况下, 可以很容易计算出服务净库存的期望和方差。设:

$$\mu_N = E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^n(t)\right] \quad (3.24)$$

$$\sigma_N^2 = Var\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^n(t)\right] \quad (3.25)$$

设 $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的分布函数, $\phi(\cdot)$ 为标准正态分布的密度函数, 则可以如下得到现有库存的期望:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^o(t)\right] = \int_0^{\infty} xh(x)dx = \sigma_N \phi\left(\frac{\mu_N}{\sigma_N}\right) + \mu_N \Phi\left(-\frac{\mu_N}{\sigma_N}\right) \quad (3.26)$$

和缺货量的期望:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^b(t)\right] = \int_{-\infty}^0 xh(x)dx = \sigma_N \phi\left(\frac{\mu_N}{\sigma_N}\right) - \mu_N \Phi\left(-\frac{\mu_N}{\sigma_N}\right) \quad (3.27)$$

与前面直接计算的方法相比,用正态分布拟合净服务库存稳态极限分布的方法计算量下降了很多,且大量的数值算例表明该方法具有一定的精确度来看,所以该方法比较适合实际应用。

3.3.4 最优控制参数的确定

前面我们已经计算出了在给定参数控制下系统的单位时间总成本期望,而我们的最终目的是要找到最优的控制参数使得系统的单位时间内的总库存成本的期望最小。所以本节将讨论如何确定最优的控制参数。对于直接计算的方法,我们可以采用第二章中一样的方法,即先基于“最悲观”和“最乐观”的假设分别出去最优补货点和最优批货批量的上下界,然后通过枚举法来求确定最优的控制参数。对于正态分布拟合净库存分布的方法,可以对第二章描述的方法稍作调整,就可以用来确定最优的控制参数,详细过程可以参考第二章。

3.4 (R, Q, N) 策略和 (R, Q, S_d) 策略分析

前面章节研究了 (R, Q) 策略控制下的多级库存系统。 (R, Q) 策略实际上只能控制系统的补货过程,而无法控制系统的产品的返回。通过定量分析我们发现,当返回率接近需求量时,系统的总成本的期望会剧烈增长,所以 (R, Q) 策略只适用于返回率低于需求率的情况。在实际中,产品的返回率在很多时候都要高于的需求率(比如产品处于生命周期中的衰退阶段),如不对返回的产品进行有计划的弃置处理,则系统的库存水平就会增加到无限,所以有必要对返回的产品进行有计划的弃置,从而可以降低系统总成本的期望。

van der Lann 等人最早提出了 (R, Q, N) 策略和 (R, Q, S_d) 策略^[98],但他们只对这些策略进行近似的分析。基于 van der Lann 等人的研究和对 (R, Q) 策略的分析,本章进一步从理论分析和数值分析两个方面,对 (R, Q, N) 策略和 (R, Q, S_d) 策略的系统稳态分析和参数优化展开深入、系统的分析。 (R, Q, N) 策略和 (R, Q, S_d) 策略控制下的系统结构如图 3-3 所示。与图 3-2 中的结构相比,图 3-3 中的系统结构增加了一个弃置过程。当一个产品返回时,将根据系统库存水平或者回收库存水平来决定是被回收还是被弃置,决定被弃置的产品不进入回收库存就直接被弃置处理,只有决定被回收的产品才被进入回收库存等待被回收。

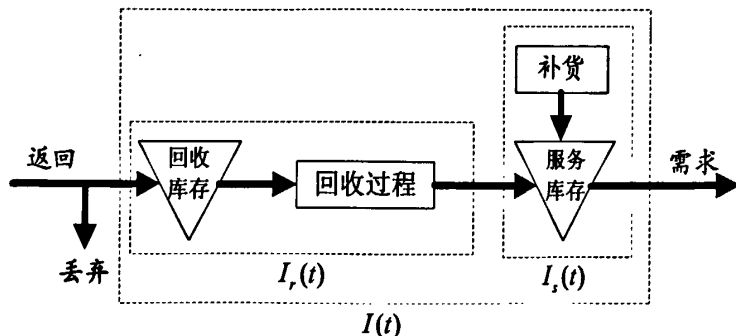
图 3-3 连续回收模式下 (R, Q, N) 策略和 (R, Q, S_d) 策略控制下的系统结构示意图

Fig. 3-3 The inventory system under the control of disposal policy

3.4.1 (R, Q, N) 策略分析

(R, Q, N) 策略是基于回收库存水平的弃置策略，该策略运作过程如下：系统的库存水平被连续地监控，一旦系统库存水平下降到 R ，系统则立即向外订购数量为 Q 的新产品，使系统的库存水平上升到 $R+Q$ ；当一个产品返回时，如回收库存水平小于 N ，该返回的产品进入回收库存等待被回收；当一个产品返回时，如果回收库存水平等于 N ，则该返回的产品被立即弃置处理。 (R, Q, N) 策略与 (R, Q) 策略相比，具有相同的补货策略；不同的是， (R, Q, N) 策略根据回收库存水平状态考虑了多余产品的弃置。

3.4.1.1 回收库存分析

由于 (R, Q, N) 策略的弃置过程由回收库存所决定，所以我们首先从回收库存开始分析 (R, Q, N) 策略。基于前面的假设，已知回收车间有 $c(c \leq N)$ 条并联的相同的回收生产线，每条生产线都能独立完成产品的回收过程，回收车间的容量为 N 。而且，每台产品完成回收过程需要的时间服从参数为 μ 的负指数分布。在 (R, Q, N) 策略的控制下，回收库存为一个标准的 $M/M/c/N$ 的排队系统。回收库存的状态空间为 $\{0, 1, \dots, c+N\}$ 。根据标准的排队理论[135]，可以直接得到回收库存水平的稳态极限分布：

$$P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t) = r\right\} = \begin{cases} \frac{(c\theta)^r}{r!} \cdot p_0, & 0 \leq r \leq c-1 \\ \frac{c^c}{c!} \theta^r \cdot p_0, & c \leq r \leq N \end{cases} \quad (3.28)$$

其中 $\theta = \frac{\gamma}{c\mu}$ ，跟 (R, Q) 策略不同的是，这里不必对 θ 加以限制，

$$p_0 = \left[\sum_{k=0}^{c-1} \frac{(c\theta)^k}{k!} + \frac{c^c}{c!} \cdot \frac{\theta^c - \theta^{N+1}}{1-\theta} \right]^{-1} \quad (3.29)$$

进一步计算出回收车间产品数量的期望为：

$$\begin{aligned} & E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t) | (c, N)\right] \\ &= p_0 \left(\sum_{r=0}^{c-1} r \cdot \frac{(c\theta)^r}{r!} + \frac{c^c}{c!} \sum_{r=c}^{c+N} r \cdot \theta^r \right) \\ &= \frac{p_0 \theta (c\theta)^c}{c!(1-\theta)^2} \left[1 - \theta^{N-c} - (N-c)(1-\theta)\theta^{N-c} \right] + c\theta \left(1 - \frac{c^c}{c!} \theta^N p_0 \right) \end{aligned} \quad (3.30)$$

特别地，当 $c=1$ 时，则 $r \in \{0, 1, \dots, N\}$ ，有：

$$P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t) = r\right\} = \begin{cases} \frac{1-\theta}{1-\theta^{N+1}} \theta^r, & \theta \neq 1 \\ \frac{1}{N+1}, & \theta = 1 \end{cases} \quad (3.31)$$

当 $c=1$ 时，回收库存的期望为：

$$E\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t)\right\} = \begin{cases} \frac{\theta}{1-\theta} \cdot \frac{1-(N+1)\theta^N + N\theta^{N+1}}{1-\theta^{N+1}}, & \theta \neq 1 \\ \frac{N}{2}, & \theta = 1 \end{cases} \quad (3.32)$$

分析(3.32)，当产品返回率远远高于服务率时，即 $\theta \rightarrow \infty$ 有：

$$\begin{aligned} \lim_{\theta \rightarrow \infty} E\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t)\right\} &= \lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{\theta}{1-\theta} \cdot \frac{1-(N+1)\theta^N + N\theta^{N+1}}{1-\theta^{N+1}} \\ &= N \end{aligned} \quad (3.33)$$

式(3.33)说明当产品返回率远远高于服务率时，回收库存中排满了等待被回收的产品；如果没有容量的限制，返回率接近回收率时，回收库存期望则会增加到无限。接下来我们将从系统的补货策略着手来分析服务库存的稳态极限分布。

3.4.1.2 系统库存水平分析

(1) 精确方法

在 (R, Q, N) 策略控制下，产品的弃置过程由回收库存的容量所决定，系统库存水平的状态转移不符合马氏过程的条件。但系统库存水平和回收库存的联合状态转移满足马氏过程的条件，所以可以建立一个如下的二维马氏过程：

$$X(t) = \{I_r(t), I(t)\} \quad (3.34)$$

(3.34)定义的马氏过程的状态空间为:

$$S_2 = \{0, 1, \dots, N\} \times \{R+1, R+2, \dots, R+Q, \dots\} \quad (3.35)$$

注意到: 在 (R, Q, N) 策略的控制下, 尽管考虑了弃置, 系统的库存水平的状态空间也是无限的。因为 (R, Q, N) 策略只能限制回收库存的容量, 从而可以限制产品的有效返回率, 但不能限制系统的库存水平。我们这里的“有效返回率”是指被系统接受并被回收的返回产品。当某个产品返回的时, 如果回收库存的排队等于 N , 则该产品被拒绝。所以当产品返回时, 被拒绝的概率等于 p_N , 被接受的概率为 $1-p_N$ 。根据 PASTA 定理^[121], 则系统的有效返回率为 $\gamma(1-p_N)$ 。

现在我们开始分析(3.34)定义的二维马氏过程的状态转移速率, 设 q_{s_1, s_2} 为马氏过程 $X(t)$ 从状态 $s_1 \in S_2$ 到 $s_2 \in S_2$ 的转移速率, 则所有的非零转移速率有:

$$\begin{cases} 1) & q_{(r,i),(r+1,i+1)} = \gamma & i \geq R+1, 0 < r < c+N \\ 2) & q_{(r,i),(r,i-1)} = \lambda & i > R+1, 0 < r \leq c+N \\ 3) & q_{(r,i),(r,i+Q)} = \lambda & i = R+1, 0 < r \leq c+N \\ 4) & q_{(r,i),(r-1,i)} = r\mu & i \geq R+1, 0 < r \leq c \\ 5) & q_{(r,i),(r-1,i)} = c\mu & i \geq R+1, c < r \leq N \end{cases} \quad (3.36)$$

式(3.36)中给出的所有的非零转移速率可以做如下的解释:

- 1) 当一个产品返回时, 如果回收库存低于 $c+N$ (即排队等待被回收的产品数量少于 N 时), 该返回的产品被系统接受, 进入回收库存等待被回收, 对应的转移速率为产品的返回率 γ ;
- 2) 当一个需求产生时, 如果系统的库存水平高于 $R+1$, 则系统的库存水平下降一个单位, 对应转移速率为需求率 λ ;
- 3) 对应于当一个需求产生时, 如果系统的库存水平等于 $R+1$, 则系统发出数量为 Q 的补货请求, 且库存水平上升到 $R+Q$, 对应的转移速率为需求率 λ ;
- 4) 当回收库存 r 低于 c 时, 一个单位产品完成回收过程, 回收库存降低一个单位产品, 对应的转移速率为 $r\mu$;
- 5) 对应于当回收库存大于或等于 c 时, 一个单位产品完成回收过程, 回收库存降低一个单位产品, 对应的转移速率为 $c\mu$ 。

和第一章一样, 我们同样可以通过平衡方程组和规范化方程来求得系统库存水平 $I(t)$ 和回收库存水平 $I_r(t)$ 的稳态极限联合概率分布。

平衡方程组:

当 $r=0$ 时:

$$\begin{cases} (\lambda + \gamma)p_{0,i} = \lambda p_{0,i+1} + \mu p_{1,i}, & R+1 \leq i \leq R+Q-1 \text{ or } i \geq R+Q+1 \\ (\lambda + \gamma)p_{0,R+Q} = \lambda(p_{0,R+Q+1} + p_{0,R+1}) + \mu p_{1,R+Q}, \end{cases} \quad (3.37)$$

当 $1 \leq r \leq c-1$ 时:

$$\begin{cases} (\lambda + \gamma + r\mu)p_{r,R+1} = \lambda p_{r,R+2} + (r+1)\mu p_{r+1,R+1}, \\ (\lambda + \gamma + r\mu)p_{r,R+Q} = \gamma p_{r-1,R+Q-1} + \lambda(p_{r,R+Q+1} + p_{r,R+1}) + (r+1)\mu p_{r+1,R+Q}, \\ (\lambda + \gamma + r\mu)p_{r,i} = \gamma p_{r-1,i-1} + \lambda p_{r,i+1} + (r+1)\mu p_{r+1,i}, \end{cases} \quad (3.38)$$

$$R+1 \leq i \leq R+Q-1 \text{ or } i \geq R+Q+1$$

当 $c \leq r \leq c+N-1$ 时:

$$\begin{cases} (\lambda + \gamma + c\mu)p_{r,R+1} = \lambda p_{r,R+2} + c\mu p_{r+1,R+1}, \\ (\lambda + \gamma + c\mu)p_{r,R+Q} = \gamma p_{r-1,R+Q-1} + \lambda(p_{r,R+Q+1} + p_{r,R+1}) + c\mu p_{r+1,R+Q}, \\ (\lambda + \gamma + c\mu)p_{r,i} = \gamma p_{r-1,i-1} + \lambda p_{r,i+1} + c\mu p_{r+1,i}, \end{cases} \quad (3.39)$$

$$R+1 \leq i \leq R+Q-1 \text{ or } i \geq R+Q+1$$

当 $r = c+N$ 时:

$$\begin{cases} (\lambda + \gamma + c\mu)p_{N,R+1} = \lambda p_{N,R+2}, \\ (\lambda + \gamma + c\mu)p_{N,R+Q} = \gamma p_{N-1,R+Q-1} + \lambda(p_{N,R+Q+1} + p_{N,R+1}), \\ (\lambda + \gamma + c\mu)p_{N,i} = \gamma p_{N-1,i-1} + \lambda p_{N,i+1}, \end{cases} \quad (3.40)$$

$$R+1 \leq i \leq R+Q-1 \text{ or } i \geq R+Q+1$$

规范化方程:

$$\sum_{i=R+1}^{\infty} \sum_{r=0}^{c+N} p_{r,i} = 1 \quad (3.41)$$

我们很难用解析的方法求解(3.37)~(3.41)构成的方程组, 所以只能依赖数值方法(比如 Gauss-Seidel 迭代法)。通过求解(3.37)~(3.41)构成的方程组, 可以得到回收库存和系统库存水平的联合稳态极限分布 $p_{r,i} = P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t) = r, \lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = i\right\}$ 。根据已知的回收库存和系统库存水平的稳态联合分布 $p_{(r,i)}$, 我们可以如下计算系统库存水平的边缘分布:

$$P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = i\right\} = \sum_{r=0}^N p_{r,i}, \quad i \in \{R+1, R+2, \dots, \infty\} \quad (3.42)$$

由于 $I(t)$ 和 $I_r(t)$ 不是相互独立的, 所以 $p_{r,i} \neq P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = i\right\} \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t) = r\right\}$ 。

(2) 近似方法

式(3.34)~(3.42)我们给出了 (R, Q, N) 策略控制下系统库存水平稳态极限分布的求解过程, (3.34)~(3.42)方法所牵涉到的计算过程非常复杂繁琐, 限制了其实用性。接下来将简述一种近似的方法来求解 (R, Q, N) 策略控制下系统库存水平稳态极限分布。

观察(3.28), 设回收库存等于 N 的概率为 p_N , 即:

$$p_N = P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t) = N\right\} = \frac{c^c}{c!} \theta^N \cdot \left[\sum_{k=0}^{c-1} \frac{(c\theta)^k}{k!} + \frac{c^c}{c!} \cdot \frac{\theta^c - \theta^{N+1}}{1-\theta} \right]^{-1} \quad (3.43)$$

系统处于 (R, Q, N) 策略控制下, 当一个产品返回时被系统接受的概率为 $1-p_N$, 根据 PASTA 定理, 可以有以下判断: (R, Q, N) 策略控制下的系统的返回过程是参数为 $\gamma(1-p_N)$ 的泊松过程。基于以上判断, 我们把 (R, Q, N) 策略控制下的系统可以简化为一个返回过程是参数为 $\gamma(1-p_N)$ 的泊松过程、 (R, Q) 策略的库存系统。这样, 就可以根据(3.2)计算系统的库存水平近似的稳态极限分布:

$$P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = R+i\right\} = \begin{cases} \frac{1-\rho^i}{Q}, & 1 \leq i \leq Q \\ \frac{(\rho^{-Q}-1)\rho^i}{Q}, & i > Q \end{cases} \quad (3.44)$$

其中 $\rho = \frac{\gamma(1-p_N)}{\lambda}$ 。对应的库存水平的期望和方差分布为:

$$E[\lim_{t \rightarrow \infty} I(t)] = R + \frac{Q+1}{2} + \frac{\gamma(1-p_N)}{\lambda - \gamma(1-p_N)} \quad (3.45)$$

$$Var[\lim_{t \rightarrow \infty} I(t)] = \frac{Q^2-1}{12} + \frac{\lambda\gamma(1-p_N)}{[\lambda - \gamma(1-p_N)]^2} \quad (3.46)$$

该近似方法的实现过程要比建立一个二维的马氏过程的准确方法的实现过程要简单的多, 数值计算表明, 该近似方法的精确度也比较高。

3.4.1.3 服务库存的净库存分布

(1) 精确方法

在 (R, Q, N) 策略控制下, 下面的关系依然成立:

$$I_r^n(t) = I(t-\tau) - I_r(t-\tau) + Z(t-\tau, t] - D(t-\tau, t] \quad (3.47)$$

考察(3.47)右边的各项的极限分布: $I(t-\tau)$ 的极限分布由(3.42)给出, $I_r(t-\tau)$ 由(3.28)给出, $Z(t-\tau, t]$ 可以由标准的排队论结果得到, $D(t-\tau, t]$ 服从参数为 $\lambda\tau$ 的泊松分布。我们进一步考察(3.47)右边的各项的相关性:

- $I(t-\tau)$ 和 $I_r(t-\tau)$ 是相关的;
- $Z(t-\tau, t]$ 与 $I_r(t-\tau)$ 是相关, 与 $I(t-\tau)$ 是不相关的;
- $D(t-\tau, t]$ 与 $I(t-\tau)$, $I_r(t-\tau)$ 和 $Z(t-\tau, t]$ 相互独立。

所以根据(3.47)以及 $D(t-\tau, t]$, $I(t-\tau)$ 和 $I_r(t-\tau)$ 各项之间的相关性, 我们有:

$$\begin{aligned}
& P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_s(t) = n\right\} \\
&= P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I(t-\tau) - I_r(t-\tau) + Z(t-\tau, t] - D(t-\tau, t] = n\right\} \\
&= \sum_{d=0}^{\infty} P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I(t-\tau) - I_r(t-\tau) + Z(t-\tau, t] = n+d\right\} \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} D(t-\tau, t] = d\right\} \quad (3.48) \\
&= \sum_{d=0}^{\infty} \sum_{z=0}^{\infty} P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t-\tau, t] = z \mid I(t-\tau) - I_r(t-\tau) = n+d-z\right\} \\
&\quad \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I(t-\tau) - I_r(t-\tau) = n+d-z\right\} \cdot \frac{(\lambda\tau)^d}{d!} e^{-\lambda\tau}
\end{aligned}$$

库存水平和回收库存的联合分布在上一节已经给出, 所以:

$$P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I(t-\tau) - I_r(t-\tau) = n+d-z\right\} = \sum_{r=0}^{c+N} p_{r+n+d-z+r,r} \quad (3.49)$$

接下来需要计算条件分布 $P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t-\tau, t] = z \mid I(t-\tau) - I_r(t-\tau) = n+d-z\right\}$, 同样可以采用“一致化”的方法来求解, 详细计算过程可以参考第二章。在净服务库存已知的条件下, 可以通过(3.18)和(3.19)来分布计算现有服务库存期望和缺货期望。

(2) 正态拟合法

前面我们通过建立回收库存和系统库存水平的二维马氏过程来求回收库存和系统库存水平的联合极限分布, 然后通过求得联合分布来求净服务库存的极限分布。此过程牵涉的计算过程非常复杂, 不容易实现。针对 (R, Q, N) 策略, 我们提出两种近似方法来求解服务库存的净库存分布。

和 (R, Q) 策略一样, 在 (R, Q, N) 策略控制下, 我们同样可以用一个正态分布来拟合净服务库存的分布。该方法的特点是简单易实现, 而且精度也较高。具体的计算过程可以参考 (R, Q) 策略, 本小节就不再复述。

3.4.2 (R, Q, S_d) 策略分析

前面小节我们详细分析了基于回收库存水平的弃置策略 (R, Q, N) 。 (R, Q, N) 策略通过限制系统的有效返回率来降低库存水平的期望, 但是 (R, Q, N) 策略不能限制整个系统库存水平的期望。为了能有限限制整个系统的库存水平, 我们将在本节中提出基于系统库存水平的弃置策略 (R, Q, S_d) 。这种基于系统库存水平的弃置策略可以有效地限制系统的库存水平的状态空间。 (R, Q, S_d) 策略的运作过程具体如下: 系统的库存水平被连续地监控, 一旦系统库存水平下降到 R , 系统则立即向外订购数量为 Q 的新产品, 这时系统的库存水平上升到 $R+Q$; 当一个产品返回时, 如果系统库存水平低于

S_d ，则该返回的产品进入回收库存等待被加工；当一个产品返回时，如果系统库存水平等于 S_d ，则该返回的产品被立即弃置处理，不进入回收库存。 (R, Q, S_d) 策略与 (R, Q) 策略和 (R, Q, N) 策略相比，具有相同的补货策略，而存在不同的回收策略。

3.4.2.1 系统库存水平分析

在给定的 (R, Q, S_d) 策略的控制下，补货策略和回收策略都是基于系统的库存水平，这样我们把整个系统理解成一个单级系统，这样我们就可以直接采用对单级系统的分析结果。在给定的 (R, Q, S_d) 策略的控制下，系统库存水平的稳态极限分布为：

$$\begin{cases} p_{R+1} = \frac{1-\rho}{Q-\rho^{S_d-R-Q+1} \sum_{i=0}^{Q-1} \rho^i} \\ p_{R+j} = \sum_{i=0}^{j-1} \rho^i \cdot p_{R+1}, & 2 \leq j \leq Q \\ p_{R+j} = \rho^{j-Q} \sum_{i=0}^{Q-1} \rho^i \cdot p_{R+1}, & Q+1 \leq j \leq S_d-R \end{cases} \quad (3.50)$$

其中， $\rho = \frac{\gamma}{\lambda}$ ， $p_{R+j} = P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = R+j\right\}, j \in \{R+1, R+2, \dots, S_d\}$ 。

基于(3.50)中的库存水平的稳态极限分布可以直接得到表 3-2 中的系统参数。

表 3-2 基于系统库存水平极限分布直接得到的系统参数

γp_{S_d}	系统单位时间内被弃置的产品数量的期望
$\gamma(1-p_{S_d})$	系统单位时间内被回收的产品数量的期望
$\lambda - \gamma(1-p_{S_d})$	系统单位时间内需补货的产品数量的期望
$\frac{\lambda - \gamma(1-p_{S_d})}{Q}$	系统单位时间内补货次数的期望

3.4.2.2 回收库存分析

(1) 精确方法

在 (R, Q, S_d) 策略控制下，产品的弃置过程由系统的库存水平所决定，系统库存水平的状态转移符合马氏过程的条件，所以我们通过建立一个马氏过程来求解系统库存水平的稳态极限分布。但是系统的回收库存的状态转移不具有马氏过程，不能直接求出回收库存的稳态极限分布。通过分析，我们发现对系统库存水平和回收库存的联合

状态转移满足马氏过程的条件，所以可以建立一个如下的二维马氏过程：

$$X'(t) = \{I_r(t), I(t)\} \quad (3.51)$$

在 (R, Q, S_d) 式(3.51)所定义的二维马氏过程的状态空间为：

$$S' = \{0, 1, \dots, \infty\} \times \{R+1, R+2, \dots, S_d\} \quad (3.52)$$

(3.52)定义的状态空间可以这样理解：回收库存水平不能大于系统库存水平，所以回收库存不能超过系统的弃置水平 S_d 。值得注意的是，在 (R, Q, N) 策略控制下，回收库存的状态空间是有限的而系统的库存水平状态空间是无限的；在 (R, Q, S_d) 策略控制下，回收库存的状态空间是无限的而系统的库存水平状态空间是有限的。现在我们开始分析(3.51)所定义的二维马氏过程的状态转移速率，设 q_{s_1, s_2} 为马氏过程 $X'(t)$ 从状态 $s_1 \in S'$ 到 $s_2 \in S'$ 的转移速率，则所有的非零转移速率有：

$$\begin{cases} 1) & q_{(r, i), (r+1, i+1)} = \gamma & R+1 \leq i \leq S_d - 1, r \geq 0 \\ 2) & q_{(r, i), (r, i-1)} = \lambda & R+2 \leq i \leq S_d, r \geq 0 \\ 3) & q_{(r, i), (r, i+Q)} = \lambda & i = R+1, r \geq 0 \\ 4) & q_{(r, i), (r-1, i)} = r\mu & R+1 \leq i \leq S_d, 0 < r \leq c \\ 5) & q_{(r, i), (r-1, i)} = c\mu & R+1 \leq i \leq S_d, c < r \leq N \end{cases} \quad (3.53)$$

式(3.36)中给出的所有的非零转移速率可以做如下的解释：

- 1) 一个产品返回时，如果系统库存水平低于 S_d ，返回的产品被系统接受并进入回收库存等待被回收，对应的转移速率为产品的返回率 γ ；
- 2) 当一个需求产生时，如果系统的库存水平高于 $R+1$ ，则系统的库存水平下降一个单位，对应转移速率为需求率 λ ；
- 3) 当一个需求产生时，如果系统的库存水平等于 $R+1$ ，则系统发出数量为 Q 的补货请求，且库存水平上升到 $R+Q$ ，对应的转移速率为需求率 λ ；
- 4) 当回收库存 r 低于 c 时，一个单位产品完成回收过程，回收库存降低一个单位产品、系统库存水平保持不变，对应的转移速率为 $r\mu$ ；
- 5) 当回收库存大于或等于 c 时，一个单位产品完成回收过程，回收库存降低一个单位产品、系统库存水平保持不变，对应的转移速率为 $c\mu$ 。

我们同样可以通过平衡方程组和规范化方程来求得系统库存水平 $I(t)$ 和回收库存水平 $I_r(t)$ 的稳态极限联合概率分布。

平衡方程组：

当 $r=0$ 时：

$$\begin{cases} (\lambda + \gamma)p_{0,i} = \lambda p_{0,i+1} + \mu p_{1,i}, & R+1 \leq i \leq R+Q-1 \text{ or } R+Q+1 \leq i \leq S_d \\ (\lambda + \gamma)p_{0,R+Q} = \lambda(p_{0,R+Q+1} + p_{0,R+1}) + \mu p_{1,R+Q}, \\ \lambda p_{0,S_d} = \mu p_{1,S_d} \end{cases} \quad (3.54)$$

当 $1 \leq r \leq c-1$ 时:

$$\begin{cases} (\lambda + \gamma + r\mu)p_{r,R+1} = \lambda p_{r,R+2} + (r+1)\mu p_{r+1,R+1}, \\ (\lambda + \gamma + r\mu)p_{r,R+Q} = \gamma p_{r-1,R+Q-1} + \lambda(p_{r,R+Q+1} + p_{r,R+1}) + (r+1)\mu p_{r+1,R+Q}, \\ (\lambda + \gamma + r\mu)p_{r,i} = \gamma p_{r-1,i-1} + \lambda p_{r,i+1} + (r+1)\mu p_{r+1,i}, & R+1 \leq i \leq R+Q-1 \text{ or } R+Q+1 \leq i \leq S_d \\ \lambda p_{r,S_d} = \gamma p_{r-1,S_d-1} + (r+1)\mu p_{r+1,S_d} \end{cases} \quad (3.55)$$

当 $r \geq c$ 时:

$$\begin{cases} (\lambda + \gamma + c\mu)p_{r,R+1} = \lambda p_{r,R+2} + c\mu p_{r+1,R+1}, \\ (\lambda + \gamma + c\mu)p_{r,R+Q} = \gamma p_{r-1,R+Q-1} + \lambda(p_{r,R+Q+1} + p_{r,R+1}) + c\mu p_{r+1,R+Q}, \\ (\lambda + \gamma + c\mu)p_{r,i} = \gamma p_{r-1,i-1} + \lambda p_{r,i+1} + c\mu p_{r+1,i}, & R+1 \leq i \leq R+Q-1 \text{ or } R+Q+1 \leq i \leq S_d \\ \lambda p_{r,S_d} = \gamma p_{r-1,S_d-1} + c\mu p_{r+1,S_d} \end{cases} \quad (3.56)$$

规范化方程:

$$\sum_{i=R+1}^{S_d} \sum_{r=0}^{\infty} p_{r,i} = 1 \quad (3.57)$$

同样, 我们只能用数值分析方法来求解(3.54)~(3.57)构成的方程组, 从而得到回收库存和系统库存水平的联合稳态极限分布 $p_{r,i} = P\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t) = r, \lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = i\}$ 。根据已知的回收库存和系统库存水平的稳态联合分布 $p_{r,i}$, 我们可以如下计算系统库存水平的边缘分布:

$$P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t) = i\right\} = \sum_{i=R+1}^{S_d} p_{r,i}, \quad r \in \{0, 1, 2, \dots, \infty\} \quad (3.58)$$

由(3.51)到(3.58)给出了通过建立一个二维的马氏过程来求解 (R, Q, S_d) 控制下回收库存的稳态极限分布的过程。显然, (3.51)~(3.58)描述的过程非常繁琐, 而且牵涉到了多个无穷多项的计算, 在实际计算过程中只能截取无穷项的一部分进行计算, 对无穷项的截取进一步影响了计算结果的精度。所以该方法不太实用。下面将提出一种相对简单的方法来求解回收库存的稳态极限分布。

(2) 近似方法

基于上述给定的 (R, Q, S_d) 策略, 由于存在产品的弃置, 所以回收库存的输入过程不等于产品的返回过程。首先分析一下回收库存的输入过程: 当一个产品返回时, 如果系统的库存水平等于弃置点 S_d , 则这个返回的产品被弃置, 对应的概率为 p_{S_d} 。也就是说, 当一个产品返回时被系统拒绝的概率为 p_{S_d} , 则被系统接受的概率为 $1 - p_{S_d}$ 。

根据 PASTA 定理, 我们有如下的判定:

判定 1: 在给定的 (R, Q, S_d) 策略的控制下, 回收库存的输入过程为参数为 $\gamma(1-p_{S_d})$ 的泊松过程。

基于上面的判定, 回收库存则成了一个标准的 $M/M/c$ 的排队系统, 该排队系统的到达率为 $\gamma(1-p_{S_d})$, 有 c 个平行的、服务率为 μ 的回收生产线。根据标准排队理论, 我们可以得到系统的回收库存水平的稳态极限分布为:

$$p_r = \begin{cases} \frac{c^r}{r!} \eta^r \cdot p_0, & 0 \leq r \leq c-1 \\ \frac{c^c}{c!} \eta^r \cdot p_0, & r \geq c \end{cases} \quad (3.59)$$

其中: $\eta = \frac{\gamma(1-p_{S_d})}{c\mu}$

$$p_0 = \left[\sum_{k=0}^{c-1} \frac{(c\eta)^k}{k!} + \frac{1}{c!} \cdot \frac{(c\eta)^c}{1-\eta} \right]^{-1} \quad (3.60)$$

而且在回收系统中的产品数量期望为:

$$E\left[\lim_{t \rightarrow \infty} I_r(t)\right] = \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\eta}{(1-\eta)^2} \cdot p_0 \quad (3.61)$$

3.4.2.3 服务库存分析

(1) 精确方法

前面已经分析了系统库存和回收库存的极限分布, 接着我们需要研究服务库存的稳态极限表现。在 (R, Q, S_d) 策略的控制下, (3.47) 的关系依旧成立, 即:

$$I_s^n(t) = I(t-\tau) - I_r(t-\tau) + Z(t-\tau, t] - D(t-\tau, t] \quad (3.62)$$

在 (R, Q, S_d) 策略下, (3.62) 右边各项和 (3.47) 的各项有同样的相关性。我们进一步可以用 (3.48) 来计算净服务库存的分布:

$$\begin{aligned} & P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^n(t) = i_s^n\right\} \\ &= \sum_{d=0}^{\infty} \sum_{z=0}^{\infty} P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t-\tau, t] = z \mid I(t-\tau) - I_r(t-\tau) = i_s^n + d - z\right\} \\ & \quad \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I(t-\tau) - I_r(t-\tau) = i_s^n + d - z\right\} \cdot \frac{(\lambda\tau)^d}{d!} e^{-\lambda\tau} \end{aligned} \quad (3.63)$$

考察 (3.63) 中的右边各项, 前面我们已经计算出了服务库存水平和回收库存的稳态联

合分布, 所以我们有:

$$P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I(t-\tau) - I_r(t-\tau) = n + d - z\right\} = \sum_{i=R+1}^{S_d} p_{i, i-n-d+z} \quad (3.64)$$

接下来需要计算条件分布 $P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t-\tau, t] = z \mid I(t-\tau) - I_r(t-\tau) = n + d - z\right\}$ 的计算过程比较复杂, 同样可以采用第二章中的“Uniformization”的方法来求解。在净服务库存已知的条件下, 可以通过(3.18)和(3.19)来分布计算现有服务库存期望和缺货期望。

(2) 近似方法

前面我们已经给出了在 (R, Q, S_d) 策略控制下系统问题表现的求解过程。前面给出求解净服务库存稳态分布的过程非常复杂和繁琐, 该复杂过程不太实用, 我们将给出两种计算过程相对简单的近似方法。一种是直接计算法, 另一种就是前面也用到的正态拟合净服务库存的方法。

我们进一步假设在 (R, Q, S_d) 策略控制下回收库存的输出是参数为 $\gamma(1-p_{S_d})$ 的泊松过程, 这样 $Z(t-\tau, t)$ 就是参数为 $\lambda\tau$ 的泊松过程。下面我们简述两种基于该假设的近似方法:

- 直接计算法: 直接计算法的核心思想是假设回收库存的输出 $Z(t-\tau, t)$ 与库存水平和回收库存水平是相互独立的, 这样(3.63)就可以改写为:

$$\begin{aligned} & P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I_s^n(t) = i_s^n\right\} \\ &= \sum_{d=0}^{\infty} \sum_{z=0}^{\infty} P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t-\tau, t] = z\right\} \cdot P\left\{\lim_{t \rightarrow \infty} I(t-\tau) - I_r(t-\tau) = i_s^n + d - z\right\} \cdot \frac{(\lambda\tau)^d}{d!} e^{-\lambda\tau} \end{aligned} \quad (3.65)$$

从而可以进一步计算出系统的现有服务库存和缺货量的期望。

- 正态分布拟合净服务库存: 该方法的核心思想是用正态分布来拟合净服务库存的分布。首先用等式(3.62)求出净服务库存的期望和方差, 基于已知的净服务库存的期望和方差, 再根据(3.26)和(3.27)来计算现有服务库存和缺货量的期望。具体的计算过程可以参考前面相似的章节, 本节就不在复述。该方法容易、容易实现, 而且计算结果也比较准确, 适合实用。

3.5 数值算例

上述章节已经对逆向物流多级库存系统进行了详细的理论研究, 本节将给出一些数值算例来进一步分析逆向物流中的多级库存系统。由于产品返回是逆向物流库存系统的本质特点, 所以在所有的数值算例中我们都将重点考察返回率对系统最优总成本的影响。

在开展数值算例之前, 和第三章一样, 我们首先设计一个“基本事件”, 其他数值算例都是从“基本事件”而衍生出来的。该“基本事件”的设计如下:

- 系统参数: $\lambda=5$ (单位产品/天), $\tau=1$ (天);
- 成本参数: $f_p=200$, $c_p=100$, $c_r=50$, $c_b=100$, $c_d=20$, $h_r=10$, $h_s=20$ (元)。

以上参数的定义可以参考 3.2.2 和表 3-1。本章“基本事件”的设计思路和第二章基本一致。不同的是: 在本章中持有成本分为回收持有成本和服务持有成本, 依据惯例, 回收持有成本 h_r 应低于服务持有成本 h_s 。

3.5.1 (R, Q) 策略数值分析

图 3-4~3-9 和表 3-4 给出了连续回收下 (R, Q) 策略的数值算例。图 3-4 给出了不同回收率下系统的最优总成本随着产品返回率增加的变化。跟第三章中单级系统的数值结果类似, 系统的最优总成本开始随着产品返回率的增加而下降, 但是当产品返回率接近需求率的时候, 系统的最优总成本迅速增加。通过对最优总成本的分解 (如图 3-5, 3-6 和 3-7), 我们可以发现, 一开始最优总成本随着返回率的下降主要是由固定补货成本和可变补货成本的下降主导的; 当返回率接近回收率时, 系统的最优总成本的迅速增加主要是由服务库存持有成本的迅速增加主导的, 这一点也可以通过图 3-8 得到说明。表 3-4 给出了系统最优控制参数随着返回率增长的变化, 我们发现: 当 $\mu=10$ 或者 $\mu=30$ 时, 系统的最优补货点和最优补货批量几乎随着产品返回率 γ 的增长而单调递减; 例外的是, 当 $\mu=5$ 时, 系统的最优补货点随着返回率接近需求率而迅速增加, 接下来我们将对这种特例给予解释。

由于在该多级库存系统中, 回收车间的回收率对系统的最优控制参数和最优总成本的影响比较大, 所以在数值算例中, 我们重点考察了回收率对系统的影响。如图 3-4 所示, 回收率越低, 系统的最优总成本越高, 特别是当回收率 $\mu=5$ 时 (即回收率等于需求率时), 在返回率接近回收率时系统的最优总成本要远远高于回收率比较高的情况。我们可以通过分析回收库存持有成本来解析这个现象 (如图 3-9), 当回收率

$\mu=5$ 时, 返回率 γ 接近5时, 回收库存持有成本会迅速增加, 这也符合标准的 $M/M/1$ 排队理论结果。通过表3-3我们也发现, 回收率 $\mu=5$ 情况下, 当返回率 γ 接近5时, 系统的补货点迅速增加, 这主要是因为在这种情况下, 系统的大量现有产品会被积压在回收库存, 从而使得系统的补货点被动提高。仔细观察图3-9我们发现, 当返回率非常接近需求率时, $\mu=5$ 时服务库存持有成本要低于 $\mu=10$ 和 $\mu=30$ 时的服务库存持有成本, 这也是由于 $\mu=5$ 时回收库存积压了大量的现有产品, 虽然系统的最优补货点在迅速增加, 但是回收库存积压的产品数量增加的更快, 从而导致服务库存的现货水平会相对降低。

由于 (R, Q) 策略没有考虑多余的返回产品的弃置, 所以系统的最优总成本在返回率接近需求率的时候不可避免地迅速增加。为了避免这种最优总成本的迅速增加的一个有效手段就是有计划地对返回的产品进行弃置处理。

表 3-3 (R, Q) 策略下的最优控制参数和最优成本

γ	$\mu=5$			$\mu=10$			$\mu=30$		
	R^*	Q^*	C^*	R^*	Q^*	C^*	R^*	Q^*	C^*
0	3	11	707.2662	3	11	707.266	3	11	707.266
0.5	2	12	677.1357	2	12	676.292	2	11	675.769
1	2	11	647.4869	2	11	645.561	2	11	644.633
1.5	2	10	619.1845	1	11	615.454	1	11	613.454
2	2	10	592.7114	1	10	584.931	1	10	582.381
2.5	1	10	568.5522	1	9	556.267	0	10	552.692
3	2	9	551.2166	0	9	529.595	0	9	524.824
3.25	2	9	546.8282	0	9	518.518	0	8	513.211
3.5	2	9	547.9014	0	8	509.799	-1	8	503.716
3.75	2	9	558.768	-1	8	505.837	-1	8	498.61
4	3	9	586.0154	-1	8	509.972	-2	8	502.742
4.1	4	8	604.7914	-1	8	516.224	-2	8	508.36
4.2	5	8	630.7965	-1	7	526.228	-2	8	518.193
4.3	6	8	667.1818	-2	8	541.967	-2	7	533.778
4.4	7	9	719.2088	-2	8	566.234	-2	7	558.085
4.5	9	9	795.7288	-2	7	604.753	-3	8	596.439
4.6	13	8	914.0107	-2	7	667.924	-3	7	659.649
4.7	18	8	1106.587	-3	8	781.049	-3	7	772.672
4.8	26	8	1430.314	-3	7	1018.83	-4	8	1010.61
4.9	36	7	1973.587	-4	7	1756.28	-5	8	1748.15

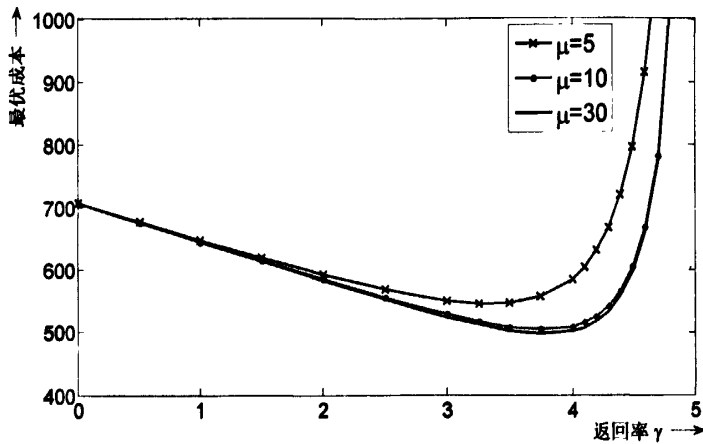


图 3-4 系统在不同回收率下总最优成本的比较
Fig. 3-4 The optimal total cost under different recover rate

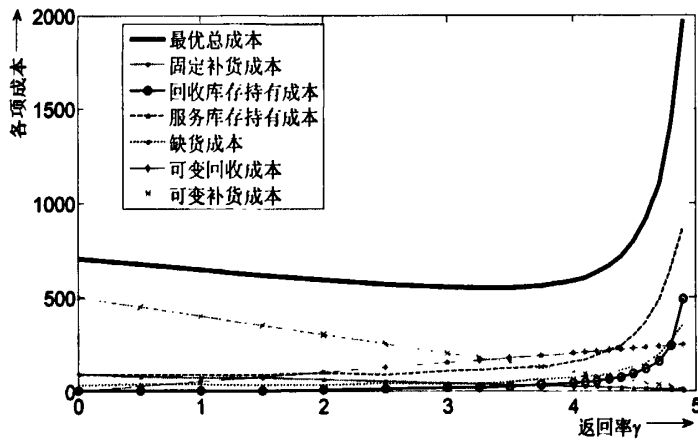


图 3-5 回收率 $\mu=5$ 时系统最优总成本及其各项子成本
Fig. 3-5 The optimal total and its decomposition cost when $\mu=5$

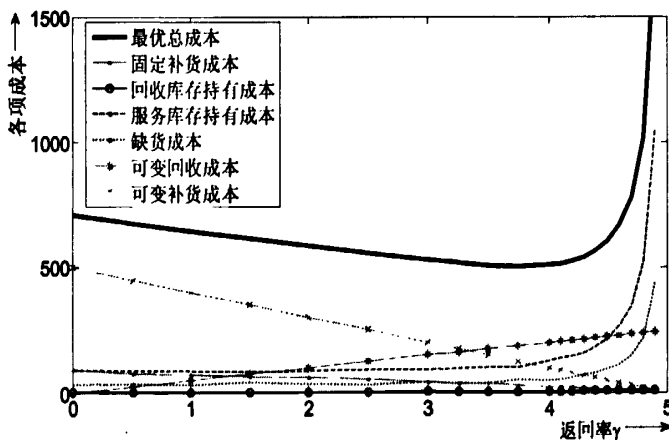


图 3-6 回收率 $\mu=10$ 时系统最优总成本及其各项子成本
Fig. 3-6 The optimal total cost and its decomposition when $\mu=10$

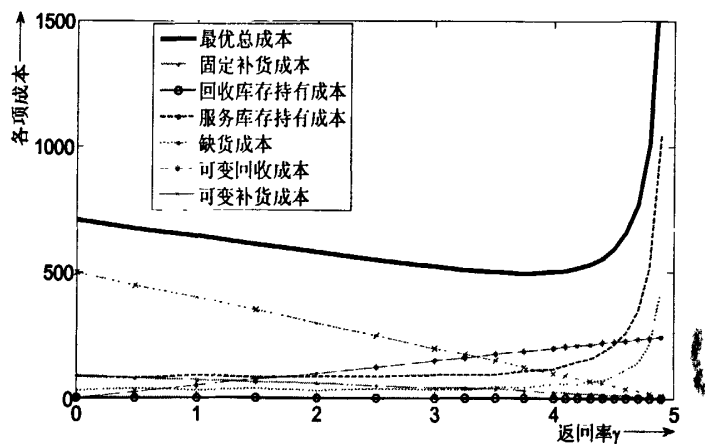


图 3-7 回收率 $\mu = 30$ 时系统最优总成本及其各项子成本

Fig. 3-7 The optimal total cost and its decomposition when $\mu = 30$

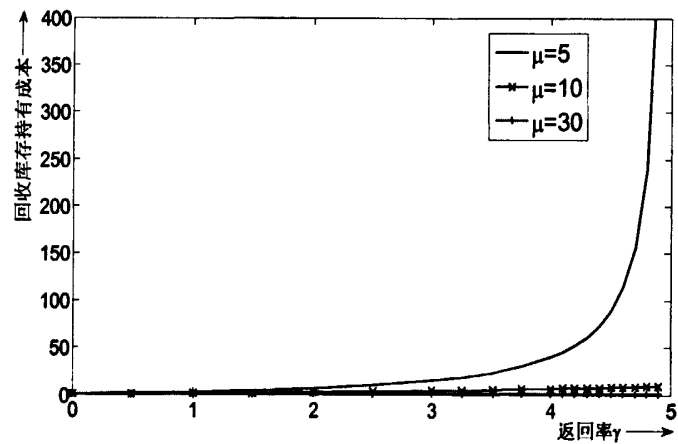


图 3-8 不同回收率下回收库存持有成本的比较

Fig. 3-8 The hold cost of return inventory under different recover rate

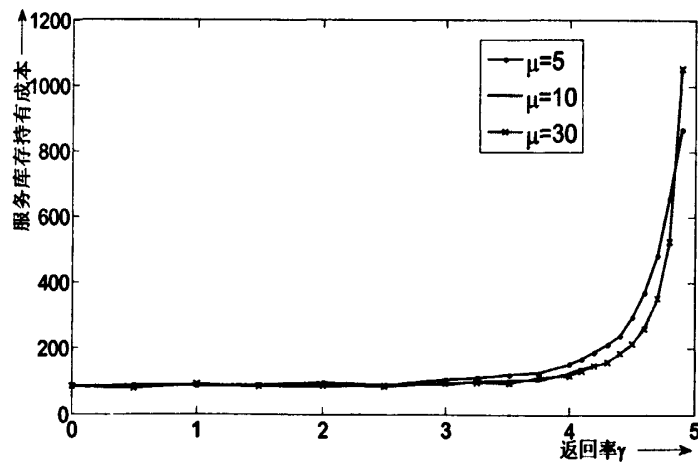


图 3-9 不同回收率下服务库存持有成本的比较

Fig. 3-9 The holding cost of serviceable inventory under different recover rate

3.5.2 (R, Q, N) 策略数值分析

上节给出了 (R, Q) 策略控制下的多级库存系统的数值算例分析。由于 (R, Q) 策略没有考虑弃置, 所以在返回率接近需求率的时, 系统的最优总成本迅速增加。避免最优总成本的迅速增加的一个有效手段就是有计划地对返回的产品进行弃置处理, 本节将就基于回收库存的弃置策略 (R, Q, N) 给予数值算例进行分析。

图 3-10, 3-10, 3-11 和表 3-4 给出的数值算例分析表明: (R, Q, N) 策略控制下, 系统的最优总成本几乎是随着产品返回率的增加而单调递减 (如图 3-10 和表 3-4 所示), 系统的最优补货点、补货批量随着产品返回率的增加而单调递减 (如表 3-4 所示), 而且回收库存最优容量 N^* 也是随着产品返回率的增加而单调递减。

通过比较不同回收率下系统的表现, 我们发现: 较低的回收率往往导致相对较高的系统最优总成本, 这也主要是因为较低的回收率往往导致回收库存的产品积压较多, 从而导致系统的回收库存持有成本相对较高 (如图 3-11), 从而进一步导致系统的最优补货点相对较高 (如表 3-4)。值得提出的是, 不同回收率下系统的服务库存持有成本区别不大。

表 3-4 不同回收率下系统最优控制参数和最优成本的比较

γ	$\mu = 5$				$\mu = 10$				$\mu = 30$			
	R^*	Q^*	N^*	C^*	R^*	Q^*	N^*	C^*	R^*	Q^*	N^*	C^*
0	2	12	10	707.454	2	12	10	707.51	3	11	10	707.266
0.5	2	12	7	677.136	2	12	11	676.292	2	11	10	675.769
1	2	11	7	647.487	2	11	11	645.561	2	11	11	644.633
1.5	2	10	7	619.179	1	11	10	615.454	1	11	13	613.454
2	1	11	6	592.75	1	10	10	584.931	1	10	13	582.381
2.5	1	10	6	567.709	0	10	9	556.991	0	10	14	552.692
3	1	9	5	547.05	0	9	9	529.595	0	9	15	524.824
3.5	1	9	5	531.957	-1	9	7	510.447	-1	8	15	503.716
3.75	1	8	4	526.933	-1	8	4	505.497	-1	8	5	498.61
4	1	8	4	522.809	-1	8	3	504.237	-2	8	2	500.769
4.1	0	9	4	522.523	-1	8	2	504.192	-2	8	2	504.141
4.2	0	9	4	521.566	-1	8	2	503.128	-1	8	1	498.875
4.3	0	9	3	520.649	-1	8	2	502.857	-1	8	1	498.263
4.4	0	9	3	519.344	-1	8	2	503.49	-1	8	1	498.583
4.5	0	9	3	518.246	-2	9	2	506.392	-2	8	1	499.984
4.6	0	9	3	517.354	-2	9	2	508.85	-2	8	1	501.901
4.7	0	9	3	516.667	-1	7	2	512.159	-2	8	1	505.492
4.8	0	9	3	516.182	0	8	1	515.584	-2	8	1	511.141
4.9	0	8	3	515.767	0	8	1	513.662	-2	8	1	519.376

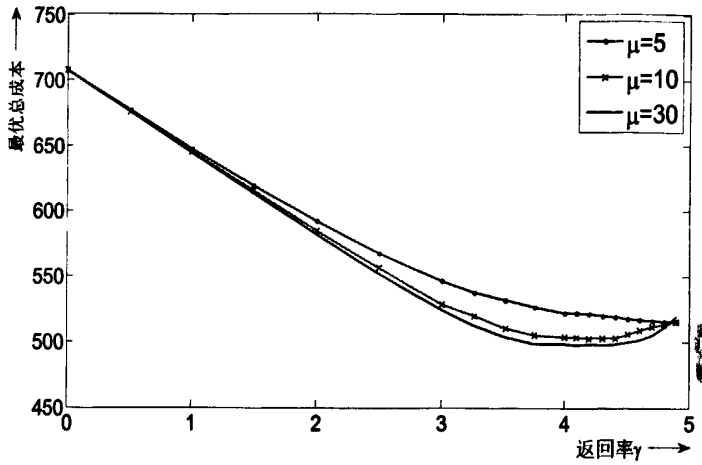


图 3-10 不同回收率下最优总成本的比较

Fig. 3-10 The optimal total cost under different recover rate

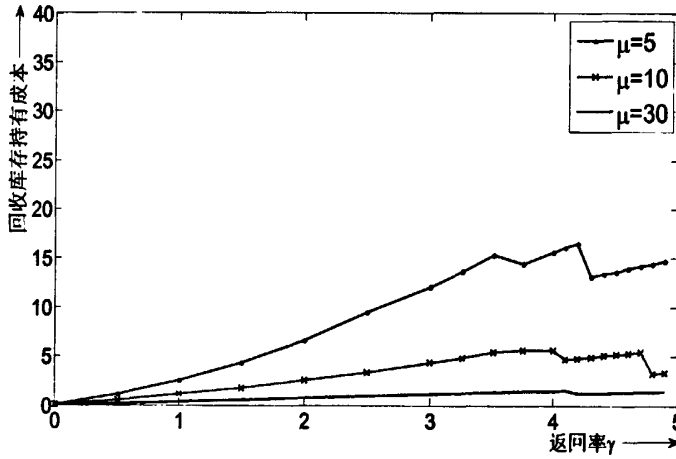


图 3-11 不同回收率下回收库存持有成本的比较

Fig. 3-11 The holding cost of return inventory under different recover rate

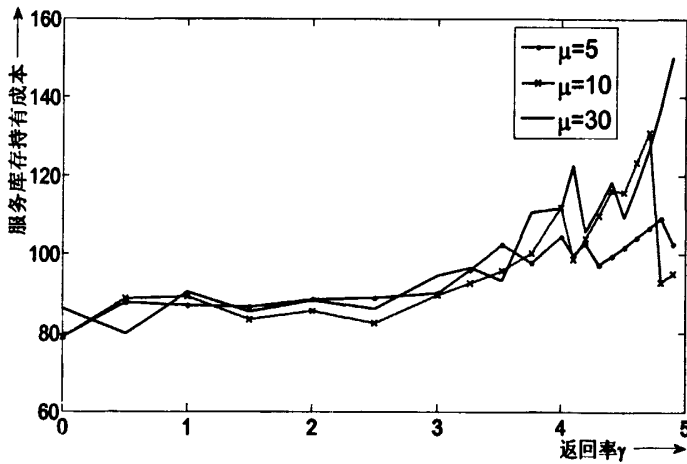


图 3-12 不同回收率下服务库存持有成本的比较

Fig. 3-12 The holding cost of serviceable inventory under different recover rate

3.5.3 (R, Q, S_d) 策略数值分析

前面我们通过数值算例分析了基于回收库存的弃置策略, 本节我们将通过数值算例来分析基于系统库存水平的弃置策略—— (R, Q, S_d) 策略, 该策略的数值算例结果如 3-13, 3-14, 3-15 和表 3-5 所示。

图 3-13 给出了不同回收率下系统最优总成本的比较: 当回收率要远高于需求率时 (即 $\mu=10$ 和 $\mu=30$), 系统的最优总成本随着返回率的增加而单调递减; 而回收率等于需求率时 (即 $\mu=5$), 系统的最优总成本在返回率接近需求率时而有所增加。这个现象可以通过分析回收库存和服务库存的持有成本来解释 (如图 3-14 和 3-15), 当 $\mu=5$ 时, 系统的回收库存和服务库存持有成本在返回率接近需求率时还会有所增加, 这是因为返回率比较低时返回库存的产品积压比较严重, 而基于系统库存水平的弃置策略不能有效控制返回库存的产品数量。这同样可以解释 $\mu=5$ 时, 当产品返回率接近需求率时系统的最优补货点会有所增长的原因。在回收率远远高于需求率时, 根据排队理论, 回收库存几乎不会造成产品积压, 所以系统的最优控制参数和最优总成本会随着返回率的提高而单调递减。

表 3-5 不同回收率下系统最优控制参数和最优总成本的比较

γ	$\mu=5$				$\mu=10$				$\mu=30$			
	R^*	Q^*	S_d^*	C^*	R^*	Q^*	S_d^*	C^*	R^*	Q^*	S_d^*	C^*
0	3	11	22	707.266	3	11	30	707.266	3	11	30	707.266
0.5	2	12	17	677.136	2	12	30	676.292	2	11	28	675.769
1	2	11	16	647.483	2	11	17	645.557	2	11	17	644.63
1.5	2	10	15	619.144	1	11	15	615.422	1	11	16	613.423
2	2	10	15	592.427	1	10	14	584.74	1	10	14	582.186
2.5	1	10	14	567.385	1	9	14	555.458	1	9	13	552.482
3	2	9	13	546.947	0	9	13	526.649	0	9	12	521.803
3.5	2	9	12	531.813	0	8	12	499.632	-1	9	12	493.515
4	3	9	12	524.98	0	7	11	475.99	-1	8	11	467.378
4.1	3	9	12	523.274	-1	8	11	469.822	-1	7	10	462.819
4.2	4	8	12	528.036	-1	8	11	465.307	-1	7	10	458.076
4.3	4	8	12	526.165	-1	8	11	461.069	-2	8	10	452.48
4.4	5	7	13	533.038	-1	8	10	457.016	-2	8	10	447.855
4.5	5	8	13	531.537	-1	7	10	452.903	-2	8	10	443.57
4.6	6	7	14	540.437	-1	7	10	448.942	-2	7	9	439.577
4.7	6	8	14	539.402	-1	7	10	445.254	-2	7	9	435.31
4.8	7	7	15	549.806	-2	8	10	440.781	-2	7	9	431.369
4.9	9	6	17	574.938	-2	8	10	437.26	-3	8	9	427.103

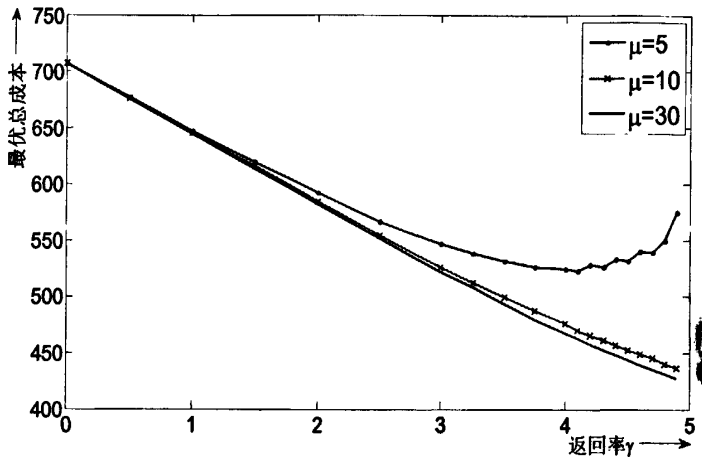


图 3-13 不同回收率下系统最优总成本的比较

Fig. 3-13 The optimal total cost under different recover rate

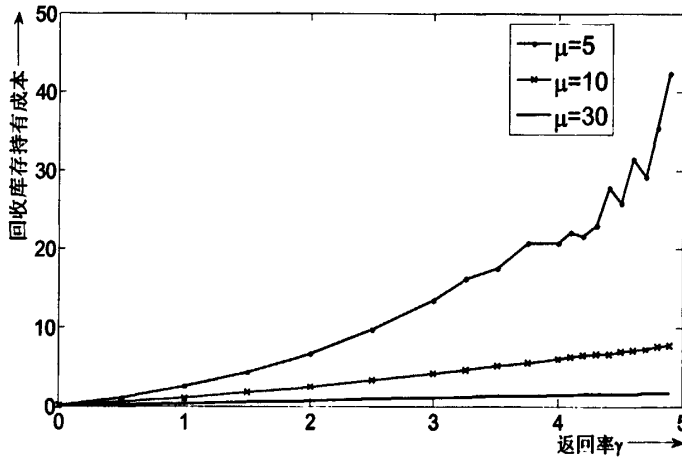


图 3-14 不同回收率下系统回收库存持有成本的比较

Fig. 3-14 The holding cost of return inventory under different recover rate

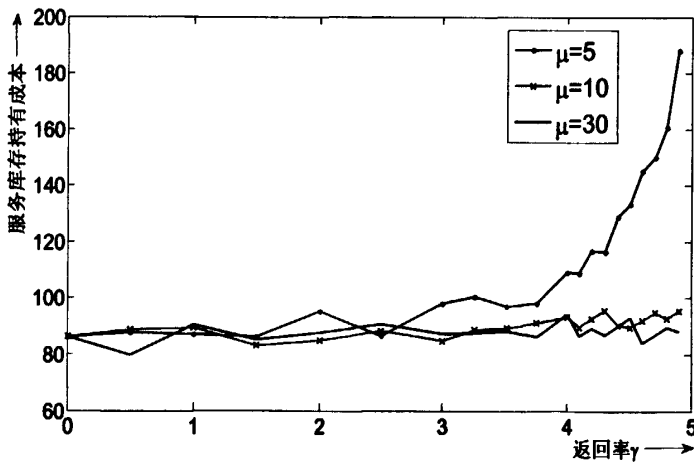


图 3-15 不同回收率下系统服务库存持有成本的比较

Fig. 3-15 The holding cost of serviceable inventory under different recover rate

3.5.4 (R,Q) , (R,Q,N) 和 (R,Q,S_d) 策略的比较

前面三个小节分别对 (R,Q) , (R,Q,N) 和 (R,Q,S_d) 策略进行了数值算例分析。本小节将通过数值算例来比较这三种不同的控制策略。图 3-16,3-17 和 3-18 以及表 3-6,3-7 和 3-8 分别给出了 $\mu=5$, $\mu=10$ 和 $\mu=30$ 时三种不同策略控制下系统最优总成本和最优控制参数的比较。在没有考虑弃置的 (R,Q) 策略控制下,当返回率接近需求率时系统的最优总成本会迅速增加;而考虑了弃置的 (R,Q,N) 和 (R,Q,S_d) 在返回率接近需求率时能有效控制最优总成本。可以通过图 3-16,3-17 和 3-18 进一步比较 (R,Q,N) 策略和 (R,Q,S_d) 策略:回收率较低时(即 $\mu=5$ 时), (R,Q,N) 的表现要优于 (R,Q,S_d) 策略;回收率较高时(即 $\mu=10$ 或 $\mu=30$), (R,Q,S_d) 策略的表现要优于 (R,Q,N) 策略。这是因为:当回收率较低时,回收库存的产品积压比较多,而 (R,Q,N) 策略能有效控制回收库存中的产品数量,所以 (R,Q,N) 策略的表现要优于 (R,Q,S_d) 策略;当回收率较高时,回收库存的产品积压很少,而 (R,Q,N) 策略的作用就会减弱,而 (R,Q,S_d) 策略能通过控制系统的库存水平来控制服务库存的净库存,所以 (R,Q,S_d) 策略的表现要优于 (R,Q,N) 策略。在实际应用中,可以根据系统的特点而采用不同的控制策略,从而达到降低成本的目的。

表 3-6 回收率 $\mu=5$ 时不同策略的最优控制参数和最优总成本的比较

γ	(R,Q) 策略			(R,Q,N) 策略				(R,Q,S_d) 策略			
	R^*	Q^*	C^*	R^*	Q^*	N	C^*	R^*	Q^*	S_d	C^*
0	3	11	707.2662	2	12	10	707.4543	3	11	22	707.2663
0.5	2	12	677.1357	2	12	7	677.1357	2	12	17	677.1356
1	2	11	647.4869	2	11	7	647.4867	2	11	16	647.4826
1.5	2	10	619.1845	2	10	7	619.1789	2	10	15	619.1441
2	2	10	592.7114	1	11	6	592.7500	2	10	15	592.4269
2.5	1	10	568.5522	1	10	6	567.7089	1	10	14	567.3855
3	2	9	551.2166	1	9	5	547.0496	2	9	13	546.9471
3.5	2	9	547.9014	1	9	5	531.9569	2	9	12	531.8130
4	3	9	586.0154	1	8	4	522.8091	3	9	12	524.9799
4.2	5	8	630.7965	0	9	4	521.5657	4	8	12	528.0360
4.3	6	8	667.1818	0	9	3	520.6487	4	8	12	526.1646
4.4	7	9	719.2088	0	9	3	519.3442	5	7	13	533.0380
4.5	9	9	795.7288	0	9	3	518.2464	5	8	13	531.5369
4.6	13	8	914.0107	0	9	3	517.3543	6	7	14	540.4374
4.7	18	8	1106.587	0	9	3	516.6667	6	8	14	539.4016
4.8	26	8	1430.314	0	9	3	516.1825	7	7	15	549.8056
4.9	36	7	1973.587	0	8	3	515.7671	9	6	17	574.9385

表 3-7 回收率 $\mu=10$ 时不同策略的最优控制参数和最优总成本的比较

γ	(R, Q) 策略			(R, Q, N) 策略				(R, Q, S_d) 策略			
	R^*	Q^*	C^*	R^*	Q^*	N^*	C^*	R^*	Q^*	S_d^*	C^*
0	3	11	707.27	2	12	10	707.5105	3	11	30	707.2662
0.5	2	12	676.29	2	12	11	676.2923	2	12	30	676.2923
1	2	11	645.56	2	11	11	645.5606	2	11	17	645.5575
1.5	1	11	615.45	1	11	10	615.4543	1	11	15	615.4224
2	1	10	584.93	1	10	10	584.9311	1	10	14	584.7401
2.5	1	9	556.27	0	10	9	556.9908	1	9	14	555.4578
3	0	9	529.6	0	9	9	529.5948	0	9	13	526.6492
3.5	0	8	509.8	-1	9	7	510.4472	0	8	12	499.632
4	-1	8	509.97	-1	8	3	504.2373	0	7	11	475.9901
4.2	-1	7	526.23	-1	8	2	503.1281	-1	8	11	465.3068
4.3	-2	8	541.97	-1	8	2	502.8572	-1	8	11	461.0687
4.4	-2	8	566.23	-1	8	2	503.4902	-1	8	10	457.0164
4.5	-2	6	604.75	-2	9	2	506.3923	-1	7	10	452.9026
4.6	-2	7	667.92	-2	9	2	508.8498	-1	7	10	448.9418
4.7	-3	8	781.05	-1	7	2	512.1586	-1	7	10	445.2538
4.8	-3	7	1018.8	0	8	1	515.5841	-2	8	10	440.7807
4.9	-4	7	1756.3	0	8	1	513.6621	-2	8	10	437.2604

表 3-8 回收率 $\mu=30$ 时不同策略的最优控制参数和最优总成本的比较

γ	(R, Q) 策略			(R, Q, N) 策略				(R, Q, S_d) 策略			
	R^*	Q^*	C^*	R^*	Q^*	N^*	C^*	R^*	Q^*	S_d^*	C^*
0	3	11	707.27	3	11	10	707.2661	3	11	30	707.2661
0.5	2	11	675.77	2	11	10	675.7694	2	11	28	675.7694
1	2	11	644.63	2	11	11	644.6326	2	11	17	644.6296
1.5	1	11	613.45	1	11	13	613.4543	1	11	16	613.4230
2	1	10	582.38	1	10	13	582.3810	1	10	14	582.1865
2.5	0	10	552.69	0	10	14	552.6924	1	9	13	552.4818
3	0	9	524.82	0	9	15	524.8240	0	9	12	521.8033
3.5	-1	8	503.72	-1	8	15	503.7158	-1	9	12	493.5146
4	-2	6	502.74	-2	8	2	500.7690	-1	8	11	467.3778
4.2	-2	8	518.19	-1	8	1	498.8753	-1	7	10	458.0756
4.3	-2	7	533.78	-1	8	1	498.2626	-2	8	10	452.4796
4.4	-2	7	558.08	-1	8	1	498.5829	-2	8	10	447.8554
4.5	-3	8	596.44	-2	8	1	499.9838	-2	8	10	443.5699
4.6	-3	7	659.65	-2	8	1	501.9009	-2	7	9	439.5769
4.7	-3	7	772.67	-2	8	1	505.4919	-2	7	9	435.3100
4.8	-4	8	1010.6	-2	8	1	511.1415	-2	7	9	431.3688
4.9	-5	8	1748.2	-2	8	1	519.3760	-3	8	9	427.1027

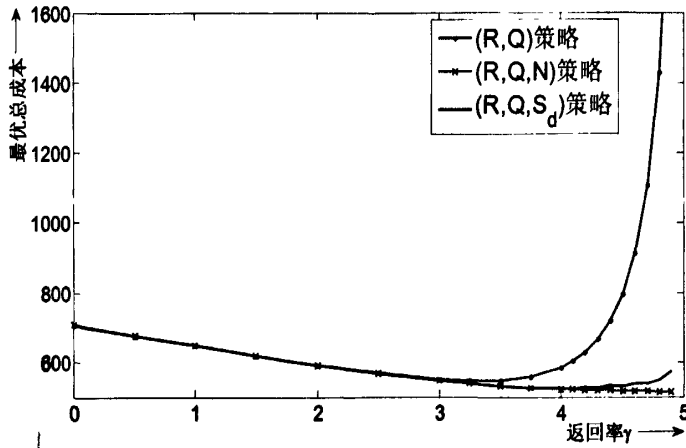


图 3-16 $\mu = 5$ 时三种策略最优总成本的比较

Fig. 3-16 The optimal total cost comparison of different strategies when $\mu = 5$

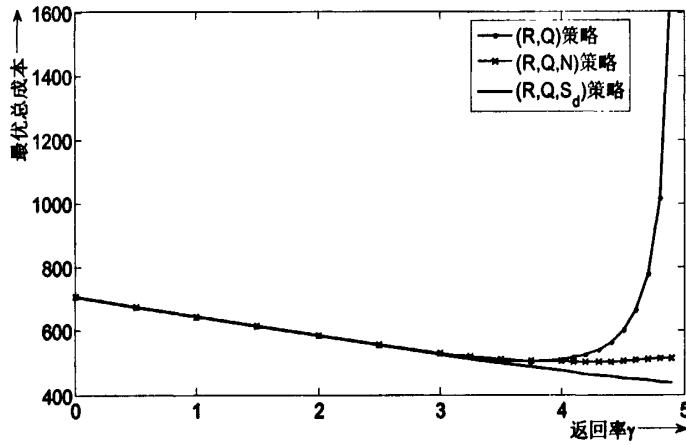


图 3-17 $\mu = 10$ 时三种策略最优总成本的比较

Fig. 3-17 The optimal total cost comparison of different strategies when $\mu = 10$

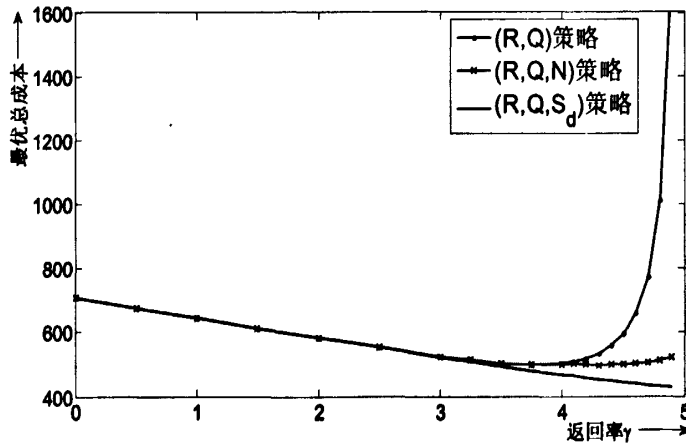


图 3-18 $\mu = 30$ 时三种策略最优总成本的比较

Fig. 3-18 The optimal total cost comparison of different strategies when $\mu = 30$

3.6 本章小结

本章对复杂的逆向物流多级库存系统展开了理论研究和数值分析。首先分析传统的 (R, Q) 的不足,接着基于不同的“弃置”决策,相继提出 (R, Q, N) 策略和 (R, Q, S_d) 策略。对于每种控制策略,论文都详细讨论了系统的建模、稳态计算和参数优化过程。在对系统进行建模时,重点论述了:(1)不确定性回收过程的建模和分析——把回收过程建模成随机伺服系统;(2)回收库存和服务库存的联合控制——把回收库存和服务库存建模成二维的马氏过程。

在理论研究的基础上,本章还给出了大量的数值算例重点考察了产品返回率对系统最优总成本的影响、不同的系统参数对系统最优总成本的影响以及不同策略的比较。理论研究和数值分析都表明:一,产品回收率的提高一定程度上可以降低系统总成本;二, (R, Q, N) 策略和 (R, Q, S_d) 策略都是合理的逆向物流库存控制策略,但各有千秋:在回收率 μ 小于返回率 γ 时, (R, Q, N) 策略优于 (R, Q, S_d) 策略;在回收率 μ 远远大于返回率 γ 时, (R, Q, S_d) 策略优于 (R, Q, N) 策略;三,系统回收率的大小对系统最佳策略的选择有决定性的影响。

第四章 制造、再制造共线生产的经济批量排产问题研究

4.1 引言

在所有的回收方式中,再制造是最佳的回收方式,因为再制造能最大程度地保留返回产品的附加值。据统计,相比全新制造,再制造可以节约近 50% 的能源、40% 的成本,所以工业生产中的再制造越来越普遍。

现有从事再制造的企业中,绝大多数都是为再制造建设一条专门的生产线,这无疑间接地增加了再制造的成本。将同类产品的制造、再制造安排共线生产,一方面可以降低生产线建设成本,另一方面可以提高现有生产线的利用率。

本章采用公共周期方法(Common Cycle)对制造、再制造共线生产的经济批量排产问题进行研究。

4.2 问题提出

在许多工业生产部门中,一台设备或一条生产线可以生产多种产品的情况很常见。譬如,在汽车生产中,同一条装配线生产不同型号的汽车。因此,在生产中如何安排各类产品的生产顺序以及生产数量显得十分重要。这类问题通常称为经济批量排产问题(ELSP: Economic Lot-size Scheduling Problem),是生产-库存中的经典问题。

在逆向物流的生产库存中,存在着另一种共线生产问题:同一类型产品的制造和再制造共线生产。譬如,SONY 公司把废旧 CRT 显示器的再装配和全新 CRT 显示器的装配工作安排在同一生产线进行,而且装配和再装配的产品质量完全一样、满足相同的市场需求。CRT 显示器装配、再装配的共线生产的生产-库存系统如图 4-1 所示,本章将其定义为制造、再制造共线生产的生产-库存系统。

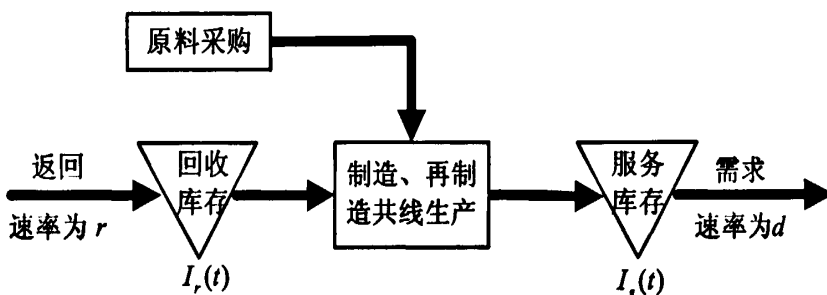


图 4-1 制造、再制造共线生产的生产-库存示意图

Fig. 4-1 The production-inventory of manufacturing and remanufacturing hybrid system

图 4-1 所示的制造、再制造生产-库存系统的结构和流程有：

- 回收库存：用来保持等待被再制造的返回产品。
- 服务库存：用来保存已完成制造或再制造过程、可以满足市场需求的成品。
- 需求过程：市场对成品的需求，本章假设需求率为常数。
- 返回过程：返回的产品作为再制造生产的原料，本章假设返回率为常数。
- 制造过程：利用采购的新原材料进行生产。
- 再制造过程：利用返回的产品做原材料进行生产。

和传统的 ELSP 问题相比，制造、在制造的经济批量排产问题的特点有：（1）产品的返回是强制的，且是有限的；（2）制造和再制造面临着同一需求。

由于制造和再制造的生产顺序、工艺流程等有所不同，所以生产线每次只能执行一种类型的生产活动，制造和再制造的生产只能交替进行。当生产线从一种生产活动转为另一种生产活动时，需要一定的固定成本和准备时间。为了防止产生过高的固定成本，不允许生产线过于频繁地从一种生产状态转换为另一种生产状态。同时，如果生产活动状态转化的周期过长，会导致过高的库存持有成本（参考图 4-2）。本章的研究目标是：在满足需求、生产线能力限制的前提下，合理地安排制造、再制造的生产顺序和数量，使得系统单位时间的库存成本和固定成本之和最小。本章将上述问题定义为制造、再制造的经济批量产品问题。

4.3 数学模型

4.3.1 系统假设

本章将采用公共周期法来解决制造、再制造共线生产经济批量排产问题：制造和再制造按照周期循环进行，每种类型生产活动在一个周期内只开展一次，每种类型生产活动周期相同（见图 4-2）。在数学建模和分析之前，对图 4-1 所示制造、再制造共线生产的生产-库存系统做出如下假设：

1. 制造和再制造过程不能同时占用生产线；
2. 产品的返回率和需求率为常数，且返回率低于需求率；
3. 生产线的制造和再制造的生产率为常数，且生产率要大于需求率；
4. 无任何产品弃置；
5. 不允许缺货；
6. 当生产线从制造状态转为再制造状态（或者相反），需要固定的准备时间和成本，即制造和再制造的准备时间、制造和再制造的固定成本。

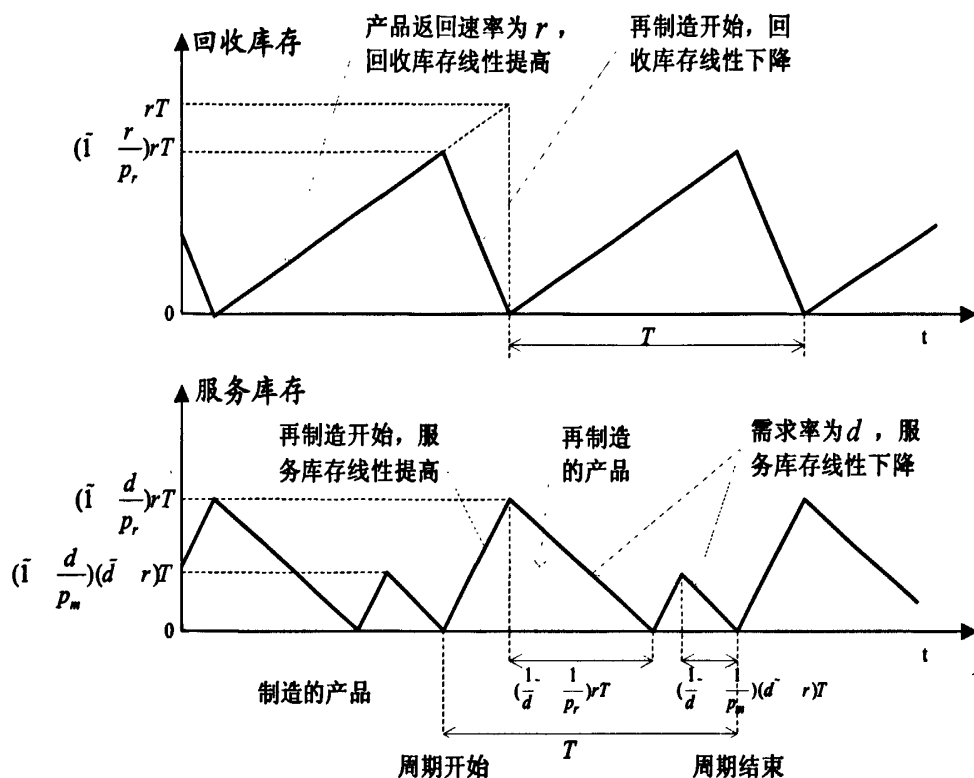


图 4-2 公共周期策略下回收库存和服务库存变化示意图

Fig. 4-2 The return inventory and serviceable inventory under Common Cycle approach

为了数学建模方便，进一步给出一些系统参数说明：

h_r ：返回库存单位产品单位时间的持有成本；

h_n ：服务库存单位产品单位时间的持有成本；

A_r ：再制造的固定成本，生产线从制造状态转换到再制造状态，对生产线进行调整而产生的成本，该成本是一次性的，与生产数量无关。

A_m ：制造的固定成本，生产线从再制造状态转换到制造状态，对生产线进行调整而产生的成本，该成本是一次性的，与生产数量无关。

r ：产品返回率，指单位时间内产品的返回数量，产品返回速率为常数；

d ：产品需求率，指单位时间内市场对成品的需求数量，产品需求率为常数；

p_r ：再制造生产率，生产线单位时间内能完成再制造的产品数量，再制造生产率为常数；

p_m ：制造生产率，生产线单位时间内能完成制造的新产品的数量，制造生产率为常数；

s_r : 再制造准备时间, 生产线从制造状态转换到再制造状态, 对生产线进行调整而需要的段, 再制造准备时间为固定值;

s_m : 制造准备时间, 生产线从再制造状态转换到制造状态, 对生产线进行调整而需要的固定时间段, 制造准备时间为固定值;

T : 生产周期长度。

根据以上的系统假设和参数定义, 有: $r < d < p_m$ 和 $r, d < p_r$ 。

4.3.2 模型分析

本文采用公共周期法来解决制造和再制造共线生产经济批量排产问题, 具体过程如图 4-2 所示: 在每一个生产周期 T 内, 制造过程和再制造过程各进行一次; 假如把再制造过程开始作为一个周期的开始, 随着再制造过程不断进行, 回收库存逐渐减少, 当回收库存降为零时, 再制造过程结束; 再制造过程结束时, 服务库存逐渐减少, 当服务库存下降到零时, 则开始全新产品制造过程, 当全新数量满足一个周期内再制造所不能满足的需求时, 制造过程结束; 当服务库存下降为零开始新一轮的再制造, 则开始了另一个周期。公共周期模式下, 回收库存和服务库存的变化如图 4-2 所示。需要提出的是, 在每次制造和再制造过程开始之前, 需要一定的准备时间。

根据图 4-2 所示, 可以做如下的计算:

1. 每个周期内再制造的产品数量为: rT ;

每个周期内再制造过程的时间为 (包括准备时间):

$$s_r + \frac{rT}{p_r}$$

2. 每个周期内需要制造的产品数量为: $(d-r)T$;

每个周期内制造过程的时间为 (包括准备时间):

$$s_m + \frac{(d-r)T}{p_m}$$

3. 生产线的利用率 (busy rate), 即生产线处于工作状态的时间比例:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{T} \left[s_r + \frac{rT}{p_r} + s_m + \frac{(d-r)T}{p_m} \right] \\ &= \frac{s_r + s_m}{T} + \frac{r}{p_r} + \frac{d-r}{p_m} \end{aligned} \quad (4.1)$$

4. 每个周期内回收库存的持有成本为:

$$C_1 = \frac{1}{2} h_r \left(1 - \frac{r}{p_r}\right) r T^2 \quad (4.2)$$

5. 每个周期内再制造服务库存的持有成本为:

$$C_2 = \frac{1}{2} h_n \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{p_r} \right)^2 dr^2 T^2 \quad (4.3)$$

6. 每个周期内制造服务库存的持有成本为:

$$C_3 = \frac{1}{2} h_n \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{p_m} \right) (d-r)^2 T^2 \quad (4.4)$$

7. 每个周期内系统的总成本为:

$$\begin{aligned} C_T &= A_r + A_m + C_1 + C_2 + C_3 \\ &= A_r + A_m + \frac{T^2}{2} \left[h_r \left(1 - \frac{r}{p_r} \right) r + h_n \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{p_r} \right)^2 dr^2 + h_n \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{p_m} \right) (d-r)^2 \right] \end{aligned} \quad (4.5)$$

则系统单位时间内总成本为:

$$\begin{aligned} C &= \frac{C_T}{T} \\ &= \frac{A_r + A_m}{T} + \frac{T}{2} \left[h_r \left(1 - \frac{r}{p_r} \right) r + h_n \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{p_r} \right)^2 dr^2 + h_n \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{p_m} \right) (d-r)^2 \right] \end{aligned} \quad (4.6)$$

本章的研究目标是确定最优的生产周期 T , 使得系统单位时间的总成本最低, 用数学公式表达如下:

$$\text{Min } C(T) = \frac{A_r + A_m}{T} + \frac{T}{2} \left[h_r \left(1 - \frac{r}{p_r} \right) r + h_n \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{p_r} \right)^2 dr^2 + h_n \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{p_m} \right) (d-r)^2 \right] \quad (4.7)$$

目标函数(4.7)必须遵守以下条件约束:

$$\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{p_r} \right) r T \geq s_m \quad (4.8)$$

$$\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{p_m} \right) (d-r) T \geq s_r \quad (4.9)$$

$$s_r + \frac{rT}{p_r} + s_m + \frac{(d-r)T}{p_m} \geq T \quad (4.10)$$

(4.8)~(4.10)均为时间约束, (4.8)表示要有足够的制造准备时间, (4.9)表示要有足够的再制造准备时间, (4.10)表示一个生产周期内的制造和再制造时间不能超过生产周期的长度。(4.8)~(4.10)的约束保证了最优解的可行性。接下来将讨论如何确定最优生产周期。

为书写方便, 记:

$$A = A_r + A_m \quad (4.11)$$

$$B = \frac{1}{2}h_r(1-\frac{r}{p_r})r + \frac{1}{2}h_n\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{p_r}\right)^2 dr^2 + \frac{1}{2}h_n\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{p_m}\right)(d-r)^2 \quad (4.12)$$

由于 $r < d < p_m$ 和 $r, d < p_r$, 所以 A 和 B 都为大于零的常数。则目标函数(4.7)可以改写为:

$$C(T) = \frac{A}{T} + BT \quad (4.13)$$

下面将简要证明目标函数(4.13)是凸函数:

1. 目标函数(4.13)的定义域为: $S = \{T | T > 0\}$, 是凸集;
2. 函数 $f_1(T) = \frac{1}{T}$ 和函数 $f_2(T) = T$ 是定义域 $S = \{T | T > 0\}$ 上的凸函数;
3. $C(T) = Af_1(T) + Bf_2(T)$, 且 A 和 B 是常数, 所以 $C(T) = \frac{A}{T} + BT$ 是定义域 $S = \{T | T > 0\}$ 上的凸函数。
4. 凸函数 $C(T) = \frac{A}{T} + BT$ 有且只有一个局部最小值, 即全局最小值。

在不考虑约束(4.8)~(4.10)的情况下, 通过对目标函数(4.13)求一阶导, 很容易求得其最优解:

$$\hat{T} = \sqrt{\frac{A}{B}} \quad (4.14)$$

约束条件(4.8)~(4.10)可以改写为:

$$T \geq \frac{dp_r s_m}{(p_r - d)r} = T_1 \quad (4.15)$$

$$T \geq \frac{dp_m s_r}{(p_m - d)(d - r)} = T_2 \quad (4.16)$$

$$T \geq \frac{(s_m - s_r)p_m p_r}{(p_r - r)p_m - (d - r)p_r} = T_3 \quad (4.17)$$

由于目标函数(4.13)是凸函数, 根据凸函数的性质和(4.14)~(4.17), 目标函数的最优解可以写为:

$$T^* = \max(\hat{T}, T_1, T_2, T_3) \quad (4.18)$$

最优生产周期的表示式非常简单, 这得益于目标函数(4.13)是凸函数的性质。式(4.18)的结果形势与传统库存控制理论中的经济批量排产问题的研究结果非常类似, 详细内容可以参考^[58]。

4.4 数值算例

为了考察产品返回对制造、再制造共线生产系统的最优生产周期和最优总成本的影响,本节将给出一些数值算例。由于现实数据的缺乏和涉及相关商业机密等原因,本章通过设计一个“基本事件”来开展数值算例分析。“基本事件”设计如下:

流程参数: $d = 500, p_r = 5000, p_m = 4000$ (单位产品/天);

成本参数: $A_r = 10000, A_m = 12000, h_r = h_m = 10$ (元);

时间参数: $s_r = s_m = 1$ (天)。

“基本事件”尽量贴近实际情况,譬如:固定成本要远远大于库存持有成本;需求率大于返回率。为了避免“基本事件”的特殊性,本章还对其中关键参数进行修改,衍生了一系列的数值算例,譬如对库存成本和固定准备时间的修改。

首先我们考察产品返回率对最优生产周期选择的影响。图 4-3 给出了持有成本取不同值时最优生产周期随产品返回率的变化,图 4-4 给出了准备时间取不同值时最优生产周期随产品返回率的变化。如图 4-3 和图 4-4 所示,最优生产周期曲线基本成“浴盆”形状。通过对数值算例的深入考察,我们发现,当回收率相对较低时,最优生产周期的选择往往由约束条件(4.19)所决定(即制造准备时间约束),这是因为回收率较低时,每个生产周期再制造数量比较少,导致再制造产品的能满足需求的时间比较短;相应地,当回收率相对较高时,最优生产周期的选择往往由约束条件(4.20)所决定(即再制造准备时间约束),这是因为回收率较高时,每个生产周期再制造数量比较多而制造数量比较少,导致制造产品的满足需求的时间比较短;当回收率比较适中时,最优生产周期往往由式(4.14)决定。

图 4-3 给出了持有成本取不同值时最优生产周期随产品返回率的变化,我们发现,比较高的单位持有成本往往对应着较短的最优生产周期,这是因为较短的生产周期能降低库存量,从而防止出现高昂的持有成本。图 4-4 给出了准备时间取不同值时最优生产周期随产品返回率的变化。我们发现较长的准备时间往往对应较长的最优生产周期,特别是在返回率较低或较高的时候,这也是因为此时最优生产周期受到生产准备时间的约束。当准备时间很短时(比如 $s_r = s_m = 0.5$),最优生产周期几乎不受回收率变化的影响,这是因为当回收率很低时,最优生产周期主要由式(4.21)决定。

图 4-5 给出了持有成本取不同值时系统最优总成本随回收率提高的变化,图 4-6 准备时间取不同值时系统最优总成本随回收率提高的变化。最优生产周期曲线和最优成本曲线类似,这是由持有成本所主导的。如图 4-5 所示,较高单位持有成本往往导致较高的最优总成本。如图 4-6 所示,较高准备时间也导致较高的最优总成本,因为较高的准备时间往往导致较高的最优生产周期,从而增加了系统的持有成本。

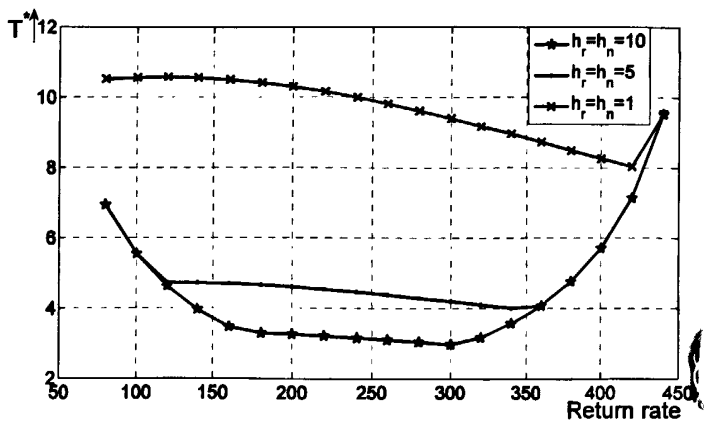


图4-3 持有成本取不同值时系统最优生产周期随回收率提高的变化
Fig. 4-3 The optimal production cycle under different holding cost

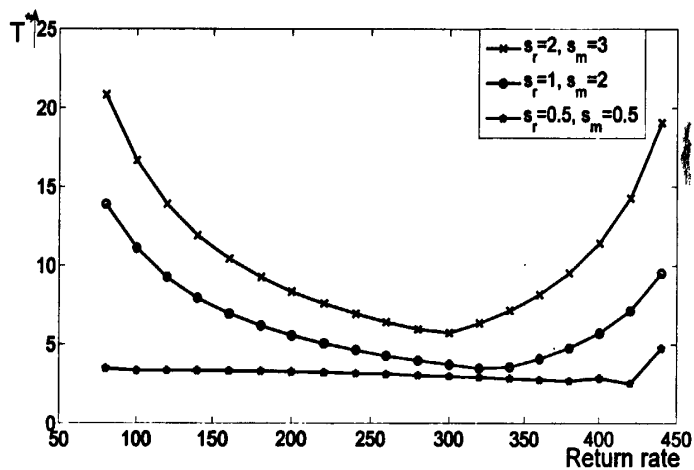


图4-4 准备时间取不同值时系统最优生产周期随回收率提高的变化
Fig. 4-4 The optimal production cycle under different setup time

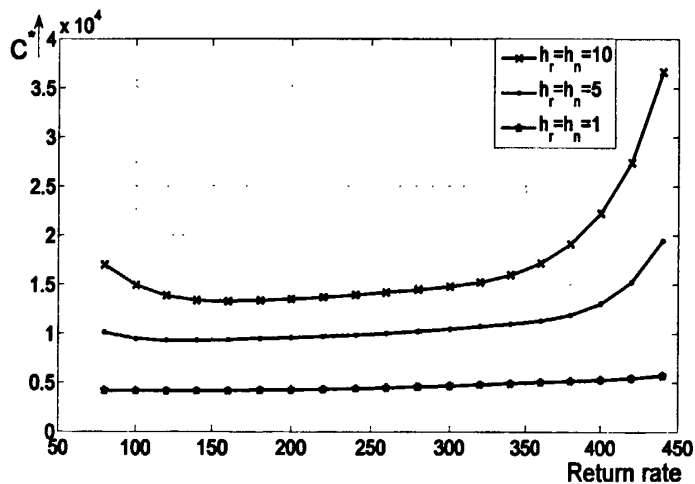


图4-5 持有成本取不同值时系统最优总成本随回收率提高的变化
Fig. 4-5 The optimal total cost under different holding cost

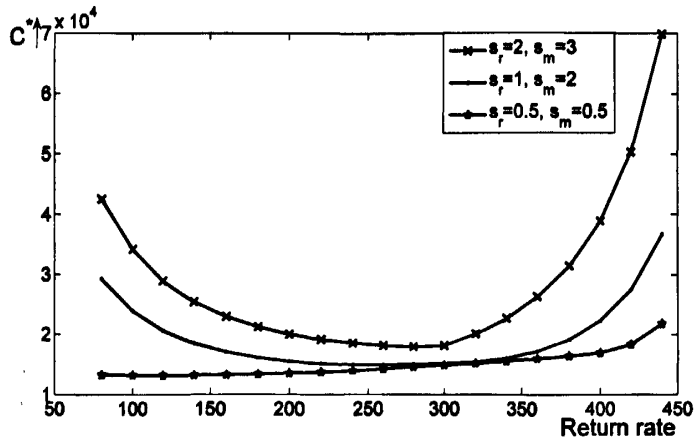


图4-6 准备时间取不同值时系统最优总成本随回收率提高的变化

Fig. 4-6 The optimal total cost under different setup time

4.5 本章小结

本章采用公共周期法来解决制造、再制造共线生产经济批量排产问题。理论分析表明,系统总成本是生产周期的凸函数,据此,本章得到了一个简单的最优生产周期的解释表达式。数值分析表明,在回收率相对较高和相对较低的情况下,最优生产周期往往由准备时间所决定;在返回率比较适中的情况下,最优生产周期往往由系统的总成本函数所决定。通过对数值算例进行深入研究,我们发现,在多数情况下,生产线的利用率 ρ 比较低。在将来的研究中,可以考虑多种类型产品的制造、再制造共线生产经济批量排产问题,以提高生产线的利用率。

1

第五章 结论与展望

5.1 总结

本学位论文课题来源于国家自然科学基金项目：“电子产品回收的逆向供应链的规划、调度与仿真”。与传统物流相比，逆向物流的复杂性主要体现在：一，废弃产品返回过程的时间、数量和质量具有高度不确定性；二，返回产品回收方式具有多样性和不确定性。逆向物流的研究主要分为三个领域：网络规划、生产规划和库存控制。其中，库存控制是逆向物流研究领域中的一个难点和重点。本学位论文主要从策略选择、系统建模和参数优化等角度对逆向物流库存控制系统展开定量的研究，尝试给逆向物流库存系统建立具有一定普遍适用性的数学模型，并提出高效的控制参数优化方法。

本文首先从单级库存系统的定量分析入手，对传统的 (R, Q) 策略进行推广和延伸，用于逆向物流单级库存系统的控制。理论分析和数值算例都表明，当产品返回率接近需求率时， (R, Q) 策略控制下系统库存水平会急剧上升。针对 (R, Q) 策略的不足，论文又提出了逆向物流系统的 (R, Q, S_d) 库存控制策略。由于考虑了返回产品的弃置处理，所以在产品返回率较高时 (R, Q, S_d) 策略能有效控制系统的库存水平。论文还给出了两种策略控制下系统单位时间总成本期望值的精确计算方法和高效近似方法，以及控制参数的优化方法。理论研究和数值分析都表明：一， (R, Q, S_d) 能有效地控制逆向物流的库存成本；二，论文给出的“迭代法”具有计算量少、精度高的特点；三，系统的最优控制参数不具鲁棒性。

本文接着对复杂的逆向物流多级库存系统展开研究，首先分析传统的 (R, Q) 策略，接着基于不同的“弃置”决策方式，相继提出 (R, Q, N) 策略和 (R, Q, S_d) 策略。对于每种控制策略，论文都详细讨论了系统的建模、稳态计算和参数优化过程，其中重点讨论了不确定性回收过程的建模和分析。理论研究和数值分析都表明：一， (R, Q, N) 策略和 (R, Q, S_d) 策略都是合理的逆向物流库存控制策略，且各有千秋；二，系统回收率的高低对系统最佳策略的选择有决定性的影响。

本文还基于公共周期法对制造、再制造共线生产经济批量排产问题(ELSP)进行了理论研究和数值分析，并获得了最优生产周期的解释表达式。

本文研究表明，只要采用合理的控制策略，能从返回产品的回收中获取一定的经济效益。论文对逆向物流库存控制问题进行了较系统的理论研究和数值分析，其研究结果对解决现实问题具有一定的参考价值。

5.2 创新点

在对逆向物流库存控制系统进行建模和定量研究中, 本论文具有以下创新点:

1. 提出了高效的“迭代法”对控制参数进行优化

根据 (R, Q) 策略控制下系统库存水平稳态极限分布的特征, 论文给出了一种能快速确定最优控制参数的“迭代法”。数值分析表明, “迭代法”具有相当高的精度。(相关论文被 Asian & Pacific Journal of Operational Research 录用)。

2. 提出了 (R, Q, S_d) 库存控制策略

通过对传统的 (R, Q) 库存控制策略进行扩展和延伸, 把弃置点 S_d 引入库存控制策略——提出了逆向物流的 (R, Q, S_d) 库存控制策略。理论分析和数值算例都证明, (R, Q, S_d) 策略能有效地抑制系统总成本随返回率提高的“爆炸式”增加。(相关论文被 2006 IEEE CIS-RAM 录用)。

3. 应用了“一致化”方法和二维马氏模型

论文提出“一致化”方法, 解决了 (R, Q, S_d) 策略控制下系统“有效回收过程”和系统库存水平的相关性。论文通过二维马氏模型对回收库存、服务库存联合分布进行建模, 解决了多级库存系统稳态分布计算难的问题。

5.3 未来展望

本论文对逆向物流库存控制的研究工作是初步的。根据逆向物流系统的特点, 对逆向物流库存控制将来的研究方向可能有:

- 多级产品结构: 到目前为止, 所有的研究都是针对由单个部件构成的产品。在传统库存控制理论中, 对复杂结构产品的库存控制都是基于 MRP 环境。将来可能的一个研究方向可以关注于如何把一个复杂结构产品回收过程(其中包括拆解和组装)整合到 MRP 系统中。
- 返回和需求的不完全相关性: 已有的研究中, 对返回和需求的相关性存在两种极端的假设: 一种是完全相关性(一个需求对应一个返回); 另一种是返回和需求相互独立。在实际情况中, 产品返回和需求往往存在不完全相关性。这不仅给统计研究, 而且给库存控制策略的研究提出了新的挑战。
- 批量的产品返回和需求: 现有的研究都假设产品的返回过程和需求过程是单个产生的, 而实际上, 存在着批量的产品返回和需求, 而且批量的大小也是随机的。这又给库存控制的研究提出的新的难题。

附录 1

1. 定理 2.1 的证明

定理 2.1: 在 (R, Q) 策略控制下, 逆向物流单级库存系统的库存水平 $I(t)$ 是稳态的、遍历的马尔可夫过程。

证明: 首先我们给出下面的定理:

定理 6.1: 一个时间连续的马尔可夫链对应的时间离散的马尔可夫链是遍历的, 则该时间连续的马尔可夫链是遍历的。

定理 6.1 可以参考 Kulkarni 的论著[121]。根据定理 6.1, 我们首先构造一个与库存水平 $I(t)$ 相对应的时间离散的马尔可夫链 $\{\hat{I}_n, n \geq 0\}$ 。根据一致化技巧 (unifomation technique), $\{\hat{I}_n, n \geq 0\}$ 的转移概率 $\hat{p}_{ij}$ 可以写为:

$$\hat{p}_{ij} = \begin{cases} 1 - \frac{q_i}{q}, & i = j \\ \frac{q_{ij}}{q}, & i \neq j \end{cases} \quad (6.1)$$

其中 q_i 和 q_{ij} 的定义可以参考 2.3.1。我们定义 q 为:

$$q = \text{Max}_{i \geq R+1} q_i = \gamma + \lambda \quad (6.2)$$

所有的转移概率写成矩阵的形式为:

$$\hat{P} = [\hat{p}_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\gamma}{\gamma + \lambda} & 0 & \cdots & 0 & \frac{\lambda}{\gamma + \lambda} & 0 & \cdots \\ \frac{\lambda}{\gamma + \lambda} & 0 & \frac{\gamma}{\gamma + \lambda} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & \frac{\lambda}{\gamma + \lambda} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & \frac{\lambda}{\gamma + \lambda} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$\{\hat{I}_n, n \geq 0\}$ 的状态转移概率如图 5-1 所示。很显然, 从任何状态 $i (i \geq R+1)$ 到另一状态 $j (j \geq R+1)$, 都存在一条有向的“路”。所以 $\{\hat{I}_n, n \geq 0\}$ 是遍历的。根据定理附 1, 可

以得到以下结论：在 (R, Q) 策略控制下，逆向物流单级库存系统的库存水平 $I(t)$ 是稳态的、遍历的马尔可夫过程。

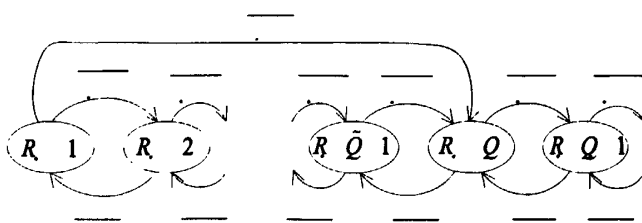


图 5-1 $\{\hat{I}_n, n \geq 0\}$ 的状态转移概率示意图

Fig. 5-1 The transition diagram of the DTMC $\{\hat{I}_n, n \geq 0\}$

2. 定理 2.2 的证明

1) 库存水平的稳态极限分布如(2.14)所示。当 $x+1 \leq i \leq x+Q$ 时，有：

$$\begin{aligned} P\{I(\infty) = i+1 | R = x+1\} &= \frac{1 - \rho^{(i+1)-(x+1)}}{Q} \\ &= \frac{1 - \rho^{i-x}}{Q} \\ &= P\{I(\infty) = i | R = x\} \end{aligned} \quad (6.4)$$

同样，当 $i > x+Q$ ，有：

$$\begin{aligned} P\{I(\infty) = i+1 | R = x+1\} &= \frac{(\rho^{-Q} - 1)\rho^{(i+1)-(x+1)}}{Q} \\ &= \frac{(\rho^{-Q} - 1)\rho^{i-x}}{Q} \\ &= P\{I(\infty) = i | R = x\} \end{aligned} \quad (6.5)$$

综上所述 $P\{I(\infty) = i | R = x\} = P\{I(\infty) = i+1 | R = x+1\}$

2) 由方程(2.27)有下面的方程：

$$\begin{aligned} &P\{I_n(\infty) = n+1 | R = x+1\} \\ &= \sum_{\Omega} P\{I(\infty) = n+1-r+d | R = x+1\} \cdot P\{R(t, t+\tau) = r\} \cdot P\{D(t, t+\tau) = d\} \\ &= \sum_{\Omega} P\{I(\infty) = n-r+d | R = x\} \cdot P\{R(t, t+\tau) = r\} \cdot P\{D(t, t+\tau) = d\} \\ &= P\{I_n(\infty) = n | R = x\} \end{aligned} \quad (6.6)$$

在这里 $\Omega = \{(n, r, d) | n-r+d \geq x+1; r, d \in Z^+\}$ ，所以定理 2.2 的第二条得到证明，即

$$P\{I_n(\infty) = n | R = x\} = P\{I_n(\infty) = n+1 | R = x+1\}$$

3) 如果补货批量 Q 给定, 则:

$$\begin{aligned}
 & E[I_n^-(\infty) | R = x+1] - E[I_n^-(\infty) | R = x] \\
 &= -\sum_{n=-1}^{\infty} nP\{I_n(\infty) = n | R = x+1\} + \sum_{n=-1}^{\infty} nP\{I_n(\infty) = n | R = x\} \\
 &= \sum_{n=-1}^{\infty} nP\{I_n(\infty) = n | R = x\} - \sum_{n=-2}^{\infty} (n+1)P\{I_n(\infty) = n+1 | R = x+1\} \\
 &= \sum_{n=-1}^{\infty} nP\{I_n(\infty) = n | R = x\} - \sum_{n=-2}^{\infty} (n+1)P\{I_n(\infty) = n | R = x\} \\
 &= \sum_{n=-1}^{\infty} nP\{I_n(\infty) = n | R = x\} - \sum_{n=-2}^{\infty} nP\{I_n(\infty) = n | R = x\} \\
 &\quad - \sum_{n=-2}^{\infty} P\{I_n(\infty) = n | R = x\} \\
 &= -P\{I_n(\infty) = -1 | R = x\} - \sum_{n=-2}^{\infty} P\{I_n(\infty) = n | R = x\} \\
 &= -\sum_{n=-1}^{\infty} P\{I_n(\infty) = n | R = x\}
 \end{aligned} \tag{6.7}$$

4) 由方程(6.7)和总成本函数(2.10), 很容易得到证明。

3. 方程(2.63)和(2.64)的求解

方程(2.63)和(2.64)原来状态方程组用矩阵的形式可以表示为:

$$P_j' = A' P_j \tag{6.8}$$

其中 $P_j = [p_{s_p+1}, p_{s_p+2}, \dots, p_{s_d}]$, $P_j' = [p_{s_p+1}', p_{s_p+2}', \dots, p_{s_d}']$

$$A' = \begin{pmatrix}
 -(\gamma + \lambda) & \lambda & & & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 \gamma & -(\gamma + \lambda) & \lambda & & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 & \gamma & -(\gamma + \lambda) & \lambda & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 & & \gamma & -(\gamma + \lambda) & \lambda & & & & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \lambda & & & & & & & & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \gamma & -(\gamma + \lambda) & \lambda \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \gamma & -\lambda
 \end{pmatrix} \tag{6.9}$$

把 A' 所有行都加到第一行, 得到第一行的元素全为零, 所以原方程组有非零解。

$$\begin{pmatrix}
 0 & 0 & & & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 \gamma & -(\gamma+\lambda) & \lambda & & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 & \gamma & -(\gamma+\lambda) & \lambda & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 & & \gamma & -(\gamma+\lambda) & \lambda & & & & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \lambda & & & & & & & & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \gamma & -(\gamma+\lambda) & \lambda \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \gamma & \lambda
 \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

设 $\rho = \gamma/\lambda$ 得到:

$$\begin{pmatrix}
 0 & 0 & & & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 \rho & -(1+\rho) & 1 & & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 & \rho & -(1+\rho) & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 & & \rho & -(1+\rho) & 1 & & & & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 1 & & & & & & & & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \rho & -(1+\rho) & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \rho & -1
 \end{pmatrix} \quad (6.11)$$

从最后一行开始, 第 $r+1$ 加到第 r 行, 可得:

$$\begin{pmatrix}
 0 & 0 & & & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 \rho+1 & -1 & 0 & & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 1 & \rho & -1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 1 & & \rho & -1 & 0 & & & & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 1 & & & & \rho & -1 & 0 & & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \rho & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \rho & -1
 \end{pmatrix} \quad (6.12)$$

方程组(2.63)等价于:

$$\begin{cases} p_{s_p+2} = \rho p_{s_p+1} + p_{s_p+1} \\ p_{s_p+3} = \rho p_{s_p+2} + p_{s_p+1} \\ p_{s_p+4} = \rho p_{s_p+3} + p_{s_p+1} \\ \vdots \\ p_{s_p+Q} = \rho p_{s_p+Q-1} + p_{s_p+1} \\ p_{s_p+Q+1} = \rho p_{s_p+Q} \\ p_{s_p+Q+2} = \rho p_{s_p+Q+1} \\ \vdots \\ p_{s_d} = \rho p_{s_d-1} \end{cases} \quad (6.13)$$

又有

$$\sum_{j=s_p+1}^{s_d} p_j = 1 \quad (6.14)$$

将(6.13)两边加起来, 且都加上 p_{s+1} , 得到

$$\sum_{i=s_p+1}^{s_d} p_i = \rho \sum_{i=s_p+1}^{s_d-1} p_i + Q p_{s_p+1} \quad (6.15)$$

进一步得到:

$$1 - \rho = Q p_{s_p+1} - \rho p_{s_d} \quad (6.16)$$

由(6.13)可以得到:

$$p_{s_d} = \rho^{s_d-s_p-Q} p_{s_p+Q} \quad (6.17)$$

$$p_{s_p+Q} = \sum_{i=0}^{Q-1} \rho^i p_{s_p+1} \quad (6.18)$$

联合(6.17)和(6.18)可得:

$$p_{s_d} = \rho^{s_d-s_p-Q} \sum_{i=0}^{Q-1} \rho^i p_{s_p+1} \quad (6.19)$$

(6.19)代入(6.16)可得:

$$1 - \rho = Q p_{s_p+1} - \rho^{s_d-s_p-Q+1} \sum_{i=0}^{Q-1} \rho^i p_{s_p+1} \quad (6.20)$$

最终可得方程组(2.63)和(2.64)的解:

$$\begin{cases}
 p_{s_p+1} = \frac{1-\rho}{Q - \rho^{s_d-s_p-Q+1} \sum_{i=0}^{Q-1} \rho^i} \\
 p_{s_p+j} = \sum_{i=0}^{j-1} \rho^i \cdot p_{s_p+1}, \quad 2 \leq j \leq Q \\
 p_{s_p+j} = \rho^{j-Q} \sum_{i=0}^{Q-1} \rho^i \cdot p_{s_p+1}, \quad Q+1 \leq j \leq s_d-s_p
 \end{cases} \quad (6.21)$$

附录 2：库存控制的一些基本概念

本节根据 Axsater^[58]的内容给出关于库存控制的一些基本概念，以方便读者对本学位论文的理解。

1. 盘点方式

库存管理的首要任务是监控库存状态，通常称为盘点。常用的盘点方式有两种：连续性盘点（continuous review）和周期性盘点（periodical review）。

连续性盘点是随时监控库存状态的变化，并根据库存状态的随时作出是否要进行补货的决定。

周期性盘点是在一些事先确定的时间点来检查库存状态，然后通过检测到的库存状态确定是否需要进行补货。这个盘点的周期可以是周、月、季度或年，也可以是事先确定的任意的固定的时间段。

由于连续性盘点需要时时监控库存状态，其管理工作量和管理成本都要高于周期性盘点方式。对于一些单价高的产品需要进行精细管理的时候往往采用连续盘点的方式。周期性盘点方式相对而言管理成本要低一些，往往应用于单价低的商品。在考虑多种产品的联合订货时，往往也是采用周期性盘点的方式。随着现代信息技术的发展，对库存状态的监控变的越来越方便准确，监控成本也越来越低，所以连续性盘点方式的使用也越来越多广泛。

2. 补货提前期

补货提前期（lead-time）是指发出补货请求至货物到达库存点所经历的时间段。从发货请求到货物到达一般需要经历一个有限的时间段，这个时间段包括商品的生产、配货、运输等过程。提前期有可能是固定的一个时间段，也可能是一个随机的时间段。补货提前期是影响供应链上下游节点之间协作效率的一个非常重要的因素。提前期的越稳定、越短，供应链的效率也会越高。

3. 库存状态量

- 现有库存（on-hand inventory）：是指手头上所拥有的实际库存量。
- 缺货量（back-order）：是指未能暂时满足、延期交货的顾客需求
- 净库存（net inventory）：是指现有库存和缺货量之差。一般来讲，现有库存和缺货量不能同时存在，如果现有库存为正，则缺货量为零；反过来，如果

缺货量大于零, 则现有库存为零。所以, 净库存可以为正也可以为负。如果净库存为正, 则净库存等于现有库存; 如果净库存为负, 则净库存为缺货量的相反数。

- 将有库存 (outstanding order): 是指已经发出请求但是还未到达的补货;
- 库存水平 (inventory position): 是指净库存和将有库存量之和, 也等于现有库存量减去缺货量再加上将有库存。

4. 两种基本的库存控制策略

库存控制的核心问题是确定补货的时机和数量, 在成熟的库存控制理论中, 有以下两种基本的库存控制策略。

4.1 连续性盘点 (R, Q) 策略

连续性盘点 (R, Q) 策略的运作过程如下: 库存系统的状态受到连续监控, 当库存水平下降到 R 或以下时, 库存系统立即发出数量为 Q 的补货请求, 该补货请求的商品将在 τ 个时间段的提前期后到达。通常我们称 R 为订货点、 Q 为订货批量。

连续性盘点 (R, Q) 策略如图 5-2 所示。值得提出的是, 在连续性盘点 (R, Q) 策略控制下, 系统被联系监控的状态就是系统的库存水平。对于连续性盘点 (R, Q) 策略, 若采取缺货延期交付的办法, 则订货点 R 可以取正值也可以取负值; 若采取缺货不补的办法, 则订货点 R 只能为负值。

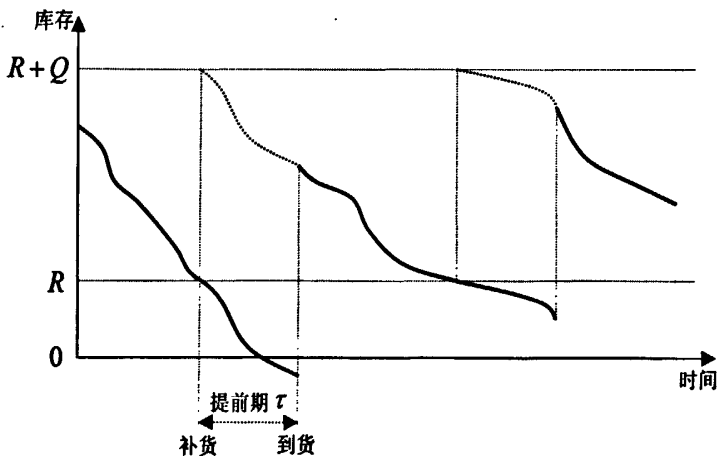


图 5-2 连续性盘点 (R, Q) 策略示意图

Fig. 5-2 The illustration of the continous review (R, Q) policy

4.2 周期性盘点(s, S)策略

周期性盘点(s, S)策略的运作过程如下：库存系统的状态受到周期性的监控，在盘点时刻如果库存水平等于或小于 s ，就发出补货请求并将库存水平补充到 S ；如果盘点时刻的库存水平大于 s ，则系统不补货。

周期性盘点(s, S)策略如图 5-3 所示。

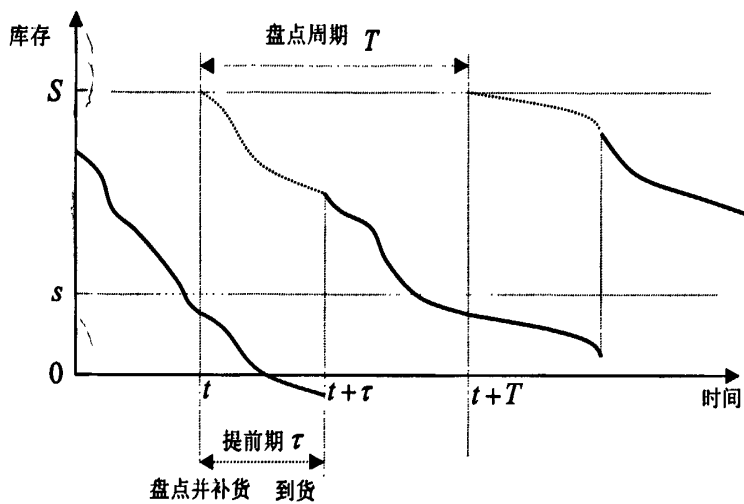


图 5-3 周期性盘点(s, S)策略示意图

Fig. 5-3 The scheme of the periodic review (s, S) policy

值得提出的是，对于周期性盘点(s, S)策略，必须满足 $s \leq S$ 。若采取缺货回补的方式，则 s 和 S 可以是正值也可以是负值；如果采取缺货不补的方式，则 s 和 S 都必须为正值。当 $s = S - 1$ 时，则周期性盘点(s, S)策略简化成一种特殊的 S -base 策略。

附录 3: 泊松过程

泊松过程是工程技术中常见的马尔可夫过程^[123]。例如, 在电子管中热阴极射向阳极随时间变化的总电子数, 放射性物质放射出的随时间变化的阿尔法粒子数, 服务系统来到的随时间变化的总顾客数等都是泊松过程。下面我们给出泊松过程的定义:

定义: 设随机过程 $\{X(t), t \in [0, \infty)\}$ 的无限状态空间是 $E = \{0, 1, 2, \dots\}$ 。若满足下列两个条件:

(1) $X(t)$ 是平稳独立增量过程;

(2) 对任意 $a, t \geq 0$, 每一增量 $X(a+t) - X(a)$ 为非负, 且服从参数为 λt 的泊松过程, 即有:

$$P\{X(a+t) - X(a) = k\} = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

其中 $\lambda > 0$, 则称 $X(t)$ 是具有参数为 λ 的泊松过程。

定理: 泊松过程 $\{X(t), t \in [0, \infty)\}$ 是具有负指数间隔的计数过程。

参考文献

- [1] "《全球"电脑垃圾"知多少》," in *科技经济市场*, 2002.
- [2] R. Knoth, M. Hoffmann, B. Kopacek, and P. Kopacek, "A logistic concept to improve the re-usability of electric and electronic equipment," *Proceedings of the 2001 IEEE International Symposium on Electronics and the Environment, Chicago*, pp. 115-118, 2001.
- [3] 《电子垃圾“头悬剑”困扰家电业》, in <http://app.itxo.com/htmlnews/2004/09/14/340567.htm>, 2004.
- [4] M. Thierry, M. Salomon, J. Van Nunen, and L. Van Wassenhove, "Strategic issues in product recovery management," *California Management Review*, vol. 37, pp. 114-135, 1995.
- [5] A. Degher, "HP's worldwide take back and recycling programs: lessons on improving program implementation," *Electronics and the Environment, 2002 IEEE International Symposium on*, pp. 224-227, 2002.
- [6] E. Grenchus, S. Johnson, and D. McDonnell, "Improving environmental performance through reverse logistics at IBM (R)," *Electronics and the Environment, 2001. Proceedings of the 2001 IEEE International Symposium on*, pp. 236-240, 2001.
- [7] R. Steinhilper, "Remanufacturing: the ultimate form of recycling," *Stuttgart: Fraunhofer IRB Verlag*, 1998.
- [8] M. Fleischmann, J. M. Bloemhof-Ruwaard, R. Dekker, E. van der Laan, J. van Nunen, and L. N. Van Wassenhove, "Quantitative models for reverse logistics: A review," *European Journal of Operational Research*, vol. 103, pp. 1-17, 1997.
- [9] R. Dekker, *Reverse logistics: quantitative models for closed-loop supply chains*: Berlin; New York: Springer, 2004.
- [10] R. I. van Hoek, "From reverse logistics to green supply chains," *Supply Chain Management: An International Journal*, vol. 4, pp. 129-134, 1999.
- [11] R. Giuntini and T. Andel, "Advance with reverse logistics," *Transportation and Distribution*, pp. 73-77, 1995.
- [12] S. Dowlatshahi, "Developing a theory of reverse logistics," *Interfaces*, vol. 30, pp. 143-155, 2000.
- [13] C. R. Carter and L. M. Ellram, "Reverse logistics: a review of the literature and framework for future investigation," *Journal of Business Logistics*, vol. 19, pp. 85-102, 1998.
- [14] D. S. Rogers and R. S. Tibben-Lembke, *Going backwards: reverse logistics trends and practices*: University of Nevada, Reno, Center for Logistics Management, Reno, 1999.
- [15] J. R. Stock, "Development and implementation of reverse logistics programs," *Council of Logistics Management, Oak Brook, IL*, 1998.
- [16] C. W. Autry, P. J. Daugherty, and R. G. Richey, "The challenge of reverse logistics in catalog retailing," *Management*, vol. 31, 2001.
- [17] R. Dekker, M. Fleischmann, K. Indurfurth, and L. N. Van Wassenhove, *Reverse logistics: A quantitative approach*: Springer-Verlag, 2004.
- [18] <http://cscmp.org/>.
- [19] <http://www.fbk.eur.nl/OZ/REVLOG/welcome.html>.
- [20] F. W. Harris, "How many parts to make at once factory," *The Magazine of Management*, vol. 10, pp. 135-136, 152, 1913.
- [21] R. H. Wilson, "A scientific routine for stock control," *Harvard Business Review*, vol. 13, pp. 116-128, 1934.
- [22] S. Bhaskaran and S. P. Sethi, "The dynamic lot-size model with stochastic demands: A

- decision horizons study," *INFOR*, vol. 26, pp. 213-224, 1988.
- [23] H. L. Lee and S. Nahmias, "Single-product, single-location models," *Handbooks in Operations Research and Management Science*, vol. 4, pp. 3-55, 1993.
- [24] R. A. Lundin and T. E. Morton, "Planning horizons for the dynamic lot size model: Zabel vs. protective procedures and computational results," *Operations Research*, vol. 23, pp. 711-734, 1975.
- [25] H. M. Wagner, "Dynamic Version of the Economic Lot Size Model," *Management Science*, vol. 5, pp. 89-96, 1958.
- [26] W. I. Zangwill, "A deterministic multi-period production scheduling model with backlogging," *Management Science*, vol. 13, pp. 105-119, 1966.
- [27] Y. S. Zheng, "On properties of stochastic inventory systems," *Management Science*, vol. 38, pp. 87-103, 1992.
- [28] B. C. Archibald, "Continuous review (s, S) policies with lost sales," *Management Science*, vol. 27, pp. 1171-1177, 1981.
- [29] E. A. Silver, "Establishing reorder points in the (S, c, s) coordinated control system under compound Poisson demand," *International Journal of Production Research*, vol. 19, pp. 743-750, 1981.
- [30] J. Orlicky and G. W. Plossl, *Orlicky's material requirements planning*. McGraw-Hill, 1994.
- [31] M. Ben-Daya and A. Raouf, "Inventory models involving lead time as decision variable," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 45, pp. 579-582, 1994.
- [32] S. K. Goyal, "An integrated inventory model for a single supplier-single customer problem," *International Journal of Production Research*, vol. 15, pp. 107-111, 1977.
- [33] D. Beyer, "An inventory model with wiener demand process and positive lead time," *Optimization*, vol. 29, pp. 181-193, 1994.
- [34] S. Browne and P. Zipkin, "Inventory models with continuous, stochastic demands," *The Annals of Applied Probability*, vol. 1, pp. 419-435, 1991.
- [35] D. J. Buchanan and R. F. Love, "A (Q, R) inventory model with lost sales and Erlang-distributed lead times," *Naval research logistics quarterly*, vol. 32, pp. 605-611, 1985.
- [36] F. Chen and Y. S. Zheng, "Inventory models with general backorder costs," *European Journal of Operational Research*, vol. 65, pp. 175-196, 1993.
- [37] P. Zipkin, "Stochastic leadtimes in continuous-time inventory models," *Naval research logistics quarterly*, vol. 33, pp. 763-774, 1986.
- [38] E. A. Silver, D. F. Pyke, and R. Peterson, "Inventory management and production planning and scheduling," 1998.
- [39] S. G. Johansen and R. M. Hill, "The (r, Q) control of a periodic-review inventory system with continuous demand and lost sales," *International Journal of Production Economics*, vol. 68, pp. 279-286, 2000.
- [40] Y. S. Zheng, "A simple proof for optimality of (s, S) policies in infinite-horizon inventory systems," *Journal of Applied Probability*, vol. 28, pp. 802-810, 1991.
- [41] O. At, "Production & inventory management."
- [42] P. H. Zipkin, *Foundations of inventory management*. McGraw-Hill Boston, 2000.
- [43] D. W. Fogarty and T. R. Hoffmann, *Production and inventory management*. South-Western Pub. Co Cincinnati, OH, 1991.
- [44] A. Federgruen and Y. S. Zheng, "An efficient algorithm for computing an optimal (r, Q) policy in continuous review stochastic inventory systems," *Operations Research*, vol. 40, pp. 808-813, 1992.
- [45] S. Axsater, "A simple procedure for determining order quantities under a fill rate constraint and normally distributed lead-time demand," *European Journal of Operational Research*, vol. 174, pp. 480-491, 2006.
- [46] F. Chen, "Optimal policies for multi-echelon inventory problems with batch ordering,"

- Operations Research*, vol. 48, pp. 376-389, 2000.
- [47] Y. S. Zheng and A. Federgruen, "Finding optimal (s, S) policies is about as simple as evaluating a single policy," *Operations Research*, vol. 39, pp. 654-665, 1991.
 - [48] K. Rosling, "The square-root algorithm for single-item inventory optimization," *Dept of Industrial Engineering, Vaxjo University, SE-351*, vol. 95, 1999.
 - [49] A. Aggarwal and J. K. Park, "Improved algorithms for economic lot size problems," *Operations Research*, vol. 41, pp. 549-571, 1993.
 - [50] S. Viswanathan, "On optimal algorithms for the joint replenishment problem."
 - [51] W. L. Winston, "Operations research: applications and algorithms," 1994.
 - [52] A. Veinott, "On the optimality of (s, S) inventory policies: New conditions and a new proof," *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 14, pp. 1067-1083, 1966.
 - [53] T. W. Archibald, S. A. E. Sassen, and L. C. Thomas, "An optimal policy for a two depot inventory problem with stock transfer," *Management Science*, vol. 43, pp. 173-183, 1997.
 - [54] S. Axsater, "Modeling emergency lateral transshipments in inventory systems," *Management Science*, vol. 36, pp. 1329-1338, 1990.
 - [55] S. Axsater, "On deficiencies of common ordering policies for multi-level inventory control," *OR Spectrum*, vol. 19, pp. 109-110, 1997.
 - [56] S. Axsater, "Simple evaluation of echelon stock (R, Q) policies for two-level inventory systems," *IIE Transactions*, vol. 29, pp. 661-669, 1997.
 - [57] S. Axsater, "Evaluation of installation stock based (R, Q)-policies for two-level inventory systems with Poisson demand," *Operations Research*, vol. 46, pp. 135-145, 1998.
 - [58] S. Axsater, *Inventory control*, Second ed: Springer, 2006.
 - [59] S. Axsater and L. Juntti, "Comparison of echelon stock and installation stock policies for two-level inventory systems," *International Journal of Production Economics*, vol. 45, pp. 303-310, 1996.
 - [60] S. Axsater and K. Rosling, "Installation vs. echelon stock policies for multilevel inventory control," *Management Science*, vol. 39, pp. 1274-1280, 1993.
 - [61] S. Axsater and K. Rosling, "Multi-level production-inventory control: Material requirements planning or reorder point policies," *European Journal of Operational Research*, vol. 75, pp. 405-412, 1994.
 - [62] S. Axsater and K. Rosling, "Ranking of generalised multi-stage KANBAN policies," *European Journal of Operational Research*, vol. 113, pp. 560-567, 1999.
 - [63] S. Axsater and W. F. Zhang, "A joint replenishment policy for multi-echelon inventory control," *International Journal of Production Economics*, vol. 59, pp. 243-250, 1999.
 - [64] F. Chen and Y. S. Zheng, "One-warehouse multi-retailer systems with centralized stock information," *Operations Research*, vol. 45, pp. 275-287, 1997.
 - [65] A. J. Clark and H. Scarf, "Optimal policies for a multi-echelon inventory problem," *Management Science*, vol. 50, pp. 1782-1790, 2004.
 - [66] M. Dada, "A two-echelon inventory system with priority shipments," *Management Science*, vol. 38, pp. 1140-1153, 1992.
 - [67] C. Das, "Supply and redistribution rules for two-location inventory systems: One period analysis," *Management Science*, vol. 21, pp. 765-776, 1975.
 - [68] S. C. Graves, "A multi-echelon inventory model for a repairable item with one-for-one replenishment," *Management Science*, vol. 31, pp. 1247-1256, 1985.
 - [69] H. L. Lee, "A multi-echelon inventory model for repairable items with emergency lateral transshipments," *Management Science*, vol. 33, pp. 1302-1316, 1987.
 - [70] J. A. Muckstadt, "A model for a multi-item, multi-echelon, multi-indenture inventory system," *Management Science*, vol. 20, pp. 472-481, 1973.
 - [71] J. A. Muckstadt and R. O. Roundy, "Multi-item, one-warehouse, multi-retailer distribution systems," *Management Science*, vol. 33, pp. 1613-1621, 1987.
 - [72] A. Muharremoglu and J. N. Tsitsiklis, "A single-unit decomposition approach to

- multi-echelon inventory systems," *Operations Research Center, MIT*, 2003.
- [73] N. Rudi, S. Kapur, and D. F. Pyke, "A two-location inventory model with transshipment and local decision making," *Management Science*, vol. 47, pp. 1668-1680, 2001.
 - [74] C. C. Sherbrooke, "An evaluator for the number of operationally ready aircraft in a multilevel supply system," *Operations Research*, vol. 19, pp. 618-35, 1971.
 - [75] G. Tagaras and M. A. Cohen, "Pooling in two-location inventory systems with non-negligible replenishment lead times," *Management Science*, vol. 38, pp. 1067-1083, 1992.
 - [76] M. H. Veatch and L. M. Wein, "Optimal control of a two-station tandem production/inventory system," *Operations Research*, vol. 42, pp. 337-350, 1994.
 - [77] M. Fleischmann, H. R. Krikke, R. Dekker, and S. D. P. Flapper, "A characterisation of logistics networks for product recovery," *Omega*, vol. 28, pp. 653-666, 2000.
 - [78] G. Ferrer, "Managing the recovery of value from durable products," Ph. D. Thesis, INSEAD, Fontainebleau, France, 1997.
 - [79] D. A. Schrady, "A deterministic inventory model for repairable items," *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 14, pp. 391-398, 1967.
 - [80] M. C. Mabini, L. M. Pintelon, and L. F. Gelders, "EOQ type formulations for controlling repairable inventories," *International Journal of Production Economics*, vol. 28, pp. 21-33, 1992.
 - [81] K. Richter, "The EOQ repair and waste disposal model with variable setup numbers," *European Journal of Operational Research*, vol. 95, pp. 313-324, 1996.
 - [82] K. Richter, "The extended EOQ repair and waste disposal model," *International Journal of Production Economics*, vol. 45, pp. 443-447, 1996.
 - [83] K. Richter and I. Dobos, "Analysis of the EOQ repair and waste disposal problem with integer setup numbers," *International Journal of Production Economics*, vol. 59, pp. 463-467, 1999.
 - [84] M. A. Cohen, S. Nahmias, and W. P. Pierskalla, "A dynamic inventory system with recycling," *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 27, pp. 289-296, 1980.
 - [85] P. Kelle and E. A. Silver, "Purchasing policy of new containers considering the random returns of previously issued containers," *IIE Transactions*, vol. 21, pp. 349-354, 1989.
 - [86] M. Fleischmann and R. Kuik, "On optimal inventory control with independent stochastic item returns," *European Journal of Operational Research*, vol. 151, pp. 25-37, 2003.
 - [87] V. P. Simpson, "Optimum solution structure for a repairable inventory problem," *Operations Research*, vol. 26, pp. 270-281, 1978.
 - [88] K. Inderfurth, "Modeling period review control for a stochastic product recovery problem with remanufacturing and procurement leadtimes," *Preprint*, vol. 2, pp. 1996, 1996.
 - [89] K. Inderfurth, "Simple optimal replenishment and disposal policies for a product recovery system with leadtimes," *OR Spectrum*, vol. 19, pp. 111-122, 1997.
 - [90] B. Mahadevan, D. F. Pyke, and M. Fleischmann, "Periodic review, push inventory policies for remanufacturing," *European Journal of Operational Research*, vol. 151, pp. 536-551, 2003.
 - [91] C. C. Sherbrooke, "METRIC: A multi-echelon technique for recoverable item control," *Operations Research*, vol. 16, pp. 103-121, 1968.
 - [92] C. C. Sherbrooke, "VARI-METRIC: Improved approximations for multi-indenture, multi-echelon availability models," *Operations Research*, vol. 34, pp. 311-319, 1986.
 - [93] D. F. Pyke, "Priority repair and dispatch policies for repairable-item logistics systems," *Naval Research Logistics*, vol. 37, pp. 1-30, 1990.
 - [94] K. Moynzadeh and H. L. Lee, "Batch size and stocking levels in multi-echelon repairable systems," *Management Science*, vol. 32, pp. 1567-1581, 1986.
 - [95] D. P. Heyman, "Optimal disposal policies for a single-item inventory system with returns," *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 24, pp. 385-405, 1977.

- [96] J. A. Muckstadt and M. H. Isaac, "An analysis of single item inventory systems with returns," *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 28, pp. 237-254, 1981.
- [97] M. Fleischmann, R. Kuik, and R. Dekker, "Controlling inventories with stochastic item returns: A basic model," *European Journal of Operational Research*, vol. 138, pp. 63-75, 2002.
- [98] E. van der Laan, R. Dekker, and M. Salomon, "Product remanufacturing and disposal: A numerical comparison of alternative control strategies," *International Journal of Production Economics*, vol. 45, pp. 489-498, 1996.
- [99] E. van der Laan, R. Dekker, M. Salomon, and A. Ridder, "An (s, Q) inventory model with remanufacturing and disposal," *International Journal of Production Economics*, vol. 46, pp. 339-350, 1996.
- [100] E. van der Laan and M. Salomon, "Production planning and inventory control with remanufacturing and disposal," *European Journal of Operational Research*, vol. 102, pp. 264-278, 1997.
- [101] E. van der Laan, M. Salomon, and R. Dekker, "An investigation of lead-time effects in manufacturing/remanufacturing systems under simple PUSH and PULL control strategies," *European Journal of Operational Research*, vol. 115, pp. 195-214, 1999.
- [102] E. van der Laan, M. Salomon, R. Dekker, and L. Van Wassenhove, "Inventory control in hybrid systems with remanufacturing," *Management Science*, vol. 45, pp. 733-747, 1999.
- [103] K. Inderfurth and E. van der Laan, "Leadtime effects and policy improvement for stochastic inventory control with remanufacturing," *International Journal of Production Economics*, vol. 71, pp. 381-390, 2001.
- [104] I. Dobos, "Optimal production-inventory strategies for a HMMS-type reverse logistics system," *International Journal of Production Economics*, vol. 81, pp. 351-360, 2003.
- [105] D. Atkins and P. O. Iyogun, "Periodic versus 'can-order' policies for coordinated multi-item inventory systems," *Management Science*, vol. 34, pp. 791-796, 1988.
- [106] J. L. Balintfy, "On a basic class of multi-item inventory problems," *Management Science*, vol. 10, pp. 287-297, 1964.
- [107] K. L. Cheung and W. H. Hausman, "Multiple failures in a multi-item spares inventory model," *IIE Transactions*, vol. 27, pp. 171-180, 1995.
- [108] S. K. Goyal and A. T. Satir, "Joint replenishment inventory control: deterministic and stochastic models," *European Journal of Operational Research*, vol. 38, pp. 2-13, 1989.
- [109] P. Jackson, W. Maxwell, and J. Muckstadt, "The joint replenishment problem with a powers-of-two restriction," *IIE Transactions*, vol. 17, pp. 25-32, 1985.
- [110] S. Kumar and C. Chandra, "Managing multi-item common vendor inventory system with random demands," *Management*, vol. 32, 2002.
- [111] J. Mitchell, "98%-effective lot sizing for one-warehouse, multi-retailer inventory systems with backlogging," *Oper. Res.*, vol. 35, pp. 399-404, 1987.
- [112] E. Porras and R. Dekker, "An efficient optimal solution method for the joint replenishment problem with minimum order quantities," *European Journal of Operational Research*, vol. 174, pp. 1595-1615, 2006.
- [113] R. Roundy, "98%-effective integer-ratio lot-sizing for one-warehouse multi-retailer systems," *Management Science*, vol. 31, pp. 1416-1430, 1985.
- [114] R. Roundy, "A 98%-effective lot-sizing rule for a multi-product, multi-stage production/inventory system," *MATH. OPER. RES.*, vol. 11, pp. 699-729, 1986.
- [115] R. Roundy, "Rounding off to powers of two in continuous relaxations of capacitated lot sizing problems," *Management Science*, vol. 35, pp. 1433-1442, 1989.
- [116] R. E. Wildeman, J. B. G. Frenk, and R. Dekker, "An efficient optimal solution method for the joint replenishment problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 99, pp. 433-444, 1997.
- [117] M. J. Yao, "Solving the joint replenishment problem with warehouse-space restrictions

- using a genetic algorithm," *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*, vol. 24, pp. 128-141, 2007.
- [118] C. D. J. Waters, *Inventory control and management*: Wiley Chichester, 1992.
- [119] J. S. Song, "The effect of leadtime uncertainty in a simple stochastic inventory model," *Management Science*, vol. 40, pp. 603-613, 1994.
- [120] 赵晓波 和 黄四民, *库存管理*. 北京: 清华大学出版社, 2008.
- [121] V. G. Kulkarni, *运筹学: 应用随机模型*. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [122] 陈保林, "最优化理论与算法," 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [123] 汪荣鑫, "随机过程," 西安: 西安交通大学出版社, 1987.
- [124] A. J. Clark and H. Scarf, "Optimal Policies for a Multi-Echelon Inventory Problem," *Management Science*, vol. 5, pp. 475-490, 1960.
- [125] E. B. Diks and A. G. de Kok, "Optimal control of a divergent multi-echelon inventory system," *European Journal of Operational Research*, vol. 111, pp. 75-97, 1998.
- [126] G. Eppen and L. Schrage, "Centralized ordering policies in a multi-warehouse system with lead times and random demand," *Multi-Level Production/Inventory Control Systems: Theory and Practice*, vol. 16, pp. 51-67, 1981.
- [127] A. Federgruen, "Centralized planning models for multi-echelon inventory systems under uncertainty," *Logistics of Production and Inventory*, vol. 4, pp. 133-174, 1993.
- [128] A. Federgruen, H. Groenevelt, and H. C. Tijms, "Coordinated replenishments in a multi-item inventory system with compound Poisson demands," *Management Science*, vol. 30, pp. 344-357, 1984.
- [129] A. Federgruen and P. Zipkin, "Approximations of dynamic, multilocation production and inventory problems," *Management Science*, vol. 30, pp. 69-84, 1984.
- [130] A. Federgruen and P. Zipkin, "Computational issues in an infinite horizon, multi-echelon inventory model," *Operations Research*, vol. 32, pp. 818-36, 1984.
- [131] A. Federgruen and P. Zipkin, "Allocation policies and cost approximations for multilocation inventory systems," *Naval research logistics quarterly*, vol. 31, pp. 97-129, 1984.
- [132] G. J. van Houtum, "Analysis of the Clark-Scarf model," Eindhoven University of Technology 2001.
- [133] G. J. van Houtum, A. Scheller-Wolf, and J. Yi, "Optimal control of serial, multi-echelon inventory/production systems with periodic batching," *Beta Working Paper, WP*, vol. 106, 2003.
- [134] G. J. van Houtum and W. H. M. Zijm, "Computational procedures for stochastic multi-echelon production systems," *International Journal of Production Economics*, vol. 23, pp. 223-237, 1991.
- [135] 运筹学教材编写组, *运筹学*. 北京: 清华大学出版社, 1990.

致谢

衷心感谢我的导师朱向阳教授为我们提供了一流的科研条件、宽松的学术氛围和宝贵的对外交流学习的机会。朱向阳教授严谨的治学态度、渊博的学识、敏锐的思维、平易近人的待人方式和为人师表的风范给我留下了深刻的印象，使我在学习和工作中获益匪浅。

同时，我还要特别感谢丁汉教授、朱利民教授、熊振华副教授、刘品宽副教授和盛鑫军老师所给予的指导和帮助。

感谢本实验室的博士研究生王英、高金刚、吴元庆、罗红根、李运堂、董泽光、庄春刚、张波、贾磊、吴均、吴建华、罗晨、袁昌松、毕昕、张小明、毕庆贞、丁烨、浦栋麟、王禹林、邱青菊、马杰、陈歆普、刘广权、张旭、郑刚等，以及硕士研究生：韩雪冰、朱剑、骆俊涛、宋瑞林、孙博远等。特别要感谢张小明博士对我论文撰写提高的帮助。实验室良好的学习氛围，以及团结向上、互相帮助、共同进步团队精神使我受益匪浅，在此向他们表示由衷的感谢。

特别地，我要感谢我的家人，感谢他们对我一如既往的关心和支持，他们始终是我坚实的后盾。在此，我要对他们表示最深切、最真挚的感激之情。感谢我的女朋友邢世杰。在我攻读博士学位期间，在生活和学习等方面都给予了我无私、最真诚的理解和支持。

最后，谨向所有给予我关怀和帮助而在此无法一一提及的师长、同学和朋友致以诚挚的谢意。

攻读博士学位期间发表的学术论文

已发表（均为第一作者）：

1. Huiqing Ouyang, Xiangyang Zhu. *A simple algorithm for the basic (R, Q) inventory control model with return-flow*. Asian & Pacific Journal of Operational Research . Vol.26, No.3(2009)1-16. (SCI 期刊).
2. Huiqing Ouyang, Xiangyang Zhu. *An inventory control system for remanufacture with disposal*. 2006 IEEE Conference on CIS-RAM, 2006: p.1-5. (EI 检索: 20073110732922) .
3. Huiqing Ouyang, Xiangyang Zhu. *An economic lot scheduling problem for manufacturing and remanufacturing*. 2008 IEEE Conference on CIS-RAM, 2008: p.1171-1175. (EI 检索: 20085211805554) .
4. 欧阳惠卿, 朱向阳. 面向逆向物流的 (R, Q) 库存控制策略研究, 上海交通大学学报 (已录用)。