

课题： <b>启业课</b>	第____课时	总序第____个教案
课型： <b>新授课</b>	编写时间：____年__月__日	执行时间：____年__月__日
<b>教学目标：</b> 了解高中阶段数学学习目标和基本能力要求，了解新课程标准的基本思路，了解高考意向，掌握高中数学学习基本方法，激发学生学习数学兴趣，强调布置有关数学学习要求和安排。	批 注	
<b>教学重点：</b> 使学生掌握高中数学学习基本方法。		
<b>教学难点：</b> 如何激发学生学习数学的兴趣。		
<b>教学用具：</b> 投影仪。		
<b>教学方法：</b> 学生通过自主学习、思考、交流、讨论和概括，从而更好地完成高中的学习。		
<b>教学过程：</b> <b>一、欢迎词：</b> 1、祝贺同学们通过自己的努力，进入高一学校深造。希望同学们能够以新的行动，圆满完成高中三年的学习任务，并祝愿同学们取得优异成绩，实现宏伟目标。 2、同学们军训辛苦了，收获应是：吃苦耐劳、严肃认真、严格要求 3、我将和同学们共同学习高中数学，暂定一年，… 4、本节课和同学们谈谈几个问题：为什么要学数学？如何学数学？高中数学知识结构？新课程标准的基本思路？本期数学教学、活动安排？作业要求？  <b>二、几个问题：</b> <b>1. 为什么要学数学：</b> 数学是各科之研究工具，渗透到各个领域；活脑，训练思维；计算机等高科技应用的需要；生活实践应用的需要。  <b>2. 如何学数学：</b> 请几个同学发表自己的看法 → 共同完善归纳为四点：抓好自学和预习；带着问题认真听课；独立完成作业；及时复习。注重自学能力的培养，在学习中有有的放矢，形成学习能力。 高中数学由于高考要求，学习时与初中有所不同，精通书本知识外，还要适当加大难度，即能够思考完成一些课后练习册，教材上每章复习参考题一定要题题会做。适当阅读一些课外资料，如订阅一份数学报刊，购买一本同步辅导资料。  <b>3. 高中数学知识结构：</b> 书本：高一上期（必修①、②），高一下期（必修③、④），高二上期（必修⑤、选修系列），高二下期（选修系列），高三年级：复习资料。 知识：密切联系，必修（五个模块）+选修系列（4个系列） 能力：运算能力、逻辑思维能力、空间想像能力、分析和解决实际问题的能力、应用能力。  <b>4. 新课程标准的基本理念：</b> ①构建共同基础，提供发展平台； ②提供多样课程，适应个性选择； ③倡导积极主动、勇于探索的学习方式； ④注重提高学生的数学思维能力； ⑤发展学生的数学应用意识； ⑥与时俱进地认识“双基”； ⑦强调本质，注意适度形式化； ⑧体现数学的文化价值； ⑨注重信息技术与数学课程的整合； ⑩建立合理、科学的评价体系。  <b>5. 本期数学教学、活动安排：</b> 本期学习内容：高一必修①、②，共 72 课时，必修① 第一章 13 课时(4+4+3+1+1) + 第二章 14 课时(6+6+1+1) + 第三章 9 课时(3+4+1+1)；必修②第一章 8 课时(2+2+2+1+1) + 第二章 10 课时(3+3+3+1) + 第三章 9 课时(2+3+3+1) + 第四章 9 课时(2+4+2+1)。 上课方式：每周新授 5 节，问题集中 1 节（双节连排时）。		

学习方式：预习后做节后练习；补充知识写在书的边缘；  
主要活动：学校、全国每年的数学竞赛；数学课外活动等。

**6. 作业要求：**（期末进行作业评比）

① 课堂作业设置两本；② 提倡用钢笔书写，一律用铅笔、尺规作图，书写规范；  
③ 墨迹、错误用橡皮擦擦干净，作业本整洁；④ 批阅用“？”号代表错误，一般点在错误开始处；⑤ 更正自觉完成；⑥ 练习册同步完成，按进度交阅，自觉订正；⑦ 当天布置，当天第二节晚自习之前交（若无晚自习，则第二天早读之前交）。⑧ 每次作业按 A、B、C、D 四个等级评定，每本作业本完成后自行统计得分并上交科代表审核、教师评定等级，得分 A，B 为优良等级，A 为优秀等级。

**三、了解情况：**

初中数学开课情况；暑假自学情况；作图工具准备情况。

**四. 请同学们预习教材.**

教学后记：

# 第一章 集合与函数概念

课题：**集合的含义与表示**

第\_\_课时

总序第\_\_个教案

课型：新授课

编写时时间：\_\_年\_\_月\_\_日

执行时间：\_\_年\_\_月\_\_日

教学目标：

## 1. 知识与技能

- (1)通过实例，了解集合的含义，体会元素与集合的属于关系；
- (2)知道常用数集及其专用记号；
- (3)了解集合中元素的确定性、互异性、无序性；
- (4)会用集合语言表示有关数学对象；
- (5)培养学生抽象概括的能力。

## 2. 过程与方法

- (1)让学生经历从集合实例中抽象概括出集合共同特征的过程，感知集合的含义。
- (2)让学生归纳整理本节所学知识。

## 3. 情感态度与价值观

使学生感受到学习集合的必要性，增强学习的积极性。

批 注

教学重点：集合的含义与表示方法。

教学难点：表示法的恰当选择。

教学用具：投影仪。

教学方法：学生通过阅读教材，自主学习、思考、交流、讨论和概括，从而更好地完成本节课的教学目标。

教学过程：

### (一)创设情景，揭示课题

1. 教师首先提出问题：在初中，我们已经接触过一些集合，你能举出一些集合的例子吗？

引导学生回忆、举例和互相交流。与此同时，教师对学生的活动给予评价。

2. 接着教师指出：那么，集合的含义是什么呢？这就是我们这一堂课所要学习的内容。

### (二)研探新知

1. 教师利用多媒体设备向学生投影出下面 9 个实例：

- (1)1—20 以内的所有质数；
- (2)我国古代的四大发明；
- (3)所有的安理会常任理事国；
- (4)所有的正方形；
- (5)海南省在 2004 年 9 月之前建成的所有立交桥；
- (6)到一个角的两边距离相等的所有的点；
- (7)方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的所有实数根；

- (8)不等式  $x - 3 > 0$  的所有解；
- (9)国兴中学 2004 年 9 月入学的高一学生的全体。

2. 教师组织学生分组讨论：这 9 个实例的共同特征是什么？

3. 每个小组选一位同学发表本组的讨论结果，在此基础上，师生共同概括出 9 个实例的特征，并给出集合的含义。

**一般地，指定的某些对象的全体称为集合(简称为集)。集合中的每个对象叫作这个集合的元素。**

4. 教师指出: 集合常用大写字母  $A, B, C, D, \dots$  表示, 元素常用小写字母  $a, b, c, d \dots$

表示.

(三) 质疑答辩, 排难解惑, 发展思维

1. 教师引导学生阅读教材中的相关内容, 思考: 集合中元素有什么特点? 并注意个别辅导, 解答学生疑难. 使学生明确集合元素的三大特性, 即: **确定性. 互异性和无序性.** **只要构成两个集合的元素是一样的, 我们就称这两个集合相等.**

2. 教师组织引导学生思考以下问题:

判断以下元素的全体是否组成集合, 并说明理由:

(1) 大于 3 小于 11 的偶数;

(2) 我国的小河流.

让学生充分发表自己的见解.

3. 让学生自己举出一些能够构成集合的例子以及不能构成集合的例子, 并说明理由. 教师对学生的学习活动给予及时的评价.

4. 教师提出问题, 让学生思考

(1) 如果用  $A$  表示高一(3)班全体学生组成的集合, 用  $a$  表示高一(3)班的一位同学,  $b$  是高一(4)班的一位同学, 那么  $a, b$  与集合  $A$  分别有什么关系?

由此引导学生得出元素与集合的关系有两种: **属于和不属于.**

**如果  $a$  是集合  $A$  的元素, 就说  $a$  属于集合  $A$ , 记作  $a \in A$ .**

**如果  $a$  不是集合  $A$  的元素, 就说  $a$  不属于集合  $A$ , 记作  $a \notin A$ .**

(2) 如果用  $A$  表示“所有的安理会常任理事国”组成的集合, 则中国、日本与集合  $A$  的关系分别是什么? 请用数学符号分别表示.

(3) 让学生完成教材练习第 1 题.

5. 教师引导学生回忆数集扩充过程, 然后阅读教材中的相交内容, 写出常用数集的记号. 并让学生完成习题 1.1A 组第 1 题.

**非负整数集(自然数集)  $N$     整数集  $N^*$  或  $N$ .**

**整数集  $Z$     有理数集  $Q$     实数集  $R$**

6. 教师引导学生阅读教材中的相关内容, 并思考、讨论下列问题:

(1) 要表示一个集合共有几种方式? **列举法和描述法**

(2) 试比较自然语言、列举法和描述法在表示集合时, 各自有什么特点? 适用的对象是什么?

(3) 如何根据问题选择适当的集合表示法?

使学生弄清楚三种表示方式的优缺点和体会它们存在的必要性和适用对象.

(四)巩固深化，反馈矫正

教师投影学习：

(1)用自然语言描述集合  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ ；

(2)用列举法表示集合  $A = \{x \in N | 1 \leq x < 8\}$

(3)试选择适当的方法表示下列集合：教材第 6 页练习第 2 题.

(五)归纳整理，整体认识

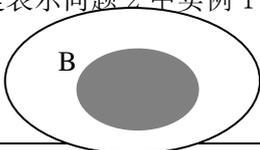
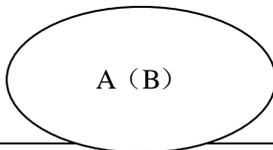
在师生互动中，让学生了解或体会下例问题：

1. 本节课我们学习过哪些知识内容？
2. 你认为学习集合有什么意义？
3. 选择集合的表示法时应注意些什么？

(六)承上启下，留下悬念

1. 课后书面作业：
2. 元素与集合的关系有多少种？如何表示？类似地集合与集合间的关系又有多少种呢？如何表示？请同学们通过预习教材.

教学后记：

课题： <b>集合间的基本关系</b> 第__课时 总序第__个教案	
课型： <u>新授课</u> 编写时时间：__年__月__日 执行时间：__年__月__日	
教学目标： <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 知识与技能             <ol style="list-style-type: none"> <li>(1)了解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集。</li> <li>(2)理解子集、真子集的概念。</li> <li>(3)能使用 <i>venn</i> 图表达集合间的关系，体会直观图示对理解抽象概念的作用。</li> </ol> </li> <li>2. 过程与方法             <p>让学生通过观察身边的实例，发现集合间的基本关系，体验其现实意义。</p> </li> <li>3. 情感态度与价值观             <ol style="list-style-type: none"> <li>(1)树立数形结合的思想。</li> <li>(2)体会类比对发现新结论的作用。</li> </ol> </li> </ol>	批 注
教学重点：集合间的包含与相等关系，子集与其子集的概念。	
教学难点：属于关系与包含关系的区别。	
教学用具：投影仪	
教学方法：让学生通过观察、类比、思考、交流、讨论，发现集合间的基本关系。	
教学过程： <p>(一)创设情景，揭示课题</p> <p>问题 1：实数有相等、大小关系，如 <math>5=5</math>, <math>5&lt;7</math>, <math>5&gt;3</math> 等等，类比实数之间的关系，你会想到集合之间有什么关系呢？</p> <p>让学生自由发言，教师不要急于做出判断。而是继续引导学生：欲知谁正确，让我们一起来观察、研探。</p> <p>(二)研探新知</p> <p>投影问题 2：观察下面几个例子，你能发现两个集合间有什么关系了吗？</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>(1) <math>A = \{1, 2, 3\}</math>, <math>B = \{1, 2, 3, 4, 5\}</math>;</li> <li>(2) 设 <math>A</math> 为国兴中学高一(3)班男生的全体组成的集合，<math>B</math> 为这个班学生的全体组成的集合；</li> <li>(3) 设 <math>C = \{x   x \text{ 是两条边相等的三角形}\}</math>, <math>D = \{x   x \text{ 是等腰三角形}\}</math>;</li> <li>(4) <math>E = \{2, 4, 6\}</math>, <math>F = \{6, 4, 2\}</math>.</li> </ol> <p>组织学生充分讨论、交流，使学生发现两个集合所含元素范围存在各种关系，从而类比得出两个集合之间的关系：</p> <p>①一般地，对于两个集合 <math>A</math>, <math>B</math>，如果集合 <math>A</math> 中任意一个元素都是集合 <math>B</math> 中的元素，我们就说这两个集合有包含关系，称集合 <math>A</math> 为 <math>B</math> 的子集。</p> <p>记作：<math>A \subseteq B</math> (或 <math>B \supseteq A</math>) 读作：<math>A</math> 含于 <math>B</math> (或 <math>B</math> 包含 <math>A</math>)。</p> <p>②如果两个集合所含的元素完全相同，那么我们称这两个集合相等。</p> <p>教师引导学生类比表示集合间关系的符号与表示两个实数大小关系的等号之间有什么类似之处，强化学生对符号所表示意义的理解。并指出：为了直观地表示集合间的关系，我们常用平面上封闭曲线的内部代表集合，这种图称为 <i>Venn</i> 图。如图 1 和图 2 分别是表示问题 2 中实例 1 和实例 3 的 <i>Venn</i> 图。</p>	
	图 1
	图 2

投影问题 3: 与实数中的结论“若  $a \geq b$ , 且  $b \geq a$ , 则  $a = b$ ”相类比, 在集合中, 你能得出什么结论?

教师引导学生通过类比, 思考得出结论: 若  $A \subseteq B$ , 且  $B \subseteq A$ , 则  $A = B$ .

问题 4: 请同学们举出几个具有包含关系、相等关系的集合实例, 并用 Venn 图表示. 学生主动发言, 教师给予评价.

(三) 学生自主学习, 阅读理解

然后教师引导学生阅读教材第 6-7 页中的相关内容, 并思考回答下列问题:

- (1) 集合 A 是集合 B 的真子集的含义是什么? 什么叫空集?
- (2) 集合 A 是集合 B 的真子集与集合 A 是集合 B 的子集之间有什么区别?
- (3)  $0$ ,  $\{0\}$  与  $\emptyset$  三者之间有什么关系?
- (4) 包含关系  $\{a\} \subseteq A$  与属于关系  $a \in A$  正义有什么区别? 试结合实例作出解释.
- (5) 空集是任何集合的子集吗? 空集是任何集合的真子集吗?
- (6) 能否说任何一个集合是它本身的子集, 即  $A \subseteq A$ ?
- (7) 对于集合 A, B, C, D, 如果  $A \subseteq B$ ,  $B \subseteq C$ , 那么集合 A 与 C 有什么关系?

教师巡视指导, 解答学生在自主学习中遇到的困惑过程, 然后让学生发表对上述问题看法.

(四) 巩固深化, 发展思维

1. 学生在教师的引导启发下完成下列两道例题:

例 1. 某工厂生产的产品在质量和长度上都合格时, 该产品才合格. 若用 A 表示合格产品, B 表示质量合格的产品的集合, C 表示长度合格的产品的集合. 则下列包含关系哪些成立?

$$A \subseteq B, B \subseteq A, A \subseteq C, C \subseteq A$$

试用 Venn 图表示这三个集合的关系。

例 2 写出集合  $\{0, 1, 2\}$  的所有子集, 并指出哪些是它的真子集.

2. 学生做教材练习第 1~3 题, 教师及时检查反馈. 强调能确定是真子集关系的最好写真子集, 而不写子集.

(五) 归纳整理, 整体认识

1. 请学生回顾本节课所学过的知识内容有哪些, 所涉及到的主要数学思想方法有哪些?

2. 在本节课的学习过程中, 还有那些不太明白的地方, 请向老师提出.

(六) 布置作业

教学后记:



让学生独立完成后，教师通过检查，进行反馈，并强调：

(1) 在求两个集合的并集时，它们的公共元素在并集中只能出现一次。

(2) 对于表示不等式解集的集合的运算，可借助数轴解题。

## 2. 交集

(1) 思考：求集合的并集是集合间的一种运算，那么，集合间还有其他运算吗？

请同学们考察下面的问题，集合 A、B 与集合 C 之间有什么关系？

$$\textcircled{1} A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{3, 5, 8, 12\}, C = \{8\};$$

$\textcircled{2} A = \{x | x \text{ 是国兴中学 2004 年 9 月入学的高一年级女同学}\}, B = \{x | x \text{ 是国兴中学 2004 年 9 月入学的高一年级同学}\}, C = \{x | x \text{ 是国兴中学 2004 年 9 月入学的高一年级女同学}\}.$

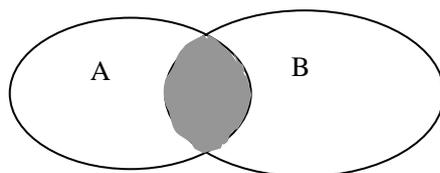
教师组织学生思考、讨论和交流，得出结论，从而得出交集的定义：

一般地，由属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素组成的集合，称为 A 与 B 的交集。

记作： $A \cap B$ 。读作：A 交 B

其含义用符号表示为： $A \cap B = \{x | x \in A, \text{且} x \in B\}.$

接着教师要求学生用 Venn 图表示交集运算。



(2) 练习、检查和反馈

$\textcircled{1}$  设平面内直线  $l_1$  上点的集合为  $L_1$ ，直线  $l_2$  上点的集合为  $L_2$ ，试用集合的运算表示  $l_1$  的位置关系。

$\textcircled{2}$  学校里开运动会，设  $A = \{x | x \text{ 是参加一百米跑的同学}\}$ ， $B = \{x | x \text{ 是参加二百米跑的同学}\}$ ， $C = \{x | x \text{ 是参加四百米跑的同学}\}$ ，学校规定，在上述比赛中，每个同学最多只能参加两项比赛，请你用集合的运算说明这项规定，并解释集合运算  $A \cap B$  与  $A \cap C$  的含义。

学生独立练习，教师检查，作个别指导。并对学生中存在的问题进行反馈和纠正。

(三) 学生自主学习，阅读理解

1. 教师引导学生阅读教材第 10 页中有关补集的内容，并思考回答下列问题：

(1) 什么叫全集？

(2) 补集的含义是什么？用符号如何表示它的含义？用 Venn 图又表示？

(3) 已知集合  $A = \{x | 3 \leq x < 8\}$ ，求  $\complement_R A$ 。

(4) 设  $S = \{x \mid x \text{ 是至少有一组对边平行的四边形}\}$ ,  $A = \{x \mid x \text{ 是平行四边形}\}$ ,  
 $B = \{x \mid x \text{ 是菱形}\}$ ,  $C = \{x \mid x \text{ 是矩形}\}$ , 求  $B \cap C$ ,  $B \cap A$ .

在学生阅读、思考的过程中, 教师作个别指导, 待学生经过阅读和思考完后, 请学生回答上述问题, 并及时给予评价.

(四) 归纳整理, 整体认识

1. 通过对集合的学习, 同学对集合这种语言有什么感受?
2. 并集、交集和补集这三种集合运算有什么区别?

(

五) 作业

1. 课外思考: 对于集合的基本运算, 你能得出哪些运算规律?
2. 请你举出现实生活中的一个实例, 并说明其并集、交集和补集的现实含义.
3. 书面作业:

教学后记:

课题： <b>函数的概念</b> 第__课时 总序第__个教案	
课型： <u>新授课</u> 编写时时间：__年__月__日 执行时间：__年__月__日	
教学目标： 1、知识与技能： 函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型. 高中阶段不仅把函数看成变量之间的依赖关系，同时还用集合与对应的语言刻画函数，高中阶段更注重函数模型化的思想与意识. 2、过程与方法： (1) 通过实例，进一步体会函数是描述变量之间的依赖关系的重要数学模型，在此基础上学习用集合与对应的语言来刻画函数，体会对应关系在刻画函数概念中的作用； (2) 了解构成函数的要素； (3) 会求一些简单函数的定义域和值域； (4) 能够正确使用“区间”的符号表示某些函数的定义域； 3、情态与价值，使学生感受到学习函数的必要性的重要性，激发学习的积极性。	批 注
教学重点：理解函数的模型化思想，用集合与对应的语言来刻画函数。	
教学难点：符号“ $y=f(x)$ ”的含义，函数定义域和值域的区间表示。	
教学用具：投影仪	
教学方法：学生通过自学、思考、交流、讨论和概括，从而更好地完成本节课的教学目标。	
教学过程： (一) 创设情景，揭示课题 1、复习初中所学函数的概念，强调函数的模型化思想； 2、阅读课本引例，体会函数是描述客观事物变化规律的数学模型的思想： (1) 炮弹的射高与时间的变化关系问题； (2) 南极臭氧空洞面积与时间的变化关系问题； (3) “八五”计划以来我国城镇居民的恩格尔系数与时间的变化关系问题 3、分析、归纳以上三个实例，它们有什么共同点。 对于数集 $A$ 中的每一个 $x$ ，按照某种对应关系 $f$ ，在数集 $B$ 中都有唯一确定的 $y$ 和它对应，记作 $f: A \rightarrow B$ 。 4、引导学生应用集合与对应的语言描述各个实例中两个变量间的依赖关系； 5、根据初中所学函数的概念，判断各个实例中的两个变量间的关系是否是函数关系。 (二) 研探新知 1、函数的有关概念 (1) 函数的概念： 设 $A$ 、 $B$ 是非空的数集，如果按照某个确定的对应关系 $f$ ，使对于集合 $A$ 中的任意一个数 $x$ ，在集合 $B$ 中都有唯一确定的数 $f(x)$ 和它对应，那么就称 $f: A \rightarrow B$ 为从集合 $A$ 到集合 $B$ 的一个函数 (function)。 记作： $y=f(x)$ ， $x \in A$ 。 其中， $x$ 叫做自变量， $x$ 的取值范围 $A$ 叫做函数的定义域 (domain)；与 $x$ 的值相对应的 $y$ 值叫做函数值，函数值的集合 $\{f(x)   x \in A\}$ 叫做函数的值域 (range)。 注意： ① “ $y=f(x)$ ” 是函数符号，可以用任意的字母表示，如 “ $y=g(x)$ ”； ② 函数符号 “ $y=f(x)$ ” 中的 $f(x)$ 表示与 $x$ 对应的函数值，一个数，而不是 $f$ 乘 $x$ 。	

(2) 构成函数的三要素是什么？

**定义域、对应关系和值域**

(3) 区间的概念

①区间的分类：开区间、闭区间、半开半闭区间；

②无穷区间；

③区间的数轴表示.

(4) 初中学过哪些函数？它们的定义域、值域、对应法则分别是什么？

通过三个已知的函数： $y=ax+b$  ( $a \neq 0$ )

$$y=ax^2+bx+c \quad (a \neq 0)$$

$$y=\frac{k}{x} \quad (k \neq 0)$$

比较描述性定义和集合，与对应语言刻画的定义，谈谈体会。

师：归纳总结

(三) 质疑答辩，排难解惑，发展思维。

1、如何求函数的定义域

例 1：已知函数  $f(x) = \sqrt{x+3} + \frac{1}{x+2}$

(1) 求函数的定义域；(2) 求  $f(-3)$ ,  $f(\frac{2}{3})$  的值；

(3) 当  $a > 0$  时，求  $f(a)$ ,  $f(a-1)$  的值.

分析：函数的定义域通常由问题的实际背景确定，如前所述的三个实例.如果只给了解析式  $y=f(x)$ ，而没有指明它的定义域，那么函数的定义域就是指能使这个式子有意义的实数的集合，函数的定义域、值域要写成集合或区间的形式.

解：略

例 2、设一个矩形周长为 80，其中一边长为  $x$ ，求它的面积关于  $x$  的函数的解析式，并写出定义域.

分析：由题意知，另一边长为  $\frac{80-2x}{2}$ ，且边长为正数，所以  $0 < x < 40$ .

所以  $s = \frac{80-2x}{2} \cdot x = (40-x)x \quad (0 < x < 40)$

引导学生小结几类函数的定义域：

(1) 如果  $f(x)$  是整式，那么函数的定义域是实数集  $\mathbf{R}$  .

(2) 如果  $f(x)$  是分式，那么函数的定义域是使分母不等于零的实数的集合 .

(3) 如果  $f(x)$  是二次根式，那么函数的定义域是使根号内的式子大于或等于零的实数的集合.

(4) 如果  $f(x)$  是由几个部分的数学式子构成的，那么函数定义域是使各部分式子都有意义的实数集合. (即求各集合的交集)

(5) 满足实际问题有意义.

巩固练习：课本练习第 1 题。

2、如何判断两个函数是否为同一函数

例 3、下列函数中哪个与函数  $y=x$  相等？

$$(1) y = (\sqrt{x})^2; \quad (2) y = (\sqrt[3]{x^3}); \quad (3) y = \sqrt{x^2}; \quad (4) y = \frac{x^2}{x}$$

分析：①构成函数三个要素是定义域、对应关系和值域。由于值域是由定义域和对应关系决定的，所以，**如果两个函数的定义域和对应关系完全一致，即称这两个函数相等（或为同一函数）**

②两个函数相等当且仅当它们的定义域和对应关系完全一致，而与表示自变量和函数值的字母无关。

解：（略）

（四）巩固深化，反馈矫正：

（1）练习第 2 题

（2）判断下列函数  $f(x)$  与  $g(x)$  是否表示同一个函数，说明理由？

$$\textcircled{1} f(x) = (x-1)^0; \quad g(x) = 1 \quad \textcircled{2} f(x) = x; \quad g(x) = \sqrt{x^2}$$

$$\textcircled{3} f(x) = x^2; \quad g(x) = (x+1)^2 \quad \textcircled{4} f(x) = |x|; \quad g(x) = \sqrt{x^2}$$

（3）求下列函数的定义域

$$\textcircled{1} f(x) = \frac{1}{x-|x|} \quad \textcircled{2} f(x) = \frac{1}{1+\frac{1}{x}} \quad \textcircled{3} f(x) = \sqrt{x+1} + \frac{1}{2-x}$$

$$\textcircled{4} f(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{x+2} \quad \textcircled{5} f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x+3} - 1$$

（五）归纳小结

①从具体实例引入了函数的概念，用集合与对应的语言描述了函数的定义及其相关概念；②初步介绍了求函数定义域和判断同一函数的基本方法，同时引出了区间的概念。

（六）设置问题，留下悬念

1、作业：

2、举出生活中函数的例子（三个以上），并用集合与对应的语言来描述函数，同时说出函数的定义域、值域和对应关系。

教学后记：

课题： <b>函数的表示法</b>	第_____课时	总序第_____个教案
课型： <u>新授课</u>	编写时时间：____年__月__日	执行时间：____年__月__日
教学目标： <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 知识与技能             <ol style="list-style-type: none"> <li>(1) 明确函数的三种表示方法；</li> <li>(2) 会根据不同实际情境选择合适的方法表示函数；</li> <li>(3) 通过具体实例，了解简单的分段函数及应用。</li> </ol> </li> <li>2. 过程与方法：             <p>学习函数的表示形式，其目的不仅是研究函数的性质和应用的需要，而且是为加深理解函数概念的形成过程。</p> </li> <li>3. 情态与价值             <p>让学生感受到学习函数表示的必要性，渗透数形结合思想方法。</p> </li> </ol>	批 注	
教学重点：函数的三种表示方法，分段函数的概念。		
教学难点：根据不同的需要选择恰当的方法表示函数，什么才算“恰当”？分段函数的表示及其图象。		
教学用具：圆规、三角板、投影仪		
教学方法：学生通过观察、思考、比较和概括，从而更好地完成本节课的教学目标。		
教学过程： <p>(一) 创设情景，揭示课题。</p> <p>我们在前两节课中，已经学习了函数的定义，会求函数的值域，那么函数有哪些表示的方法呢？这一节课我们研究这一问题。</p> <p>(二) 研探新知</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 函数有哪些表示方法呢？ (表示函数的方法常用的有：解析法、列表法、图象法三种)</li> <li>2. 明确三种方法各自的特点？ (解析式的特点为：<b>函数关系清楚，容易从自变量的值求出其对应的函数值，便于用解析式来研究函数的性质，还有利于我们求函数的值域。</b>列表法的特点为：<b>不通过计算就知道自变量取某些值时函数的对应值。</b>图像法的特点是：<b>能直观形象地表示出函数的变化情况</b>)</li> </ol> <p>(三) 质疑答辩，排难解惑，发展思维。</p> <p>例 1. 某种笔记本的单价是 5 元，买 <math>x(x \in \{1, 2, 3, 4, 5\})</math> 个笔记本需要 <math>y</math> 元，试用三种表示法表示函数 <math>y = f(x)</math>。</p> <p>分析：注意本例的设问，此处“<math>y = f(x)</math>”有三种含义，它可以是解析表达式，可以是图象，也可以是对应值表。</p> <p>解：(略)</p> <p>注意：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>① 函数图象既可以是连续的曲线，也可以是直线、折线、离散的点等等；</li> <li>② 解析法：必须注明函数的定义域；</li> <li>③ 图象法：是否连线；</li> <li>④ 列表法：选取的自变量要有代表性，应能反映定义域的特征。</li> </ol>		

例 2. 下表是某校高一（1）班三位同学在高一学年度几次数学测试的成绩及班级平均分表：

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次
王 伟	98	87	91	92	88	95
张 城	90	76	88	75	86	80
赵 磊	68	65	73	72	75	82
班平均分	88.2	78.3	85.4	80.3	75.7	82.6

请你对这三位同学在高一学年度的数学学习情况做一个分析.

分析：本例应引导学生分析题目要求，做学情分析，具体分析什么？怎么分析？借助什么工具？

解：（略）

注意：

①本例为了研究学生的学习情况，将离散的点用虚线连接，这样更便于研究成绩的变化特点：

②本例能否用解析法？为什么？

例 3. 画出函数  $y = |x|$  的图象

解：

例 4. 某市郊空调公共汽车的票价按下列规则制定：

（1）乘坐汽车 5 公里以内，票价 2 元；

（2）5 公里以上，每增加 5 公里，票价增加 1 元（不足 5 公里按 5 公里计算），已知两个相邻的公共汽车站间相距约为 1 公里，如果沿途（包括起点站和终点站）设 20 个汽车站，请根据题意，写出票价与里程之间的函数解析式，并画出函数的图象.

分析：本例是一个实际问题，有具体的实际意义，根据实际情况公共汽车到站才能停车，所以行车里程只能取整数值.

解：

注意：

①本例具有实际背景，所以解题时应考虑其实际意义；

②象例 3、例 4 中的函数，称为分段函数.（对于  $x$  的不同取值范围，有着不同的对应关系）

③分段函数的解析式不能写成几个不同的方程，而就写函数值几种不同的表达式并用一个左大括号括起来，并分别注明各部分的自变量的取值情况.

(四) 巩固深化, 反馈矫正.

(1) 练习第 1, 2, 3 题

(2) 国内投寄信函(外埠), 假设每封信函不超过  $20\text{g}$ , 付邮资 80 分, 超过  $20\text{g}$  而不超过  $40\text{g}$  付邮资 160 分, 每封  $x\text{g}$  ( $0 < x \leq 100$ ) 的信函应付邮资为 (单位: 分)

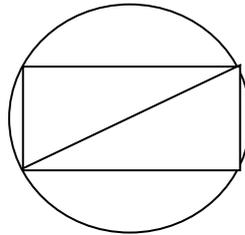
(五) 归纳小结

理解函数的三种表示方法, 在具体的实际问题中能够选用恰当的代表法来表示函数, 注意分段函数的表示方法及其图象的画法。

(六) 设置问题, 留下悬念.

(1) 作业:

(2) 如图, 把截面半径为  $25\text{cm}$  的圆形木头锯成矩形木料, 如果矩形的边长为  $x$ , 面积为  $y$ , 把  $y$  表示成  $x$  的函数.



教学后记:

课题： <u>  映射  </u>	第 <u>  </u> 课时	总序第 <u>  </u> 个教案
课型： <u>  新授课  </u>	编写时时间： <u>  </u> 年 <u>  </u> 月 <u>  </u> 日	执行时间： <u>  </u> 年 <u>  </u> 月 <u>  </u> 日
教学目标： 1. 知识与技能： (1) 了解映射的概念及表示方法； (2) 结合简单的对应图表，理解一一映射的概念。 2. 过程与方法 (1) 函数推广为映射，只是把函数中的两个数集推广为两个任意的集合； (2) 通过实例进一步理解映射的概念； (3) 会利用映射的概念来判断“对应关系”是否是映射，一一映射。 3. 情态与价值 映射在近代数学中是一个极其重要的概念，是进一步学习各类映射的基础。	批 注	
教学重点：映射的概念		
教学难点：映射的概念		
教学用具：投影仪		
教学方法：通过丰富的实例，学生进行交流讨论和概括；从而完成本节课的教学目标。		
教学过程： (一) 创设情景，揭示课题 复习初中常见的对应关系 1. 对于任何一个实数 $a$ ，数轴上都有唯一的点 $p$ 和它对应； 2. 对于坐标平面内任何一个点 $A$ ，都有唯一的有序实数对 $(x, y)$ 和它对应； 3. 对于任意一个三角形，都有唯一确定的面积和它对应； 4. 某影院的某场电影的每一张电影票有唯一确定的座位与它对应； 5. 函数的概念。 (二) 研探新知 1. 我们已经知道，函数是建立在两个非空数集间的一种对应，若将其中的条件“非空数集”弱化为“任意两个非空集合”，按照某种法则可以建立起更为普通的元素之间的对应关系，这种对应就叫映射（板书课题）。 2. 先看几个例子，两个集合 $A$ 、 $B$ 的元素之间的一些对应关系： (1) 开平方； (2) 求正弦； (3) 求平方； (4) 乘以 2。 归纳引出映射概念：  一般地，设 $A$ 、 $B$ 是两个非空的集合，如果按某一个确定的对应法则 $f$ ，使对于集合 $A$ 中的任意一个元素 $x$ ，在集合 $B$ 中都有唯一确定的元素 $y$ 与之对应，那么就称对应 $f: A \rightarrow B$ 为从集合 $A$ 到集合 $B$ 的一个映射。  记作 “ $f: A \rightarrow B$ ”  说明： (1) 这两个集合有先后顺序， $A$ 到 $B$ 的映射与 $B$ 到 $A$ 的映射是截然不同的，其中 $f$ 表示具体的对应法则，可以用多种形式表述。  (2) “都有唯一”什么意思？		

包含两层意思：一是必有一个；二是只有一个，也就是说有且只有一个的意思。

(三) 质疑答辩，排难解惑，发展思维

例 1. 下列哪些对应是从集合 A 到集合 B 的映射？

(1)  $A = \{P \mid P \text{ 是数轴上的点}\}$ ,  $B = \mathbf{R}$ , 对应关系  $f$ : 数轴上的点与它所代表的实数对应；

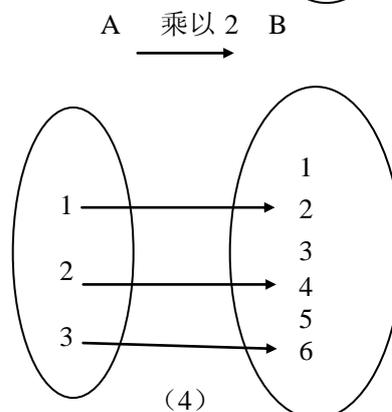
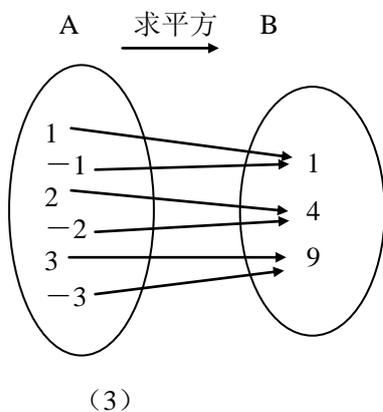
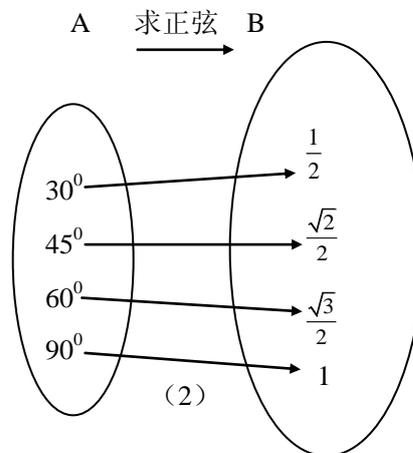
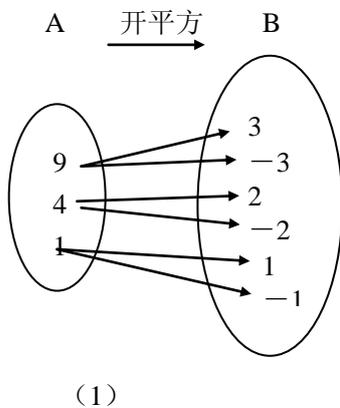
(2)  $A = \{P \mid P \text{ 是平面直角坐标中的点}\}$ ,  $B = \{(x, y) \mid x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ , 对应关系  $f$ : 平面直角坐标系中的点与它的坐标对应；

(3)  $A = \{\text{三角形}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{ 是圆}\}$ , 对应关系  $f$ : 每一个三角形都对应它的内切圆；

(4)  $A = \{x \mid x \text{ 是新华中学的班级}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{ 是新华中学的学生}\}$ , 对应关系  $f$ : 每一个班级都对应班里的学生。

思考：将 (3) 中的对应关系  $f$  改为：每一个圆都对应它的内接三角形；(4) 中的对应关系  $f$  改为：每一个学生都对应他的班级，那么对应  $f: B \rightarrow A$  是从集合 B 到集合 A 的映射吗？

例 2. 在下图中，图 (1), (2), (3), (4) 用箭头所标明的 A 中元素与 B 中元素的对应法则，是不是映射？是不是函数关系？



(四) 巩固深化, 反馈矫正

1、画图表示集合 A 到集合 B 的对应 (集合 A, B 各取 4 个元素)

已知: (1)  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ , 对应法则是“乘以 2”;

(2)  $A = \{x | x > 0\}$ ,  $B = \mathbb{R}$ , 对应法则是“求算术平方根”;

(3)  $A = \{x | x \neq 0\}$ ,  $B = \mathbb{R}$ , 对应法则是“求倒数”;

(4)  $A = \{\angle \alpha | 0^\circ < \angle \alpha \leq 90^\circ\}$ ,  $B = \{x | x \leq 1\}$ , 对应法则是“求余弦”.

2. 在下图中的映射中, A 中元素  $60^\circ$  相对应的 B 中的元素是什么? B 中元素  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  相对应的元素是什么?

(五) 归纳小结

提出问题: 怎样判断建立在两个集合上的一个对应关系是否是一个映射, 你能归纳出几个“标准”呢?

师生一起归纳: 判定是否是映射主要看两条: 一条是 A 集合中的元素在 B 中都要有元素和它对应, 但 B 中元素在 A 中未必要有元素和它对应; 二条是 A 中元素与 B 中元素只能出现“一对一”或“多对一”的对应形式.

(六) 设置问题, 留下悬念.

1. 由学生举出生活中两个有关映射的实例.
2. 已知  $f$  是集合 A 上的任一个映射, 试问在值域  $f(A)$  中的任一个元素的原象, 是否都是唯一的? 为什么?
3. 已知集合  $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{-1, 0, 1\}$ , 从集合 A 到集合 B 的映射, 试问能构造出多少映射?

教学后记:

课题：函数的单调性

第    课时

总序第    个教案

课型：  新授课  

编写时时间：  年  月  日

执行时间：  年  月  日

教学目标：

批 注

1、知识与技能：

(1) 建立增(减)函数的概念

通过观察一些函数图象的特征，形成增(减)函数的直观认识. 再通过具体函数值的大小比较，认识函数值随自变量的增大(减小)的规律，由此得出增(减)函数单调性的定义. 掌握用定义证明函数单调性的步骤。

(2) 函数单调性的研究经历了从直观到抽象，以图识数的过程，在这个过程中，让学生通过自主探究活动，体验数学概念的形成过程的真谛。

2、过程与方法

(1) 通过已学过的函数特别是二次函数，理解函数的单调性及其几何意义；

(2) 学会运用函数图象理解和研究函数的性质；

(3) 能够熟练应用定义判断与证明函数在某区间上的单调性.

3、情感与价值，使学生感到学习函数单调性的必要性与重要性，增强学习函数的紧迫感。

教学重点：函数的单调性及其几何意义.

教学难点：利用函数的单调性定义判断、证明函数的单调性.

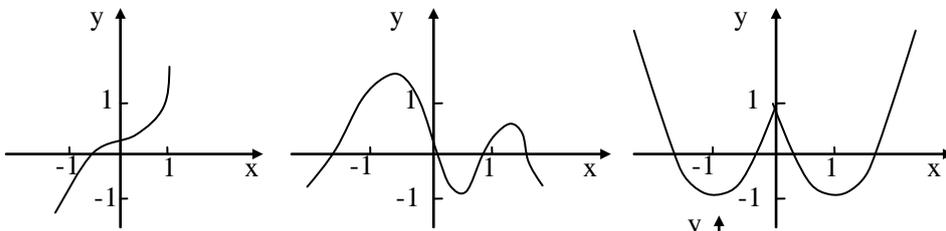
教学用具：投影仪、计算机

教学方法：从观察具体函数图象引入，直观认识增减函数，利用这定义证明函数单调性。通过练习、交流反馈，巩固从而完成本节课的教学目标。

教学过程：

(一) 创设情景，揭示课题

1. 观察下列各个函数的图象，并说说它们分别反映了相应函数的哪些变化规律：

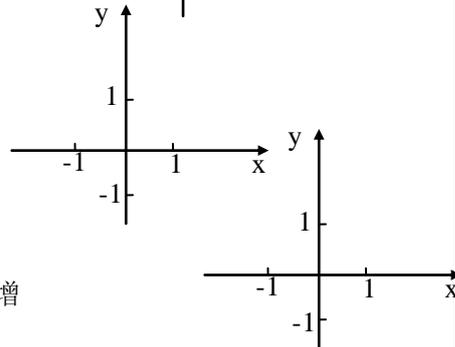


- ① 随  $x$  的增大， $y$  的值有什么变化？
- ② 能否看出函数的最大、最小值？
- ③ 函数图象是否具有某种对称性？

2. 画出下列函数的图象，观察其变化规律：

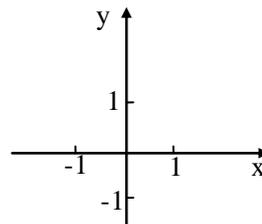
3. (1)  $f(x) = x$

- ① 从左至右图象上升还是下降 \_\_\_\_\_？
- ② 在区间 \_\_\_\_\_ 上，随着  $x$  的增大， $f(x)$  的值随着 \_\_\_\_\_ .



(2)  $f(x) = -x + 2$

- ① 从左至右图象上升还是下降 \_\_\_\_\_？
- ② 在区间 \_\_\_\_\_ 上，随着  $x$  的增大， $f(x)$  的值随着 \_\_\_\_\_ .



(3)  $f(x) = x^2$

- ① 在区间 \_\_\_\_\_ 上，

$f(x)$ 的值随着  $x$  的增大而 \_\_\_\_\_ .

② 在区间 \_\_\_\_\_ 上,  $f(x)$ 的值随着  $x$  的增大而 \_\_\_\_\_ .

3、从上面的观察分析,能得出什么结论?

学生回答后教师归纳:从上面的观察分析可以看出:不同的函数,其图象的变化趋势不同,同一函数在不同区间上变化趋势也不同,函数图象的这种变化规律就是函数性质的反映,这就是我们今天所要研究的函数的一个重要性质——函数的单调性(引出课题)。

### (二) 研探新知

1、 $y = x^2$ 的图象在  $y$  轴右侧是上升的,如何用数学符号语言来描述这种“上升”呢?

学生通过观察、思考、讨论,归纳得出:

函数  $y = x^2$  在  $(0, +\infty)$  上图象是上升的,用函数解析式来描述就是:对于  $(0, +\infty)$  上的任意的  $x_1, x_2$ , 当  $x_1 < x_2$  时, 都有  $x_1^2 < x_2^2$ . 即函数值随着自变量的增大而增大,具有这种性质的函数叫增函数。

#### 2. 增函数

一般地,设函数  $y=f(x)$ 的定义域为  $I$ ,

如果对于定义域  $I$  内的某个区间  $D$  内的任意两个自变量  $x_1, x_2$ , 当  $x_1 < x_2$  时, 都有  $f(x_1) < f(x_2)$ , 那么就称  $f(x)$  在区间  $D$  上是增函数 (increasing function)。

3、从函数图象上可以看到,  $y = x^2$  的图象在  $y$  轴左侧是下降的,类比增函数的定义,你能概括出减函数的定义吗?

注意: ① 函数的单调性是在定义域内的某个区间上的性质,是函数的局部性质;

② 必须是对区间  $D$  内的任意两个自变量  $x_1, x_2$ ; 当  $x_1 < x_2$  时, 总有  $f(x_1) < f(x_2)$  .

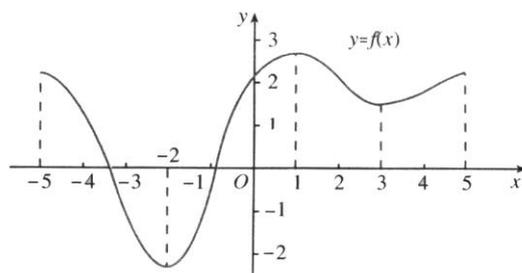
#### 4. 函数的单调性定义

如果函数  $y=f(x)$ 在某个区间上是增函数或是减函数,那么就称函数  $y=f(x)$ 在这一区间具有(严格的)单调性,区间  $D$  叫做  $y=f(x)$ 的单调区间:

### (三) 质疑答辩, 发展思维。

根据函数图象说明函数的单调性.

例 1 如图是定义在区间  $[-5, 5]$  上的函数  $y=f(x)$ , 根据图象说出函数的单调区间, 以及在每一单调区间上, 它是增函数还是减函数?



例 2 物理学中的玻意耳定律  $P = \frac{k}{V}$  ( $k$  为正常数) 告诉我们, 对于一定量的气体, 当其体积  $V$  减少时, 压强  $P$  将增大。试用函数的单调性证明之。

分析: 按题意, 只要证明函数  $P = \frac{k}{V}$  在区间  $(0, +\infty)$  上是减函数即可。

证明:

### 3. 判断函数单调性的方法步骤

利用定义证明函数  $f(x)$  在给定的区间  $D$  上的单调性的一般步骤:

① 任取  $x_1, x_2 \in D$ , 且  $x_1 < x_2$ ; ② 作差  $f(x_1) - f(x_2)$ ; ③ 变形 (通常是因式分解和配方); ④ 定号 (即判断差  $f(x_1) - f(x_2)$  的正负); ⑤ 下结论 (即指出函数  $f(x)$  在给定的区间  $D$  上的单调性)。

巩固练习: ① 练习第 1、2、3 题;

② 证明函数  $y = x + \frac{1}{x}$  在  $(1, +\infty)$  上为增函数。

例 3. 借助计算机作出函数  $y = -x^2 + 2|x| + 3$  的图象并指出它的的单调区间。  
解:

思考: 画出反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  的图象。

① 这个函数的定义域是什么?

② 它在定义域  $I$  上的单调性怎样? 证明你的结论。

#### (四) 归纳小结

函数的单调性一般是先根据图象判断, 再利用定义证明。画函数图象通常借助计算机, 求函数的单调区间时必须要注意函数的定义域, 单调性的证明一般分五步:

取值  $\rightarrow$  作差  $\rightarrow$  变形  $\rightarrow$  定号  $\rightarrow$  下结论

#### (五) 设置问题, 留下悬念

1、教师提出下列问题让学生思考:

① 通过增 (减) 函数概念的形成过程, 你学习到了什么?

② 增 (减) 函数的图象有什么特点? 如何根据图象指出单调区间?

③ 怎样用定义证明函数的单调性?

师生共同就上述问题进行讨论、交流, 发表自己的意见。

2、书面作业:

教学后记:



(三) 质疑答辩，排难解惑.

例 1. (教材例 3) 利用二次函数的性质确定函数的最大(小)值.

解

例 2. 将进货单价 40 元的商品按 50 元一个售出时，能卖出 500 个，若此商品每个涨价 1 元，其销售量减少 10 个，为了赚到最大利润，售价应定为多少？

解：设利润为  $y$  元，每个售价为  $x$  元，则每个涨  $(x - 50)$  元，从而销售量减少  $10(x - 50)$  个，共售出  $500 - 10(x - 50) = 1000 - 10x$  (个)

$$\therefore y = (x - 40)(1000 - 10x)$$

$$= -10(x - 70)^2 + 9000 \quad (50 \leq x < 100)$$

$$\therefore x = 70 \text{ 时 } y_{\max} = 9000$$

答：为了赚取最大利润，售价应定为 70 元.

例 3. 求函数  $y = \frac{2}{x-1}$  在区间  $[2, 6]$  上的最大值和最小值.

解：

例 4. 求函数  $y = x + \sqrt{1-x}$  的最大值.

解：令  $t = \sqrt{1-x} \geq 0$  有  $x = -t^2 + 1$  则

$$y = -t^2 + t + 1 = -(t - \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{4} \quad \text{且 } t \geq 0$$

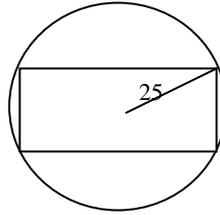
$$\therefore -(t - \frac{1}{2})^2 \leq 0$$

$$\therefore -(t - \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{4} \leq \frac{5}{4} \quad \therefore \text{原函数的最大值为 } \frac{5}{4}.$$

(四) 巩固深化，反馈矫正.

(1) 求函数  $y = |x-3| - |x+1|$  的最大值和最小值.

(2) 如图, 把截面半径为  $25\text{cm}$  的圆形木头锯成矩形木料, 如果矩形一边长为  $x$ , 面积为  $y$ , 试将  $y$  表示成  $x$  的函数, 并画出函数的大致图象, 并判断怎样锯才能使得截面面积最大?



(五) 归纳小结

求函数最值的常用方法有:

(1) 配方法: 即将函数解析式化成含有自变量的平方式与常数的和, 然后根据变量的取值范围确定函数的最值.

(2) 换元法: 通过变量式代换转化为求二次函数在某区间上的最值.

(3) 数形结合法: 利用函数图象或几何方法求出最值.

(六) 设置问题, 留下悬念.

1. 作业:

2. 求函数  $y = x + \sqrt{2x-1}$  的最小值.

3. 求函数  $y = x^2 - 2x + 3$  当自变量  $x$  在下列范围内取值时的最值.

①  $-1 \leq x \leq 0$

②  $0 \leq x \leq 3$

③  $x \in (-\infty, +\infty)$

教学后记:

课题：**函数的奇偶性**

第\_\_\_\_课时

总序第\_\_\_\_个教案

课型：新授课

编写时时间：\_\_\_\_年\_\_月\_\_日

执行时间：\_\_\_\_年\_\_月\_\_日

教学目标：

1. 知识与技能：

理解函数的奇偶性及其几何意义；学会运用函数图象理解和研究函数的性质；学会判断函数的奇偶性；

2. 过程与方法：

通过函数奇偶性概念的形成过程，培养学生观察、归纳、抽象的能力，渗透数形结合的数学思想.

3. 情态与价值：

通过函数的奇偶性教学，培养学生从特殊到一般的概括归纳问题的能力.

教学重点：函数的奇偶性及其几何意义。

教学难点：判断函数的奇偶性的方法与格式。

教学用具：三角板、投影仪

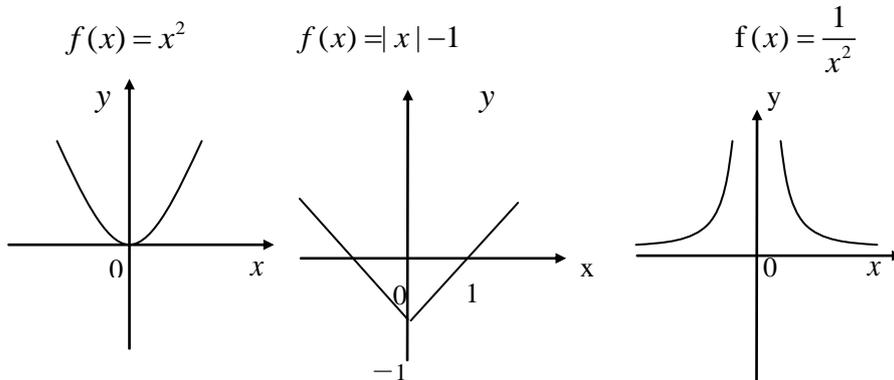
教学方法：学生通过自己动手计算，独立地去经历发现，猜想与证明的全过程，从而建立奇偶函数的概念。

教学过程：

(一) 创设情景，揭示课题

“对称”是大自然的一种美，这种“对称美”在数学中也有大量的反映，让我们看看下列各函数有什么共性？

观察下列函数的图象，总结各函数之间的共性。



通过讨论归纳：函数  $f(x) =$  义域为全体实数的抛物线；函数  $f(x) = |x| - 1$

是定义域为全体实数的折线；函数  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  是定义域为非零实数的两支曲线，各函数之间的共性为图象关于 y 轴对称。观察一对关于 y 轴对称的点的坐标有什么关系？

归纳：若点  $(x, f(x))$  在函数图象上，则相应的点  $(-x, f(x))$  也在函数图象上，即函数图象上横坐标互为相反数的点，它们的纵坐标一定相等。

(二) 研探新知

函数的奇偶性定义：

1. 偶函数

一般地，对于函数  $f(x)$  的定义域内的任意一个  $x$ ，都有  $f(-x) = f(x)$ ，那么

$f(x)$  就叫做偶函数。（学生活动）依照偶函数的定义给出奇函数的定义。

批 注

## 2. 奇函数

一般地,对于函数  $f(x)$  的定义域的任意一个  $x$ , 都有  $f(-x) = -f(x)$ , 那么  $f(x)$  就叫做奇函数.

注意:

①函数是奇函数或是偶函数称为函数的奇偶性, 函数的奇偶性是函数的整体性质;

②由函数的奇偶性定义可知, 函数具有奇偶性的一个必要条件是, 对于定义域内的任意一个  $x$ , 则  $-x$  也一定是定义域内的一个自变量 (即定义域关于原点对称).

3. 具有奇偶性的函数的图象的特征

偶函数的图象关于  $y$  轴对称; 奇函数的图象关于原点对称.

(三) 质疑答辩, 排难解惑, 发展思维.

例 1. 判断下列函数是否是偶函数.

$$(1) f(x) = x^2 \quad x \in [-1, 2] \quad (2) f(x) = \frac{x^3 - x^2}{x - 1}$$

解: 函数  $f(x) = x^2, x \in [-1, 2]$  不是偶函数, 因为它的定义域关于原点不对称.

函数  $f(x) = \frac{x^3 - x^2}{x - 1}$  也不是偶函数, 因为它的定义域为  $\{x | x \in \mathbb{R} \text{ 且 } x \neq 1\}$ , 并不

关于原点对称.

例 2. 判断下列函数的奇偶性

$$(1) f(x) = x^4 \quad (2) f(x) = x^5 \quad (3) f(x) = x + \frac{1}{x} \quad (4) f(x) = \frac{1}{x^2}$$

解:

小结: 利用定义判断函数奇偶性的格式步骤:

①首先确定函数的定义域, 并判断其定义域是否关于原点对称;

②确定  $f(-x)$  与  $f(x)$  的关系;

③作出相应结论: 若  $f(-x) = f(x)$  或  $f(-x) - f(x) = 0$ , 则  $f(x)$  是偶函数;

若  $f(-x) = -f(x)$  或  $f(-x) + f(x) = 0$ , 则  $f(x)$  是奇函数.

例 3. 判断下列函数的奇偶性:

$$\textcircled{1} f(x) = \lg(4+x) + g(4-x) \quad \textcircled{2} g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + 1 & (x > 0) \\ -\frac{1}{2}x^2 - 1 & (x < 0) \end{cases}$$

分析: 先验证函数定义域的对称性, 再考察  $f(-x)$  是否等于  $f(x)$  或  $-f(x)$ .

解: (1)  $f(x)$  的定义域是  $\{x | 4+x > 0 \text{ 且 } 4-x > 0\} = \{x | -4 < x < 4\}$ , 它具有对称性. 因为  $f(-x) = \lg(4-x) + \lg(4+x) = f(x)$ , 所以  $f(x)$  是偶函数, 不是奇函

数.

(2) 当  $x > 0$  时,  $-x < 0$ , 于是

$$g(-x) = -\frac{1}{2}(-x)^2 - 1 = -\left(\frac{1}{2}x^2 + 1\right) = -g(x)$$

当  $x < 0$  时,  $-x > 0$ , 于是

$$g(-x) = \frac{1}{2}(-x)^2 + 1 = \frac{1}{2}x^2 + 1 = -\left(-\frac{1}{2}x^2 - 1\right) = -g(x)$$

综上所述,  $g(x)$  是奇函数.

例 4. 利用函数的奇偶性补全函数的图象.

教材 P<sub>35</sub> 思考题:

规律: 偶函数的图象关于  $y$  轴对称; 奇函数的图象关于原点对称.

说明: 这也可以作为判断函数奇偶性的依据.

例 5. 已知  $f(x)$  是奇函数, 在  $(0, +\infty)$  上是增函数.

证明:  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上也是增函数.

证明: (略)

小结: 偶函数在关于原点对称的区间上单调性相反; 奇函数在关于原点对称的区间上单调性一致.

(四) 巩固深化, 反馈矫正.

(1) 课本 练习 1. 2

(2) 判断下列函数的奇偶性, 并说明理由.

①  $f(x) = 0, x \in [-6, -2] \cup [2, 6]$ ;      ②  $f(x) = |x - 2| + |x + 2|$

③  $f(x) = |x - 2| - |x + 2|$       ④  $f(x) = \lg(\sqrt{x^2 + 1} + x)$

(五) 归纳小结, 整体认识.

本节主要学习了函数的奇偶性, 判断函数的奇偶性通常有两种方法, 即定义法和图象法, 用定义法判断函数的奇偶性时, 必须注意首先判断函数的定义域是否关于原点对称, 单调性与奇偶性的综合应用是本节的一个难点, 需要学生结合函数的图象充分理解好单调性和奇偶性这两个性质.

(六) 设置问题, 留下悬念.

1. 书面作业:

2. 设  $f(x)$  在  $R$  上是奇函数, 当  $x > 0$  时,  $f(x) = x(1 - x)$

试问: 当  $x < 0$  时,  $f(x)$  的表达式是什么?

解: 当  $x < 0$  时,  $-x > 0$ , 所以  $f(-x) = -x(1 + x)$ , 又因为  $f(x)$  是奇函数, 所以  $f(x) = -f(-x) = -[-x(1 + x)] = x(1 + x)$ .

教学后记:

课题： <b>小结与复习</b> 第__课时 总序第__个教案	
课型： <u>复习课</u> 编写时时间：__年__月__日 执行时间：__年__月__日	
教学目标： 1. 理解集合有关概念和性质，掌握集合的交、并、补等三种运算的，会利用几何直观性研究问题，如数轴分析、Venn图； 2. 深刻理解函数的有关概念，理解对应法则、图象等有关性质，掌握函数的单调性和奇偶性的判定方法和步骤，并会运用解决实际问题。	批 注
教学重点：函数的单调性和奇偶性的判定方法和步骤。	
教学难点：函数的性质的综合应用及如何运用函数知识解决实际问题。	
教学用具：投影仪	
教学方法：学生通过画图、观察、思考、讨论掌握本章知识。	
教学过程： $\equiv$ <b>一、课前准备</b> 复习1：集合部分。 ① 概念：一组对象的全体形成一个集合 ② 特征：确定性、互异性、无序性 ③ 表示：列举法 $\{1,2,3,\dots\}$ 、描述法 $\{x P\}$ ④ 关系： $\in$ 、 $\notin$ 、 $\subseteq$ 、 $\subset$ 、 $=$ ⑤ 运算： $A \cap B$ 、 $A \cup B$ 、 $C_U A$ ⑥ 性质： $A \subseteq A$ ； $\Phi \subseteq A$ ，.... ⑦ 方法：数轴分析、Venn图示。 复习2：函数部分。 ① 三要素：定义域、值域、对应法则； ② 单调性： $f(x)$ 定义域内某区间 $D$ ， $x_1, x_2 \in D$ ， $x_1 < x_2$ 时， $f(x_1) > f(x_2)$ ，则 $f(x)$ 的 $D$ 上递减； $x_1 < x_2$ 时， $f(x_1) < f(x_2)$ ，则 $f(x)$ 的 $D$ 上递增； ③ 最大（小）值求法：配方法、图象法、单调法。 ④ 奇偶性：对 $f(x)$ 定义域内任意 $x$ ， $f(-x) = -f(x)$ 奇函数，奇函数图象关于原点对称。 $f(-x) = f(x)$ 偶函数，偶函数图象关于y轴对称。 特点：定义域关于原点对称。 <b>二、新课导学</b> ※ 典型例题 例1 设集合 $A = \{x   x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$ ， $B = \{x   x^2 - 5x + 6 = 0\}$ ， $C = \{x   x^2 + 2x - 8 = 0\}$ 。 (1) 若 $A \cap B = A \cap C$ ，求 $a$ 的值； (2) 若 $A \cap B \neq \Phi$ ，且 $A \cap C = \Phi$ ，求 $a$ 的值； (3) 若 $A \cap B = A \cap C \neq \Phi$ ，求 $a$ 的值。	

例 2 已知函数  $f(x)$  是偶函数, 且  $x \leq 0$  时,  $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ ,

- (1) 求  $f(5)$  的值; (2) 求  $f(x) = 0$  时  $x$  的值;  
(3) 当  $x > 0$  时, 求  $f(x)$  的解析式.

例 3 设函数  $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$

- (1) 求它的定义域; (2) 判断它的奇偶性;  
(3) 求证:  $f(x)$  在  $[1, +\infty)$  上递增.

※ 动手试试

练1. 判断下列函数的奇偶性:

$$(1) f(x) = \frac{2x^2 + 2x}{x+1} \quad (2) f(x) = x^3 - 2x$$

$$(3) f(x) = a(x \in \mathbf{R}) \quad (4) f(x) = \begin{cases} x(1-x) & x \geq 0 \\ x(1+x) & x < 0 \end{cases}$$

练2. 将长度为  $20 \text{ cm}$  的铁丝分成两段分别围成一个正方形和一个圆, 要使正方形与圆的面积之和最小, 正方形的周长应为多少?

### 三、总结提升

※ 学习小结

1. 集合的三种运算: 交、并、补;
2. 集合的两种研究方法: 数轴分析、Venn 图示;
3. 函数的三要素: 定义域、解析式、值域;
4. 函数的单调性、最大(小)值、奇偶性的研究.

教学后记:

## 第二章 基本初等函数 ( I )

课题: 指数与指数幂的运算 (1) 第      课时 总序第      个教案

课型:      新授课      编写时时间:      年      月      日 执行时间:      年      月      日

教学目标:

1. 知识与技能: (1) 理解分数指数幂和根式的概念;  
(2) 掌握分数指数幂和根式之间的互化;  
(3) 掌握分数指数幂的运算性质;  
(4) 培养学生观察分析、抽象等的能力.
2. 过程与方法:  
通过与初中所学的知识进行类比, 分数指数幂的概念, 进而学习指数幂的性质.
3. 情态与价值  
(1) 培养学生观察分析, 抽象的能力, 渗透“转化”的数学思想;  
(2) 通过运算训练, 养成学生严谨治学, 一丝不苟的学习习惯;  
(3) 让学生体验数学的简洁美和统一美.

批 注

教学重点: (1) 分数指数幂和根式概念的理解;  
(2) 掌握并运用分数指数幂的运算性质;

教学难点: 分数指数幂及根式概念的理解

教学用具: 多媒体

教学方法: 讲授法、讨论法、类比分析法及发现法

教学过程:

一、复习提问:

什么是平方根? 什么是立方根? 一个数的平方根有几个, 立方根呢?

归纳: 在初中的时候我们已经知道: 若  $x^2 = a$ , 则  $x$  叫做  $a$  的平方根. 同理, 若

$x^3 = a$ , 则  $x$  叫做  $a$  的立方根.

根据平方根、立方根的定义, 正实数的平方根有两个, 它们互为相反数, 如 4 的平方根为  $\pm 2$ , 负数没有平方根, 一个数的立方根只有一个, 如 -8 的立方根为 -2; 零的平方根、立方根均为零.

二、新课讲解

类比平方根、立方根的概念, 归纳出  $n$  次方根的概念.

$n$  次方根: 一般地, 若  $x^n = a$ , 则  $x$  叫做  $a$  的  $n$  次方根 (throot), 其中  $n > 1$ ,

且  $n \in \mathbb{N}^*$ , 当  $n$  为偶数时,  $a$  的  $n$  次方根中, 正数用  $\sqrt[n]{a}$  表示, 如果是负数, 用  $-\sqrt[n]{a}$

表示,  $\sqrt[n]{a}$  叫做根式.  $n$  为奇数时,  $a$  的  $n$  次方根用符号  $\sqrt[n]{a}$  表示, 其中  $n$  称为根指数,

$a$  为被开方数.

类比平方根、立方根, 猜想: 当  $n$  为偶数时, 一个数的  $n$  次方根有多少个? 当  $n$  为奇数时呢?

$a$  为正数:  $\begin{cases} n \text{ 为奇数, } a \text{ 的 } n \text{ 次方根有一个, 为 } \sqrt[n]{a} \\ n \text{ 为偶数, } a \text{ 的 } n \text{ 次方根有两个, 为 } \pm \sqrt[n]{a} \end{cases}$

$a$ 为负数： $\begin{cases} n \text{为奇数, } a \text{的} n \text{次方根只有一个, 为} \sqrt[n]{a} \\ n \text{为偶数, } a \text{的} n \text{次方根不存在.} \end{cases}$

零的  $n$  次方根为零, 记为  $\sqrt[n]{0} = 0$

举例: 16 的次方根为  $\pm 2$ ,  $-27$  的 5 次方根为  $\sqrt[5]{-27}$  等等, 而  $-27$  的 4 次方根不存在.

小结: 一个数到底有没有  $n$  次方根, 我们一定先考虑被开方数到底是正数还是负数, 还要分清  $n$  为奇数和偶数两种情况.

根据  $n$  次方根的意义, 可得:

$$(\sqrt[n]{a})^n = a$$

$(\sqrt[n]{a})^n = a$  肯定成立,  $\sqrt[n]{a^n}$  表示  $a^n$  的  $n$  次方根, 等式  $\sqrt[n]{a^n} = a$  一定成立吗? 如

果不一定成立, 那么  $\sqrt[n]{a^n}$  等于什么?

让学生注意讨论,  $n$  为奇偶数和  $a$  的符号, 充分让学生分组讨论.

通过探究得到:  $n$  为奇数,  $\sqrt[n]{a^n} = a$

$$n \text{ 为偶数, } \sqrt[n]{a^n} = |a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

$$\text{如 } \sqrt[3]{(-3)^3} = \sqrt[3]{-27} = -3, \sqrt[4]{(-8)^4} = |-8| = 8$$

小结: 当  $n$  为偶数时,  $\sqrt[n]{a^n}$  化简得到结果先取绝对值, 再在绝对值算具体的值, 这样就避免出现错误:

例题: 求下列各式的值

$$(1) \sqrt[3]{(-8)^3} \quad (2) \sqrt{(-10)^2}$$

$$(3) \sqrt[4]{(3-\pi)^4} \quad (4) \sqrt{(a-b)^2}$$

分析: 当  $n$  为偶数时, 应先写  $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ , 然后再去绝对值.

思考:  $\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n$  是否成立, 举例说明.

课堂练习：1. 求出下列各式的值

(1)  $\sqrt[7]{(-2)^7}$       (2)  $\sqrt[3]{(3a-3)^3} (a \leq 1)$       (3)  $\sqrt[4]{(3a-3)^4}$

2. 若  $\sqrt{a^2 - 2a + 1} = a - 1$ , 求  $a$  的取值范围.

3. 计算  $\sqrt[3]{(-8)^3} + \sqrt[4]{(3-2)^4} - \sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^3}$

三. 归纳小结:

1. 根式的概念: 若  $n > 1$  且  $n \in N^*$ , 则  $x$  是  $a$  的  $n$  次方根,  $n$  为奇数时,  $x = \sqrt[n]{a}$ ,  
 $n$  为偶数时,  $x = \pm \sqrt[n]{a}$ ;

2. 掌握两个公式:  $n$  为奇数时,  $(\sqrt[n]{a})^n = a$ ,  $n$  为偶数时,  $\sqrt[n]{a^n} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

3. 作业:

教学后记:

课题： <u>指数与指数幂的运算(2)</u> 第 <u>    </u> 课时 总序第 <u>    </u> 个教案	
课型： <u>  新授课  </u> 编写时时间： <u>  </u> 年 <u>  </u> 月 <u>  </u> 日 执行时间： <u>  </u> 年 <u>  </u> 月 <u>  </u> 日	
教学目标： 1. 知识与技能：(1) 理解分数指数幂和根式的概念； (2) 掌握分数指数幂和根式之间的互化； (3) 掌握分数指数幂的运算性质； (4) 培养学生观察分析、抽象等的能力。 2. 过程与方法： 通过与初中所学的知识进行类比，分数指数幂的概念，进而学习指数幂的性质。 3. 情态与价值 (1) 培养学生观察分析，抽象的能力，渗透“转化”的数学思想； (2) 通过运算训练，养成学生严谨治学，一丝不苟的学习习惯； (3) 让学生体验数学的简洁美和统一美。	批 注
教学重点：(1) 分数指数幂和根式概念的理解； (2) 掌握并运用分数指数幂的运算性质；	
教学难点：分数指数幂及根式概念的理解	
教学用具：多媒体	
教学方法：讲授法、讨论法、类比分析法及发现法	
教学过程： 提问： 1. 复习初中时的整数指数幂，运算性质？ $a^n = a \cdot a \cdot a \cdots a, a^0 = 1 \quad (a \neq 0), 0^0 \text{无意义}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}; (a^m)^n = a^{mn}$ $(a^n)^m = a^{nm}, (ab)^n = a^n b^n$ 什么叫实数？有理数，无理数统称实数。 2. 观察以下式子，并总结出规律： $a > 0$ $\textcircled{1} \sqrt[5]{a^{10}} = \sqrt[5]{(a^2)^5} = a^2 = a^{\frac{10}{5}} \quad \textcircled{2} \sqrt{a^8} = \sqrt{(a^4)^2} = a^4 = a^{\frac{8}{2}}$ $\textcircled{3} \sqrt[4]{a^{12}} = \sqrt[4]{(a^3)^4} = a^3 = a^{\frac{12}{4}} \quad \textcircled{4} \sqrt[5]{a^{10}} = \sqrt[5]{(a^2)^5} = a^2 = a^{\frac{10}{5}}$ 小结：当根式的被开方数的指数能被根指数整除时，根式可以写成分数作为指数的形式，(分数指数幂形式)。 根式的被开方数不能被根指数整除时，根式是否也可以写成分数指数幂的形式。 如： $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}} = (a > 0)$ $\sqrt{b} = b^{\frac{1}{2}} = (b > 0)$ $\sqrt[4]{c^5} = c^{\frac{5}{4}} = (c > 0)$	

$$\text{即: } \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} (a > 0, n \in \mathbb{N}^*, n > 1)$$

为此, 我们规定正数的分数指数幂的意义为:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} (a > 0, m, n \in \mathbb{N}^*)$$

正数的定负分数指数幂的意义与负整数幂的意义相同.

$$\text{即: } a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} (a > 0, m, n \in \mathbb{N}^*)$$

规定: 0 的正分数指数幂等于 0, 0 的负分数指数幂无意义.

说明: 规定好分数指数幂后, 根式与分数指数幂是可以互换的, 分数指数幂只是

根式的一种新的写法, 而不是  $a^{\frac{n}{m}} = a^{\frac{1}{m}} \cdot a^{\frac{1}{m}} \cdots a^{\frac{1}{m}} (a > 0)$

由于整数指数幂, 分数指数幂都有意义, 因此, 有理数指数幂是有意义的, 整数指数幂的运算性质, 可以推广到有理数指数幂, 即:

$$(1) a^r \cdot a^s = a^{r+s} (a > 0, r, s \in \mathbb{Q})$$

$$(2) (a^r)^s = a^{rs} (a > 0, r, s \in \mathbb{Q})$$

$$(3) (a \cdot b)^r = a^r b^r (a > 0, b > 0, r \in \mathbb{Q})$$

若  $a > 0$ ,  $p$  是一个无理数, 则  $a^p$  该如何理解? 为了解决这个问题, 引导学生先阅读课本

即:  $\sqrt{2}$  的不足近似值, 从由小于  $\sqrt{2}$  的方向逼近  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{2}$  的过剩近似值从大于  $\sqrt{2}$  的方向逼近  $\sqrt{2}$ .

所以, 当  $\sqrt{2}$  不足近似值从小于  $\sqrt{2}$  的方向逼近时,  $5^{\sqrt{2}}$  的近似值从小于  $5^{\sqrt{2}}$  的方向逼近  $5^{\sqrt{2}}$ .

当  $\sqrt{2}$  的过剩似值从大于  $\sqrt{2}$  的方向逼近  $\sqrt{2}$  时,  $5^{\sqrt{2}}$  的近似值从大于  $5^{\sqrt{2}}$  的方向逼近  $5^{\sqrt{2}}$ , (如课本图所示)

所以,  $5^{\sqrt{2}}$  是一个确定的实数.

一般来说, 无理数指数幂  $a^p (a > 0, p \text{ 是一个无理数})$  是一个确定的实数, 有理数指数幂的性质同样适用于无理数指数幂. 无理指数幂的意义, 是用有理指数幂的不足近似值和过剩近似值无限地逼近以确定大小.

思考:  $2^{\sqrt{3}}$  的含义是什么?

由以上分析, 可知道, 有理数指数幂, 无理数指数幂有意义, 且它们运算性质相同, 实数指数幂有意义, 也有相同的运算性质, 即:

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s} (a > 0, r \in R, s \in R)$$

$$(a^r)^s = a^{rs} (a > 0, r \in R, s \in R)$$

$$(a \cdot b)^r = a^r b^r (a > 0, b > 0, r \in R)$$

### 3. 例题

(1). 求值

解: ①  $8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{3 \times \frac{2}{3}} = 2^2 = 4$

②  $25^{-\frac{1}{2}} = (5^2)^{-\frac{1}{2}} = 5^{2 \times (-\frac{1}{2})} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$

③  $(\frac{1}{2})^{-5} = (2^{-1})^{-5} = 2^{-1 \times (-5)} = 32$

④  $(\frac{16}{81})^{\frac{3}{4}} = (\frac{2}{3})^{4 \times (\frac{3}{4})} = (\frac{2}{3})^{-3} = \frac{27}{8}$

(2). 用分数指数幂的形式表示下列各式 ( $a > 0$ )

解:  $a^3 \cdot \sqrt{a} = a^3 \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{3 + \frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{2}}$

$$a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot a^2 \cdot a^{\frac{2}{3}} = a^{2 + \frac{2}{3} + 2 + \frac{2}{3}} = a^{\frac{8}{3}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{a}} = \sqrt{a \cdot a^{\frac{1}{3}}} = \sqrt{a^{\frac{4}{3}}} = (a^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3}}$$

分析: 先把根式化为分数指数幂, 再由运算性质来运算.

补充练习:

1. 计算:  $\frac{(2^{n+1})^2 \cdot (\frac{1}{2})^{2n+1}}{4^n 8^{-2}}$  的结果

2. 若  $a_3 = 3$ ,  $a_{10} = 384$ , 求  $a_3 \cdot [(\frac{a_{10}}{a_3})^{\frac{1}{7}}]^{n-3}$  的值

小结:

1. 分数指数是根式的另一种写法.
2. 无理数指数幂表示一个确定的实数.
3. 掌握好分数指数幂的运算性质, 其与整数指数幂的运算性质是一致的.

作业:

教学后记:

课题： <u>指数与指数幂的运算（3）</u> 第 <u>    </u> 课时 总序第 <u>    </u> 个教案	
课型： <u>    </u> 新授课 <u>    </u> 编写时时间： <u>    </u> 年 <u>    </u> 月 <u>    </u> 日 执行时间： <u>    </u> 年 <u>    </u> 月 <u>    </u> 日	
教学目标： 1. 知识与技能： (1) 掌握根式与分数指数幂互化； (2) 能熟练地运用有理指数幂运算性质进行化简，求值。 2. 过程与方法： 通过训练点评，让学生更能熟练指数幂运算性质。 3. 情感、态度、价值观 (1) 培养学生观察、分析问题的能力； (2) 培养学生严谨的思维和科学正确的计算能力。	批 注
教学重点：运用有理指数幂性质进行化简，求值。。	
教学难点：有理指数幂性质的灵活应用。	
教学用具：投影仪	
教学方法：讲授法、讨论法。	
教学过程： 1. 复习分数指数幂的概念与其性质 2. 例题讲解 例 1. 计算下列各式（式中字母都是正数） (1) $(2a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}})(-6a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}) \div (-3a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}})$ (2) $(m^{\frac{1}{4}}n^{-\frac{3}{8}})^8$ （先由学生观察以上两个式子的特征，然后分析、提问、解答） 分析：四则运算的顺序是先算乘方，再算乘除，最后算加减，有括号的先算括号的。整数幂的运算性质及运算规律扩充到分数指数幂后，其运算顺序仍符合我们以前的四则运算顺序。 我们看到（1）小题是单项式的乘除运算；（2）小题是乘方形式的运算，它们应让如何计算呢？ 其实，第（1）小题是单项式的乘除法，可以用单项式的运算顺序进行。 第（2）小题是乘方运算，可先按积的乘方计算，再按幂的乘方进行计算。 解：（1）原式= $[2 \times (-6) \div (-3)]a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6}}b^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}}$ $= 4ab^0$ $= 4a$ (2) 原式= $(m^{\frac{1}{4}})^8(n^{-\frac{3}{8}})^8$ $= m^2n^{-3}$ 例 2. 计算下列各式 (1) $(\sqrt[3]{25} - \sqrt{125}) \div \sqrt[4]{25}$ (2) $\frac{a^2}{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}} \quad (a > 0)$	

分析：在第（1）小题中，只含有根式，且不是同类根式，比较难计算，但把根式先化为分数指数幂再计算，这样就简便多了，同样，第（2）小题也是先把根式转化为分数指数幂后再由运算法则计算。

$$\begin{aligned} \text{解：（1）原式} &= (25^{\frac{1}{3}} - 125^{\frac{1}{2}}) \div 25^{\frac{1}{4}} \\ &= (5^{\frac{2}{3}} - 5^{\frac{3}{2}}) \div 5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}} - 5^{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}} \\ &= 5^{\frac{1}{6}} - 5 = \sqrt[6]{5} - 5 \end{aligned}$$

$$\text{（2）原式} = \frac{a^2}{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{2}{3}}} = a^{2 - \frac{1}{2} - \frac{2}{3}} = a^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{a^5}$$

小结：运算的结果不强求统一用哪一种形式表示，但不能同时含有根号和分数指数，也不能既有分母，又含有负指数。

课堂练习：化简：（1） $(\sqrt{9})^{\frac{2}{3}} (\sqrt[3]{10^2})^{\frac{9}{2}} \div \sqrt[5]{100^2}$

$$\text{（2）} \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$$

$$\text{（3）} \sqrt[a]{\sqrt[a]{a\sqrt{a}}}$$

归纳小结：

1. 熟练掌握有理指数幂的运算法则，化简的基础。
2. 含有根式的式子化简，一般要先把根式转化为分数指数幂后再计算。

作业：

教学后记：



若  $a = 0$ ,  $\begin{cases} \text{当 } x > 0 \text{ 时, } a^x \text{ 等于 } 0 \\ \text{当 } x \leq 0 \text{ 时, } a^x \text{ 无意义} \end{cases}$

若  $a < 0$ , 如  $y = (-2)^x$ , 先时, 对于  $x = \frac{1}{6}, x = \frac{1}{8}$  等等, 在实数范围内的函数值不存在.

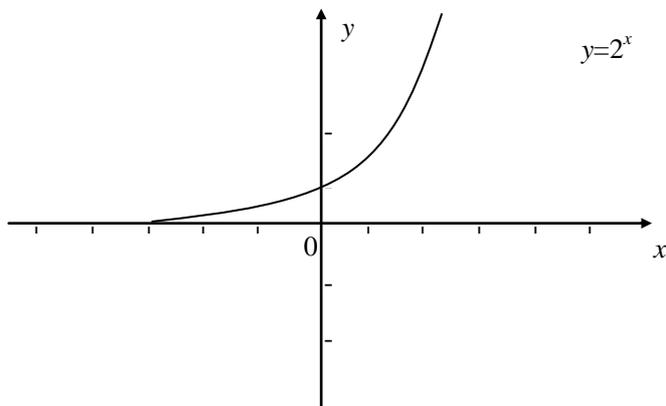
若  $a = 1, y = 1^x = 1$ , 是一个常量, 没有研究的意义, 只有满足  $y = a^x (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$  的形式才能称为指数函数,  $a$  为常数, 象  $y = 2 - 3^x, y = 2^{\frac{1}{x}}, y = x^x, y = 3^{x+5}, y = 3^x + 1$  等等, 不符合  $y = a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  的形式, 所以不是指数函数.

我们在学习函数的单调性的时候, 主要是根据函数的图象, 即用数形结合的方法来研究. 下面我们通过先来研究  $a > 1$  的情况

用计算机完成以下表格, 并且用计算机画出函数  $y = 2^x$  的图象

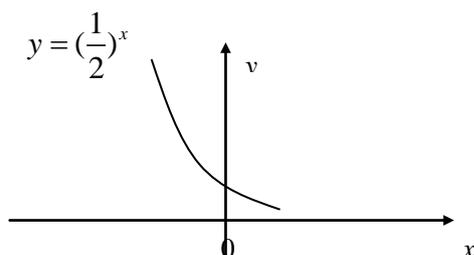
$x$	-3.00	-2.50	-2.00	-1.50	-1.00	0.00	0.50	1.00	1.50
$y = 2^x$	$\frac{1}{-8}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$	1		2	

2.00



再研究,  $0 < a < 1$  的情况, 用计算机完成以下表格并绘出函数  $y = (\frac{1}{2})^x$  的图象.

$x$	-2.50	-2.00	-1.50	-1.00	0.00	1.00	1.50	2.00	2.50
$y = (\frac{1}{2})^x$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$	1		2		4

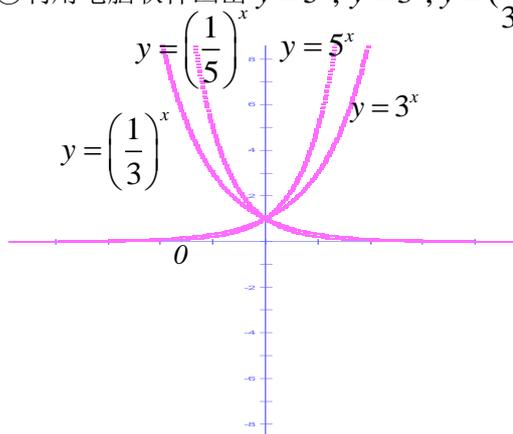


从图中我们看出  $y = 2^x$  与  $y = (\frac{1}{2})^x$  的图象有什么关系？

通过图象看出  $y = 2^x$  与  $y = (\frac{1}{2})^x$  的图象关于  $y$  轴对称，实质是  $y = 2^x$  上的点  $(-x, y)$  与  $y = (\frac{1}{2})^x$  上点  $(-x, y)$  关于  $y$  轴对称。

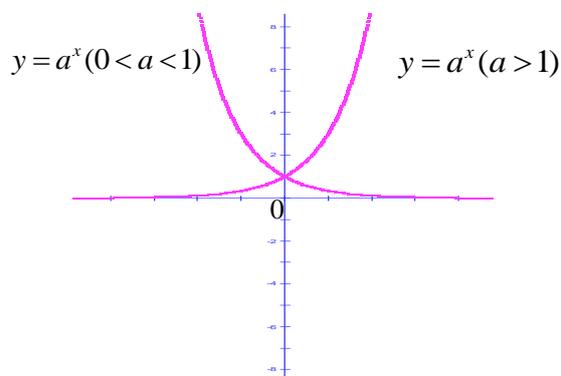
讨论：  $y = 2^x$  与  $y = (\frac{1}{2})^x$  的图象关于  $y$  轴对称，所以这两个函数是偶函数，对吗？

②利用电脑软件画出  $y = 5^x, y = 3^x, y = (\frac{1}{3})^x, y = (\frac{1}{5})^x$  的函数图象。



问题：1：从画出的图象中，你能发现函数的图象与底数间有什么样的规律。

从图上看  $y = a^x$  ( $a > 1$ ) 与  $y = a^x$  ( $0 < a < 1$ ) 两函数图象的特征。



问题 2：根据函数的图象研究函数的定义域、值域、特殊点、单调性、最大（小）值、奇偶性。

问题 3：指数函数  $y = a^x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ )，当底数越大时，函数图象间有什么样的关系。

图象特征		函数性质	
$a > 1$	$0 < a < 1$	$a > 1$	$0 < a < 1$
向 $x$ 轴正负方向无限延伸		函数的定义域为 $\mathbf{R}$	
图象关于原点和 $y$ 轴不对称		非奇非偶函数	
函数图象都在 $x$ 轴上方		函数的值域为 $\mathbf{R}^+$	
函数图象都过定点 $(0, 1)$		$a^0 = 1$	
自左向右， 图象逐渐上升	自左向右， 图象逐渐下降	增函数	减函数

在第一象限内的图象纵坐标都大于 1	在第一象限内的图象纵坐标都小于 1	$x > 0, a^x > 1$	$x > 0, a^x < 1$
在第二象限内的图象纵坐标都小于 1	在第二象限内的图象纵坐标都大于 1	$x < 0, a^x < 1$	$x < 0, a^x > 1$

5. 利用函数的单调性, 结合图象还可以看出:

(1) 在  $[a, b]$  上,  $f(x) = a^x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 值域是  $[f(a), f(b)]$  或  $[f(b), f(a)]$ ;

(2) 若  $x \neq 0$ , 则  $f(x) \neq 1$ ;  $f(x)$  取遍所有正数当且仅当  $x \in \mathbb{R}$ ;

(3) 对于指数函数  $f(x) = a^x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ), 总有  $f(1) = a$ ;

(4) 当  $a > 1$  时, 若  $x_1 < x_2$ , 则  $f(x_1) < f(x_2)$ ;

例题: 例 1: 已知指数函数  $f(x) = a^x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 的图象过点  $(3, \pi)$ , 求  $f(0), f(1), f(-3)$  的值.

分析: 要求  $f(0), f(1), f(-3)$  的值, 只需求出  $a$ , 得出  $f(x) = (\pi^{\frac{1}{3}})^x$ , 再把 0, 1, 3 分别代入  $x$ , 即可求得  $f(0), f(1), f(-3)$ .

提问: 要求出指数函数, 需要几个条件?

课堂练习: 练习: 第 1, 2, 3 题

补充练习: 1、函数  $f(x) = (\frac{1}{2})^x$  的定义域和值域分别是多少?

2、当  $x \in [-1, 1]$  时, 函数  $f(x) = 3^x - 2$  的值域是多少?

解 (1)  $x \in \mathbb{R}, y > 0$  (2)  $(-\frac{5}{3}, 1)$

例 2: 求下列函数的定义域:

(1)  $y = 2^{\frac{4}{x-4}}$  (2)  $y = (\frac{2}{3})^{|x|}$

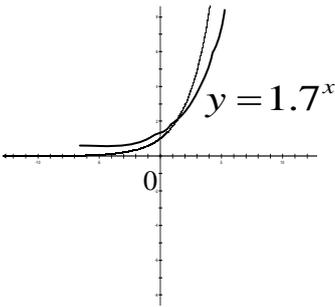
分析: 类为  $y = a^x$  ( $a \neq 1, a > 0$ ) 的定义域是  $\mathbb{R}$ , 所以, 要使 (1), (2) 题的定义域, 保要使其指数部分有意义就得.

3. 归纳小结

(1)、理解指数函数  $y = a^x$  ( $a > 0$ ), 注意  $a > 1$  与  $0 < a < 1$  两种情况.

(2)、解题利用指数函数的图象, 可有利于清晰地分析题目, 培养数型结合与分类讨论的数学思想.

教学后记:

课题： <b>指数函数及其性质（2）</b> 第__课时 总序第__个教案	
课型： <u>新授课</u> 编写时时间：__年__月__日 执行时间：__年__月__日	
教学目标： <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 知识与技能             <ol style="list-style-type: none"> <li>①通过实际问题了解指数函数的实际背景；</li> <li>②理解指数函数的概念和意义，根据图象理解和掌握指数函数的性质。</li> <li>③体会具体到一般数学讨论方式及数形结合的思想；</li> </ol> </li> <li>2. 情感、态度、价值观             <ol style="list-style-type: none"> <li>①让学生了解数学来自生活，数学又服务于生活的哲理。</li> <li>②培养学生观察问题，分析问题的能力。</li> </ol> </li> <li>3. 过程与方法             <p>展示函数图象，让学生通过观察，进而研究指数函数的性质。</p> </li> </ol>	批 注
教学重点：指数函数的概念和性质及其应用。	
教学难点：指数函数性质的归纳，概括及其应用。	
教学用具：多媒体	
教学方法：观察法、讲授法及讨论法。	
教学过程： <ol style="list-style-type: none"> <li>1、复习指数函数的图象和性质</li> <li>2、例题             <p>例 1：比较下列各题中的个值的大小</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>(1) <math>1.7^{2.5}</math> 与 <math>1.7^3</math></li> <li>(2) <math>0.8^{-0.1}</math> 与 <math>0.8^{-0.2}</math></li> <li>(3) <math>1.7^{0.3}</math> 与 <math>0.9^{3.1}</math></li> </ol> <p>解法 1：用数形结合的方法，如第(1)小题，用图形计算器或计算机画出 <math>y = 1.7^x</math> 的图象，在图象上找出横坐标分别为 2.5, 3 的点，显然，图象上横坐标就为 3 的点在</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>横坐标为 2.5 的点的上方，所以 <math>1.7^{2.5} &lt; 1.7^3</math>。</p> <p>解法 2：用计算器直接计算：<math>1.7^{2.5} \approx 3.77</math>     <math>1.7^3 \approx 4.91</math></p> <p>所以，<math>1.7^{2.5} &lt; 1.7^3</math></p> <p>解法 3：由函数的单调性考虑</p> <p>因为指数函数 <math>y = 1.7^x</math> 在 <math>\mathbf{R}</math> 上是增函数，且 <math>2.5 &lt; 3</math>，所以，<math>1.7^{2.5} &lt; 1.7^3</math></p> <p>仿照以上方法可以解决第(2)小题。</p> </li> </ol>	

注：在第（3）小题中，可以用解法 1，解法 2 解决，但解法 3 不适合。

由于  $1.7^{0.3}=0.9^{3.1}$  不能直接看成某个函数的两个值，因此，在这两个数值间找到 1，把这两数值分别与 1 比较大小，进而比较  $1.7^{0.3}$  与  $0.9^{3.1}$  的大小。

思考：

1、已知  $a=0.8^{0.7}$ ,  $b=0.8^{0.9}$ ,  $c=1.2^{0.8}$ ，按大小顺序排列  $a, b, c$ 。

2. 比较  $a^{\frac{1}{3}}$  与  $a^{\frac{1}{2}}$  的大小 ( $a > 0$  且  $a \neq 0$ )。

指数函数不仅能比较与它有关的值的大小，在现实生活中，也有很多实际的应用。

例 2. 截止到 1999 年底，我们人口约 13 亿，如果今后，能将人口年平均增长率控制在 1%，那么经过 20 年后，我国人口数最多为多少（精确到亿）？

分析：可以先考虑一年一年增长的情况，再从中发现规律，最后解决问题：

1999 年底 人口约为 13 亿

经过 1 年 人口约为  $13(1+1\%)$  亿

经过 2 年 人口约为  $13(1+1\%)(1+1\%)=13(1+1\%)^2$  亿

经过 3 年 人口约为  $13(1+1\%)^2(1+1\%)=13(1+1\%)^3$  亿

经过  $x$  年 人口约为  $13(1+1\%)^x$  亿

经过 20 年 人口约为  $13(1+1\%)^{20}$  亿

解：设今后人口年平均增长率为 1%，经过  $x$  年后，我国人口数为  $y$  亿，则

$$y = 13(1+1\%)^x$$

当  $x=20$  时， $y = 13(1+1\%)^{20} \approx 16$ (亿)

答：经过 20 年后，我国人口数最多为 16 亿。

小结：类似上面此题，设原值为  $N$ ，平均增长率为  $P$ ，则对于经过时间  $x$  后总量  $y = N(1+p)^x$ ，像  $y = N(1+p)^x$  等形如  $y = ka^x (K \in R, a > 0$  且  $a \neq 1)$  的函数称为指数型函数。

探究：

(1) 如果人口年均增长率提高 1 个百分点，利用计算器分别计算 20 年后，33 年后的我国人口数。

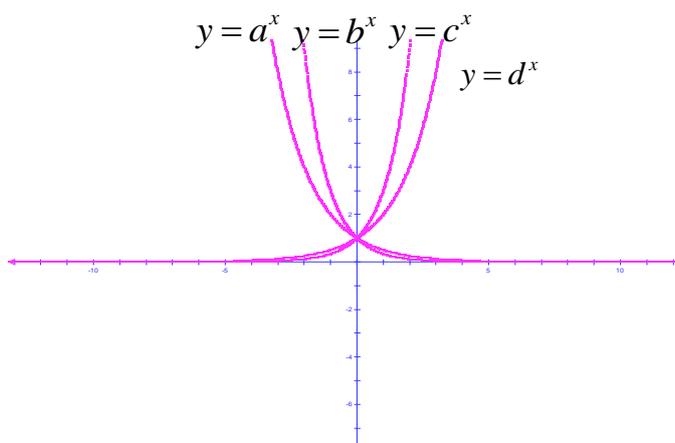
(2) 如果年平均增长率保持在 2%，利用计算器 2020~2100 年，每隔 5 年相应的人口数。

(3) 你看到我国人口数的增长呈现什么趋势？

(4) 如何看待计划生育政策？

### 3. 课堂练习

(1) 右图是指数函数①  $y = a^x$  ②  $y = b^x$  ③  $y = c^x$  ④  $y = d^x$  的图象，判



断  $a, b, c, d$  与 1 的大小关系；

(2) 设  $y_1 = a^{3x+1}$ ,  $y_2 = a^{-2x}$ , 其中  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ , 确定  $x$  为何值时, 有:

①  $y_1 = y_2$

②  $y_1 > y_2$

(3) 用清水漂洗衣服, 若每次能洗去污垢的  $\frac{3}{4}$ , 写出存留污垢  $y$  与漂洗次数  $x$  的函数关系式, 若要使存留的污垢, 不超过原有的 1%, 则至少要漂洗几次 (此题为人教社 B 版 101 页第 6 题)。

归纳小结: 本节课研究了指数函数性质的应用, 关键是要记住  $a > 1$  或  $0 < a < 1$  时  $y = a^x$  的图象, 在此基础上研究其性质。本节课还涉及到指数型函数的应用, 形如  $y = ka^x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ )。

作业:

教学后记:

课题： <u>对数（1）</u>	第 <u>    </u> 课时	总序第 <u>    </u> 个教案
课型： <u>  新授课  </u>	编写时时间： <u>  </u> 年 <u>  </u> 月 <u>  </u> 日	执行时间： <u>  </u> 年 <u>  </u> 月 <u>  </u> 日
教学目标： 1. 知识技能： ①理解对数的概念，了解对数与指数的关系； ②理解和掌握对数的性质； ③掌握对数式与指数式的关系。 2. 过程与方法： 通过与指数式的比较，引出对数定义与性质。 3. 情感、态度、价值观 （1）学会对数式与指数式的互化，从而培养学生的类比、分析、归纳能力。 （2）通过对数的运算法则的学习，培养学生的严谨的思维品质。 （3）在学习过程中培养学生探究的意识。 （4）让学生理解平均之间的内在联系，培养分析、解决问题的能力。	批	注
教学重点：对数式与指数式的互化及对数的性质		
教学难点：推导对数的性质。		
教学用具：投影仪		
教学方法：讲授法、讨论法、类比分析与发现		
教学过程： 1. 提出问题  思考：（教材思考题） $y=13 \times 1.01^x$ 中，哪一年的人口数要达到10亿、20亿、30亿……，该如何解决？ 即： $\frac{18}{13} = 1.01^x, \frac{20}{13} = 1.01^x, \frac{30}{13} = 1.01^x$ ，在个式子中， $x$ 分别等于多少？ 象上面的式子，已知底数和幂的值，求指数，这就是我们这节课所要学习的对数（引出对数的概念）。 1、对数的概念  一般地，若 $a^x = N (a > 0, \text{且} a \neq 1)$ ，那么数 $x$ 叫做以 $a$ 为底 $N$ 的对数，记作 $x = \log_a N$ ， $a$ 叫做对数的底数， $N$ 叫做真数。  举例：如： $4^2 = 16$ ，则 $2 = \log_4 16$ ，读作2是以4为底，16的对数。  $4^{\frac{1}{2}} = 2$ ，则 $\frac{1}{2} = \log_4 2$ ，读作 $\frac{1}{2}$ 是以4为底2的对数。  提问：你们还能找到那些对数的例子？ 2、对数式与指数式的互化 在对数的概念中，要注意： （1）底数的限制 $a > 0$ ，且 $a \neq 1$ （2） $a^x = N \Leftrightarrow \log_a N = x$  指数式 $\Leftrightarrow$ 对数式                      幂底数 $\leftarrow a \rightarrow$ 对数底数 指  数 $\leftarrow x \rightarrow$ 对数                      幂 $\leftarrow N \rightarrow$ 真数  说明：对数式 $\log_a N$ 可看作一记号，表示底为 $a$ （ $a > 0$ ，且 $a \neq 1$ ），幂为 $N$ 的		

指数式表示方程  $a^x = N$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ) 的解. 也可以看作一种运算, 即已知底为  $a$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ) 幂为  $N$ , 求幂指数的运算. 因此, 对数式  $\log_a N$  又可看幂运算的逆运算.

例题: 例 1 将下列指数式化为对数式, 对数式化为指数式.

$$(1) 5^4=645 \quad (2) 2^{-6} = \frac{1}{64} \quad (3) \left(\frac{1}{3}\right)^m = 5.73$$

$$(4) \log_{\frac{1}{2}} 16 = -4 \quad (5) \log_{10} 0.01 = -2 \quad (6) \log_e 10 = 2.303$$

注: (5)、(6) 写法不规范, 等到讲到常用对数和自然对数后, 再向学生说明. (让学生自己完成, 教师巡视指导)

巩固练习: 练习 1、2

3. 对数的性质:

提问: 因为  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  时,  $a^x = N \Leftrightarrow x = \log_a N$

则 ①  $1$ 、 $a^0=1$       ②  $a^1=a$       如何转化为对数式

②负数和零有没有对数?

③根据对数的定义,  $a^{\log_a N} =$

(以上三题由学生先独立思考, 再个别提问解答)

由以上的问题得到: ①  $a^0=1$ ,  $a^1=a$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ )

②  $\because a > 0$ , 且  $a \neq 1$  对任意的  $N$ ,  $\log_a N$  常记为  $\lg N$ . 恒等式:  $a^{\log_a N} = N$

4. 两类对数

① 以 10 为底的对数称为常用对数,  $\log_{10} N$  常记为  $\lg N$ .

② 以无理数  $e=2.71828\cdots$  为底的对数称为自然对数,  $\log_e N$  常记为  $\ln N$ . 以后解题时, 在没有指出对数的底的情况下, 都是指常用对数, 如 100 的对数等于 2, 即  $\lg 100 = 2$ .

说明: 在例 1 中,  $\log_{10} 0.01$  应改为  $\lg 0.01$ ,  $\log_e 10$  应改为  $\ln 10$ .

例 2: 求下列各式中  $x$  的值

$$(1) \log_{64} x = -\frac{2}{3} \quad (2) \log_x 8 = 6 \quad (3) \lg 100 = x \quad (4) -\ln e^2 = x$$

分析: 将对数式化为指数式, 再利用指数幂的运算性质求出  $x$ .

解：(1)  $x = (64)^{-\frac{2}{3}} = (4^3)^{-\frac{2}{3}} = 4^{3 \cdot (-\frac{2}{3})} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$

(2)  $x^6 = 8$ , 所以  $(x^6)^{\frac{1}{6}} = (8)^{\frac{1}{6}} = (2^3)^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

(3)  $10^x = 100 = 10^2$ , 于是  $x = 2$

(4) 由  $-\ln e^2 = x$ , 得  $-x = \ln e^2$ , 即  $e^{-x} = e^2$  所以  $x = -2$

课堂练习：练习 3、4

补充练习：1. 将下列指数式与对数式互化，有  $x$  的求出  $x$  的值。

(1)  $5^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$       (2)  $\log_{\sqrt{2}} 4 = x$       (3)  $3^x = \frac{1}{27}$

(4)  $(\frac{1}{4})^x = 64$       (5)  $\lg 0.0001 = x$       (6)  $\ln e^5 = x$

2. 求  $a^{\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c N}$  的值 ( $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ , 且不等于 1,  $N > 0$ ) .

3. 计算  $3^{\log_3 \sqrt{5}} + \sqrt{3}^{\log_3 \frac{1}{5}}$  的值.

4. 归纳小结：对数的定义：  $a^b = N \Leftrightarrow b = \log_a N$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ )

对数的性质  $\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ 的对数是零, 负数和零没有对数} \\ \log_a a = 1 \quad a > 0 \text{ 且 } a \neq 1 \\ a^{\log_a N} = N \end{array} \right.$

作业：

教学后记：

课题： <u>对数(2)</u> 第 <u>    </u> 课时 总序第 <u>    </u> 个教案	
课型： <u>新授课</u> 编写时时间： <u>    </u> 年 <u>    </u> 月 <u>    </u> 日 执行时间： <u>    </u> 年 <u>    </u> 月 <u>    </u> 日	
教学目标： <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 知识与技能             <ol style="list-style-type: none"> <li>①通过实例推导对数的运算性质，准确地运用对数运算性质进行运算，求值、化简，并掌握化简求值的技能。</li> <li>②运用对数运算性质解决有关问题。</li> <li>③培养学生分析、综合解决问题的能力。</li> </ol>           培养学生数学应用的意识和科学分析问题的精神和态度。         </li> <li>2. 过程与方法             <ol style="list-style-type: none"> <li>①让学生经历并推理出对数的运算性质。</li> <li>②让学生归纳整理本节所学的知识。</li> </ol> </li> <li>3. 情感、态度、和价值观</li> </ol> 让学生感觉对数运算性质的重要性，增加学生的成功感，增强学习的积极性。	批 注
教学重点：对数运算的性质与对数知识的应用。	
教学难点：正确使用对数的运算性质。	
教学用具：投影仪	
教学方法：学生自主推理、讨论和概括，从而更好地完成本节课的教学目标。	
教学过程： <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 设置情境             <p>复习：对数的定义及对数恒等式</p> <math display="block">\log_a N = b \Leftrightarrow a^b = N \quad (a &gt; 0, \text{ 且 } a \neq 1, N &gt; 0),</math> <p>指数的运算性质.</p> <math display="block">a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \quad a^m \div a^n = a^{m-n}; (a^m)^n = a^{mn}; \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}</math> </li> <li>2. 讲授新课             <p>探究：在上课中，我们知道，对数式可看作指数运算的逆运算，你能从指数与对数的关系以及指数运算性质，得出相应的对数运算性质吗？如我们知道 <math>a^m \cdot a^n = a^{m+n}</math>，那 <math>m+n</math> 如何表示，能用对数式运算吗？</p> <p>如：<math>a^m \cdot a^n = a^{m+n}</math>，设 <math>M = a^m, N = a^n</math>。于是 <math>MN = a^{m+n}</math>，由对数的定义得到</p> <math display="block">M = a^m \Leftrightarrow m = \log_a M, N = a^n \Leftrightarrow n = \log_a N</math> <math display="block">MN = a^{m+n} \Leftrightarrow m+n = \log_a MN \therefore \log_a M + \log_a N = \log_a MN \text{(放出投影)}</math> <p>即：同底对数相加，底数不变，真数相乘</p> <p>提问：你能根据指数的性质按照以上的方法推出对数的其它性质吗？</p> <p>(让学生探究，讨论)</p> <p>如果 <math>a &gt; 0</math> 且 <math>a \neq 1, M &gt; 0, N &gt; 0</math>，那么：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>(1) <math>\log_a MN = \log_a M + \log_a N</math></li> <li>(2) <math>\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N</math></li> </ol> </li> </ol>	

$$(3) \log_a M^n = n \log_a M \quad (n \in R)$$

证明:

$$(1) \text{ 令 } M = a^m, N = a^n \quad \text{则: } \frac{M}{N} = a^m \div a^n = a^{m-n} \quad \therefore m-n = \log_a \frac{M}{N}$$

$$\text{又由 } M = a^m, N = a^n \quad \therefore m = \log_a M, n = \log_a N$$

$$\text{即: } \log_a M - \log_a N = m - n = \log_a \frac{M}{N}$$

$$(3) \text{ } n \neq 0 \text{ 时, 令 } N = \log_a M^n, \text{ 则 } M = a^{\frac{N}{n}} \quad b = n \log_a M, \text{ 则 } M = a^{\frac{b}{n}}$$

$$\therefore a^{\frac{N}{n}} = a^{\frac{b}{n}} \quad \therefore N = b \quad \text{即 } \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\text{当 } n=0 \text{ 时, 显然成立.} \quad \therefore \log_a M^n = n \log_a M$$

提问: 1. 在上面的式子中, 为什么要规定  $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ,  $M > 0$ ,  $N > 0$ ?

2. 能用你自己的语言分别表述出以上三个等式吗?

例题: 1. 判断下列式子是否正确,  $a > 0$  且  $a \neq 1$ ,  $x > 0$  且  $a \neq 1$ ,  $x > 0$ ,  $x > y$ , 则有

$$(1) \log_a x \cdot \log_a y = \log_a (x+y) \quad (2) \log_a x - \log_a y = \log_a (x-y)$$

$$(3) \log_a \frac{x}{y} = \log_a x \div \log_a y \quad (4) \log_a xy = \log_a x - \log_a y$$

$$(5) (\log_a x)^n = n \log_a x \quad (6) \log_a x = -\log_a \frac{1}{x}$$

$$(7) \sqrt[n]{\log_a x} = \frac{1}{n} \log_a x$$

例 2: 用  $\log_a x$ ,  $\log_a y$ ,  $\log_a z$  表示出 (1) (2) 小题, 并求出 (3)、(4) 小题的值.

$$(1) \log_a \frac{xy}{z} \quad (2) \log_a \frac{x^2 \sqrt{y}}{\sqrt[3]{8}} \quad (3) \log_z (4^7 \times 2^5) \quad (4) \lg \sqrt[5]{100}$$

分析: 利用对数运算性质直接计算:

$$(1) \log_a \frac{xy}{z} = \log_a xy - \log_a z = \log_a x + \log_a y - \log_a z$$

$$\begin{aligned} (2) \log_a \frac{x^2 \sqrt{y}}{\sqrt[3]{z}} &= \log_a x^2 \sqrt{y} - \log_a \sqrt[3]{z} = \log_a x^2 + \log_a \sqrt{y} - \log_a \sqrt[3]{z} \\ &= 2 \log_a x + \frac{1}{2} \log_a y - \frac{1}{3} \log_a z \end{aligned}$$

$$(3) \log_2 (4^7 \times 2^5) = \log_2 4^7 + \log_2 2^5 = 14 + 5 = 19$$

$$(4) \lg \sqrt[5]{100} = \lg 10^{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5}$$

点评：此题关键是要记住对数运算性质的形式，要求学生不要记住公式。让学生完成练习的第 1，2，3 题

提出问题：

你能根据对数的定义推导出下面的换底公式吗？

$a > 0$ ，且  $a \neq 1$ ， $c > 0$ ，且  $c \neq 1$ ， $b > 0$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

先让学生自己探究讨论，教师巡视，最后投影出证明过程。

设  $M = \log_c a$ ， $N = \log_c b$ ，则  $a = c^M$ ， $b = c^N$  且

$$a^{\frac{1}{M}} = c, \text{ 所以 } c^N = (a^{\frac{1}{M}})^N = a^{\frac{N}{M}} = b$$

$$\text{即：} \frac{N}{M} = \log_a b, \text{ 又因为 } \frac{N}{M} = \frac{\log_c b}{\log_c a} \text{ 所以：} \frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b$$

小结：以上这个式子换底公式，换的底  $C$  只要满足  $C > 0$  且  $C \neq 1$  就行了，除此之外，对  $C$  再也没有什么特定的要求。

提问：你能用自己的话概括出换底公式吗？

说明：我们使用的计算器中，“log”通常是常用对数。因此，要使用计算器对数，

一定要先用换底公式转化为常用对数。如： $\log_2 3 = \frac{\lg 3}{\lg 2}$

即计算  $\log_2 3$  的值的按键顺序为：“log” → “3” → “÷” → “log” → “2” → “=”

再如：在前面要求我国人口达到 18 亿的年份，就是要计算

$$x = \log_{1.01} \frac{18}{13} \text{ 所以}$$

$$x = \log_{1.01} \frac{18}{13} = \frac{\lg \frac{18}{13}}{\lg 1.01} = \frac{\lg 18 - \lg 13}{\lg 1.01} \approx \frac{1.2553 - 1.139}{0.043} = 32.8837 \approx 33(\text{年})$$

让学生自己阅读思考教材例 5，教师点拨。

3、归纳小结

(1) 学习归纳本节

(2) 你认为学习对数有什么意义？大家议论。

4、作业：

思考：(1) 证明和应用对数运算性质时，应注意哪些问题？

(2)  $\log_2(-3)(-5)$  等于  $\log_2(-3) + \log_2(-5)$  吗？

教学后记：

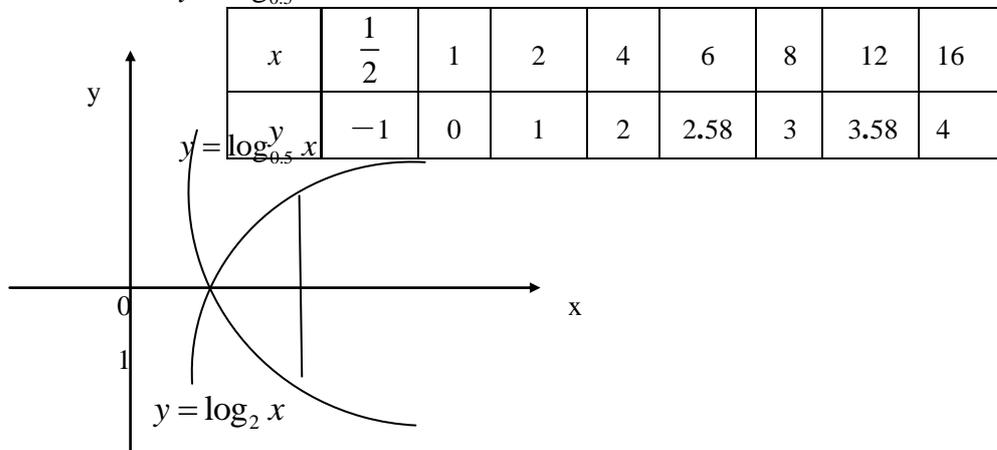
课题： <b>对数函数及其性质（1）</b> 第___课时 总序第___个教案	
课型： <u>新授课</u> 编写时时间：___年___月___日 执行时间：___年___月___日	
教学目标： <ol style="list-style-type: none"> <li>知识技能             <ol style="list-style-type: none"> <li>①对数函数的概念，熟悉对数函数的图象与性质规律.</li> <li>②掌握对数函数的性质，能初步运用性质解决问题.</li> </ol> </li> <li>过程与方法             <p>让学生通过观察对数函数的图象，发现并归纳对数函数的性质.</p> </li> <li>情感、态度与价值观             <ol style="list-style-type: none"> <li>①培养学生数形结合的思想以及分析推理的能力；</li> <li>②培养学生严谨的科学态度.</li> </ol> </li> </ol>	批 注
教学重点：理解对数函数的定义，掌握对数函数的图象和性质.	
教学难点：底数 $a$ 对图象的影响及对数函数性质的作用.	
教学用具：多媒体计算机辅助教学.	
教学方法：通过让学生观察、思考、交流、讨论、发现函数的性质.	
教学过程： <ol style="list-style-type: none"> <li>设置情境             <p>在 2. 2. 1 的例 6 中，考古学家利用 <math>\log_{5730} \sqrt{\frac{1}{2}} P</math> 估算出土文物或古遗址的年代，对于每一个 <math>C_{14}</math> 含量 <math>P</math>，通过关系式，都有唯一确定的年代 <math>t</math> 与之对应. 同理，对于每一个对数式 <math>y = \log_a x</math> 中的 <math>x</math>，任取一个正的实数值，<math>y</math> 均有唯一的值与之对应，所以 <math>y = \log_a x</math> 关于 <math>x</math> 的函数.</p> </li> <li>探索新知             <p>一般地，我们把函数 <math>y = \log_a x</math> (<math>a &gt; 0</math> 且 <math>a \neq 1</math>) 叫做对数函数，其中 <math>x</math> 是自变量，函数的定义域是 <math>(0, +\infty)</math>.</p> <p>提问：(1). 在函数的定义中，为什么要限定 <math>a &gt; 0</math> 且 <math>a \neq 1</math>.</p> <p>(2). 为什么对数函数 <math>y = \log_a x</math> (<math>a &gt; 0</math> 且 <math>a \neq 1</math>) 的定义域是 <math>(0, +\infty)</math>. 组织学生充分讨论、交流，使学生更加理解对数函数的含义，从而加深对对数函数的理解.</p> <p>答：①根据对数与指数式的关系，知 <math>y = \log_a x</math> 可化为 <math>a^y = x</math>，由指数的概念，要使 <math>a^y = x</math> 有意义，必须规定 <math>a &gt; 0</math> 且 <math>a \neq 1</math>.</p> <p>②因为 <math>y = \log_a x</math> 可化为 <math>x = a^y</math>，不管 <math>y</math> 取什么值，由指数函数的性质，<math>a^y &gt; 0</math>，所以 <math>x \in (0, +\infty)</math>.</p> <p>例题 1：求下列函数的定义域</p> <p>(1) <math>y = \log_a x^2</math>                      (2) <math>y = \log_a (4-x)</math>                      (<math>a &gt; 0</math> 且 <math>a \neq 1</math>)</p> <p>分析：由对数函数的定义知：<math>x^2 &gt; 0</math>；<math>4-x &gt; 0</math>，解出不等式就可求出定义域.</p> </li> </ol>	

解：(1) 因为  $x^2 > 0$ ，即  $x \neq 0$ ，所以函数  $y = \log_a x^2$  的定义域为  $\{x | x \neq 0\}$ 。

(2) 因为  $4 - x > 0$ ，即  $x < 4$ ，所以函数  $y = \log_a^{(4-x)}$  的定义域为  $\{x | x < 4\}$ 。

下面我们来研究函数的图象，并通过图象来研究函数的性质：

先完成表 2-3，并根据此表用描点法或用电脑画出函数  $y = \log_2 x$  的图象，再利用电脑软件画出  $y = \log_{0.5} x$  的图象。

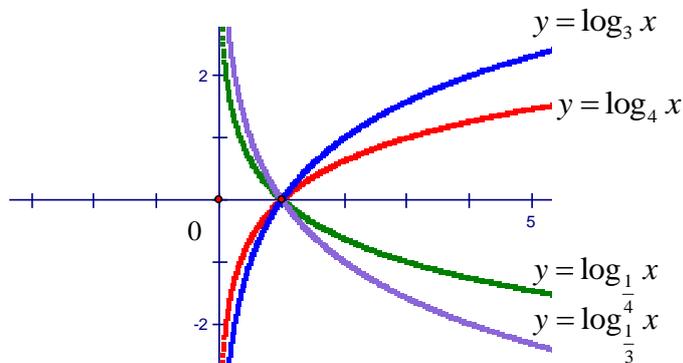


注意到： $y = \log_{\frac{1}{2}} x = -\log_2 x$ ，若点  $(x, y)$  在  $y = \log_2 x$  的图象上，则点  $(x, -y)$  在  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$  的图象上。由于  $(x, -y)$  与  $(x, y)$  关于  $x$  轴对称，因此， $y = \log_{\frac{1}{2}} x$  的图象与  $y = \log_2 x$  的图象关于  $x$  轴对称。所以，由此我们可以画出  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$  的图象。

先由学生自己画出  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$  的图象，再由电脑软件画出  $y = \log_2 x$  与  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$  的图象。

探究：选取底数  $a (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$  的若干不同的值，在同一平面直角坐标系内作出相应的对数函数的图象。观察图象，你能发现它们有哪些特征吗？

作法：用多媒体再画出  $y = \log_4 x$ ， $y = \log_3 x$ ， $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  和  $y = \log_{\frac{1}{4}} x$



提问：通过函数的图象，你能说出底数与函数图象的关系吗？函数的图象有何特征，性质又如何？

先由学生讨论、交流，教师引导总结出函数的性质。(投影)

图象的特征	函数的性质
(1) 图象都在 $y$ 轴的右边	(1) 定义域是 $(0, +\infty)$
(2) 函数图象都经过 $(1, 0)$ 点	(2) 1 的对数是 0
(3) 从左往右看，当 $a > 1$ 时，图象逐渐上升，当 $0 < a < 1$ 时，图象逐渐下降。	(3) 当 $a > 1$ 时， $y = \log_a x$ 是增函数， $0 < a < 1$ 时， $y = \log_a x$ 是减函数
(4) 当 $a > 1$ 时，函数图象在 $(1, 0)$ 点右边的纵坐标都大于 0，在 $(1, 0)$ 点左边的纵坐标都小于 0。当 $0 < a < 1$ 时，图象正好相反，在 $(1, 0)$ 点右边的纵坐标都小于 0，在 $(1, 0)$ 点左边的纵坐标都大于 0。	(4) 当 $a > 1$ 时 $x > 1$ ，则 $\log_a x > 0$ $0 < x < 1$ ， $\log_a x < 0$ 当 $0 < a < 1$ 时 $x > 1$ ，则 $\log_a x < 0$ $0 < x < 1$ ， $\log_a x > 0$

由上述表格可知，对数函数的性质如下（先由学生仿造指数函数性质完成，教师适当启发、引导）：

	$a > 1$	$0 < a < 1$
图 象		
性 质	(1) 定义域 $(0, +\infty)$ ;	
	(2) 值域 $\mathbf{R}$ ;	
	(3) 过点 $(1, 0)$ ，即当 $x=1$ ， $y=0$ ;	
	(4) 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数	在 $(0, +\infty)$ 是上减函数

例题训练：

1. 比较下列各组数中的两个值大小

(1)  $\log_2 3.4$ ， $\log_2 8.5$

(2)  $\log_{0.3} 1.8$ ， $\log_{0.3} 2.7$

(3)  $\log_a 5.1$ ， $\log_a 5.9$  ( $a > 0$ ，且  $a \neq 1$ )

分析：由数形结合的方法或利用函数的单调性来完成：

(1) 解法 1：用图形计算器或多媒体画出对数函数  $y = \log_2 x$  的图象。在图象上，横坐标为 3、4 的点在横坐标为 8.5 的点的下方：

所以,  $\log_2 3.4 < \log_2 8.5$

解法 2: 由函数  $y = \log_2 x$  在  $R^+$  上是单调增函数, 且  $3.4 < 8.5$ , 所以  $\log_2 3.4 < \log_2 8.5$ .

解法 3: 直接用计算器计算得:  $\log_2 3.4 \approx 1.8$ ,  $\log_2 8.5 \approx 3.1$

(2) 第(2)小题类似

(3) 注: 底数是常数, 但要分类讨论  $a$  的范围, 再由函数单调性判断大小.

解法 1: 当  $a > 1$  时,  $y = \log_a x$  在  $(0, +\infty)$  上是增函数, 且  $5.1 < 5.9$ .

所以,  $\log_a 5.1 < \log_a 5.9$

当  $a < 1$  时,  $y = \log_a x$  在  $(0, +\infty)$  上是减函数, 且  $5.1 < 5.9$ .

所以,  $\log_a 5.1 > \log_a 5.9$

解法 2: 转化为指数函数, 再由指数函数的单调判断大小不一,

令  $b_1 = \log_a 5.1$ , 则  $a^{b_1} = 5.1$ , 令  $b_2 = \log_a 5.9$ , 则  $a^{b_2} = 5.9$ , 则  $a^{b_2} = 5.9$

当  $a > 1$  时,  $y = a^x$  在  $R$  上是增函数, 且  $5.1 < 5.9$

所以,  $b_1 < b_2$ , 即  $\log_a 5.1 < \log_a 5.9$

当  $0 < a < 1$  时,  $y = a^x$  在  $R$  上是减函数, 且  $5.1 > 5.9$

所以,  $b_1 < b_2$ , 即  $\log_a 5.1 > \log_a 5.9$

说明: 先画图象, 由数形结合方法解答  
补充练习

1. 已知函数  $y = f(2^x)$  的定义域为  $[-1, 1]$ , 则函数  $y = f(\log_2 x)$  的定义域为\_\_

2. 求函数  $y = 2 + \log_2 x (x \geq 1)$  的值域.

3. 已知  $\log_m 7 < \log_n 7 < 0$ , 按大小顺序排列  $m, n, 0, 1$

4. 已知  $0 < a < 1$ ,  $b > 1$ ,  $ab > 1$ . 比较  $\log_a \frac{1}{b}$ ,  $\log_a b$ ,  $\log_b \frac{1}{b}$  的大小

归纳小结:

② 对数函数的概念必要性与重要性;

② 对数函数的性质, 列表展现.

教学后记:

课题：对数函数及其性质(2) 第    课时 总序第    个教案

课型：新授课 编写时时间：    年    月    日 执行时间：    年    月    日

教学目标：

1. 知识与技能
  - (1) 知识与技能
  - (2) 了解反函数的概念，加深对函数思想的理解。
2. 过程与方法
 

学生通过观察和类比函数图象，体会两种函数的单调性差异。
3. 情感、态度、价值观
  - (1) 体会指数函数与指数；
  - (2) 进一步领悟数形结合的思想。

批 注

教学重点：指数函数与对数函数内在联系。

教学难点：反函数概念的理解。

教学用具：投影仪。

教学方法：通过图象，理解对数函数与指数函数的关系。

教学过程：

1. 复习
  - (1) 函数的概念
  - (2) 用列表描点法在同一个直角坐标点中画出  $y = 2^x$  与  $y = \log_2 x$  的函数图象。

2. 讲授新知

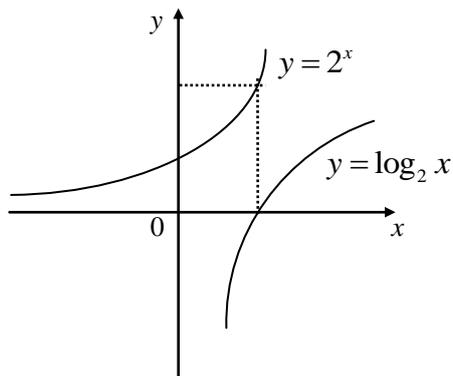
$$y = 2^x$$

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	...

$$y = \log_2 x$$

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	...

图象如下：



探究：在指数函数  $y = 2^x$  中， $x$  为自变量， $y$  为因变量，如果把  $y$  当成自变量， $x$  当成因变量，那么  $x$  是  $y$  的函数吗？如果是，那么对应关系是什么？如果不是，请说明理由。

引导学生通过观察、类比、思考与交流，得出结论。

在指数函数  $y = 2^x$  中， $x$  是自变量， $y$  是  $x$  的函数 ( $x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}^+$ )，而且其在  $\mathbf{R}$  上是单调递增函数。过  $y$  轴正半轴上任意一点作  $x$  轴的平行线，与  $y = 2^x$  的图象有且只有一个交点。由指数式与对数式关系， $y = 2^x$  得  $x = \log_2 y$ ，即对于每一个  $y$ ，在关系式  $x = \log_2 y$  的作用之下，都有唯一的确定的值  $x$  和它对应，所以，可以把  $y$  作为自变量， $x$  作为  $y$  的函数，我们说  $x = \log_2 y$  是  $y = 2^x (x \in \mathbf{R})$  的反函数。

从我们的列表中知道， $y = 2^x$  与  $x = \log_2 y$  是同一个函数图象。

3. 引出反函数的概念（只让学生理解，加宽学生视野）

当一个函数是一一映射时，可以把这个函数的因变量作为一个新的函数自变量，而把这个函数的自变量作为新的函数的因变量，我们称这两个函数为反函数。

由反函数的概念可知，同底的指数函数和对数函数互为反函数。

如  $x = \log_3 y$  是  $y = 3^x$  的反函数，但习惯上，通常以  $x$  表示自变量， $y$  表示函数，对调  $x = \log_3 y$  中的  $x, y$  写成  $y = \log_3 x$ ，这样  $y = \log_3 x \quad x \in (0, +\infty)$  是指数函数  $y = 3^x (x \in \mathbf{R})$  的反函数。

以后，我们所说的反函数是  $x, y$  对调后的函数，如  $y = 2^x (x \in \mathbf{R})$  的反函数是  $y = \log_2 x \quad x \in (0, +\infty)$ 。

同理， $y = a^x (a \neq 1 \text{ 且 } a > 1)$  的反函数是  $y = \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 。

课堂练习：求下列函数的反函数

(1)  $y = 5^x$                       (2)  $y = \log_{0.5} x$

归纳小结：

1. 今天我们主要学习了什么？
2. 你怎样理解反函数？

课后思考：（供学有余力的学生练习）

我们知道  $y = a^x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 与对数函数  $y = \log_a x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 互为反函数，探索下列问题。

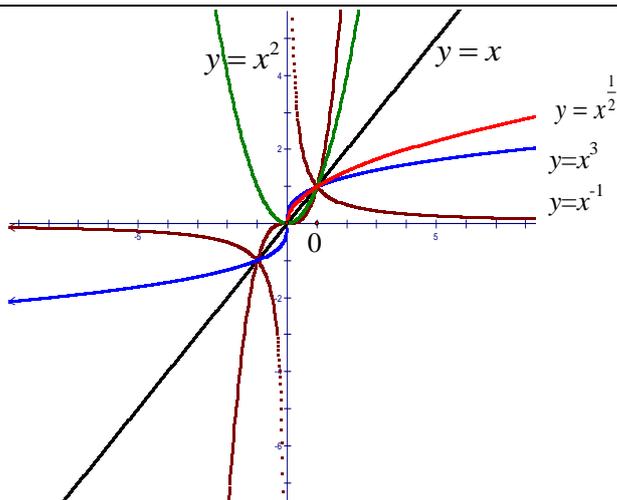
1. 在同一平面直角坐标系中，画出  $y = 2^x$  与  $y = \log_2 x$  的图象，你能发现这两个函数有什么样的对称性吗？

2. 取  $y = 2^x$  图象上的几个点，写出它们关于直线  $y = x$  的对称点坐标，并判断它们是否在  $y = \log_2 x$  的图象上吗？为什么？

3. 由上述探究你能得出什么结论，此结论对于  $y = a^x$  与  $y = \log_a x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 成立吗？

教学后记：

课题： <u>幂函数</u>	第 <u>    </u> 课时	总序第 <u>    </u> 个教案
课型： <u>新授课</u>	编写时时间： <u>    </u> 年 <u>    </u> 月 <u>    </u> 日	执行时间： <u>    </u> 年 <u>    </u> 月 <u>    </u> 日
教学目标： 1. 知识技能 (1) 理解幂函数的概念； (2) 通过具体实例了解幂函数的图象和性质，并能进行初步的应用。 2. 过程与方法 类比研究一般函数，指数函数、对数函数的过程与方法，后研幂函数的图象和性质。 3. 情感、态度、价值观 (1) 进一步渗透数形结合与类比的思想方法； (2) 体会幂函数的变化规律及蕴含其中的对称性。	批 注	
教学重点：从五个具体的幂函数中认识的概念和性质。		
教学难点：从幂函数的图象中概括其性质。		
教学用具：通过类比、思考、交流、讨论，理解幂函数的定义和性质。		
教学方法：多媒体		
教学过程： 引入新知 阅读教材 P <sub>77</sub> 的具体实例 (1) ~ (5)，思考下列问题。 (1) 它们的对应法则分别是什么？ (2) 以上问题中的函数有什么共同特征？ 让学生独立思考后交流，引导学生概括出结论 答：1、(1) 乘以 1                      (2) 求平方                      (3) 求立方 (4) 求算术平方根              (5) 求 -1 次方  2、上述的问题涉及到的函数，都是形如： $y = x^\alpha$ ，其中 $x$ 是自变量， $\alpha$ 是常数。 探究新知： 1. 幂函数的定义  一般地，形如 $y = x^\alpha$ ( $x \in \mathbf{R}$ ) 的函数称为幂函数，其中 $x$ 是自变量， $\alpha$ 是常数。  如 $y = x^2, y = x^{\frac{1}{3}}, y = x^{-\frac{1}{4}}$ 等都是幂函数，幂函数与指数函数，对数函数一样，都是基本初等函数。  2. 研究函数的图象  (1) $y = x$ (2) $y = x^{\frac{1}{2}}$ (3) $y = x^2$ (4) $y = x^{-1}$ (5) $y = x^3$ 一. 提问：如何画出以上五个函数图象   引导学生用列表描点法，应用函数的性质，如奇偶性，定义域等，画出函数图象，最后，教师利用电脑软件画出以上五个数数的图像。		



让学生通过观察图像，分组讨论，探究幂函数的性质和图像的变化规律，教师注意引导学生用类比研究指数函数，对函数的方法研究幂函数的性质。通过观察图像，填 P<sub>91</sub> 探究中的表格

	$y = x$	$y = x^2$	$y = x^3$	$y = x^{\frac{1}{2}}$	$y = x^{-1}$
定义域	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\{x   x \geq 0\}$	$\{x   x \neq 0\}$
奇偶性	奇	奇	奇	非奇非偶	奇
在第 I 象限单调增减性	在第 I 象限单调递增	在第 I 象限单调递增	在第 I 象限单调递增	在第 I 象限单调递增	在第 I 象限单调递减
定点	(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)

### 3. 幂函数性质

(1) 所有的幂函数在  $(0, +\infty)$  都有定义，并且图象都过点  $(1, 1)$  (原因:  $1^x = 1$ );

(2)  $x > 0$  时，幂函数的图象都通过原点，并且在  $[0, +\infty)$  上，是增函数 (从左往右看，函数图象逐渐上升)。

特别地，当  $x > 1$ ， $x > 1$  时， $x \in (0, 1)$ ， $y = x^2$  的图象都在  $y = x$  图象的下方，形状向下凸越大，下凸的程度越大 (你能找出原因吗?)

当  $\alpha < 1$  时， $x \in (0, 1)$ ， $y = x^2$  的图象都在  $y = x$  的图象上方，形状向上凸， $\alpha$  越小，上凸的程度越大 (你能说出原因吗?)

(3)  $\alpha < 0$  时，幂函数的图象在区间  $(0, +\infty)$  上是减函数。

在第一象限内，当  $x$  向原点靠近时，图象在  $y$  轴的右方无限逼近  $y$  轴正半轴，当  $x$  慢慢地变大时，图象在  $x$  轴上方并无限逼近  $x$  轴的正半轴。

例题： 1. 证明幂函数  $f(x) = \sqrt{x}$  在  $[0, +\infty)$  上是增函数

证：任取  $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$ ，且  $x_1 < x_2$  则

$$f(x_1) - f(x_2) = \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}$$

$$= \frac{(\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2})(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})}{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}} = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}$$

因  $x_1 - x_2 < 0$ ,  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} > 0$

所以  $f(x_1) < f(x_2)$ , 即  $f(x) = \sqrt{x}$  在  $[0, +\infty]$  上是增函数.

思考: 我们知道, 若  $y = f(x) > 0$ , 若  $\frac{f(x_1)}{f(x_2)} < 1$  得  $f(x_1) < f(x_2)$ , 你能否用这种作

比的方法来证明  $f(x) = \sqrt{x}$  在  $[0, +\infty)$  上是增函数, 利用这种方法需要注意些什么?

2. 利用函数的性质, 判断下列两个值的大小

(1)  $2^{\frac{1}{6}}, 3^{\frac{1}{6}}$       (2)  $(x+1)^{\frac{3}{2}}, x^{\frac{3}{2}}$  ( $x > 0$ )      (3)  $(a^2+4)^{\frac{2}{4}}, 4^{\frac{2}{4}}$

分析: 利用幂函数的单调性来比较大小.

5. 课堂练习

画出  $y = x^{\frac{2}{3}}$  的大致图象, 并求出其定义域、奇偶性, 并判断和证明其单调性.

6. 归纳小结: 提问方式

- (1) 我们今天学习了哪一类基本函数, 它们定义是怎样描述的?
- (2) 你能根据函数图象说出有关幂函数的性质吗?

作业:

教学后记:

课题：小结与复习

第    课时

总序第    个教案

课型：复习课

编写时时间：    年    月    日

执行时间：    年    月    日

教学目标：

批 注

1.知识与技能

- (1) 理解指数与对数,指数函数与对数函数的联系.
- (2) 能更加熟练地解决与指数函数,对数函数有关的问题.

2.过程与方法

通过提问,分析点评,让学生更能熟悉指数函数,对数函数的性质.

3.情感、态度、价值观

- (1) 提高学生的认知水平, 为学生塑造良好的数学认识结构.
- (2) 培养学生数形结合的思想观念及抽象思维能力.

教学重点：指数函数与对数函数的性质。

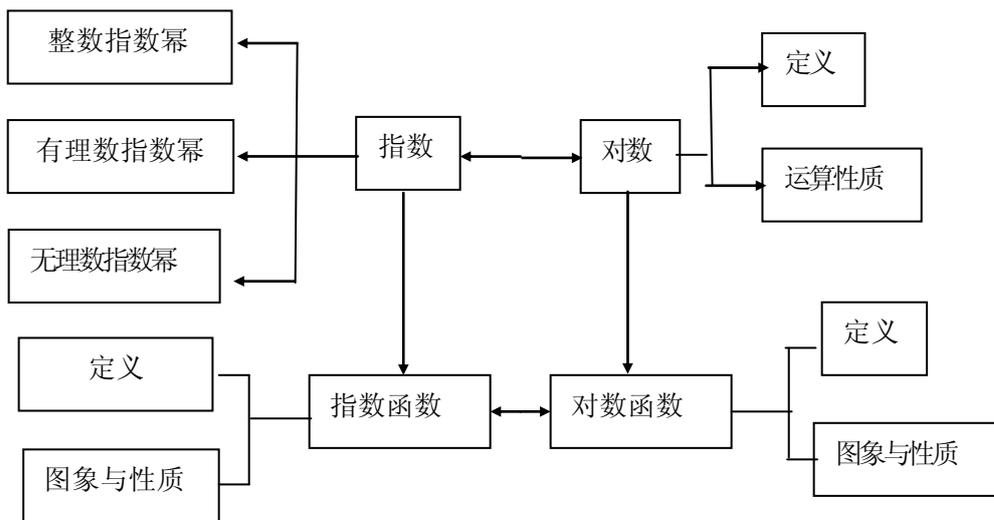
教学难点：灵活运用函数性质解决有关问题。

教学用具：投影仪。

教学方法：讲授法、讨论法。

教学过程：

1、回顾本章的知识结构



2、指数与对数

指数式与对数式的互化

幂值  $\longleftrightarrow$  真数

$$a^b = N \Leftrightarrow \log_a N = b$$

底数

指数  $\longleftrightarrow$  对数值

提问：在对数式中， $a$ ， $N$ ， $b$  的取值范围是什么？

例 1: 已知  $\log_{54} 27 = a$ ,  $54^b = 3$ , 用  $a, b$  表示  $\log_{108} 81$  的值

解法 1: 由  $54^b = 3$  得  $\log_{54} 3 = b$

$$\therefore \log_{108} 81 = \frac{\log_{54} 81}{\log_{54} 108} = \frac{\log_{54} 27 + \log_{54} 3}{\log_{54} 2 + 1} = \frac{a + b}{2 - \log_{54} 27} = \frac{a + b}{2 - a}$$

解法 2: 由  $\log_{54} 27 = a$  得  $54 = 27^a$

设  $x = \log_{108} 81$ , 则  $108^x = 81$

所以  $(54^2 \times 27^{-1})^x = 3 \times 27$

即:  $(54^2 \times 54^{-a})^x = 54^b \times 54^a$

所以  $54^{2x-ax} = 54^{a+b}$ , 即  $2x - ax = a + b$

因此得:  $x = \frac{a+b}{2-a}$

(1) 法 1 是通过指数化成对数, 再由对数的运算性质和换底公式计算结果.

法 2 是通过将对数化成指数, 再由指数的运算性质计算出结果, 但法 2 运算的技巧性较大.

## 2. 指数函数与对数函数

问题 1: 函数  $y = a^x$  与  $y = \log_a x$  中,  $a$  与  $x$  分别必须满足什么条件.

问题 2: 在同一直角坐标系中画出函数  $y = a^x$  与  $\log_a x$  的图象, 并说明两者之间的关系.

问题 3: 根据图象说出指数函数与对数函数的性质.

例 2: 已知函数  $y(x)$  的图象沿  $x$  轴方向向左平移 1 个单位后与  $f(x) = 3^x$  的图象关于直线  $y = x$  对称, 且  $g(19) = a + 2$ , 则函数  $y = 3^{ax} (0 < x \leq 1)$  的值域为 \_\_\_\_\_.

分析: 函数  $y = 3^x$  关于直线  $y = x$  对称的函数为  $y = \log_3(x-1)$

$$\therefore g(19) = \log_3 18 = 2 + \log_3 2$$

$$\therefore a = \log_3 2, \therefore y = 3^{ax} = (3^{\log_3 2})^x = 2^x$$

$$\therefore x \in (0, 1], \text{ 则 } y \in (1, 2]$$

小结: 底数相同的指数函数与对数函数关于  $y = x$  对称, 它们之间还有一个关系式子:

$$a^{\log_a N} = N (a \neq 1, a > 0, N > 0)$$

例 3: 已知  $f(x) = \log_a \frac{1+x}{1-x} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

(1) 求  $f(x)$  的定义域

(2) 求使  $f(x) > 0$  的  $x$  的取值范围

分析: (1) 要求  $f(x) = \log_a \frac{1+x}{1-x}$  的定义域,

$$\text{则应有 } \frac{1+x}{1-x} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1+x > 0 \\ 1-x > 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 1+x < 0 \\ 1-x < 0 \end{cases}$$

(2) 注意考虑不等号右边的 0 化为  $\log_a 1$ ，则 (2) 小题变为  $\log_a \frac{1+x}{1-x} > \log_a 1$ ，再分  $a > 1$  和  $0 < a < 1$  两种情况分别求出  $\frac{1+x}{1-x} > 1$  和  $0 < \frac{1+x}{1-x} < 1$ 。

建议：通过提问由学生作答

课堂小结：

1. 指数与对数实质上只是同一数量关系的两种不同的形式，它们之间可以互化，这种等价互化也是指数运算和对数运算的常用方法。

2. 底数相同的指数函数和对数函数互为反函数，它们的图象关于  $y = x$  对称，它们在各自的定义域内增减性是一致的，通过函数图象，利用数形结合，记作指数函数与对数函数的性质。

作业：

教学后记：

### 第三章 函数的应用

课题：方程的根与函数的零点 第    课时 总序第    个教案

课型：新授课 编写时时间：    年    月    日 执行时间：    年    月    日

教学目标：

1. 知识与技能
  - ①理解函数（结合二次函数）零点的概念，领会函数零点与相应方程要的关系，掌握零点存在的判定条件.
  - ②培养学生的观察能力.
  - ③培养学生的抽象概括能力.
2. 过程与方法
  - ①通过观察二次函数图象，并计算函数在区间端点上的函数值之积的特点，找到连续函数在某个区间上存在零点的判断方法.
  - ②让学生归纳整理本节所学知识.
3. 情感、态度与价值观
 

在函数与方程的联系中体验数学中的转化思想的意义和价值.

批 注

教学重点：零点的概念及存在性的判定.

教学难点：零点的确定.

教学用具：投影仪

教学方法：学生在老师的引导下，通过阅读教材，自主学习、思考、交流、讨论和概括，从而完成本节课的教学目标.

教学过程：

(一)创设情景，揭示课题

1、提出问题：一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 的根与二次函数

$y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象有什么关系？

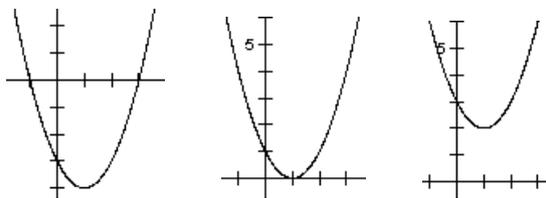
2. 先来观察几个具体的一元二次方程的根及其相应的二次函数的图象：

(用投影仪给出)

①方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  与函数  $y = x^2 - 2x - 3$

②方程  $x^2 - 2x + 1 = 0$  与函数  $y = x^2 - 2x + 1$

③方程  $x^2 - 2x + 3 = 0$  与函数  $y = x^2 - 2x + 3$



1. 师：引导学生解方程，画函数图象，分析方程的根与图象和  $x$  轴交点坐标的关系，引出零点的概念.

生：独立思考完成解答，观察、思考、总结、概括得出结论，并进行交流.

师：上述结论推广到一般的一元二次方程和二次函数又怎样？

(二) 互动交流 研讨新知

函数零点的概念:

对于函数  $y = f(x)(x \in D)$ , 把使  $f(x) = 0$  成立的实数  $x$  叫做函数  $y = f(x)(x \in D)$  的零点.

函数零点的意义:

函数  $y = f(x)$  的零点就是方程  $f(x) = 0$  实数根, 亦即函数  $y = f(x)$  的图象与  $x$  轴交点的横坐标.

即:

方程  $f(x) = 0$  有实数根  $\Leftrightarrow$  函数  $y = f(x)$  的图象与  $x$  轴有交点  $\Leftrightarrow$  函数  $y = f(x)$  有零点.

函数零点的求法:

求函数  $y = f(x)$  的零点:

① (代数法) 求方程  $f(x) = 0$  的实数根;

② (几何法) 对于不能用求根公式的方程, 可以将它与函数  $y = f(x)$  的图象联系起来, 并利用函数的性质找出零点.

1. 师: 引导学生仔细体会左边的这段文字, 感悟其中的思想方法.

生: 认真理解函数零点的意义, 并根据函数零点的意义探索其求法:

①代数法;

②几何法.

2. 根据函数零点的意义探索研究二次函数的零点情况, 并进行交流, 总结概括形成结论.

二次函数的零点:

二次函数  $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ .

(1)  $\Delta > 0$ , 方程  $ax^2 + bx + c = 0$  有两不等实根, 二次函数的图象与  $x$  轴有两个交点, 二次函数有两个零点.

(2)  $\Delta = 0$ , 方程  $ax^2 + bx + c = 0$  有两相等实根 (二重根), 二次函数的图象与  $x$  轴有一个交点, 二次函数有一个二重零点或二阶零点.

(3)  $\Delta < 0$ , 方程  $ax^2 + bx + c = 0$  无实根, 二次函数的图象与  $x$  轴无交点, 二次函数无零点.

3. 零点存在性的探索:

(I) 观察二次函数  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  的图象:

① 在区间 $[-2,1]$ 上有零点\_\_\_\_\_;

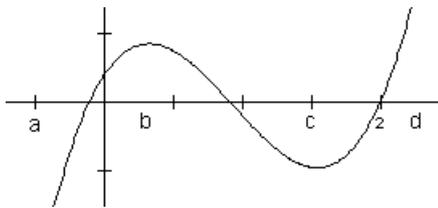
$$f(-2) = \text{_____}, f(1) = \text{_____},$$

$$f(-2) \cdot f(1) \text{_____} 0 \text{ (<或>=)}.$$

② 在区间 $[2,4]$ 上有零点\_\_\_\_\_;

$$f(2) \cdot f(4) \text{_____} 0 \text{ (<或>=)}.$$

(II) 观察下面函数  $y = f(x)$  的图象



① 在区间 $[a,b]$ 上\_\_\_\_\_ (有/无) 零点;

$$f(a) \cdot f(b) \text{_____} 0 \text{ (<或>=)}.$$

② 在区间 $[b,c]$ 上\_\_\_\_\_ (有/无) 零点;

$$f(b) \cdot f(c) \text{_____} 0 \text{ (<或>=)}.$$

③ 在区间 $[c,d]$ 上\_\_\_\_\_ (有/无) 零点;

$$f(c) \cdot f(d) \text{_____} 0 \text{ (<或>=)}.$$

由以上两步探索, 你可以得出什么样的结论?

怎样利用函数零点存在性定理, 断定函数在某给定区间上是否存在零点?

4. 生: 分析函数, 按提示探索, 完成解答, 并认真思考.

师: 引导学生结合函数图象, 分析函数在区间端点上的函数值的符号情况, 与函数零点是否存在之间的关系.

生: 结合函数图象, 思考、讨论、总结归纳得出函数零点存在的条件, 并进行交流、评析.

师: 引导学生理解函数零点存在定理, 分析其中各条件的作用.

(三)、巩固深化, 发展思维

1. 学生在教师指导下完成下列例题

例1. 求函数  $f(x) = \ln x + 2x - 6$  的零点个数.

(1) 你可以想到什么方法来判断函数零点个数? [12999.com](http://12999.com)

(2) 判断函数的单调性, 由单调性你能得该函数的单调性具有什么特性?

例 2. 求函数  $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$ ，并画出它的大致图象.

师：引导学生探索判断函数零点的方法，指出可以借助计算机或计算器来画函数的图象，结合图象对函数有一个零点形成直观的认识.

生：借助计算机或计算器画出函数的图象，结合图象确定零点所在的区间，然后利用函数单调性判断零点的个数.

2. 练习第 1, 2 题

(四)、归纳整理，整体认识

1. 请学生回顾本节课所学知识内容有哪些，所涉及到的主要数学思想又有哪些；
2. 在本节课的学习过程中，还有哪些不太明白的地方，请向老师提出。

(五)、布置作业：

教学后记：

课题：用二分法求方程的近似解 第    课时 总序第    个教案

课型：新授课 编写时时间：    年    月    日 执行时间：    年    月    日

<p>教学目标:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 知识与技能             <ol style="list-style-type: none"> <li>(1) 解二分法求解方程的近似解的思想方法, 会用二分法求解具体方程的近似解;</li> <li>(2) 体会程序化解决问题的思想, 为算法的学习作准备。</li> </ol> </li> <li>2. 过程与方法             <ol style="list-style-type: none"> <li>(1) 让学生在求解方程近似解的实例中感知二分法思想;</li> <li>(2) 让学生归纳整理本节所学的知识。</li> </ol> </li> <li>3. 情感、态度与价值观             <ol style="list-style-type: none"> <li>①体会二分法的程序化解决问题的思想, 认识二分法的价值所在, 使学生更加热爱数学;</li> <li>②培养学生认真、耐心、严谨的数学品质。</li> </ol> </li> </ol>	批 注
<p>教学重点: 用二分法求解函数 <math>f(x)</math> 的零点近似值的步骤。</p>	
<p>教学难点: 为何由 <math> a - b  &lt; \varepsilon</math> 便可判断零点的近似值为 <math>a</math>(或 <math>b</math>)?</p>	
<p>教学用具: 计算器</p>	
<p>教学方法: 讨论法</p>	
<p>教学过程:</p> <p>(一)、创设情景, 揭示课题</p> <p>提出问题:</p> <p>(1) 一元二次方程可以用公式求根, 但是没有公式可以用来求解放程 <math>\ln x + 2x - 6 = 0</math> 的根; 联系函数的零点与相应方程根的关系, 能否利用函数的有关知识来求她的根呢?</p> <p>(2) 通过前面一节课的学习, 函数 <math>f(x) = \ln x + 2x - 6</math> 在区间内有零点; 进一步的问题是, 如何找到这个零点呢?</p> <p>(二)、研讨新知</p> <p>一个直观的想法是: 如果能够将零点所在的范围尽量的缩小, 那么在一定的精确度的要求下, 我们可以得到零点的近似值; 为了方便, 我们通过“取中点”的方法逐步缩小零点所在的范围。</p> <p>取区间 <math>(2, 3)</math> 的中点 <math>2.5</math>, 用计算器算得 <math>f(2.5) \approx -0.084</math>, 因为 <math>f(2.5) \cdot f(3) &lt; 0</math>, 所以零点在区间 <math>(2.5, 3)</math> 内;</p> <p>再取区间 <math>(2.5, 3)</math> 的中点 <math>2.75</math>, 用计算器算得 <math>f(2.75) \approx 0.512</math>, 因为 <math>f(2.75) \cdot f(2.5) &lt; 0</math>, 所以零点在 <math>(2.5, 2.75)</math> 内;</p> <p>由于 <math>(2, 3)</math>, <math>(2.5, 3)</math>, <math>(2.5, 2.75)</math> 越来越小, 所以零点所在范围确实越来越小了; 重复上述步骤, 那么零点所在范围会越来越小, 这样在有限次重复相同的步骤后, 在一定的精确度下, 将所得到的零点所在区间上任意的一点作为零点的近似值, 特别地可以将区间的端点作为零点的近似值。例如, 当精确度为 <math>0.01</math> 时, 由于 <math> 2.5390625 - 2.53125  = 0.0078125 &lt; 0.01</math>, 所以我们可以将 <math>x = 2.54</math> 作为函数 <math>f(x) = \ln x + 2x - 6</math> 零点的近似值, 也就是方程 <math>\ln x + 2x - 6 = 0</math> 近似值。</p> <p>这种求零点近似值的方法叫做二分法。</p> <p>1. 师: 引导学生仔细体会上边的这段文字, 结合课本上的相关部分, 感悟其中的思想方法。</p> <p>生: 认真理解二分法的函数思想, 并根据课本上二分法的一般步骤, 探索其求法。</p> <p>2. 为什么由 <math> a - b  &lt; \varepsilon</math> 便可判断零点的近似值为 <math>a</math> (或 <math>b</math>) ?</p> <p>先由学生思考几分钟, 然后作如下说明:</p> <p>设函数零点为 <math>x_0</math>, 则 <math>a &lt; x_0 &lt; b</math>, 则:</p> $0 < x_0 - a < b - a, \quad a - b < x_0 - b < 0;$	

<p>由于 <math> a - b  &lt; \varepsilon</math>，所以</p> <p><math> x_0 - a  &lt; b - a &lt; \varepsilon</math>，<math> x_0 - b  &lt;  a - b  &lt; \varepsilon</math>，</p> <p>即 <math>a</math> 或 <math>b</math> 作为零点 <math>x_0</math> 的近似值都达到了给定的精确度 <math>\varepsilon</math>。</p> <p>(三)、巩固深化，发展思维</p> <p>1. 学生在老师引导启发下完成下面的例题</p> <p>    例 2. 借助计算器用二分法求方程 <math>2^x + 3x = 7</math> 的近似解（精确到 0.01）</p> <p>    问题：原方程的近似解和哪个函数的零点是等价的？</p> <p>    师：引导学生在方程右边的常数移到左边，把左边的式子令为 <math>f(x)</math>，则原方程的解就是 <math>f(x)</math> 的零点。</p> <p>    生：借助计算机或计算器画出函数的图象，结合图象确定零点所在的区间，然后利用二分法求解。</p> <p>(四)、归纳整理，整体认识</p> <p>    在师生的互动中，让学生了解或体会下列问题：</p> <p>    (1) 本节我们学过哪些知识内容？</p> <p>    (2) 你认为学习“二分法”有什么意义？</p> <p>    (3) 在本节课的学习过程中，还有哪些不明白的地方？</p> <p>(五)、布置作业：</p>	
<p>教学后记：</p>	

课题： <u>几类不同增长的函数模型</u>	第 <u>    </u> 课时	总序第 <u>    </u> 个教案
课型： <u>新授课</u>	编写时时间： <u>    </u> 年 <u>    </u> 月 <u>    </u> 日	执行时间： <u>    </u> 年 <u>    </u> 月 <u>    </u> 日
教学目标：	批 注	

<p>1. 知识与技能 结合实例体会直线上升、指数爆炸、对数增长等不同增长的函数模型意义,理解它们的增长差异性.</p> <p>2. 过程与方法 能够借助信息技术,利用函数图象及数据表格,对几种常见增长类型的函数的增长状况进行比较,初步体会它们的增长差异性;收集一些社会生活中普遍使用的函数模型(指数函数、对数函数、幂函数、分段函数等),了解函数模型的广泛应用.</p> <p>3. 情感、态度、价值观 体验函数是描述宏观世界变化规律的基本数学模型,体验指数函数、对数函数等函数与现实世界的密切联系及其在刻画现实问题中的作用.</p>
<p>教学重点:将实际问题转化为函数模型,比较常数函数、一次函数、指数函数、对数函数模型的增长差异,结合实例体会直线上升、指数爆炸、对数增长等不同函数类型增长的含义.</p>
<p>教学难点:选择合适的数学模型分析解决实际问题.</p>
<p>教学用具:多媒体</p>
<p>教学方法:学生通过阅读教材,动手画图,自主学习、思考,并相互讨论,进行探索.</p>
<p>教学过程:</p> <p>(一)引入实例,创设情景.</p> <p>教师引导学生阅读例 1,分析其中的数量关系,思考应当选择怎样的函数模型来描述;由学生自己根据数量关系,归纳概括出相应的函数模型,写出每个方案的函数解析式,教师在数量关系的分析、函数模型的选择上作指导.</p> <p>(二)互动交流,探求新知.</p> <p>1. 观察数据,体会模型.</p> <p>教师引导学生观察例 1 表格中三种方案的数量变化情况,体会三种函数的增长差异,说出自己的发现,并进行交流.</p> <p>2. 作出图象,描述特点.</p> <p>教师引导学生借助计算器作出三个方案的函数图象,分析三种方案的不同变化趋势,并进行描述,为方案选择提供依据.</p> <p>(三)实例运用,巩固提高.</p> <p>1. 教师引导学生分析影响方案选择的因素,使学生认识到要做出正确选择除了考虑每天的收益,还要考虑一段时间内的总收益.学生通过自主活动,分析整理数据,并根据其中的信息做出推理判断,获得累计收益并给出本例的完整解答,然后全班进行交流.</p> <p>2. 教师引导学生分析例 2 中三种函数的不同增长情况对于奖励模型的影响,使学生明确问题的实质就是比较三个函数的增长情况,进一步体会三种基本函数模型在实际中广泛应用,体会它们的增长差异.</p> <p>3. 教师引导学生分析得出:要对每一个奖励模型的奖金总额是否超出 5 万元,以及奖励比例是否超过 25% 进行分析,才能做出正确选择,学会对数据的特点与作用进行分析、判断.</p> <p>4. 教师引导学生利用解析式,结合图象,对例 2 的三个模型的增长情况进行分析比较,写出完整的解答过程.进一步认识三个函数模型的增长差异,并掌握解答的规范要求.</p> <p>5. 教师引导学生通过以上具体函数进行比较分析,探究幂函数 <math>y = x^n</math> (<math>n &gt; 0</math>)、指数函数 <math>y = a^n</math> (<math>a &gt; 1</math>)、对数函数 <math>y = \log_a x</math> (<math>a &gt; 1</math>) 在区间 <math>(0, +\infty)</math> 上的增长差异,并从函数的性质上进行研究、论证,同学之间进行交流总结,形成结论性报</p>

告. 教师对学生的结论进行评析, 借助信息技术手段进行验证演示.

在区间  $(0, +\infty)$  上, 尽管函数  $y = a^x$  ( $a > 1$ ),  $y = \log_a x$  ( $a > 1$ ) 和  $y = x^n$  ( $n > 0$ ) 都是增函数, 但它们的增长速度不同, 而且不在同一个“档次”上. 随着  $x$  的增大,  $y = a^x$  ( $a > 1$ ) 的增长速度越来越快, 会超过并远远大于  $y = x^n$  ( $n > 0$ ) 的增长速度, 而  $y = \log_a x$  ( $a > 1$ ) 得增长速度则会越来越慢. 因此, 总会存在一个  $x_0$ , 当  $x > x_0$  时, 就有  $\log_a x < x^n < a^x$ .

#### 6. 课堂练习

教材练习 1、2, 并由学生演示, 进行讲评.

#### (四) 归纳总结, 提升认识.

教师通过计算机作图进行总结, 使学生认识直线上升、指数爆炸、对数增长等不同函数模型的含义及其差异, 认识数学与现实生活、与其他学科的密切联系, 从而体会数学的实用价值和内在变化规律.

#### (五) 布置作业

收集一些社会生活中普遍使用的递增的一次函数、指数函数、对数函数的实例, 对它们的增长速度进行比较, 了解函数模型的广泛应用, 并思考. 有时同一个实际问题可以建立多个函数模型, 在具体应用函数模型时, 应该怎样选用合理的函数模型.

教学后记:

课题: 函数模型的应用实例 (I) 第 \_\_\_ 课时 总序第 \_\_\_ 个教案

课型: 新授课 编写时时间: \_\_\_ 年 \_\_\_ 月 \_\_\_ 日 执行时间: \_\_\_ 年 \_\_\_ 月 \_\_\_ 日

教学目标:

1. 知识与技能 能够找出简单实际问题中的函数关系式, 初步体会应用一次函

批 注

<p>数、二次函数模型解决实际问题.</p> <p>2. 过程与方法 感受运用函数概念建立模型的过程和方法, 体会一次函数、二次函数模型在数学和其他学科中的重要性.</p> <p>3. 情感、态度、价值观 体会运用函数思想处理现实生活中和社会中的一些简单问题的实用价值.</p>	
<p>教学重点: 运用一次函数、二次函数模型解决一些实际问题.</p>	
<p>教学难点: 将实际问题转变为数学模型.</p>	
<p>教学用具: 多媒体</p>	
<p>教学方法: 学生自主阅读教材, 采用尝试、讨论方式进行探究.</p>	
<p>教学过程:</p> <p>(一) 创设情景, 揭示课题</p> <p>引例: 大约在一千五百年前, 大数学家孙子在《孙子算经》中记载了这样的一道题: “今有雉兔同笼, 上有三十五头, 下有九十四足, 问雉兔各几何?” 这四句的意思就是: 有若干只有几只鸡和兔? 你知道孙子是如何解答这个“鸡兔同笼”问题的吗? 你有什么更好的方法? 老师介绍孙子的大胆解法: 他假设砍去每只鸡和兔一半的脚, 则每只鸡和兔就变成了“独脚鸡”和“双脚兔”. 这样, “独脚鸡”和“双脚兔”脚的数量与它们头的数量之差, 就是兔子数, 即: <math>47 - 35 = 12</math>; 鸡数就是: <math>35 - 12 = 23</math>.</p> <p>比例激发学生学习兴趣, 增强其求知欲望.</p> <p>可引导学生运用方程的思想解答“鸡兔同笼”问题.</p> <p>(二) 结合实例, 探求新知</p> <p>例 1. 某列火车从北京西站开往石家庄, 全程 277km, 火车出发 10min 开出 13km 后, 以 120km/h 匀速行驶. 试写出火车行驶的总路程 <math>S</math> 与匀速行驶的时间 <math>t</math> 之间的关系式, 并求火车离开北京 2h 内行驶的路程.</p> <p>探索:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) 本例所涉及的变量有哪些? 它们的取值范围怎样;</li> <li>2) 所涉及的变量的关系如何?</li> <li>3) 写出本例的解答过程.</li> </ol> <p>老师提示: 路程 <math>S</math> 和自变量 <math>t</math> 的取值范围 (即函数的定义域), 注意 <math>t</math> 的实际意义. 学生独立思考, 完成解答, 并相互讨论、交流、评析.</p> <p>例 2. 某农家旅游公司有客房 300 间, 每间日房租为 20 元, 每天都客满. 公司欲提高档次, 并提高租金, 如果每间客房日增加 2 元, 客房出租数就会减少 10 间. 若不考虑其他因素, 旅社将房间租金提高到多少时, 每天客房的租金总收入最高?</p> <p>引导学生探索过程如下:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) 本例涉及到哪些数量关系?</li> <li>2) 应如何选取变量, 其取值范围又如何?</li> <li>3) 应当选取何种函数模型来描述变量的关系?</li> <li>4) “总收入最高”的数学含义如何理解?</li> </ol> <p>根据老师的引导启发, 学生自主, 建立恰当的函数模型, 进行解答, 然后交流、进行评析.</p> <p>[略解: ]</p> <p>设客房日租金每间提高 <math>2x</math> 元, 则每天客房出租数为 <math>300 - 10x</math>, 由 <math>x &gt; 0</math>, 且 <math>300 - 10x &gt; 0</math> 得: <math>0 &lt; x &lt; 30</math></p> <p>设客房租金总收入 <math>y</math> 元, 则有:</p> $y = (20 + 2x)(300 - 10x)$ $= -20(x - 10)^2 + 8000 \quad (0 < x < 30)$	

由二次函数性质可知当  $x=10$  时,  $y_{\max}=8000$ .

所以当每间客房日租金提高到  $20+10\times 2=40$  元时, 客户租金总收入最高, 为每天 8000 元.

老师小结: 通过以上两例, 数学模型是用数学语言模拟现实的一种模型, 它把实际问题中某些事物的主要特征和关系抽象出来, 并用数学语言来表达, 这一过程称为建模, 是解应用题的关键. 数学模型可采用各种形式, 如方程(组), 函数解析式, 图形与网络等.

课堂练习: 要建一个容积为  $8\text{m}^3$ , 深为 2m 的长方体无盖水池, 如果池底和池壁的造价每平方米分别为 120 元和 80 元, 试求应当怎样设计, 才能使水池总造价最低? 并求此最低造价.

(三) 归纳整理, 发展思维.

引导学生共同小结, 归纳一般的应用题的求解方法步骤:

1) 合理选取变量, 建立实际问题中的变量之间的函数关系, 从而将实际问题转化为

函数模型问题:

2) 运用所学知识研究函数问题得到函数问题的解答;

3) 将函数问题的解翻译或解释成实际问题的解;

4) 在将实际问题向数学问题的转化过程中, 能画图的要画图, 可借助于图形的直观

性, 研究两变量间的联系. 抽象出数学模型时, 注意实际问题对变量范围的限制.

(三) 布置作业

教学后记:

课题: 函数模型的应用实例(II) 第      课时 总序第      个教案

课型: 新授课 编写时间:      年      月      日 执行时间:      年      月      日

教学目标:

批 注

<p>1. 知识与技能 能够利用给定的函数模型或建立确定性函数模型解决实际问题.</p> <p>2. 过程与方法 进一步感受运用函数概念建立函数模型的过程和方法,对给定的函数模型进行简单的分析评价.</p> <p>3. 情感、态度、价值观 体会运用函数思想处理现实生活中和社会中的一些简单问题的实用价值.</p>																		
<p>教学重点: 利用给定的函数模型或建立确定性函数模型解决实际问题.</p>																		
<p>教学难点: 将实际问题转化为数学模型,并对给定的函数模型进行简单的分析评价.</p>																		
<p>教学用具: 多媒体</p>																		
<p>教学方法: 自主学习和尝试,互动式讨论.</p>																		
<p>教学过程:</p> <p>(一) 创设情景,揭示课题.</p> <p>现实生活中有些实际问题所涉及的数学模型是确定的,但需我们利用问题中的数据及其蕴含的关系来建立.对于已给定数学模型的问题,我们要对所确定的数学模型进行分析评价,验证数学模型的与所提供的数据的吻合程度.</p> <p>(二) 实例尝试,探求新知</p> <p>例 1. 一辆汽车在某段路程中的行驶速度与时间的关系如图所示.</p> <p>1) 写出速度 <math>v</math> 关于时间 <math>t</math> 的函数解析式;</p> <p>2) 写出汽车行驶路程 <math>y</math> 关于时间 <math>t</math> 的函数关系式,并作图象;</p> <p>3) 求图中阴影部分的面积,并说明所求面积的实际含义;</p> <p>4) 假设这辆汽车的里程表在汽车行驶这段路程前的读数为 2004km,试建立汽车行驶这段路程时汽车里程表读数 <math>s</math> 与时间 <math>t</math> 的函数解析式,并作出相应的图象.</p> <p>本例所涉及的数学模型是确定的,需要利用问题中的数据及其蕴含的关系建立数学模型,此例分段函数模型刻画实际问题.</p> <p>教师要引导学生从条块图象的独立性思考问题,把握函数模型的特征.</p> <p>注意培养学生的读图能力,让学生懂得图象是函数对应关系的一种重要表现形式.</p> <p>例 2. 人口问题是当今世界各国普遍关注的问题,认识人口数量的变化规律,可以为有效控制人口增长提供依据.早在 1798,英国经济学家马尔萨斯就提出了自然状态下的人口增长模型:</p> $y = y_0 e^{rt}$ <p>其中 <math>t</math> 表示经过的时间, <math>y_0</math> 表示 <math>t = 0</math> 时的人口数, <math>r</math> 表示人口的年均增长率.</p> <p>下表是 1950~1959 年我国的人口数据资料:(单位:万人)</p> <table border="1"> <tr> <td>年份</td> <td>1950</td> <td>1951</td> <td>1952</td> <td>1953</td> <td>1954</td> </tr> <tr> <td>人数</td> <td>55196</td> <td>56300</td> <td>57482</td> <td>58796</td> <td>60266</td> </tr> <tr> <td>年份</td> <td>1955</td> <td>1956</td> <td>1957</td> <td>1958</td> <td>1959</td> </tr> </table>	年份	1950	1951	1952	1953	1954	人数	55196	56300	57482	58796	60266	年份	1955	1956	1957	1958	1959
年份	1950	1951	1952	1953	1954													
人数	55196	56300	57482	58796	60266													
年份	1955	1956	1957	1958	1959													

人数						
<p>1) 如果以各年人口增长率的平均值作为我国这一时期的人口增长率（精确到 0.0001），用马尔萨斯人口增长模型建立我国在这一时期的具体人口增长模型，并检验所得模型与实际人口数据是否相符；</p> <p>2) 如果按表中的增长趋势，大约在哪一年我国的人口将达到 13 亿？</p> <p>探索以下问题：</p> <p>1) 本例中所涉及的数量有哪些？</p> <p>2) 描述所涉及数量之间关系的函数模型是否是确定的，确定这种模型需要几个因素？</p> <p>3) 根据表中数据如何确定函数模型？</p> <p>4) 对于所确定的函数模型怎样进行检验，根据检验结果对函数模型又应做出如何评价？</p> <p>如何根据确定的函数模型具体预测我国某个时间的人口数，用的是何种计算方法？</p> <p>本例的题型是利用给定的指数函数模型 <math>y = y_0 e^{rt}</math> 解决实际问题的一类问题，引导学生认识到确定具体函数模型的关键是确定两个参数 <math>y_0</math> 与 <math>t</math>。</p> <p>完成数学模型的确定之后，因为计算较繁，可以借助计算器。</p> <p>在验证问题中的数据与所确定的数学模型是否吻合时，可引导学生利用计算器或计算机作出所确定函数的图象，并由表中数据作出散点图，通过比较来确定函数模型与人口数据的吻合程度，并使学生认识到表格也是描述函数关系的一种形式。</p> <p>引导学生明确利用指数函数模型对人口增长情况的预测，实质上是通过求一个对数值来确定 <math>t</math> 的近似值。</p> <p>课堂练习：某工厂今年 1 月、2 月、3 月生产某种产品的数量分别为 1 万件，1.2 万件，1.3 万件，为了估计以后每个月的产量，以这三个月的产品数量为依据用一个函数模拟该产品的月产量 <math>t</math> 与月份的 <math>x</math> 关系，模拟函数可以选用二次函数或函数 <math>y = ab^x + c</math> (其中 <math>a, b, c</math> 为常数)。已知 4 月份该产品的产量为 1.37 万件，请问用以上哪个函数作为模拟函数较好，并说明理由。</p> <p>探索以下问题：</p> <p>1) 本例给出两种函数模型，如何根据已知数据确定它们？</p> <p>2) 如何对所确定的函数模型进行评价？</p>						

本例是不同函数的比较问题，要引导学生利用待定系数法确定具体的函数模型。引导学生认识到比较函数模型优劣的标准是4月份产量的吻合程度，这也是对函数模型评价的依据。

本例渗透了数学思想方法，要培养学生有意识地运用。

三. 归纳小结，发展思维.

利用给定函数模型或建立确定的函数模型解决实际问题的方法：

- 1) 根据题意选用恰当的函数模型来描述所涉及的数量之间的关系；
- 2) 利用待定系数法，确定具体函数模型；
- 3) 对所确定的函数模型进行适当的评价；
- 4) 根据实际问题对模型进行适当的修正.

从以上各例体会到：根据收集到的数据，作出散点图，然后通过观察图象，判断问题适用的函数模型，借助计算器或计算机数据处理功能，利用待定系数法得出具体的函数解析式，再利用得到的函数模型解决相应的问题，这是函数应用的一个基本过程。

图象、表格和解析式都可能是函数对应关系的表现形式。在实际应用时，经常需要将函数对应关系的一种形式向另一种转化。

(四) 布置作业：

教学后记：

www.xkb1.com