第一章作业参考答案：

1.18 求下列积分值：

（a）解：

$$\int_{-4}^{4}(t^2+3t+2)[\delta(t)+2\delta(t-2)]dt=\int_{-4}^{4}x(t)[\delta(t)+2\delta(t-2)]dt$$
$$=\int_{-4}^{4}x(t)\delta(t)dt+2x(t)\delta(t-2)dt$$
$$=x(0)\int_{-4}^{4}\delta(t)dt+2x(2)\int_{-4}^{4}\delta(t-2)dt$$
$$=2+24=26$$

(b) 解：

$$\int_{-4}^{4}(t^2+1)[\delta(t+5)+\delta(t)+\delta(t-2)]dt=\int_{-4}^{4}x(t)[\delta(t+5)+\delta(t)+\delta(t-2)]dt$$
$$=\int_{-4}^{4}x(t)\delta(t+5)dt+x(t)\delta(t)dt+x(t)\delta(t-2)dt$$
$$=x(-5)\int_{-4}^{4}\delta(t+5)dt+x(0)\int_{-4}^{4}\delta(t)dt+x(2)\int_{-4}^{4}\delta(t-2)dt$$
$$=0+1+5=6$$

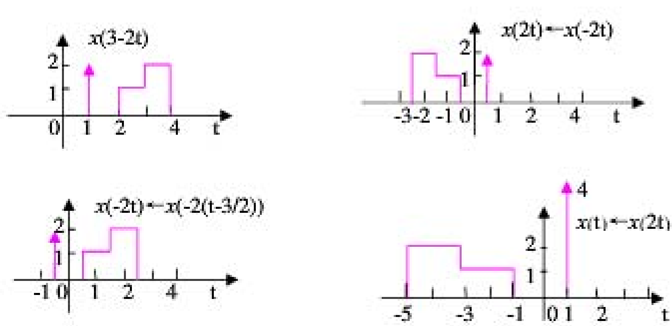
（C）解：

$$\int_{-\pi}^{\pi}(1-\cos t)\delta(t-\frac{\pi}{2})dt=(1-\cos\tfrac{\pi}{2})\int_{-\pi}^{\pi}\delta(t-\frac{\pi}{2})dt$$
$$=1$$

（d）解：

$$\int_{-2\pi}^{2\pi}(1+t)\delta(\cos t)dt=x(-\frac{3\pi}{2})\int_{-2\pi}^{-\pi}\delta(\cos t)dt+x(-\frac{\pi}{2})\int_{-\pi}^{0}\delta(\cos t)dt$$
$$+x(\frac{\pi}{2})\int_{0}^{\pi}\delta(\cos t)dt+x(\frac{3\pi}{2})\int_{\pi}^{2\pi}\delta(\cos t)dt$$
$$=1-\frac{3\pi}{2}+1-\frac{\pi}{2}+1+\frac{\pi}{2}+1+\frac{3\pi}{2}=4$$

1.19 解：



1.21 判断下列每个信号是否周期的？如果是周期的，是求它的基波周期。

（a）解：

$$2\cos(3t+\pi/4)=2\cos(\omega t+\varphi_0)$$

$\omega=3=2\pi/T$,是周期信号

基波周期为：$T_0=\dfrac{2\pi}{3}$

(b)解：

$$e^{j(\pi(t\pm T)-1)}=e^{j(\pi t-1)}e^{\pm j\pi T}$$

当 $T=2$时，$e^{\pm j\pi T}=1$，

$$e^{j(\pi(t\pm T)-1)}=e^{j(\pi t-1)}$$

是周期信号，基波周期是 $T_0=2$

(c)解：

$$\cos(8\pi n/7+2)=\cos(\Omega n+2)$$

$\dfrac{\Omega}{2\pi}=\dfrac{8\pi/7}{2\pi}=\dfrac{4}{7}$，是有理数，且4与7互质

所以原式是周期信号，基波周期 $N_0=7$.

(d)解：

$$\cos\frac{n}{4}=\cos\Omega n$$

$\dfrac{\Omega}{2\pi}=\dfrac{1/4}{2\pi}=\dfrac{1}{8\pi}$，不是有理数，

所以原式不是周期信号

（e）解：

令：$x[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\{\delta[n-4k]-\delta[n-1-4k]\}$

则，$x[n+N]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\{\delta[n+N-4k]-\delta[n+N-1-4k]\}$

$=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\{\delta[n-4k`]-\delta[n-1-4k`]\}$，其中$k`=4(k-N/4)$，$N/4$为整数，

有$x[n+N]=x[n]$。

所以原式是周期信号，基波周期 $N_0=4$.

（f）解：

$$2\cos(10t+1)-\sin(4t-1)=\cos(\omega_1 t+\varphi_1)+\sin(\omega_2 t+\varphi_2)$$

$\omega_1=10$， $\omega_2=4$，则， $T_1=\frac{2\pi}{\omega_1}=\frac{\pi}{5}$， $T_2=\frac{2\pi}{\omega_2}=\frac{\pi}{2}$ 它们的最小公倍数是π，

所以原式的基波周期为 $T_0=\pi$

(g)解：

$$2\cos(\frac{\pi n}{4})+\sin(\frac{\pi n}{8})-2\cos(\frac{\pi n}{2})=2\cos(\Omega_1 n)+\sin(\Omega_2 n)-2\cos(\Omega_3 n)$$

$\Omega_1=\frac{\pi}{4}$， $\Omega_2=\frac{\pi}{8}$， $\Omega_3=\frac{\pi}{2}$ ，

$\frac{\Omega_1}{2\pi}=\frac{1}{8}$， $\frac{\Omega_2}{2\pi}=\frac{1}{16}$， $\frac{\Omega_3}{2\pi}=\frac{1}{4}$， 则 $N_1=8$， $N_2=16$， $N_3=4$

它们的最小公倍数为 16，故基波周期是 $N_0=16$.

(h)解：

$$1+e^{j4\pi n/7}-e^{j2\pi n/5}=1+e^{j\Omega_1 n}-e^{j\Omega_2 n}$$

$\frac{\Omega_1}{2\pi}=\frac{4\pi/7}{2\pi}=\frac{2}{7}$， $\therefore N_1=7$， $\frac{\Omega_2}{2\pi}=\frac{2\pi/5}{2\pi}=\frac{1}{5}$， $\therefore N_2=5$

它们的最小公倍数为 35，故基波周期是 $N_0=35$.

1.23 一个 LTI 系统，当输入 $x_1(t)=u(t)$时，输出为

$y_1(t)=e^{-t}u(t)+u(-1-t)$

求该系统对图 P1.23 所示输入 $x(t)$的响应，并概略地画出其波形.

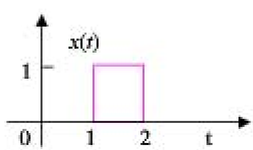


图 P1.23

解：由上图

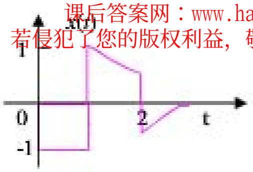
$x(t)=u(t-1)-u(t-2)=x_1(t-1)+x_1(t-2)$

对于本题的 LTI 系统，$x_1(t)\rightarrow y_1(t)=e^{-t}u(t)+u(-1-t)$

就有：$x(t)\rightarrow y(t)=y_1(t-1)+y_1(t-2)$

$=e^{-t+1}u(t-1)+u(-t)+e^{-t+2}u(t-2)+u(1-t)$

$=[u(-t)-u(1-t)]+[e^{-t+1}u(t-1)+e^{-t+2}u(t-2)]$



1.25

(a)解：线性：

$$a x_1(t)+b x_2(t) \rightarrow y(t)=\frac{d}{dt}[a x_1(t)+b x_2(t)]$$
$$=a\frac{d x_1(t)}{dt}+b\frac{d x_2(t)}{dt}$$
$$=a y_1(t)+b y_2(t)$$

时不变性：

$$x(t-t_0) \rightarrow \hat{y}(t)=\frac{d}{dt}x(t-t_0)=y(t-t_0)$$

(b)解：线性：

$$a x_1(t)+b x_2(t) \rightarrow y(t)=[a x_1(t-2)+b x_2(t-2)]+[a x_1(2-t)+b x_2(2-t)]$$
$$=a[x_1(t-2)+x_1(2-t)]+b[x_2(t-2)+x_2(2-t)]$$
$$=a y_1(t)+b y_2(t)$$

时变：

$$x(t-t_0) \rightarrow \hat{y}(t)=x(t-2-t_0)+x(2-t-t_0)$$
$$\neq y(t-t_0)=x(t-2-t_0)+x(2-t+t_0)$$

(c)解：线性：

$$a x_1(t)+b x_2(t) \rightarrow y(t)=\cos 3t[a x_1(t)+b x_2(t)]$$
$$=(\cos 3t)a x_1(t)+(\cos 3t)b x_2(t)$$
$$=a y_1(t)+b y_2(t)$$

时变：

$$x(t-t_0) \rightarrow \hat{y}(t)=(\cos 3t)x(t-t_0)$$
$$\neq y(t-t_0)=[\cos 3(t-t_0)]x(t-t_0)$$

(d)解：线性：

$$a x_1(t)+b x_2(t) \rightarrow y(t)=\int_{-\infty}^{2t}[a x_1(\tau)+b x_2(\tau)]d\tau$$
$$=\int_{-\infty}^{2t} a x_1(\tau)d\tau+\int_{-\infty}^{2t} b x_2(\tau)]d\tau$$
$$=a y_1(t)+b y_2(t)$$

时变：

$$x(t-t_0) \to \hat{y}(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau - t_0)d\tau = \int_{-\infty}^{2t-t_0} x(u)du$$

$$\neq y(t-t_0) = \int_{-\infty}^{2(t-t_0)} x(\tau)d\tau$$

(e)解：线性：

$$a\,x_1(t) + b\,x_2(t) \to y(t) = [a\,x_1(t/3) + b\,x_2(t/3)]$$

$$= a\,y_1(t) + b\,y_2(t)$$

时变：

$$x(t-t_0) \to \hat{y}(t) = x(t/3 - t_0)$$

$$\neq y(t-t_0) = x((t-t_0)/3)$$

$$= x(t/3 - t_0/3)$$

(f)解：线性：

- 可分解，$y(t) = \tilde{x}(0) + 3t^2 x(t) = y_0(t) + y_x(t)$
- 零输入线性，

$$a\,\tilde{x}_1(0) + b\,\tilde{x}_2(0) \to y(t) = a\,y_1(t) + b\,y_2(t)$$

- 零状态线性，

$$a\,x_1(t) + b\,x_2(t) \to y_x(t) = 3t^2[a\,x_1(t) + b\,x_2(t)]$$

$$= a\,y_1(t) + b\,y_2(t)$$

时变：

$$x(t-t_0) \to \hat{y}(t) = \tilde{x}(0) + 3t^2 x(t-t_0)$$

$$\neq y(t-t_0) = \tilde{x}(0) + 3(t-t_0)^2 x(t-t_0)$$

1.26 试判断下列每一个离散时间系统是否是线性系统和是不变系统。

(a)解：线性：

$$a\,x_1[n] + b\,x_2[n] \to y[n] = (a\,x_1[n] + b\,x_2[n]) - 2(a\,x_1[n-1] + b\,x_2[n-1])$$

$$= a(x_1[n] + 2\,x_1[n-1]) + b(x_2[n]\,x_2[n-1])$$

$$= a\,y_1(t) + b\,y_2(t)$$

时不变性：

$$x[n-n_0] \to \hat{y}[n] = x[n-n_0] + 2x[n-1-n_0] = y[n-n_0]$$

(b)解：线性：

$$a x_1[n]+b x_2[n] \to y[n]=n(a x_1[n]+b x_2[n])$$
$$=an x_1[n]+b n x_2[n]$$
$$=a y_1[n]+b y_2[n]$$

时变：

$$x[n-n_0] \to \hat{y}[n]=nx[n-n_0]$$
$$\neq y[n-n_0]=(n-n_0)x[n-n_0]$$

(c)解：非线性：

$$a x_1[n]+b x_2[n] \to y[n]=(a x_1[n-2]+b x_2[n-2])(a x_1[n]+b x_2[n])$$
$$\neq a y_1(t)+b y_2(t)=a x_1[n-2]x_1[n]+b x_2[n-2]x_2[n]$$

时不变性：

$$x[n-n_0] \to \hat{y}[n]=x[n-2-n_0]x[n-n_0]$$
$$=y[n-n_0]$$

(d)解：线性：

$$a x_1[n]+b x_2[n] \to y[n]=(a x_1[-n]+b x_2[-n])$$
$$=a y_1[n]+b y_2[n]$$

时变：

$$x[n-n_0] \to \hat{y}[n]=x[-n-n_0]$$
$$\neq y[n-n_0]=x[-n+n_0]$$

(e) 解：线性：

$$a x_1[n]+b x_2[n] \to y[n]=(a x_1[4n+1]+b x_2[4n+1])$$
$$=a y_1[n]+b y_2[n]$$

时变：

$$x[n-n_0] \to \hat{y}[n]=x[4n-n_0]$$
$$\neq y[n-n_0]=x[4(n-n_0)]=x[4n-4n_0]$$

(f) 解：线性：

$$a x_1[n]+b x_2[n] \to y[n]=\begin{cases}(a x_1[n]+b x_2[n]), & n\geq 1\\ 0, & n=0\\ (a x_1[n+1]+b x_2[n+1]), & n\leq -1\end{cases}$$

$$=\begin{cases}a x_1[n]\\ 0\\ a x_1[n+1]\end{cases}+\begin{cases}b x_2[n], & n\geq 1\\ 0, & n=0\\ b x_2[n+1], & n\leq -1\end{cases}$$

$$=a y_1[n]+b y_2[n]$$

时变：

$$x[n-n_0] \to \hat{y}[n]=\begin{cases}x[n-n_0], & n\geq 1\\ 0, & n=0\\ x[n+1-n_0], & n\leq -1\end{cases}$$

$$\neq y[n-n_0]=\begin{cases}x[n-n_0], & n\geq 1+n_0\\ 0, & n=n_0\\ x[n+1-n_0], & n\leq -1+n_0\end{cases}$$

2.3题： 利用经典解法

(1) 齐次解(通解),

(2) 特解(代入原方程确定选定系数),

(3) 完全解(代入初始条件确定系数)

2.4题： 由于方程右端出现冲激项,故利用微分特性法

$$y''(t)+2y'(t)+y(t)=x''(t)+x'(t)+x(t)$$

$$x(t)=\cos t\,u(t)$$

解答 考虑方程右端仅有x(t)时的响应 $\hat{y}(t)$

$$\hat{y}''(t)+2\hat{y}'(t)+\hat{y}(t)=x(t)$$

利用经典解法可求到 $\hat{y}(t)=\frac{1}{2}\sin t-\frac{1}{2}te^{-t}$

$x''(t)+x'(t)+x(t)$的响应$y(t)$为

$$y(t)=\hat{y}''(t)+\hat{y}'(t)+\hat{y}(t)=[\frac{1}{2}(1-t)e^{-t}+\frac{1}{2}\cos t]u(t)$$

2.5题　卷积的计算

$$tu(t)*u(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\tau u(\tau)u(t-\tau)d\tau=[\int_{0}^{t}\tau d\tau]u(t)=\frac{1}{2}t^2u(t)$$

$$tu(t)*u(t)=\int_{-\infty}^{t}\tau u(\tau)d\tau*\delta(t)=[\int_{0}^{t}\tau d\tau]u(t)*\delta(t)=\frac{1}{2}t^2u(t)$$

$$e^{at}u(t)*e^{at}u(t)=[\int_0^t e^{a\tau}e^{a(t-\tau)}d\tau]u(t)$$

$$=[\int_0^t e^{at}d\tau]u(t)=te^{at}u(t)$$

$$tu(t)*[u(t)-u(t-2)]=tu(t)*u(t)-tu(t)*u(t-2)$$

$$=\frac{1}{2}t^2u(t)-tu(t)*u(t)\Big|_{t=t-2}=\frac{1}{2}t^2u(t)-\frac{1}{2}(t-2)^2u(t-2)$$

$$e^{-3t}u(t)*u(t-1)=[\int_0^t e^{-3\tau}d\tau]u(t)\Big|*\delta(t-1)$$

$$=(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}e^{-3t})u(t)*\delta(t-1)=(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}e^{-3(t-1)})u(t-1)\Big|$$

2.7题　单位冲激响应的计算

$$y''(t)+4y'(t)+4y(t)=x'(t)+3x(t)$$

解答　考虑方程右端仅有x(t)时的冲激响应 $\hat{h}(t)$

$$\hat{h}''(t)+4\hat{h}'(t)+4\hat{h}(t)=\delta(t)$$

$$\hat{h}(t)=te^{-2t}u(t)$$

$$h(t)=\hat{h}'(t)+3\hat{h}(t)=(e^{-2t}+te^{-2t})u(t)$$

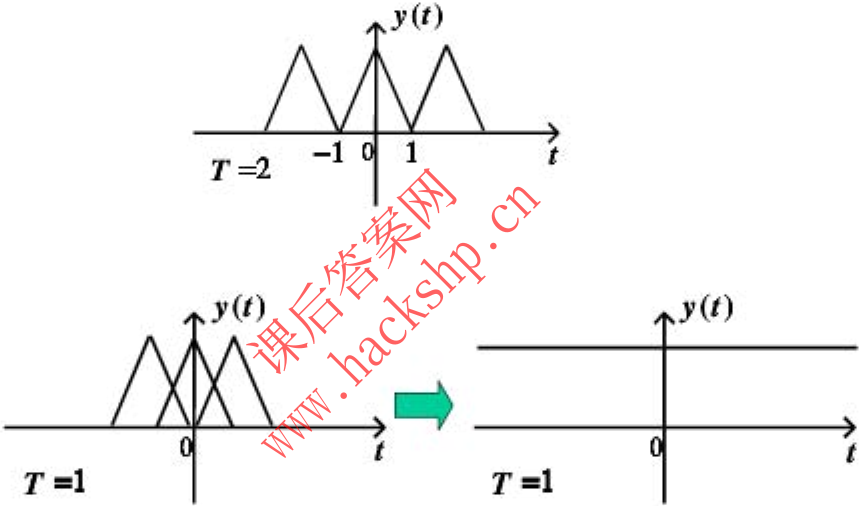
2.12题 任意函数与单位冲激串的卷积

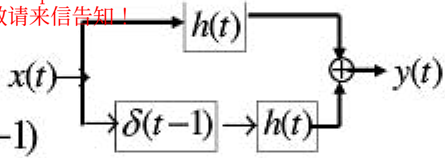
$$y(t) = h(t) * x(t)$$

$$= h(t) * [\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(t) * \delta_T(t - kT)$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(t - kT)$$


y(t)
−1
0
1
t
T =2
y(t)
0
t
T =1
y(t)
0
t
T =1



2.16题

$$h_{总}(t)=h(t)+h(t)*\delta(t-1)=h(t)+h(t-1)$$

$$=e^{-(t-2)}u(t-2)+e^{-(t-3)}u(t-3)$$

$$y(t)=x(t)*h_{总}(t)$$

$$=[u(t+2)-u(t-2)]*[e^{-(t-2)}u(t-2)+e^{-(t-3)}u(t-3)]$$

$$=\int_{-\infty}^{t}[e^{-(\tau-2)}u(\tau-2)+e^{-(\tau-3)}u(\tau-3)]d\tau*[\delta(t+2)-\delta(t-2)]$$

$$=\{[\int_{2}^{t}e^{-(\tau-2)}d\tau]u(t-2)+[\int_{3}^{t}e^{-(\tau-3)}d\tau]u(t-3)\}*[\delta(t+2)-\delta(t-2)]$$

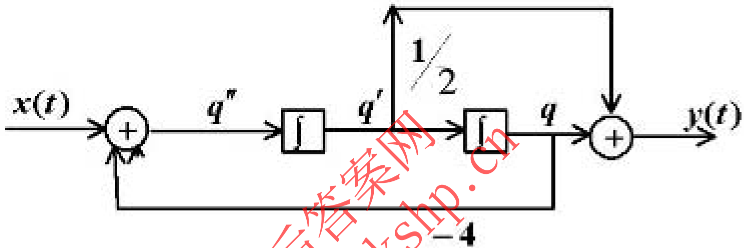
$$=\{[1-e^{-(t-2)}]u(t-2)+[1-e^{-(t-3)}]u(t-3)\}*[\delta(t+2)-\delta(t-2)]$$

$$=[1-e^{-t}]u(t)+[1-e^{-(t-1)}]u(t-1)-[1-e^{-(t-4)}]u(t-4)+[1-e^{-(t-5)}]u(t-5)$$

$$u(t)*h_{总}(t)$$
$$=[e^{-(t-2)}u(t-2)+e^{-(t-3)}u(t-3)]*u(t)$$
$$=[1-e^{-(t-2)}]u(t-2)+[1-e^{-(t-3)}]u(t-3)$$

$$y(t)=[u(t+2)-u(t-2)]*h_{总}(t)$$
$$=[1-e^{-t}]u(t)+[1-e^{-(t-1)}]u(t-1)-[1-e^{-(t-4)}]u(t-4)+[1-e^{-(t-5)}]u(t-5)$$

2.19题　根据模拟图写方程,并求系统的零状态响应



$$y''(t)+4y(t)=\frac{1}{2}x'(t)+x(t)$$

$$y''(t)+4y(t)=\frac{1}{2}x'(t)+x(t) \qquad x(t)=2e^{-t}u(t)$$

考虑方程右端仅有x(t)时的冲激响应 $\hat{h}(t)$

$$\hat{h}''(t)+4\hat{h}(t)=\delta(t)$$

$$\hat{h}(t)=\frac{1}{2}\sin 2t$$

$$h(t)=\frac{1}{2}\hat{h}'(t)+\hat{h}(t)=[\frac{1}{2}\cos 2t+\frac{1}{2}\sin 2t]u(t)$$

$$y_x(t) = x(t) * h(t)$$

$$= 2e^{-t}u(t) * [\frac{1}{2}\cos 2t + \frac{1}{2}\sin 2t]u(t)$$

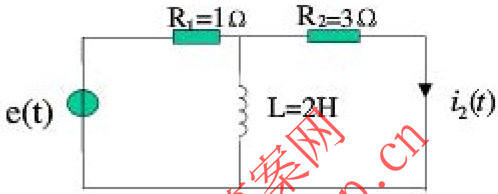
$$= [\int_0^t e^{-(t-\tau)}\cos(2\tau)d\tau + \int_0^t e^{-(t-\tau)}\sin(2\tau)d\tau]u(t)$$

$$= e^{-t}[\int_0^t e^{\tau}\cos(2\tau)d\tau + \int_0^t e^{\tau}\sin(2\tau)d\tau]u(t)$$

$$= e^{-t}[\frac{e^{\tau}(2\sin 2\tau + \cos 2\tau)}{1^2 + 2^2} + \frac{e^{\tau}(\sin 2\tau - 2\cos 2\tau)}{1^2 + 2^2}]\Big|_0^t u(t)$$

$$= (\frac{1}{5}e^{-t} + \frac{3}{5}\sin 2t - \frac{1}{5}\cos 2t)u(t)$$

2.20题 根据模拟图写方程,并求系统的零状态响应



$$e(t) = V_{R2}(t) + V_{R1}(t) = i_2(t)R_2 + [i_1(t) + i_2(t)]R_1$$

$$= i_2(t)R_2 + i_2(t)R_1 + \frac{R_1R_2}{L}\int_{-\infty}^{t} i_2(\tau)d\tau$$

$$e'(t) = 4i_2'(t) + \frac{3}{2}i_2(t)$$

$$i_2'(t)+\frac{3}{8}i_2(t)=\frac{1}{4}e'(t)$$

先求系统的阶跃响应$s(t)$,此时$e(t)=u(t)$代入上式

$$s'(t)+\frac{3}{8}s(t)=\frac{1}{4}\delta(t) \qquad s(t)=Ae^{-\frac{3}{8}t}$$

由δ函数匹配法得$s(0^+)=\dfrac{1}{4}$,代入上式，得

$$A=\frac{1}{4} \qquad s(t)=\frac{1}{4}e^{-\frac{3}{8}t}u(t)$$

$$h(t)=s'(t)=\frac{1}{4}\delta(t)-\frac{3}{32}e^{-\frac{3}{8}t}u(t)$$

$$e(t)=E[u(t)-u(t-T)]$$

$$y(t)=e(t)*h(t)$$

$$=E[u(t)-u(t-T)]*[\frac{1}{4}\delta(t)-\frac{3}{32}e^{-\frac{3}{8}t}u(t)]$$

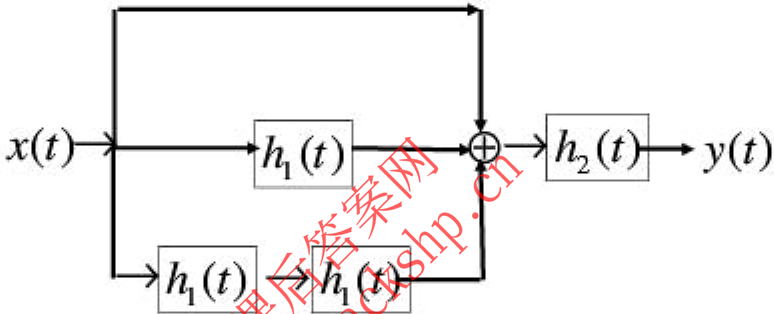
$$=E[\delta(t)-\delta(t-T)]*\{\int_{-\infty}^{t}\frac{1}{4}\delta(\tau)d\tau-[\int_{0}^{t}\frac{3}{32}e^{-\frac{3}{8}\tau}d\tau]u(t)\}$$

$$=E[\delta(t)-\delta(t-T)]*[\frac{1}{4}u(t)+\frac{1}{4}e^{-\frac{3}{8}t}u(t)-\frac{1}{4}u(t)]$$

$$=\frac{1}{4}e^{-\frac{3}{8}t}u(t)*E[\delta(t)-\delta(t-T)]$$

$$=\frac{E}{4}[e^{-\frac{3}{8}t}u(t)-e^{-\frac{3}{8}(t-T)}u(t-T)]$$

2.21题　互联系统的冲激响应的求法



$$h(t)=[\delta(t)+h_1(t)+h_1(t)*h_1(t)]*h_2(t)$$

$$=[\delta(t)+\delta(t-1)+\delta(t-2)]*[u(t)-u(t-3)]$$

$$=u(t)+u(t-1)+u(t-2)-u(t-3)-u(t-4)-u(t-5)$$

第三章 习 题

3.5题：　计算

$$\hat{h}[n]=[2^{n+1}-1]u[n]$$

$$\begin{aligned}h[n]&=\hat{h}[n]+2\hat{h}[n-1]+\hat{h}[n-2]\\&=[2^{n+1}-1]u[n]+2[2^{n}-1]u[n-1]+[2^{n-1}-1]u[n-2]\\&=[2^{n+1}-1]\{\delta[n]+u[n-1]\}+2[2^{n}-1]u[n-1]+[2^{n-1}-1]\{u[n-1]-\delta[n-1]\}\\&=\delta[n]+[9\cdot 2^{n-1}-4]u[n-1]\end{aligned}$$

3.9题(b)　卷积的计算(图解法,阵列表格法)

1. 画出$x_1[k]$,$x_2[k]$的波形
2. 将$x_2[k]$反转到$x_2[-k]$
3. 将$x_2[k]$平移到$x_2[n-k]$
4. 将$x_1[k]$与$x_2[n-k]$相乘求和，具体作法是：固定n的值，对重叠区相乘求和。

		1	-1	0	0	1	1
		$h[0]$	$h[1]$	$h[2]$	$h[3]$	$h[4]$	$h[5]$
1	$x[-2]$	1	-1	0	0	1	1
2	$x[-1]$	2	-2	0	0	2	2
1	$x[0]$	1	-1	0	0	1	1
1	$x[1]$	1	-1	0	0	1	1

$$y[-2]=1$$

$$y[-1]=2-1=1$$

$$y[0]=1-2=-1$$

$$y[1]=1-1=0$$

$$y[2]=-1+1=0$$

$$y[3]=2+1=3$$

$$y[4]=1+2=3$$

$$y[5]=1+1=2$$

$$y[6]=1$$

$$y[n]=\{1,1,\underset{\uparrow}{-1},0,0,3,3,2,1\}$$

3.12题　计算离散系统的全响应

1 计算零输入响应(经典解法)

$$y_0[n]=[12(0.5)^n-10(0.2)^n]u[n]$$

2 计算零状态响应(卷积积法)

$$\hat{h}[n]=[\frac{5}{3}(0.5)^n-\frac{2}{3}(0.2)^n]u[n]$$

$$\mathrm{h[n]}=2\hat{h}[n]-3\hat{h}[n-2]$$

$$=2[\frac{5}{3}(0.5)^n-\frac{2}{3}(0.2)^n]u[n]-3[\frac{5}{3}(0.5)^{n-2}-\frac{2}{3}(0.2)^{n-2}]u[n-2]$$

$$=2[\frac{5}{3}(0.5)^n-\frac{2}{3}(0.2)^n]\{\delta[n]+\delta[n-1]+u[n-2]\}-3[\frac{5}{3}(0.5)^{n-2}-\frac{2}{3}(0.2)^{n-2}]u[n-2]$$

$$=2\delta[n]-\frac{7}{5}\delta[n-1]+[\frac{146}{3}(0.2)^n-\frac{50}{3}(0.5)^n]u[n-2]$$

$$h[n]=2\hat{h}[n]-3\hat{h}[n-2]$$

$$=2[\frac{5}{3}(0.5)^n-\frac{2}{3}(0.2)^n]u[n]-3[\frac{5}{3}(0.5)^{n-2}-\frac{2}{3}(0.2)^{n-2}]u[n-2]$$

$$=2[\frac{5}{3}(0.5)^n-\frac{2}{3}(0.2)^n]u[n]-3[\frac{5}{3}(0.5)^{n-2}-\frac{2}{3}(0.2)^{n-2}]\{u[n]-\delta[n]-\delta[n-1]\}$$

$$=[\frac{146}{3}(0.2)^n-\frac{50}{3}(0.5)^n]u[n]-30\delta[n]$$

$$y_x[n]=x[n]*h[n]=\{[\frac{146}{3}(0.2)^n-\frac{50}{3}(0.5)^n]u[n]-30\delta[n]\}*u[n]$$

$$=[\frac{146}{3}\frac{1-0.2^{n+1}}{1-0.2}-\frac{50}{3}\frac{1-0.5^{n+1}}{1-0.5}]u[n]-30u[n]$$

$$=[\frac{50}{3}(0.5)^n-\frac{73}{6}(0.2)^n-\frac{5}{2}]u[n]$$

3 全响应

$$y[n] = y_0[n] + y_x[n]$$

$$= [\frac{86}{3}(0.5)^n - \frac{133}{6}(0.2)^n - \frac{5}{2}]u[n]$$

自由响应(暂态响应)　　强迫响应(稳态响应)

3.15题　串并联系统的冲激响应

$$h[n]=h_1[n]*\{h_2[n]-h_3[n]*h_4[n]\}+h_5[n]$$

$$h_1[n]=4(\frac{1}{2})^n\{u[n]-u[n-3]\}$$

$$=4(\frac{1}{2})^n\{\delta[n]+\delta[n-1]+\delta[n-2]\}$$

$$=4\delta[n]+2\delta[n-1]+\delta[n-2]$$

$$h_2[n]-h_3[n]*h_4[n]=(n+1)u[n]-(n+1)u[n]*\delta[n-1]$$

$$=nu[n]+u[n]-nu[n-1]$$

$$=n\delta[n]+u[n]=u[n]$$

$$h[n] = h_1[n] * \{h_2[n] - h_3[n] * h_4[n]\} + h_5[n]$$

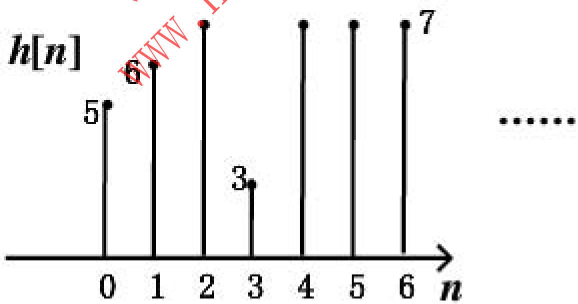
$$= \{4\delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-2]\} * u[n] + \delta[n] - 4\delta[n-3]$$

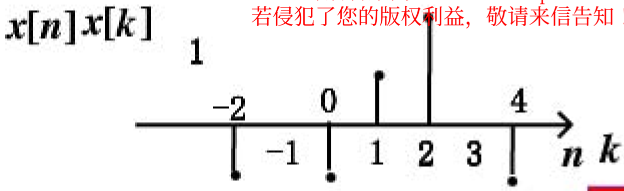
$$= 4u[n] + 2u[n-1] + u[n-2] + \delta[n] - 4\delta[n-3]$$

$$= 4\delta[n] + 4\delta[n-1] + 4u[n-2] + 2\delta[n-1] + 2u[n-1]$$

$$+ u[n-2] + \delta[n] - 4\delta[n-3]$$

$$= 5\delta[n] + 6\delta[n-1] - 4\delta[n-3] + 7u[n-2]$$

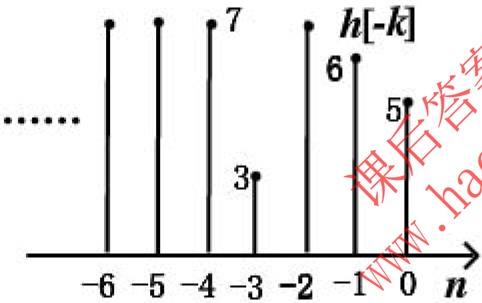




$y[-2]=-5$

$y[-1]=-6$

$y[0]=-5-7=-12$



$y[1]=5-6-3=-4$

$y[2]=10+6-7-7=2$

$y[3]=9$ $y[4]=-2$

$y[5]=-7$ $y[6]=0$

$y[7]=4$

$y[8]=-7-7+7+14-7=0$

$$y[n]=\{-5,-6,\underset{\uparrow}{-12},-4,2,9,-2,-7,0,4\}$$

第四章 习 题

4.1 求下列信号的基波频率,周期及傅立叶级数表示

(f) 解:因为信号是奇对称的,所以:

$$2B_k = 0, \qquad T_0 = 2, \qquad w_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \pi$$

$$-2D_k = \frac{4}{T_0}\int_0^{T_0/2} x(t)\sin kw_0 t dt = 2\int_0^1 t\sin k\pi t dt$$

$$= -\frac{2}{k\pi}\int_0^1 t d(\cos k\pi t) = -\frac{2}{k\pi}[t\cos k\pi t\big|_0^1 - \int_0^1 \cos k\pi t dt]$$

$$= -\frac{2}{k\pi}[t\cos k\pi t\big|_0^1 - \int_0^1 \cos k\pi t dt] = -\frac{2}{k\pi}\cos k\pi = -\frac{2(-1)^k}{k\pi}$$

$$x(t) = \frac{2}{\pi}(\sin \pi t - \frac{1}{2}\sin 2\pi t + \frac{1}{3}\sin 3\pi t - \frac{1}{4}\sin 4\pi t + \ldots\ldots)$$

(g) $x(t)=[1+\cos 2\pi t][\cos(10\pi t+\frac{\pi}{4})]$

解： $x(t)=\cos(10\pi t+\frac{\pi}{4})+\cos 2\pi t\cos(10\pi t+\frac{\pi}{4})$

$$=\cos(10\pi t+\frac{\pi}{4})+\frac{1}{2}\cos(12\pi t+\frac{\pi}{4})+\frac{1}{2}\cos(8\pi t+\frac{\pi}{4})$$

$$=\frac{1}{2}\cos(8\pi t+\frac{\pi}{4})+\cos(10\pi t+\frac{\pi}{4})+\frac{1}{2}\cos(12\pi t+\frac{\pi}{4})$$

$w_0=2\pi \qquad T_0=\frac{2\pi}{w_0}=1$

4.6 求图p4.6所示波形复指数形式的傅立叶级数,画出其下列信号的基波频率,周期及傅立叶级数表示

解：
$$c_k=\frac{1}{T}\int_0^T x(t)e^{-jkw_0t}dt=\frac{1}{T}\int_0^T\frac{A}{T}te^{-jkw_0t}dt \quad w_0=\frac{2\pi}{T}$$

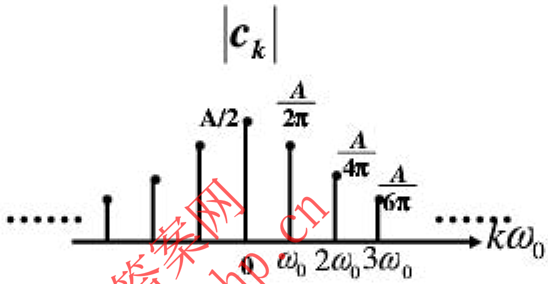
$$=\frac{A}{T^2}[\int_0^T\frac{1}{-jkw_0}te^{-jkw_0t}\Big|_0^T-\frac{1}{k^2w_0^2}e^{-jkw_0t}\Big|_0^T]$$

$$=\frac{A}{T^2}[\int_0^T\frac{1}{-jkw_0}Te^{-jk2\pi}-\frac{1}{k^2w_0^2}e^{-jk2\pi}+\frac{1}{k^2w_0^2}]$$

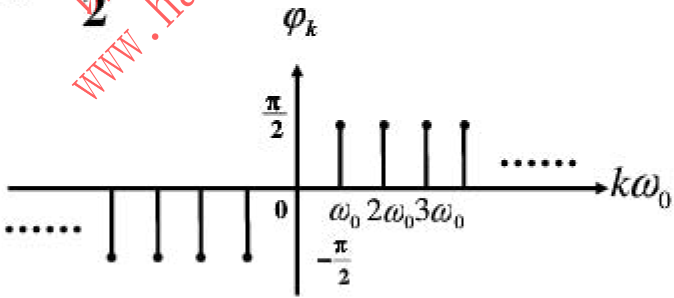
$$=\frac{jA}{2k\pi}=\frac{A}{2k\pi}e^{j\frac{\pi}{2}} \qquad |c_k|=\frac{A}{2k\pi} \qquad \varphi_k=\frac{\pi}{2}$$

$$c_0=\frac{1}{T}\int_0^T\frac{A}{T}tdt=\frac{A}{T^2}\frac{1}{2}T^2=\frac{A}{2}$$

$$c_k=B_k+jD_k \qquad D_k=\frac{A}{2k\pi} \qquad -2D_k=-\frac{A}{k\pi}$$



$$|c_k| = \frac{A}{2k\pi} \qquad \varphi_k = \frac{\pi}{2}$$



$$-2D_k = -\frac{A}{k\pi}$$

$$x(t) = \frac{A}{2} - \frac{A}{\pi}(\sin w_0 t + \frac{1}{2}\sin 2w_0 t + \frac{1}{3}\sin 3w_0 t + ...)$$

4.7 下列信号为周期函数的一个周期,试指出这些波形的傅立叶级数中包含什么样的谐波成分

解:(a)图:x(t)为偶对称,偶半波对称,故傅立叶级数包含直流分量,偶次余弦项.

(b)图:x(t)为偶对称, 故傅立叶级数包含直流分量, 余弦项.

(c)图:x(t)为奇对称,奇半波对称,故傅立叶级数包含奇次正弦项.

(d)图:x(t)为偶对称,奇半波对称,故傅立叶级数包含奇次余弦项.

(e)图:x(t)为奇对称波形,故傅立叶级数包含正弦项.

(f)图:x(t)为奇对称,偶半波波形,故傅立叶级数包含偶次正弦项.

4.11 求出并画出图P4.11所示信号的傅立叶变换

解:(a)图 $T_0=\frac{2\pi}{5.5}$　　$w_0=\frac{2\pi}{T_0}=5.5=\frac{11}{2}$

$$x(t)=G_{2\pi}(t)\cos\frac{11}{2}t$$

$$G_{2\pi}(t)\leftrightarrow 2\pi\,\mathrm{sinc}(w\pi)$$

利用频移性: $x(t)\leftrightarrow\pi\,\mathrm{sinc}[(w+\frac{11}{2})\pi]+\pi\,\mathrm{sinc}[(w-\frac{11}{2})\pi]$

(b)图

$$T_0=\frac{2\pi}{5.5} \qquad w_0=\frac{2\pi}{T_0}=5.5=\frac{11}{2}$$

$$x(t)=x_1(t)\cos\frac{11}{2}t$$

$x_1(t)$为三角脉冲：

$$x_1(t)\leftrightarrow \pi\sin c^2(\frac{w\pi}{2})$$

利用频移性：

$$x(t)\leftrightarrow\frac{\pi}{2}[\sin c^2\frac{\pi}{2}(w+\frac{11}{2})+\sin c^2\frac{\pi}{2}(w-\frac{11}{2})]$$

4.22 已知信号 $x(t)=\begin{cases} e^{-t} & 0\le t\le 1 \\ 0 & 其它t \end{cases}$

(a)求$x_0(t)$的傅立叶变换$X_0(w)$

$$x_0(t)=e^{-t}[u(t)-u(t-1)]$$

$$e^{-t}u(t)\leftrightarrow\frac{1}{1+jw}$$

$$e^{-t}u(t-1)=e^{-1}e^{-(t-1)}u(t-1)\leftrightarrow e^{-1}\frac{e^{-jw}}{1+jw}$$

$$X_0(w)\leftrightarrow\frac{1-e^{-(1+jw)}}{1+jw}$$

(b) 利用傅立叶变换的性质求图P4.22所示每个信号的傅立叶变换

$$x_1(t)=x_0(t)+x_0(-t)$$

$$X_1(w)=X_0(w)+X_0(-w)$$

$$=\frac{1-e^{-(1+jw)}}{1+jw}+\frac{1-e^{-(1-jw)}}{1-jw}$$

$$x_2(t)=x_0(t)-x_0(-t)$$

$$X_1(w)=X_0(w)-X_0(-w)$$

$$=\frac{1-e^{-(1+jw)}}{1+jw}-\frac{1-e^{-(1-jw)}}{1-jw}$$

$$x_3(t) = x_0(t) + x_0(t+1)$$

$$X_3(w) = X_0(w) + e^{jw} X_0(w)$$

$$= \frac{1 - e^{-(1+jw)}}{1+jw} + \frac{1 - e^{-(1+jw)}}{1+jw} e^{jw}$$

$$x_4(t) = t x_0(t)$$

$$X_4(w) = j\frac{d[X_0(w)]}{dw} = \frac{1 - 2e^{-(1+jw)} - jwe^{-(1+jw)}}{(1+jw)^2}$$

4.29 试用频域微分性质求下列频谱函数的傅立叶反变换

$$(a)\qquad X(w)=\frac{1}{(a+jw)^2}$$

解： $\because\quad e^{-at}u(t)\leftrightarrow\frac{1}{a+jw}$

利用频域微分特性 $\therefore\quad te^{-at}u(t)\leftrightarrow j\left(\frac{1}{a+jw}\right)'=\frac{1}{(a+jw)^2}$

$$x(t)=te^{-at}u(t)$$

(b) $$X(w)=\frac{2}{-w^{2}}$$

解：$\because$ $$\operatorname{sgn}(t)\leftrightarrow\frac{2}{jw}$$

利用频域微分特性 $\therefore$ $$t\operatorname{sgn}(t)\leftrightarrow j\left(\frac{2}{jw}\right)'=-\frac{2}{w^{2}}$$

$$x(t)=t\operatorname{sgn}(t)$$

4.32 已知$x_T(t)$为$x(t)$的周期性开拓

(a) 求X(w),分析X(w),的收敛速度

(b) 由X(w)求$x_T(t)$的复指数傅立叶系数,画出幅度谱和相位谱

解：(a)

$$x(t)=\frac{1}{2}tG_4(t)$$

$$G_4(t)\leftrightarrow 4\sin c(2w)$$

$$\frac{1}{2}G_4(t)\leftrightarrow 2\sin c(2w)$$

利用频域微分特性

$$\frac{1}{2}tG_4(t)\leftrightarrow j2[\sin c(2w)]'$$

$$X(w) = j2\frac{4w\cos 2w - 2\sin 2w}{4w^2} = \frac{j2}{w}(\cos 2w - \frac{\sin 2w}{2w})$$

$$= \frac{2}{jw}[\sin c(2w) - \cos 2w]$$

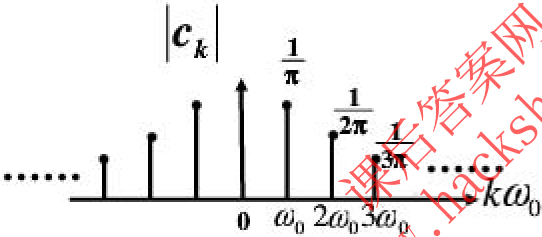
X(w)的收敛速度与w成反比.

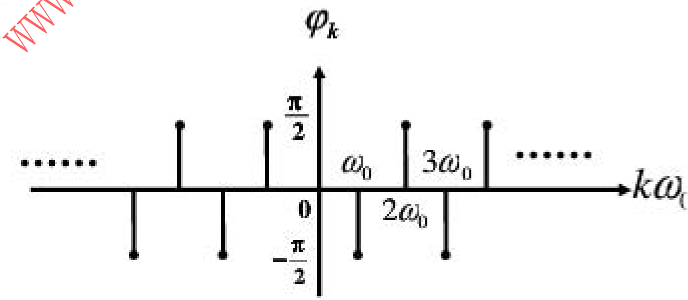
(b) $c_k = \frac{1}{T_0} X(kw_0) \quad T_0 = 4 \quad w_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{\pi}{2} \quad kw_0 = \frac{\pi k}{2}$

$$= \frac{1}{4}\frac{2}{j\frac{\pi k}{2}}[\sin c(k\pi) - \cos \pi k] = \frac{1}{j\pi k}[\frac{\sin \pi k}{\pi k} - \cos \pi k]$$

$$= j\frac{(-1)^k}{k\pi}$$

$$|c_k| = \frac{1}{k\pi} \qquad \arg c_k = \begin{cases} -\dfrac{\pi}{2} & k\text{为奇数} \\ \dfrac{\pi}{2} & k\text{为偶数} \end{cases}$$





4.36 已知图P4.36所示信号x(t)的傅立叶变换

$$X(w)=|X(w)|e^{j\varphi(w)}$$

试根据傅立叶变换的性质求(不作积分运算)

$(a)\varphi(w)$　　　　$(b)X(0)$

$(c)\int_{-\infty}^{\infty}X(w)dw$　　　　$(d)F^{-1}\{\mathrm{Re}[X(w)]\}$的图形

解：(a)

$$x(t)=[G_2(t)*G_2(t)]_{t=t-1}$$

$$X(w)=4\sin c^2(w)\cdot e^{-jw}$$

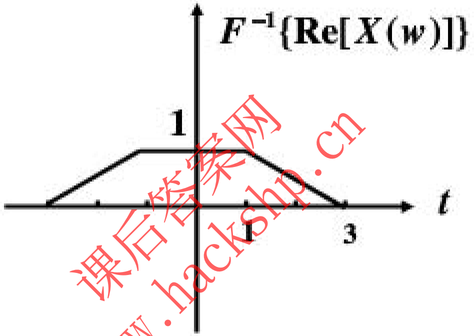
$$\varphi(w)=-w$$

(b) $X(0)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)dt=\frac{1}{2}\cdot4\cdot2=4$ 三角形面积

(c) $\int_{-\infty}^{\infty}X(w)dw=2\pi x(0)=2\pi$

(d) $F^{-1}\{\mathrm{Re}[X(w)]\}=Ev\{x(t)\}$

$$Ev\{x(t)\}=\frac{1}{2}[x(t)+x(-t)]$$


$F^{-1}\{\mathrm{Re}[X(w)]\}$
1
t
1
3