

## **Abstract**

Since the conception of Ultra-wideband (UWB) radar was given first in the conference of Ultra-wideband radar in Los Alamos in 1990. People have done a lot of research about it. The main difference between UWB radar and traditional radar is that UWB radar's fraction bandwidth is wider. So UWB radar make it possible that some detection that was thinked difficult before. Because the digital circuit is better on the stability, anti-jamming and procesing the signal, the digital receiver has standed for the developmental direction of the mordern advanced receiver.

The paper analyzes the influence of the quantification error existing in the digital receiver on the output of pulse compressed signal. And then it introduces a novel technique for digitally obtaining the in-phase ( I ) and quadrature (Q) components of an IF signal.It is DPD technique.

Finally, the influence of quantification error on the output of pulse compression signal is simulated by using the LFM signal and the NLFM signal. At the same time the effect of the imbalance of I、 Q channel is simulated too. These conclution have given some reference for the system projection.

### **Key words:**

Ultra-wideband Radar Receiver Quantification Pulse  
compression LFM NLFM

## 第一章 绪论

### 1.1 引言

本课题来源于国家九五军事预研项目“超宽带雷达目标信息提取”。

数字信号处理已广泛的用于许多领域。在电子战接收机中，数字信号处理以往一直使用在晶体检波器之后。即以往的电子战接收机都是先用晶体视频检波器把射频信号变换成视频信号后，再进行数字化处理，这样检波器就破坏了信号载频和相位信息。如果检波器能用一个模数转换器（ADC）来代替，则所有的信号信息都将保留下来。随着模数转换器（ADC）技术的飞速发展以及数字信号处理速度的不断提高，使这一设想成为可能。

在电子战数字接收机中没有晶体视频检波器，ADC 的输出是数字的，数字信号处理更稳定可靠，因为它没有模拟电路中那样的温度漂移、增益变化及直流电平漂移。因此，需要的校正也较少。如果能应用高分辨力谱估计技术，则频率分辨力可以非常精。在许多谱估计方案中，结果与高信噪比时的克拉墨一劳边界相似，而这种结果模拟式接收机是不能获得的。

当然，为了变换宽带接收机中的信号，ADC 必须以非常高的取样速度工作。同时为了以较小的量化误差来数字化信号，ADC 还必须有许多位数。在一个 ADC 中同时要达到这两个目标是非常困难的，为了使 ADC 达到一定的取样速度，往往对 ADC 的取样位数降低要求，这样在数字接收机中就会引入一定的量化误差，进而对后续的信号处理产生一定的影响。本文就采用调频脉冲压缩雷达信号的数字接收机中量化误差对脉冲压缩输出结果的影响在理论上进行了分析和探讨，并用计算机作了大量的仿真。同时对 I、Q 信道的不平衡性作了分析，仿真了其对于线性调频信号脉压输出的影响。这对数字脉冲压缩系统的工程实现具有一定的参考价值。

### 1.2 超宽带雷达数字接收机简介

在实际应用中，我们对从雷达观察空域接收到的信息数量及质量提出了越

来越高的要求。然而一般的现代雷达的频率带宽不超过载频的 10%，实际上已用尽了其提供信息的潜力。一种有效的解决方法是采用超宽带信号（UWBS），超宽带雷达通常定义为：雷达辐射信号的分数带宽（FBW）大于 0.25 的雷达。对于无载波超宽带信号来说，其分数带宽为：

$$FBW = \frac{2(f_H - f_L)}{f_H + f_L}$$

其中  $f_H$  和  $f_L$  由能量带宽（BE）定义给出。BE 是频率带宽的范围，其上限为  $f_H$ ，下限为  $f_L$ 。另一种超宽带雷达的分数带宽定义为：

$$FBW = \frac{\Delta f}{f_c}$$

其中， $\Delta f$  是绝对带宽， $f_c$  是载波（或中心）频率。

超宽带雷达与传统的窄带雷达相比有许多优点。以频率带宽为 1GHz 的无载波纳秒级脉冲作信号的视频雷达为例，其潜在的优点有[17]：

1. 提高距离分辨力和距离测量精度。
2. 由于脉冲信号电平降低，提高了抗无源杂波的性能。
3. 提高雷达对窄带电磁辐射和杂波的影响。
4. 形成检测目标的无旁瓣二次方向图。
5. 由于直射波和反射波传输路径的差异，在低仰角形成平坦的监视平面。
6. 能检测涂有射频吸收材料的隐身目标。

以上优点只能说是有可能获得的，因为至今还没有一个统一的令人满意的超宽带雷达理论。在这方面还有许多工作要做。在用超宽带雷达的观察过程与传统的窄带雷达的观察过程有明显的差别。在许多情况下传统窄带雷达的检测理论是不适用于超宽带雷达的，我们必须寻找另外的解决方法。

超宽带信号的一个主要特征是很宽的瞬时带宽，目标回波信号含有丰富的信息，因而超宽带雷达接收机必须是：超宽带，高灵敏度，高信噪比并具有高速实时处理能力。为满足以上要求，一种比较理想的方案是采用多通道接收机。该接收机一种比较典型的结构如图 1-1。在该接收机中关键器件是通道滤波器。

在雷达接收机的实际应用中，子信道的带宽与子信道的数目是由所用的 A/D

转化器决定的。如图中 A/D 工作在 200MHz 的采样率下，为了覆盖 1GHz 的带宽，就必须有五个子信道并使用 1:5 的功分器。

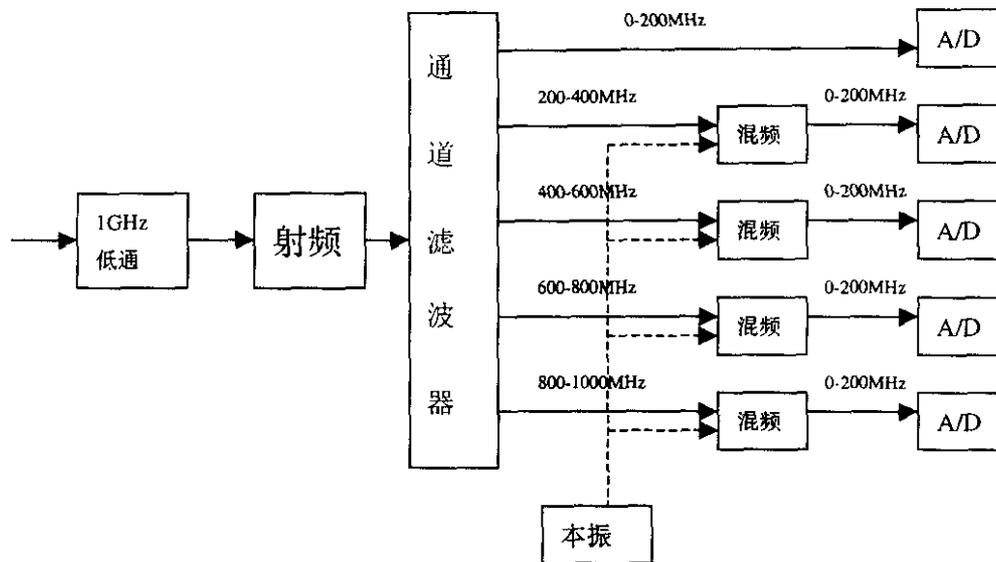


图 1-1 0-1GHz 频率多通道接收机

在图 1-1 中我们可以看到每一个子信道对应于一段 200MHz 带宽的信号(如 0-200MHz, 200MHz — 400MHz 等等),该方案对于由多窄带信号构成的信号是一种很自然的分解方法,而且若需要还可以对信号的每一模拟通道的数字信号进行 FFT 处理产生额外的窄带带宽信号。

如果我们对时域的波形感兴趣,那么图 1 的方案是不太适合的,其主要问题有:(1)由于相邻通道滤波器过度带不理想,造成相邻通道相互影响。(2)从各路 A/D 获得的数据不能直接得到信号波形(数据间的关系比较复杂)。在该情况下我们给出另一种方案(图 1-2)是比较适合的。

图 1-2 中我们同样用了五个 200MHz 的 A/D 转换器,但其与图 1-1 有明显的区别,除第一个 A/D 外在每一个 A/D 前有一时间延迟,使接收机对信号每 1 纳秒产生一个采样值,这样就等效于用 200MHz 采样率的 A/D 获得了 1GHz 的采样率。在该方案中,要求每一个 200MHz 的 A/D 转换器都至少有 1GHz 的模拟带宽,若达不到该要求必须在每个 A/D 前加上采样/保持放大器。若要覆盖 1GHz 带宽,由奈奎斯特采样定理,采样率必须高于 2GHz,因而在图 2 的方案

中应并联更多的 A/D 转换器及更小更精确的时延。这一时延可以通过两种渠道加入：(1)信道的时延。(2)A/D 时钟的时延。

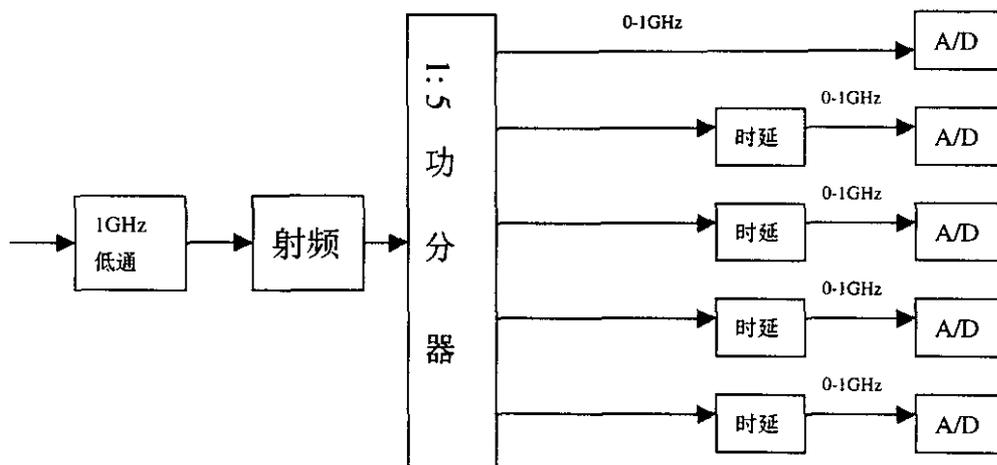


图 1-2 0-1GHz 时延多通道接收机

### 1.3 论文简介

本文主要对采用调频脉冲压缩雷达信号的数字接收机中量化误差对脉冲压缩输出结果的影响及 I、Q 通道的不平衡问题在理论上进行了分析和探讨，并用计算机作了大量的仿真。本文共分六章。第一章概论，对超宽带雷达接收机作了简要的介绍。第二章对一类雷达脉冲压缩信号——调频脉冲压缩信号作了较为具体的介绍，并描述了匹配滤波的基本概念，以及信号脉冲压缩的实现。第三章介绍了信号的数字化处理过程，对信号的采样（包括信号的正交采样）及量化进行了阐述，并介绍了实现数字脉冲压缩信号的两种方法：时域法与快速傅立叶变换法。第四章分别用非线性模型与统计模型具体分析了 A/D 量化误差；并在定点处理的前提下对数字滤波器系数量化误差与运算量化误差以及 FFT 系统中的量化误差作了详尽的论述。第五章对 I、Q 通道的不平衡性问题进行了探讨，并介绍了一种直接中频采样得到 I、Q 信号的技术——DPD 技术。第六章为仿真的结果；在前面几章的基础上，分别用两个线性频率调制（LFM）信号和两个非线性频率调制（NLFM）信号为例，给出了理论分析及仿真的结果，说明了量化误差对脉压输出结果的影响。同时给出了 I、Q 通道不平衡的影响的仿真结果。本文中仿真的图均是用 MATLAB 来完成的。

## 第二章 调频脉冲压缩信号

### 2.1 概述

随着飞行技术的发展,对雷达站的作用距离,分辨能力,测量精度和单值性等性能指标提出越来越高的要求。为了克服雷达探测能力和雷达分辨能力之间的矛盾,在普通脉冲雷达信号的基础上发展了脉冲压缩雷达信号。根据模糊函数理论:雷达距离分辨能力及测距精度主要取决于信号频域带宽,速度分辨能力及测速精度主要取决于信号时域宽度,而雷达探测距离则要求加大脉冲功率(相应需增加信号时宽)。因而雷达信号应具有大的时宽、带宽、能量乘积。对于普通脉冲雷达,由于信号时频积接近与 1,因而大的时宽和带宽是不可兼得的。模糊函数理论则告诉我们:宽脉冲信号加脉内调制可以解决这一矛盾。脉冲压缩雷达正是依据这一原理而设计的。现已有两种脉冲压缩雷达信号:调频脉冲压缩信号及编码脉冲压缩信号。我们这里主要讨论前者。调频脉冲压缩信号又包括线性调频和非线性调频。

### 2.2 线性调频信号

线性调频信号是通过非线性相位调制或线性频率调制(LFM)来获得大时宽带宽积的典型例子。在国外又将这种信号称为 chirp 信号,其也是研究最早,应用最广泛的一种脉冲压缩信号。采用这种信号可以使雷达同时获得远的作用距离和高的距离分辨率。与其他脉压信号相比,这种信号的突出优点是:匹配滤波器对回波信号的多卜勒频移不敏感,即使回波信号有较大的多卜勒频移,原来的匹配滤波器仍能起到脉冲压缩的作用,这将大大简化信号处理系统。另外这种信号的产生和处理均较容易,且技术上比较成熟,这也是它获得广泛应用的原因。其主要缺点:输出响应将出现与多卜勒频移成正比的附加时延以及匹配滤波器输出旁瓣较高。为了压低旁瓣常采用失配处理(即附加加权网络),这将在一定程度上降低系统的灵敏度。

线性调频矩形脉冲信号的实数表达式可写成:

$$S_i(t) = A \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \cos(2\pi f_0 t + \pi \mu t^2) \quad (2-1)$$

其中  $\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \frac{t}{T} < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$  为矩形函数,  $f_0$  为载频。线性调

频矩形脉冲信号的包络宽度为  $T$ , 信号的瞬时频率为  $f_i = f_0 + \mu t$ 。在脉冲宽度  $T$  内, 信号频率由  $f_0$  变为  $f_0 + \mu T$ , 调频的带宽  $B = \mu T$ , 信号的时宽积  $BT = \mu T^2$ 。

线性调频信号的波形图如下所示:

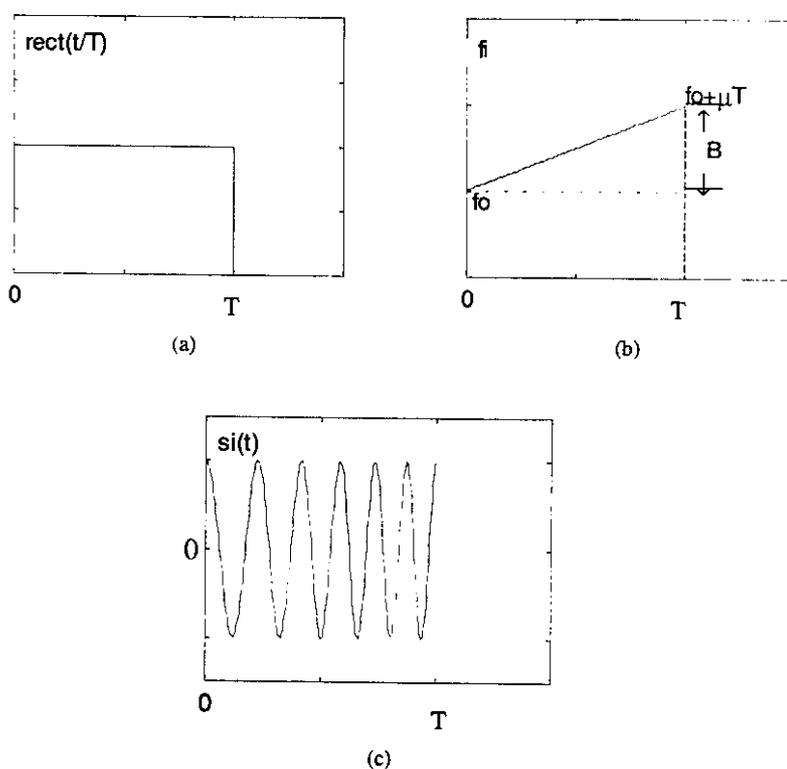


图 2-1 (a) 信号包络图 (b) 瞬时频率变化图  
(c) 信号波形图

### 2.3 非线性调频信号

传统的脉压系统一般采用线性调频信号或二相编码信号, 但是二者在实际应用中均存在着一些明显的缺点。而与之相比, 非线性调频信号具有失配损失

小的重要优点，而且如果用对称的调频和时间加权，以减低频率旁瓣，还将具有接近理想的模糊函数。但是由于缺乏完善成熟的理论，如何在满足脉压系统性能的前提下，灵活地设计非线性调频信号仍是一个有待研究的问题。

目前，人们已经提出了多种非线性调频信号形式，比较典型的有单调折线型和 S 型调频信号等[11]。各种非线性调频信号虽然调制形式各异，但均具有相同的本质，即都是通过改变传统的线性调频信号不同时刻的调频率来实现对信号功率谱的加权，从而改善脉压性能。由于本论文重点不在于脉压系统的波形设计，此处仅给出由传统的非线性调频信号的设计方法（依据逗留相位原理）得到的一种信号形式。在文献[2]中也将其称为正切调频信号。

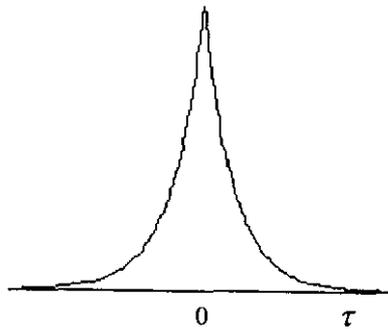
信号自相关函数包络  $x(\tau,0) = \exp(-2\pi B|\tau|)$

信号包络  $|u(t)| = \begin{cases} 1/\sqrt{T} & 0 < t < T \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

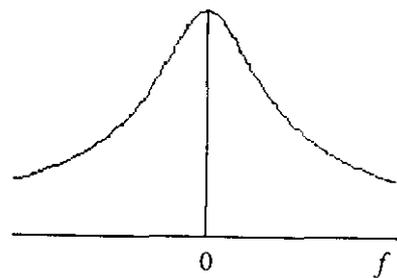
信号幅谱  $U_m(f) = \frac{1}{\sqrt{\pi B \left[ 1 + \left( \frac{f}{B} \right)^2 \right]}}$

信号群延时特性  $T(f) = \frac{T}{\pi} \left[ \frac{\pi}{2} + \text{arctg} \left( \frac{f}{B} \right) \right]$

信号调频特性  $f(t) = B \text{tg} \left[ \frac{\pi}{T} \left( t - \frac{T}{2} \right) \right]$



(a) 信号自相关函数包络



(b) 信号幅谱

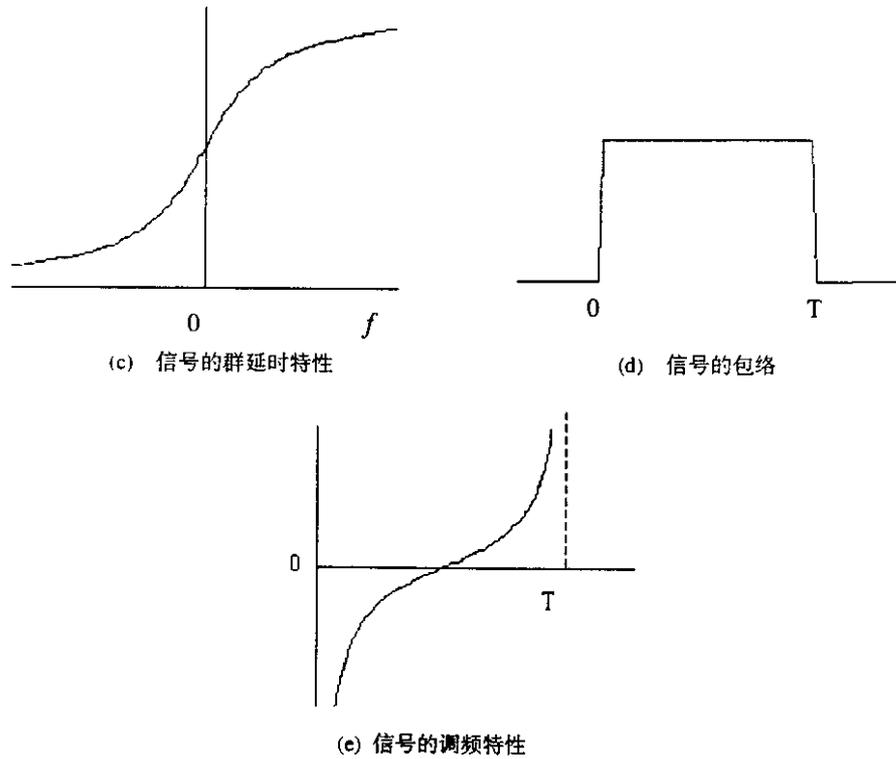


图 2-2 正切调频脉冲压缩信号

这种信号的特性是脉冲压缩滤波器输出波形旁瓣为零，不需要加旁瓣抑制加权网络，因而避免了失配引起的信噪比损失。

## 2.4 匹配滤波的基本概念

从经典的匹配滤波理论已知，当输入信号具有白色加性噪声时，使输出信噪比最大的最佳滤波器是匹配滤波器，它的频率响应为：

$$H(f) = k \cdot e^{-j2\pi\tau_d} S^*(f) \quad (2-2)$$

其对应的单位脉冲响应为：

$$h(t) = ks^*(\tau_d - t) \quad (2-3)$$

其中  $s(t)$  为输入信号； $S(f)$  为输入信号频谱； $s^*(\tau_d - t)$  表示  $s(t)$  时间倒置并取共轭后的函数， $S^*(f)$  表示  $S(f)$  的复共轭函数； $\tau_d$  是滤波器使信号产生的延迟时间； $k$  为常数。

在实际工作中，有时噪声和干扰的频谱可能比较窄，此时在我们关心的频带范围内不能认为噪声和干扰的频谱是平坦的，此时我们称之为色噪声（与白噪声相对应）。但我们可以将在白噪声条件下得到的结果推广到更一般的色噪声的条件下。具体的推导见参考文献[3]。此时使输出信噪比最大的最佳滤波器的频率特性应为：

$$Z(f) = k \cdot e^{-j2\pi f \tau_d} \frac{S^*(f)}{N(f)}$$

其中  $N(f)$  为噪声的功率谱。因此最佳滤波器可以用一个白噪声条件下的匹配滤波器 ( $H(f)$ )，以及一个频率特性为  $1/N(f)$  的滤波器串接所组成。即在色噪声中对信号进行最佳接收时，可先将信号通过频率特性为  $1/N(f)$  的“白化”滤波器，然后在白噪声中对失真了的信号进行匹配滤波，以得到最大的输出信噪比。因而，在一般的讨论中，我们均可假设是在白噪声的条件下进行信号处理。

## 2.5 脉冲压缩的实现

脉冲压缩是匹配滤波技术在雷达系统中的一种重要应用，压缩网络实际上就是一个匹配滤波器。下面从时域上讨论线性调频信号通过匹配滤波实现脉压的情况。

设滤波器输出为  $s_0(t)$ ，输入为  $s_i(t)$ （由式 (2-1) 给出）。滤波器的脉冲冲激响应为  $h(t)$ 。则  $s_0(t)$  为：

$$s_0(t) = s_i(t) * h(t) \quad (2-4)$$

其中“\*”表示卷积。将 (2-4) 式改写为积分形式：

$$s_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s_i(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau \quad (2-5)$$

由式 (2-3) 知，匹配滤波器的脉冲冲激响应为： $h(t) = k \cdot s_i^*(\tau_d - t)$

代入 (2-5) 得：

$$s_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s_i(\tau) \cdot k \cdot s_i^*(\tau_d - t + \tau) d\tau \quad (2-6)$$

将 (2-1) 代入 (2-6) 略去倍频项（由于载频  $f_0$  一般较高，倍频项对积分影

响不大, 可以忽略), 整理后结果分为四种情况 (如图 2-3):

$$1) \quad t - \tau_d < -T \text{ 时} \quad s_0(t) = 0$$

$$2) \quad -T \leq t - \tau_d < 0 \text{ 时}$$

$$\begin{aligned} s_0(t) &= \int_0^{T+t-\tau_d} A \cos(2\pi f_0 \tau + \pi \mu \tau^2) \cdot k \cdot A \cos[2\pi f_0(\tau_d - t + \tau) + \pi \mu(\tau_d - t + \tau)^2] d\tau \\ &\approx \frac{k}{2} A^2 \int_0^{T+t-\tau_d} \cos[2\pi \mu(t - \tau_d)\tau + 2\pi f_0(t - \tau_d) - \pi \mu(t - \tau_d)^2] d\tau \\ &= \frac{k}{2} A^2 \cdot \frac{1}{2\pi \mu(t - \tau_d)} \left\{ \sin[2\pi \mu(t - \tau_d)(T + t - \tau_d) + 2\pi f_0(t - \tau_d) - \pi \mu(t - \tau_d)^2] \right. \\ &\quad \left. - \sin[2\pi f_0(t - \tau_d) - \pi \mu(t - \tau_d)^2] \right\} \\ &= \frac{kA^2}{2\pi \mu(t - \tau_d)} \sin[\pi \mu(t - \tau_d)(T + t - \tau_d)] \cdot \cos[\pi \mu(t - \tau_d)T + 2\pi f_0(t - \tau_d)] \end{aligned}$$

$$3) \quad 0 \leq t - \tau_d < T \text{ 时}$$

$$\begin{aligned} s_0(t) &= \int_{t-\tau_d}^T A \cos(2\pi f_0 \tau + \pi \mu \tau^2) \cdot kA \cos[2\pi f_0(\tau_d - t + \tau) + \pi \mu(\tau_d - t + \tau)^2] d\tau \\ &\approx \frac{k}{2} A^2 \int_{t-\tau_d}^T \cos[2\pi \mu(t - \tau_d)\tau + 2\pi f_0(t - \tau_d) - \pi \mu(t - \tau_d)^2] d\tau \\ &= \frac{k}{2} A^2 \frac{1}{2\pi \mu(t - \tau_d)} \left\{ \sin[2\pi \mu(t - \tau_d)T + 2\pi f_0(t - \tau_d) - \pi \mu(t - \tau_d)^2] \right. \\ &\quad \left. - \sin[2\pi \mu(t - \tau_d)^2 + 2\pi f_0(t - \tau_d) - \pi \mu(t - \tau_d)^2] \right\} \\ &= \frac{kA^2}{2\pi \mu(t - \tau_d)} \sin[\pi \mu(t - \tau_d)(T - t + \tau_d)] \cdot \cos[\pi \mu(t - \tau_d)T + 2\pi f_0(t - \tau_d)] \end{aligned}$$

$$4) \quad t - \tau_d \geq T \text{ 时} \quad s_0(t) = 0$$

由 2), 3) 知  $|t - \tau_d| \leq T$  时

$$s_0(t) = \frac{kA^2}{2\pi \mu(t - \tau_d)} \cdot \sin[\pi \mu(t - \tau_d)(T - |t - \tau_d|)] \cdot \cos[2\pi f_0(t - \tau_d) + \pi \mu(t - \tau_d)T]$$

当  $|t - \tau_d| \ll T$  时, 其包络近似为一 sinc 函数:

$$|s_0(t)| = \left| \frac{kA^2}{2} \cdot \frac{\sin \pi \mu(t - \tau_d)T}{\pi \mu(t - \tau_d)T} \right|$$

显然峰值在  $t = \tau_d$  点为  $\frac{TkA^2}{2}$ 。对于辛格函数  $\frac{\sin x}{x}$ ，当  $x = \frac{\pi}{2}$  时  $\frac{\sin x}{x} = \frac{2}{\pi}$ ，接近

$-4dB$ 。定义匹配滤波器输出脉冲  $-4dB$  间的宽度为主瓣宽度，则主瓣宽度  $T_1$  为

$\frac{1}{\mu T} = \frac{1}{B}$ ，即脉冲压缩后的脉宽反比于

$B$ ，而与  $\tau$  无关，第一边瓣高度约为  $-13.2dB$ 。线性调频信号输入脉冲脉宽  $T$

与输出脉宽  $T_1$  比定义为压缩比：

$$D = \frac{T}{T_1} = BT$$

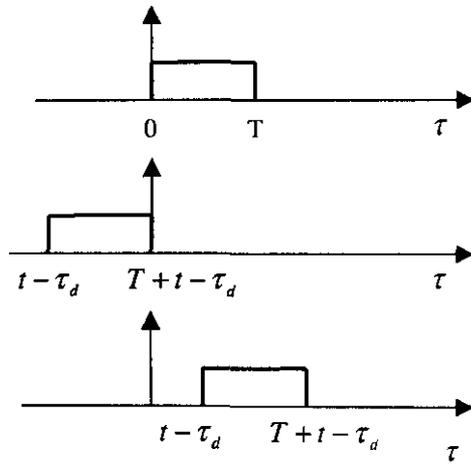


图 2-3 确定积分限

线性调频信号匹配滤波器输出波形如图

2-4 所示

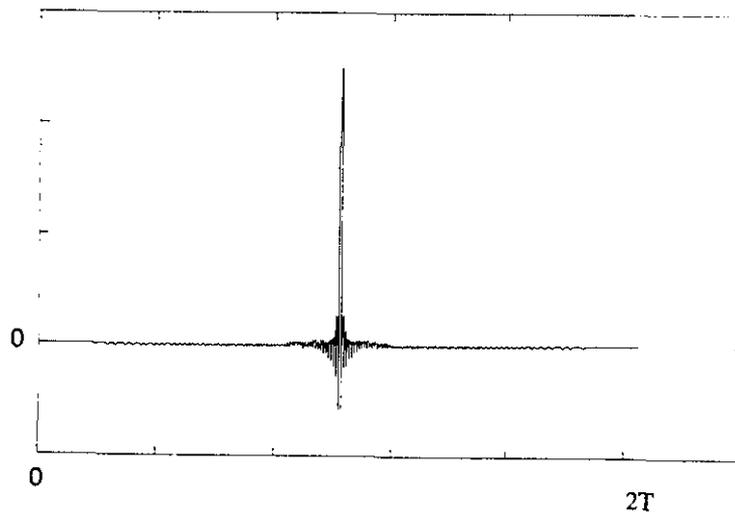


图 2-4 线性调频信号匹配滤波器输出波形

## 第三章 信号的数字化处理

### 3.1 概述

近代，由于数字计算机的广泛应用和大规模集成技术的高度发展，电子技术各领域中，正日益广泛的采用数字信号及数字系统。数字信号与模拟信号相比有许多独特的优点，如：其适于数字计算机的应用，便于用数字硬件来实现；可以用于模拟系统，又可以实现模拟系统所不能实现的信号变换。信号的数字化过程的系统框图如图 3-1 所示，模拟信号  $x_a(t)$  首先经过一预采样滤波器，然后由采样器和模—数（A/D）变换器转变为有限位二进制代表的数字信号。通过后续的缓存，送入数字信号处理器中进行数据处理。

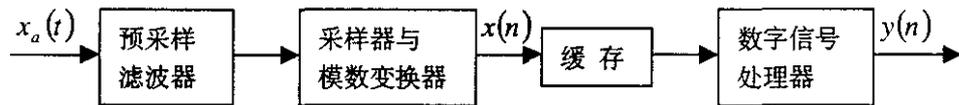


图 3-1 信号的数字化过程

### 3.2 采样定理

将连续信号变成数字信号是在计算机上实现信号处理的必要步骤。在实际工作中，信号采样是通过 A/D 芯片来完成的。我们通过分析理想采样信号频谱可知：一个连续信号经过理想采样以后，它的频谱将沿着频率轴每隔一个采样频率  $f_s$  重复出现一次，即频谱产生周期延拓（如图 3-2 所示），理想采样的频谱是频率的周期函数，它的频域周期等于采样频率  $f_s$ 。由图 3-2 我们可以看到，如果信号  $x_a(t)$  是时带限信号，并且最高频谱不超过  $f_s/2$ ，即：

$$X_a(f) = \begin{cases} X_a(f) & |f| < \frac{f_s}{2} \\ 0 & |f| \geq \frac{f_s}{2} \end{cases}$$

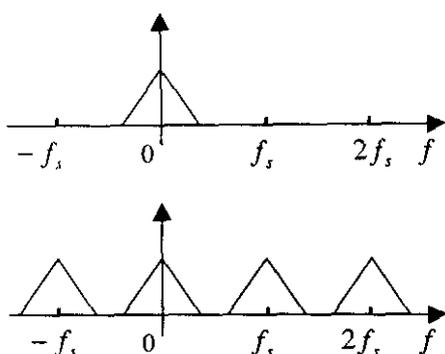


图 3-2 频谱的周期延拓

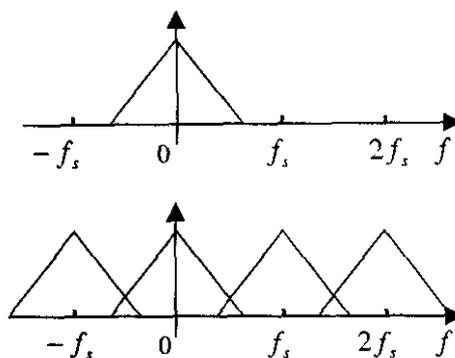


图 3-3 频谱的混淆

那么采样频谱中，基带频谱以及各次谐波调制频谱彼此是不重叠的。如果用一个带宽为  $f_s/2$  的理想低通滤波器，是可以将它的各次调制频谱滤掉，从而只保留不失真的基带频谱，也就是说，可以不失真的还原出原来的连续信号来。但若信号最高频率超过  $f_s/2$ ，那么在理想采样频谱中，各次调制频谱就会互相交叠起来，这就是频谱“混淆”现象，如图 3-3 所示。出现频谱混淆后，一般就不可能无失真的滤出基带频谱，因而用基带滤波恢复出来的信号就要失真了。由此我们可以得到信号的奈奎斯特采样定理，即若连续信号  $x_o(t)$  是有限带宽的，其频谱的最高频率为  $f_c$ ，对  $x_o(t)$  采样时，若保证采样频率  $f_s \geq 2f_c$ ，那么可由采样后的信号恢复出  $x_o(t)$ 。采样频率  $f_s$  又被称为奈奎斯特频率。

在实际的工程中常以 3 分贝截止频率定义为信号的带宽，对此采样频率一般要达到 3 分贝截止频率的 3-5 倍。另外在某些特定的场合可能需要对带通信号进行采样，带通信号的采样遵守采样定理的扩充形式，即若输入模拟信号的频率成分完全落在某个区域中，而这个频率区域的宽度不超过采样频率的一半，可以由采样后的数据重建输入信号。通常我们称此扩充定理为带通信号采样定理，而称非扩充的采样定理为低通信号采样定理。

### 3.3 信号的正交采样

由 3.2 节的采样定理可知，若用一组采样值恢复原来的信号，至少要采用奈奎斯特速率采样才行。但在实际当中由于受到硬件性能极限的限制，在中频或高频上实现数字信号处理相对较困难。同时从理论上考虑载频本身并无目标信息。目标信息蕴含于载频上的复调制信号之中。因此在将回波信号数字化之前，可先进行下变频。

由于接收机的输入回波信号总是单信道的，与复数相比，其数据可以被认为实数。在对其进行采样时，除了应获得采样时刻的幅度外，还应获得它的相位信息。但由于一个数值只能直接表达幅值，因此需要将相位值转换成幅值用另一个数值来表示。如图 3-4 中将信号通过两个相干检波器（即零中频混频器），分成两路，由于 90° 移相器的作用，使进入两个相干检波器的本振信号彼此相位差 90°，信号被分成正交的 I-Q 两路。这样信号的幅度和相位两个信息都保存下来了（分析如下）。

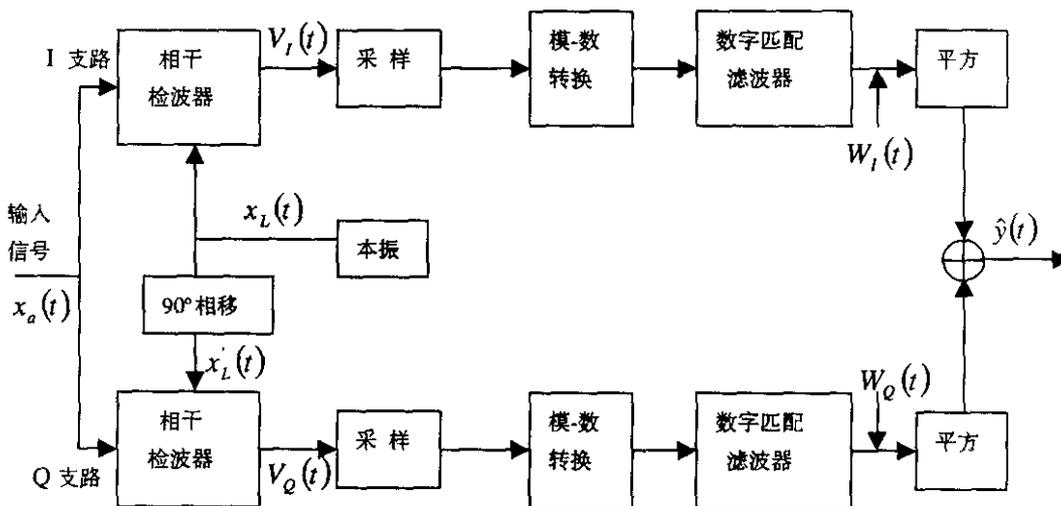


图 3-4 零中频及 I-Q 正交通道

设输入信号为：

$$x_a(t) = a(t)\cos[\omega_0 t + \phi(t)]$$

式中， $a(t)$  为信号的幅度调制， $\phi(t)$  为相位调制。本振电压为：

$$x_L(t) = \cos \omega_0 t$$

相干检波器实质上是一乘法器和一低通滤波器之组合。因此 I 支路有:

$$\begin{aligned} x_a(t) \cdot x_L(t) &= a(t) \cos[\omega_0 t + \phi(t)] \cdot \cos(\omega_0 t) \\ &= \frac{1}{2} a(t) \{\cos[2\omega_0 t + \phi(t)] + \cos \phi(t)\} \end{aligned}$$

经过低通滤波器, 滤除了  $2\omega_0$  的频率分量后得到:

$$V_I(t) = \frac{1}{2} a(t) \cos \phi(t)$$

在 Q 支路中, 由于  $90^\circ$  移相器的作用, 进入 Q 支路相干检波器的本振电压为:

$$x'_L(t) = \sin \omega_0 t$$

因此和输入信号相乘后得到:

$$x_a(t) \cdot x'_L(t) = \frac{1}{2} a(t) \{\sin[2\omega_0 t + \phi(t)] + \sin \phi(t)\}$$

它再经过低通滤波后输出为:

$$V_Q(t) = \frac{1}{2} a(t) \sin \phi(t)$$

I 支路和 Q 支路在任意瞬时  $t$  所得到的两个独立的幅值  $V_I(t)$  和  $V_Q(t)$ , 既表达了该瞬间的信号幅度  $a(t)$ , 又表达了该瞬间的信号相位  $\phi(t)$ , 因为:

$$\begin{aligned} a(t) &= 2\sqrt{V_I^2(t) + V_Q^2(t)} \\ \phi(t) &= \arctg\left(\frac{V_Q(t)}{V_I(t)}\right) \end{aligned}$$

当然以上讨论均是基于理论上的, 在实际的工程当中由于两通道间不可避免的存在不一致性, 所以存在镜频误差, 而且镜频抑制比很难超过 30dB, 这样的指标不能满足高性能雷达的要求, 因而近来许多文献中提出了各种中频采样的技术来校正 I/Q 通道不平衡。这些内容将在第五章中讨论。

### 3.4 信号的量化

连续信号  $x_c(t)$  经过采样后得到的离散信号  $x_c(nT_s)$  仅表示信号在时刻  $t = nT_s$  时的值, 其在时间上是离散的, 但其在幅度上仍是在某一范围内的连续值。而所谓的数字信号是指在时间和幅度上都取离散值的信号。因而还应对离散信号

$x_a(nT_s)$ 进行量化,即用一序列的数来表示不同时刻的 $x_a(nT_s)$ 值,而每一个数又是由有限个数码来表示的,这样就完成了对信号的数字化。一般数字信号是由 $N$ 个二进制信号的并行组合而成,我们将最小的离散步长称为量化间隔(也称量化电平)。例如:对最大幅度为 $V_m$ 的信号,其量化间隔为 $\Delta = \frac{V_m}{2^N}$ ,本文中均用归一化的信号进行讨论,此时 $\Delta = 2^{-N}$ 。故,数字化后必然给原信号引入了一定的误差(即量化误差),将对后续的信号处理系统产生了一定的影响。

### 3.5 数字脉冲压缩信号的实现

正如 2.5 节所述,压缩网络实际上是一个匹配滤波器。在数字信号处理技术中,匹配滤波器是用数字的方法来实现的。而且由于其具有一些独特的优点,而得到日益广泛的应用。在实际当中有许多实现数字脉冲压缩系统的方法。具体如何选择取决于所选用的雷达信号波形及其产生和处理方法。这里只简略介绍时域法与快速傅立叶变换法。

时域法:设发射信号为 $s(n)$ , $n = 0, 1, \dots, N-1$ ,则此时的匹配滤波器的单位脉冲响应为( $s(n)$ 时间倒置并取共轭):

$$h(n) = s^*(N+1-n) \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

设接收信号为 $x(m)$ , $m = 0, 1, \dots, M-1$ ,故匹配滤波器的输出应为:

$$\begin{aligned} y(n) &= x(n) * h(n) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k) \cdot h(n-k) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k) \cdot s^*(N+1-n+k) \\ &= \sum_{k=0}^{M-1} x(k) s^*(N+1-n+k) \end{aligned}$$

显然,上式的运算可以用一非递归式数字滤波器来实现。在具体的硬件实现时还应进行相关优化,具体参考相关资料。

快速傅立叶变换法:由卷积定理我们知道:两个周期为 $N$ 的序列 $x(n)$ 和 $h(n)$ 的循环卷积为各自 DFT 的乘积的逆 DFT。若采用 FFT 算法,则 $x(n)$ 与 $h(n)$ 的循环卷积 $y(n)$ 可表示为:

$$y(n) = FFT^{-1}\{FFT[x(n)] \cdot FFT[h(n)]\}$$

上式便是用快速傅立叶变换法实现数字滤波的一般公式，也是数字脉冲压缩的一般公式。它告诉我们，匹配滤波器的输出  $y(n)$  等于输入信号  $x(n)$  的离散频谱乘上匹配滤波器单位冲击响应  $h(n)$  的频谱，再进行逆变换。由上面可知匹配滤波器的单位冲击响应为发射信号  $s(n)$  的时间倒置的共轭，所以滤波器输出可改写为：

$$y(n) = FFT^{-1} \{ FFT[x(n)] \cdot FFT[s^*(N+1-n)] \}$$

这就是用 FFT 法实现数字脉冲压缩的数学模型。由于 FFT 算法相当于快速卷积，因此频域法的运算速度一般要快于时域法，尤其在压缩比较大的情况下。

## 第四章 定点系统的有限字长效应

### 4.1 概述

数字信号处理既可用数字硬件实现，也可以用通用计算机软件实现。但在两种情况下都要求以有限位数来表示信号数据和系统参数。在实际当中我们一般均采用二进制形式将常数与变量存储在有限字长的寄存器中。二进制有两种表示方法，即定点制和浮点制，相应地有定点运算和浮点运算两种基本的算术运算。一般说来浮点运算优于定点运算。但由于考虑到实际的数字硬件系统中的实时性；逻辑电路的复杂性以及系统的性价比。一般专用数字硬件往往采用定点制实现。

由有限字长引起的误差有三个主要来源，即：

1. 由于模数转化器只有有限位数，使量化后的输入序列只能取有限数目的离散电平。
2. 用有限位数表示数字信号处理系统参数而产生的不精确性。
3. 运算过程中为限制位数扩展而进行舍入或截尾，以及为防止溢出而压缩信号电平所产生的累积误差。

以下主要介绍采用定点处理时引起的误差。

### 4.2 A/D 量化误差分析

正如第三章中所述模拟信号在送入数字计算机前需要先经过采样与量化，即将一个连续时间信号通过采样量化的近似过程使其变换成一个有限位数的二进制数，这就是 A/D 变换方法。由 A/D 变换器产生的二进制数常常是定点格式，信号幅值常采用反码表示法或补码表示法。但以补码表示法用得最多，因为此时减法可以用减数与被减数的补码相加，而省去了另备一个减法器的麻烦。A/D 转换器的量化误差可利用非线性模型或统计模型进行分析。

### 4. 2.1 A/D 转换器的非线性模型

图 4-1 给出了 A/D 转换器的等效非线性模型。

图中由采样级与量化级组成，采样级把有限带宽输入模拟信号  $x_a(t)$  变换成

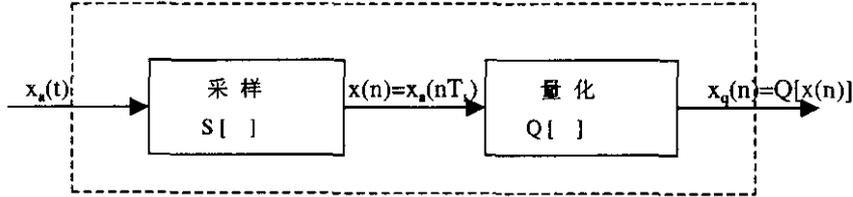


图 4-1 A/D 转换器的等效非线性模型

离散采样序列：

$$x(n) = x_a(nT_s) = S[x_a(t)] \quad -\infty < n < +\infty \quad (4-1)$$

量化级把模拟采样序列  $x(n)$  变换成用二进制数表示的量化采样序列：

$$x_q(n) = Q[x(n)] \quad (4-2)$$

从理论上考虑需要无限位数表示一个采样值，但是为了适应有限长度寄存器，必须把每个采样值进行截尾或舍入，因而 A/D 变换器引入了量化误差。在这儿需要指出式 (4-1)，(4-2) 中  $S[ ]$  和  $Q[ ]$  分别表示采样算符和量化算符。事实上，采样和量化只是同时完成的两个功能，并不是实际存在的两个结构级。

A/D 转换器的量化效应主要取决于量化级的特性，而量化级的特性又有赖于数的表示方式和量化方式。下面的讨论基于以下的假设：

- ① 用  $(b+1)$  位的补码定点小数表示输入采样信号。
- ② 将输入采样信号  $x_a(nT_s)$  幅值舍入到最靠近的量化电平，从而得到量化采样信号  $x_q(n)$ 。
- ③ 模拟信号的幅值已归一化。

同时为保证未量化的模拟采样处于表述动态范围之内，必须先对模拟采样的幅度进行规格化处理，使  $x_a(nT_s)$  满足下式：

$$-1 + 2^{-(b+1)} < x_a(nT_s) < (1 - 2^{-(b+1)}) \quad (4-3)$$

图 4-2 给出了  $b=2$  时定点补码舍入量化特性。对于所有超过  $1 - \frac{q}{2}$  的正采

样值均取量化值  $1-q$ ，而对于小于  $-1+\frac{q}{2}$  的所有采样值赋予量化值  $-1$ 。（在此  $q=2^{-b}$  为量化间隔）。

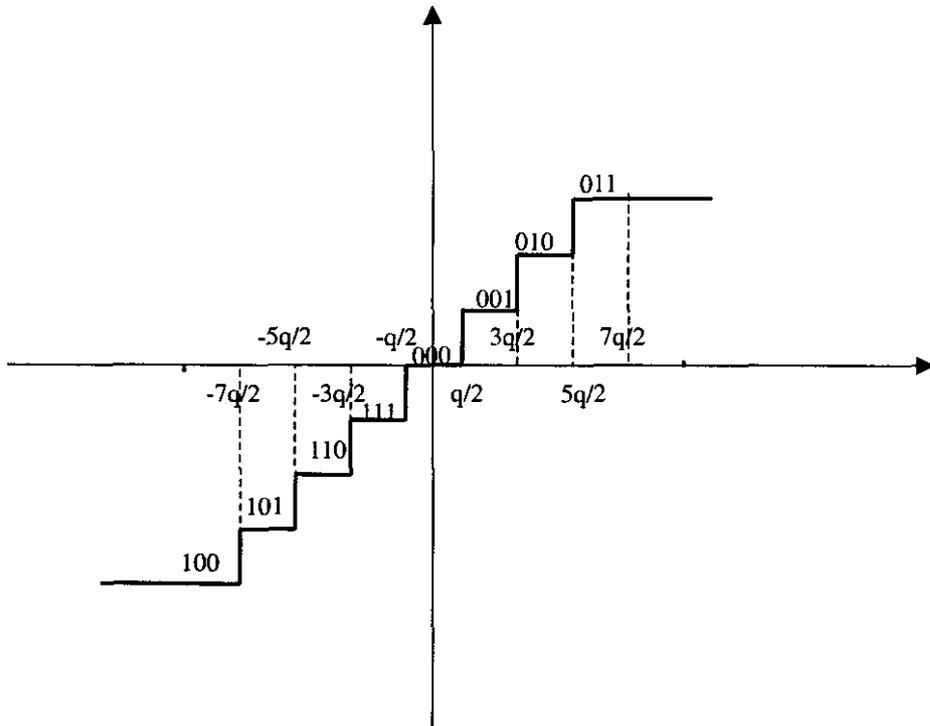


图 4-2 A/D 转换器补码舍入量化特性

#### 4. 2. 2 A/D 转换器的统计模型

上述 A/D 转换器的非线性模型一般只适用于分析简单波形，当输入的波形较复杂时，利用统计模型更为合理。图 4-3 给出了 A/D 转换器的统计模型，它把实际的 A/D 转换器看成是一个具有加性内部噪声  $e(n)$  的线性系统，这时可以将量化采样值表示为精确采样离散值  $x_s(nT_s)$  与量化误差（或量化噪声）的叠加，即：

$$x_q(n) = Q[x_s(nT_s)] = x_s(nT_s) + e(n)$$

由于采用了舍入的量化方式，因而量化误差的范围是：

$$-q/2 < e(n) < q/2$$

在一般的情况下，量化误差  $e(n)$  是未知的，要知道误差的实在数值几乎是

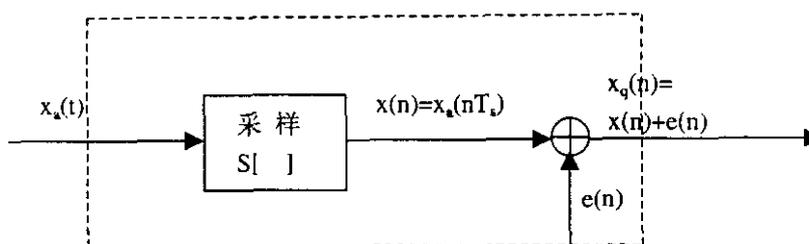


图 4-3 A/D 转换器的统计模型

不可能的，一般只要知道误差的一些平均效应就够了，比较合适的方法是采用统计分析图 4-3。它可以用来描述信号处理和运算中量化误差的影响。为了简化分析，需要对量化误差的统计特性作合理的假定。通常我们采用下面的假定：

- ① 误差序列  $\{e(n)\}$  是一个平稳的随机过程序列。
- ② 误差序列  $\{e(n)\}$  与信号序列  $\{x(n)\}$  是不相关的。
- ③ 误差序列  $\{e(n)\}$  中任意两个值之间也是不相关的。
- ④ 误差序列  $\{e(n)\}$  具有均匀等概率分布。

当然有些情况并不符合这些假定，但是这些假定对于一个比较复杂的和起伏变化快的信号能有很好的近似。因为随着信号的复杂化，信号与误差之间以及误差采样之间的相关大为减弱，如进一步减少量化间隔，以至在一个采样周期内信号幅度已经历了若干量化间隔，这将使相关程度更加弱。经验表明，在模数转换位数不少于 8 位时，对于大多数情况下，以上的统计假定是十分满意的。

图 4-4(a)给出了舍入情况下量化误差或噪声的概率密度函数（即概率分布），图 4-4(b)给出了补码截尾时量化误差的概率分布，它们在量化误差范围内都是均匀分布的。对于舍入情况，作为白色的量化噪声的平均值和方差可以根据定义求得：

$$\text{平均值: } m_e = E[e(n)] = \int_{-q/2}^{q/2} \frac{1}{q} \cdot e \, de = 0$$

$$\text{方差: } \sigma_e^2 = E[(e_n - m_e)^2] = \int_{-q/2}^{q/2} \frac{1}{q} \cdot e^2 \, de = \frac{q^2}{12}$$

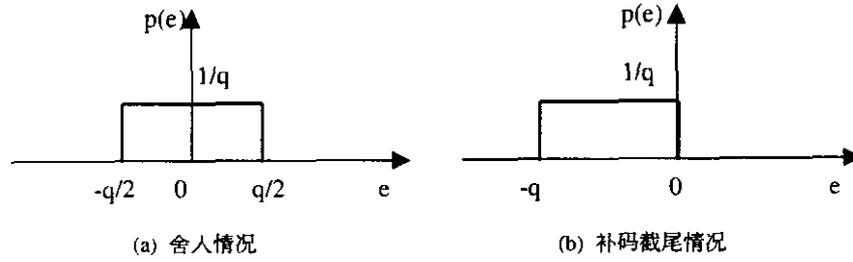


图 4-4 量化误差的概率密度函数

可见舍入噪声的方差具有平均功率含义的均方值，即： $\sigma_e^2 = E[e_n^2]$

对于补码截尾，量化误差范围是 $(-q, 0)$ ，故此时：

$$\text{平均值: } m_e = \int_{-q}^0 \frac{1}{q} \cdot e \, de = -\frac{q}{2}$$

$$\text{方差: } \sigma_e^2 = E[(e_n - m_e)^2] = \int_{-q}^0 \left(e + \frac{q}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{q} \, de = \frac{q^2}{12}$$

由此可见，舍入情况与补码截尾情况的方差相等。这表明量化噪声的方差和 A/D 变换的字长直接有关，字长越长， $q$  越小，量化噪声越小。相反，字长越短， $q$  值越大，量化噪声也就越大。

在对模拟采样信号作数字处理时，通常把量化误差看成是加性噪声序列，这时利用功率信噪比作为信号对噪声的相对强度的量度。因此对于舍入情况，功率信噪比为：

$$\frac{E[x_a^2(nT_s)]}{E[e^2(n)]} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2}$$

按分贝来表示时有：

$$SNR = S / N = 10 \lg \left( \frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2} \right) \quad (\text{dB})$$

按照上面假定，量化误差  $e(n)$  为具有方差  $\sigma_e^2 = \frac{q^2}{12}$  的零均值的白噪声序列。

所以 SNR 仅取决于  $x_a(nT_s)$  的统计特性。由上式得到：

$$SNR = 10 \lg \left( \frac{\sigma_x^2}{q^2/12} \right) = 6.02b + 10.79 + 10 \lg \sigma_x^2 \quad (\text{dB}) \quad (4-4)$$

由此可见，每当字长增加一位，SNR 约增加 6dB。

当输入信号超过 A/D 转换器的量化动态范围时，必须压缩输入信号的幅度，因而待量化的信号是  $ax_o(nT_s)$  ( $0 < a < 1$ )，而不是  $x_o(nT_s)$ ，因  $ax_o(nT_s)$  的方差是  $a^2\sigma_x^2$ ，故可得：

$$S/N = 10 \lg \left( \frac{a^2 \sigma_x^2}{\sigma_e^2} \right) = 6.02b + 10.79 + 10 \lg(\sigma_x^2) + 20 \lg a \quad (\text{dB}) \quad (4-5)$$

由式 (4-4)，(4-5) 知：压缩信号幅度将使信噪比受到损失。

很多模拟信号本身也可以看成是随机过程，它们的概率密度分布的峰值通常处在零幅度处，幅度增加时，概率密度迅速减小。因此一个给定信号采样的绝对值超过信号的均方根值 3 到 4 倍的出现概率很低。对于这种信号，只要令  $a = \frac{1}{4\sigma_x}$  则输入信号幅度超过 A/D 转换器的量化范围的概率是极低的。在这种

情况下，从式 (4-5) 得：

$$SNR = 6.02b - 1.25 \quad (\text{dB})$$

动态范围和量化误差之间的这种关系是数字系统的定点表示法的一个基本特点。

### 4.2.3 正交采样量化误差

对于正交采样的雷达系统的量化误差比之单路采样的系统复杂得多。对舍入情况下，由于假定对 I/Q 两路采样幅度误差均匀分布，因而此时幅度误差最大值为：

$$e_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2} = \frac{\Delta}{\sqrt{2}}$$

图 4-5 给出了 3 位 ADC (1 位为符号位) I/Q 量化矢量的相位特性 (图中实线圆表示真实值，小黑点为量化值)。由图中可得到相位误差的最大值[16]：

$$\phi_{\max} = \arctg \frac{1}{2^n - 1}$$

n 为 A/D 采样位数。当然此时幅度误差与相位误差的统计分布均是比较复杂的，见参考文献[13]。但为了分析方便，我们不妨假定信号的幅度量化误差和相位

量化误差均服从均匀分布。

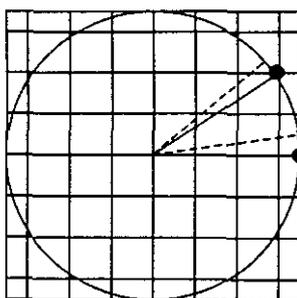


图 4-5 3 位 ADC I/Q 量化矢量的相位特性

### 4.3 数字滤波器系数量化误差与运算量化误差分析

在以下的讨论中主要针对非递归型的数字滤波器及使用定点运算的情况。

#### 4.3.1 系数量化对非递归型数字滤波器的影响

在实际数字滤波器的实现中，由于考虑到存储器的有限位数，数字滤波器系数必须量化。当硬件需要简单和作为高速的实时应用时，则系数平常都表示为定点格式，并使用定点运算。

考虑线性相位滤波器冲激响应具有对称特性，系数应该满足： $h(n)=h(N-1-n)$ 。当  $N$  为奇数时，直接式线性相位 FIR 滤波器的频率响应为：

$$H(e^{j\omega}) = \left\{ \sum_{n=0}^{(N-3)/2} 2h(n) \cos \left[ \left( \frac{N-1}{2} - n \right) \omega \right] + h \left( \frac{N-1}{2} \right) \right\} e^{-j\omega(N-1)/2} \quad (4-6)$$

式中  $e^{-j\omega(N-1)/2}$  是一个纯延时，其不受滤波器系数量化的影响，故可以暂时略去不予考虑。

当系数  $h(n)$  被舍入到最靠近的量化宽度  $q$  的整数倍时，量化后的系数  $h_q(n)$  与原需要的精确系数  $h(n)$  的关系是：

$$h_q(n) = h(n) + e(n) \quad (4-7)$$

式中  $e(n)$  为系数量化误差（即一随机变量），其在  $(-q/2, q/2)$  间隔内均匀分布。

对(4-7)式两边作傅氏变换得：

$$H_q(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega}) + E(e^{j\omega})$$

即量化系数滤波器可等效成理想响应  $H(e^{j\omega})$  与杂散响应  $E(e^{j\omega})$  之并联组合。

定义一个误差函数：

$$E(e^{j\omega}) = H_q(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega}) \quad (4-8)$$

由(4-6)与(4-8)可得：

$$E(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{(N-3)/2} 2e(n) \cos\left[\left(\frac{N-1}{2} - n\right)\omega\right] + e\left(\frac{N-1}{2}\right) \quad (4-9)$$

由于  $|e(n)| \leq q/2$ ，因而由式(4-9)可得出关于  $|E(e^{j\omega})|$  的上限为：

$$\begin{aligned} |E(e^{j\omega})| &\leq \sum_{n=0}^{(N-3)/2} 2|e(n)| \cdot \left| \cos\left[\left(\frac{N-1}{2} - n\right)\omega\right] \right| + \left| e\left(\frac{N-1}{2}\right) \right| \\ &\leq \frac{q}{2} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{(N-1)/2} |\cos(n\omega)| \right] \leq \frac{Nq}{2} \end{aligned}$$

事实上，以上对系数舍入误差上限的估计并没有考虑到各系数量化误差的统计特性，因而是偏大的，没有什么实用价值。现在从统计观点来分析滤波器的量化误差上限，假设各系统的舍入误差是统计独立的，而且每个误差在  $(-q/2, q/2)$  间隔内均匀分布，其均值为零，方差为  $q^2/12$ 。这时可得误差函数  $E(e^{j\omega})$  均方误差为：

$$\begin{aligned} \sigma^2(\omega) &= D[E(e^{j\omega})] = \sum_{n=0}^{(N-3)/2} 4 \cdot D[e(n)] \cdot \cos^2\left[\left(\frac{N-1}{2} - n\right)\omega\right] + D\left[e\left(\frac{N-1}{2}\right)\right] \\ &= \frac{q^2}{12} \left[ 1 + 4 \sum_{n=1}^{(N-1)/2} \cos^2(n\omega) \right] \end{aligned}$$

$$D[\cdot] \text{表示求方差，令：} W_N(\omega) = \left\{ \frac{1}{2N-1} \left[ 1 + 4 \cdot \sum_{n=1}^{(N-1)/2} \cos^2(n\omega) \right] \right\}^{1/2}$$

则：

$$\sigma(\omega) = \sqrt{\frac{2N-1}{3}} \cdot \frac{q}{2} W_N(\omega)$$

由于  $0 < W_N(\omega) \leq 1$ ，当  $\omega = 0$  或  $\omega = \pi$  时， $W_N(\omega) = 1$ ，因而

$$\sigma(\omega) \leq \frac{q}{2} \cdot \sqrt{\frac{2N-1}{3}} \quad (4-10)$$

又因  $\lim_{N \rightarrow \infty} W_N(w) = \frac{1}{2} \quad 0 < w < \pi$

故由式(4-10)表示的误差统计估计值上限, 对于  $N$  较大时还可降低一半。由此, 上述统计估值上限在事先未知滤波器系数值时, 给滤波器设计提供了一个预计所需位数的方法。

### 4.3.2 非递归数字滤波器的定点运算量化误差

由于非递归数字滤波器的结构中没有反馈, 因而对它们的分析要比递归滤波器简单。在这里我们仅就定点算法实现非递归数字滤波器所引起的量化效应进行讨论, 并分直接式与串联式两种情况。

设有一线性非移变系统, 其单位冲激响应为  $h(n)$ , 它只在  $0 \leq n \leq N-1$  区间内不等于零。这个系统的直接式实现可以按下列卷积和直接得到:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} h(i) \cdot x(n-i) \quad (4-11)$$

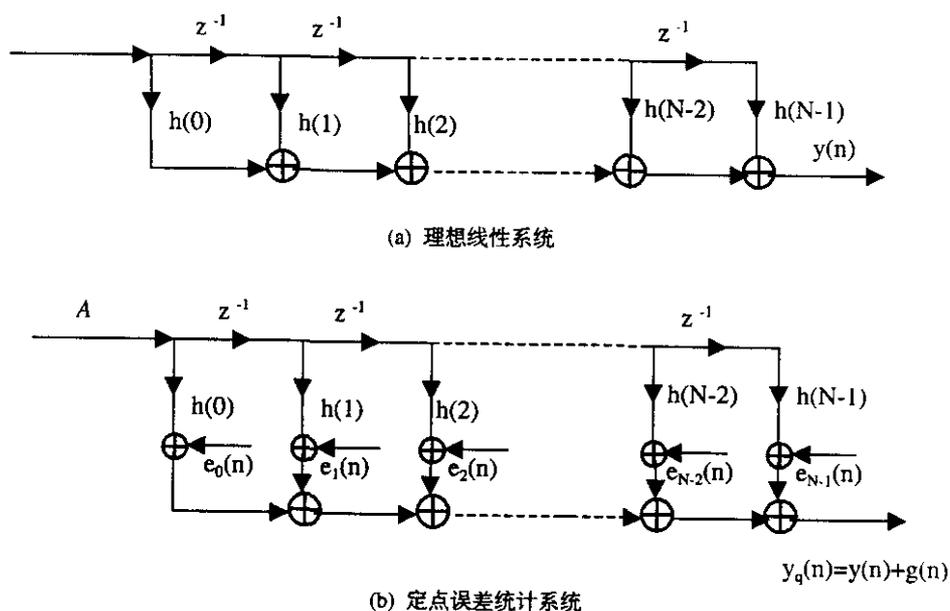


图 4-6 直接式非递归滤波器的定点舍入误差统计模型

图 4-6(a)给出了完成卷积和运算的直接式非递归滤波器, (b)是(a)的统计模型, 其考虑了各项相乘后进行舍入而引入的量化误差, 并把这些量化误差看成是一

系列独立的加性噪声源。同时假设各噪声源具有下列统计特性：

- ① 各噪声源  $e_i(n)$  都是平稳白噪声；
- ② 噪声幅度在一个量化间隔内均匀分布；
- ③ 各噪声源相互之间不相关，且与输入不相关；

图(b)中系数是为了防止溢出而事先引入的。从图中可以看到，每个噪声都直接加到输出端，因而总的输出噪声为：

$$g(n) = \sum_{i=0}^{N-1} e_i(n) \quad (4-12)$$

由于各噪声源互相独立，故由舍入误差产生的输出噪声的总方差与均值为：

$$\sigma_g^2 = N \frac{2^{-2b}}{12} \quad (4-13)$$

$$m_g = 0$$

因为舍入误差根本没有经过滤波系统，因而直接式结构的输出噪声电平与滤波器参数无关。而且由式(4-13)可见，输入噪声正比于系统的单位采样响应序列的长度  $N$ 。

在定点处理时，为防止溢出还必须考虑到系统输入的动态范围，对于线性非移变系统输出的最小上限由下式给出：

$$|y(n)| \leq |x|_{\max} \sum_{i=-\infty}^{\infty} |h(i)| \quad (4-14)$$

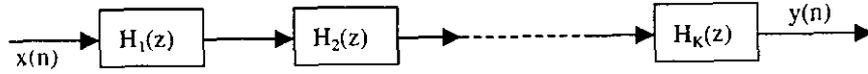
$|x|_{\max}$  为输入信号  $x(n)$  模的最大值， $h(i)$  为系统冲激响应的系数，为保证不溢出必

须满足  $|y(n)| < 1$ ，因而在图 4-6(b) 中引入常数：
$$A < \frac{1}{|x|_{\max} \sum_{n=0}^{N-1} |h(n)|}$$

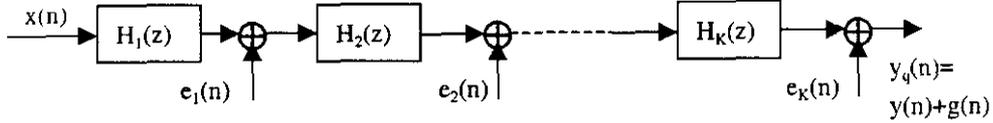
当然对于类似于白色噪声的宽带信号来说，该限制是比较合适的，但对于像正弦波这些窄带信号来说，还应对其作一些修正。

下面讨论二阶单元串联的高阶非递归滤波器（图 4-7 给出了该系统及舍入误差统计模型）。其中每个二阶单元  $H_k(z)$  均按直接式实现。为讨论方便设  $N$  为奇数，这种单元数  $K=(N-1)/2$ ，由图 4-6 可知，图 4-7 中每个单元均有三个独立的白噪声源，这三个源都位于各自单元的输出端图 4-7(b) 中已把每三个噪声源等效为一个噪声源  $e_k(n)$ ，故其方差为：

$$\sigma_{ek}^2 = 3 \cdot \frac{q^2}{12} = \frac{2^{-2b}}{4}$$



(a) 理想线性系统



(b) 舍入误差统计模型

图 4-7 串联式非递归滤波器的舍入误差统计模型

各单元串联后，每个噪声源  $e_k(n)$  所经历的二阶单元数是不同的，因而其为系统输出噪声方差作的贡献与其所的位置有关，在此用  $k$  标注其位置。设  $h_{ek}(n)$  表示从第  $k$  个噪声源到系统输出端的单位冲激响应， $\sigma_{ek}^2$  表示  $e_k(n)$  对输出噪声方差的贡献，则有：

$$\sigma_{ek}^2 = \frac{2^{-2b}}{4} \cdot \left[ \sum_{n=0}^{N-2k} h_{ek}^2(n) \right] \quad (4-15)$$

由此可得系统总输出的噪声方差为：

$$\sigma_g^2 = \sum_{k=1}^K \sigma_{ek}^2 = \frac{2^{-2b}}{4} \left[ \sum_{k=1}^K \sum_{n=0}^{N-2k} h_{ek}^2(n) \right] \quad (4-16)$$

从上两式可见，总输出的噪声方差与各二阶单元排列顺序有关，对于  $k$  个单元的串联系统，总共有  $k!$  种可能顺序。当  $k$  很大时，要想全面考察所有可能顺序是不太现实的。但是，对低阶滤波器的实测结果表明，大部分的排列顺序方式都具有较好的噪声特性，并且已提出了选择最佳顺序的算法。一个最佳顺序应该保证使从每一个噪声源到输出端的转移函数频率响应是平坦的，而且其峰值增益应较小。

最后要指出的是：为了得到滤波器的正确输出，必须保证在级联结构中每个二阶数字滤波器单元的输出端不产生溢出。为此，在每个单元输入端必须插入模比来控制信号强度，这完全与直接式讨论时相同，可参考上面的论述，在此不在重复。

### 4.4 FFT 系统的量化误差分析

应该说 FFT 系统是比较复杂的，引起误差的因素很多，而且这些误差在系统中所经历的路径是不相同的。另外，FFT 系统的量化误差与具体的算法有关，而 FFT 的算法是极其多样的，因而若想提出一些统一的量化误差精确计算方法几乎是不可能的。因而，在分析 FFT 系统的有限字长引起的量化误差时一般采用简化的统计模型分析法，庆幸的是其对大致估计系统所需的运算位数和系统字长还是颇为有用的。FFT 算法在通用计算机上实现的方法有两种，即定点实现法与浮点实现法。在此我们仅讨论定点实现法中的误差，及由 FFT 系统的系数量化而引入的误差。

由于 FFT 与 DFT 的量化误差紧密相关，因而在具体介绍 FFT 算法的量化误差之前先简单介绍定点 DFT 运算的量化误差。

#### 4.4.1 DFT 定点运算的量化误差分析

DFT 的定义式是：

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{kn} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4-17)$$

上式完全等效于 4.3.2 节中式 (4-11) 的卷积和运算：

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} h(i) \cdot x(n-i) \quad (4-11)$$

式 (4-11) 中  $h(i)$ ， $x(n-i)$  和  $y(n)$  分别对应于式 (4-17) 中的  $W_N^{kn}$ ， $x(n)$  和  $X(k)$ 。这说明此时可将 DFT 等效于一非递归数字滤波器。

图 4-8 是完成 DFT 运算的舍入误差统计模型。其中  $X(k)$  表示理想线性系统的运算结果， $X_q(k)$  表示有限字长的运算结果， $G(k)$  表示运算误差， $e(n,k)$  表

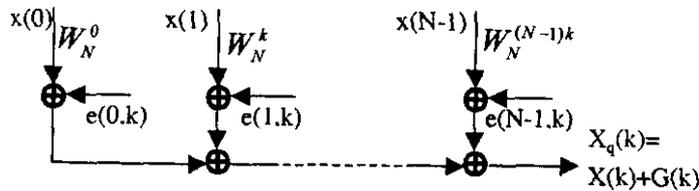


图 4-8 定点 DFT 舍入误差的统计模型

示对乘积  $x(n)W_N^{kn}$  的舍入而引入的量化误差，与非递归数字滤波器一样，它们都直接在输出端叠加。

类似于式 (4-12)，此时总的输出误差为：

$$G(k) = \sum_{n=0}^{N-1} e(n, k) \quad (4-18)$$

注意到，式 (4-17) 中乘积  $x(n) \cdot W_N^{kn}$  一般为复数乘积，若将其展开为实数乘积，则需用四个实数乘积之和来表示，在不考虑系数  $W_N^{kn}$  的量化误差时，经过舍入处理后的复乘积可表示为：

$$\begin{aligned} Q[x(n) \cdot W_N^{kn}] &= \operatorname{Re}[x(n)] \cos\left(\frac{2\pi}{N} kn\right) + e_1(n, k) \\ &\quad + \operatorname{Im}[x(n)] \sin\left(\frac{2\pi}{N} kn\right) + e_2(n, k) \\ &\quad + j \operatorname{Im}[x(n)] \cos\left(\frac{2\pi}{N} kn\right) + e_3(n, k) \\ &\quad + j \operatorname{Re}[x(n)] \sin\left(\frac{2\pi}{N} kn\right) + e_4(n, k) \end{aligned} \quad (4-19)$$

其中  $Q[\ ]$  代表复数的乘法运算。复误差  $e(n, k)$  模的平方为：

$$|e(n, k)|^2 = [e_1(n, k) + e_2(n, k)]^2 + [e_3(n, k) + e_4(n, k)]^2$$

为简化  $G(k)$  方差计算，类似于非递归数字滤波器，对每个舍入误差的统计特性作如下假设：

- ① 每个误差在  $\left[-\frac{2^{-b}}{2}, \frac{2^{-b}}{2}\right]$  范围内均匀分布，其平均值为零，方差为  $\frac{2^{-2b}}{12}$ ；
- ② 各误差之间互不相关；
- ③ 所有误差与输入和输出均无关；

根据以上统计特性的假设可得  $e(n, k)$  的均方差为：

$$E[e(n, k)^2] = 4 \cdot \frac{2^{-2b}}{12} = \frac{2^{-2b}}{3} \quad (4-20)$$

由式 (4-18) 与式 (4-20) 可得到总的输出误差的方差为：

$$\sigma_{Gk}^2 = E[G(k)^2] = \sum_{n=0}^{N-1} E[e(n, k)^2] = \frac{N}{3} \cdot 2^{-2b} \quad (4-21)$$

显然，此时输出误差总方差比例于  $N$ ，其完全类似于非递归数字滤波器直接式结构的情况。当然，按式 (4-21) 来估计误差是偏大的，因为在与某些系数  $W_N^{kn}$  (例如  $W_N^0$ ) 相乘时并不出现舍入误差。

由于采用了定点运算，还应考虑动态范围的问题。由式 (4-17) 得到：

$$|X(k)| = \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{kn} \right| \leq \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)| \cdot |W_N^{kn}| = \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)| < N \quad (4-22)$$

为保证不溢出，要求  $|X(k)| < 1$ ；若  $\sum_{n=0}^{N-1} |x(n)| < 1$  成立，则  $|X(k)| < 1$  必成立，因而为

保证在最坏的情况下不出现溢出，应把输入降低  $N$  倍。当然  $\sum_{n=0}^{N-1} |x(n)| < 1$  是保证不溢出的充分条件，但它不是必要条件。

#### 4.4.2 FFT 定点运算的量化误差分析

下面我们讨论基于时域抽样(DIT)基 2 算法的 FFT 系统的定点量化误差。时域抽样基 2 算法的基本迭代公式为：

$$\begin{aligned} x_l(m) &= x_{l-1}(m) + x_{l-1}(n)W_N^l \\ x_l(n) &= x_{l-1}(m) - x_{l-1}(n)W_N^l \end{aligned} \quad l=1,2,\dots,M$$

式中  $N=2^M$ ,  $W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$ 。

基本的蝶形单元的统计模型是 FFT 系统误差分析的基础。图 4-9 即是 DIT 基 2 蝶形单元的定点舍入误差统计模型。每个复乘包括 4 个实乘，每个定点实乘产生一个舍入误差源，并令每个误差源具有与 DFT 误差源相同的统计特性的假设，类似于 DFT 中的分析，复误差  $e(n,l)$  的方差为：

$$\sigma^2 = E[e(n,l)^2] = \frac{2^{-2b}}{3}$$

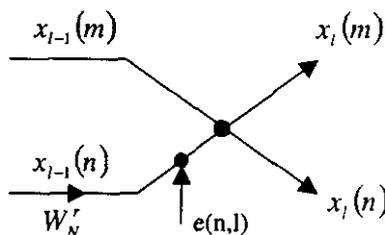


图 4-9 DIT 基 2FFT 蝶形单元的定点舍入误差统计模型

对于整个 FFT 蝶形运算，为了计算出每一个输出端的误差方差，应考虑到通往

该输出端的所有误差源对其的贡献分量。我们对 DIT 基 2 流程图作如下考察：  
 因每个舍入误差源都由数据于  $W_N^0$  相乘而成，而  $W_N^0$  是具有单位值的复常量，故  
 由每个误差源产生的输出噪声分量的均方值相等且为  $\sigma^2$ ，因而每一个输出端的  
 总输出噪声等于所有与其相关联的诸误差源噪声之和。

图 4-10 给出了  $N=8$  点 DIT 基 2FFT 流程图中与输出端  $X(0)$  相联系的  $(N-1)$  个蝶形运算单元。由图易知对于每个输出端  $X(k)$  相联系的蝶形运算单元数为

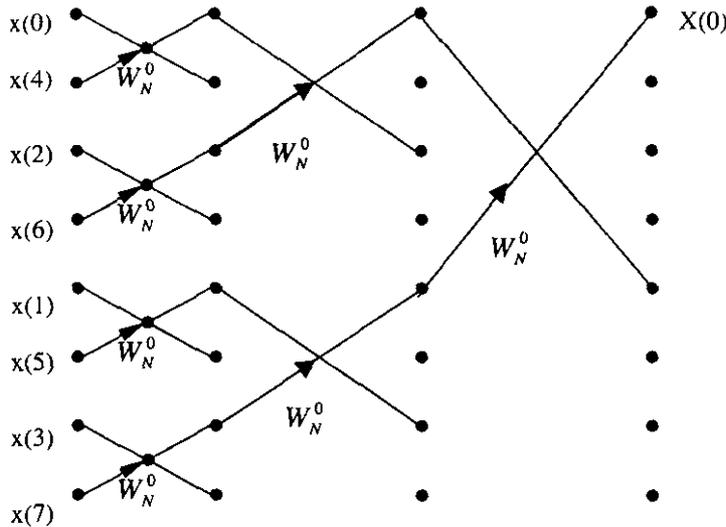


图 4-10 与输出端  $X(0)$  相关联的蝶形运算单元

$(N-1)$ ，由于每个蝶形单元最多引入一个误差源，所以可能传递到每个输出端的复  
 误差源最多为  $(N-1)$  个。如假定每个蝶形单元都引入一个复误差源，则可以得到  
 每输出端的噪声之上限为：

$$E[G(k)]^2 = (N-1)\sigma^2 \approx N\sigma^2 \quad (4-23)$$

当然上式的近似只有  $N$  较大时才成立。这样同样表明定点基 2FFT 的输出舍入  
 误差噪声比例于变换点  $N$ 。

类似于 DFT 考虑此时系统的动态范围的问题。但用 FFT 算法计算 DFT 从  
 一次迭代转向下一次迭代时，通常序列的数值将增大，这意味着在 FFT 算法的  
 内部循环中需将数据的序列按适当比例换算向右移，以保持它不变。对于定点  
 DIT 基 2FFT 的情况，有：

$$\max(|x_{i-1}(m)|, |x_{i-1}(n)|) \leq \max(|x_i(m)|, |x_i(n)|) \leq 2 \max(|x_{i-1}(m)|, |x_{i-1}(n)|)$$

即在 FFT 流程图中，从一个迭代级到下一个迭代级，迭代数据的最大模值是非降的，而且每次迭代最多增加一倍。因此，只要在每次迭代之前将所有的数据乘上因子 1/2，则迭代后的结果就不会溢出。

由式(4-22)的分析可知： $|x(n)| < 1/N$  是对输出序列幅度的约束条件，也是保证每个迭代级不出现溢出的充分条件。在该约束条件下，考虑 FFT 输出端的噪声信号方差比。此时先对信号作如下假定：

1. 输入序列中各采样互不相关（即为白色信号）；
2. 输入序列的实部和虚部不相关，且实部，虚部在  $\left(-\frac{1}{\sqrt{2N}}, \frac{1}{\sqrt{2N}}\right)$  区间内有均匀幅度分布；

在该假定条件下复输出序列的均方值可表示为： $E[x(n)^2] = \frac{1}{3N^2}$

进而可以得到： $E[X(k)^2] = \sum_{k=0}^{N-1} E[x(n)^2] \cdot |W_N^{kn}|^2 = N \cdot \frac{1}{3N^2} = \frac{1}{3N}$

最后得噪声信号方差比（N 较大时）为： $\frac{E[G(k)^2]}{E[X(k)^2]} = \frac{N\sigma^2}{\frac{1}{3N}} = 3N^2\sigma^2 = N^2 \cdot 2^{-2b}$

可见此时噪声信号方差比与  $N^2$  成正比。这表明若 FFT 计算的样本点数 N 增加一倍，相当于在 FFT 中增加了一级迭代，为保持原来的方差比，则字长必须增加一倍。当然事实上，输入序列不一定是白色的，但对于其他输入序列，输出方差比比例于  $N^2$  还是有其意义的，只是比例常数变了而已。

上面已指出对 FFT 流程中每次迭代之前将所有的数据乘上因子 1/2，即可防止输出结果的溢出。其舍入统计模型如图 4-11 所示。由于比例因子 1/2 的乘法运算，此时比图 4-9 中增加了一个乘法舍入误差噪声源  $e(m,l)$ 。同样假定这些噪声源的实部和虚部互不相关，而且在流程图中与其它蝶形的噪声源也不相关，与上面的讨论类似两复噪声源的方

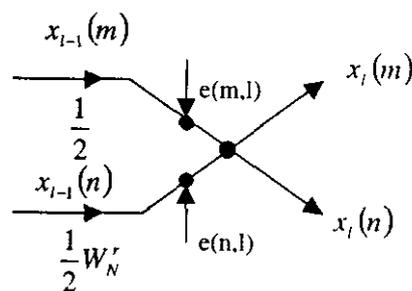


图 4-11 加入因子后蝶形单元的舍入统计模型

差均为:  $\sigma^2 = 2^{-2b} / 3$

因各噪声源均不相关, 故每个输出端的噪声均方值仍等于所有有关噪声分量之和。但此时各输出点噪声方差并不简单的等于各有关噪声源噪声方差之和, 因为每个噪声源到达输出端要经历不同的因子变换衰减, 衰减量与每个噪声源的发源位置有关。由图 4-11 已推知发源于第  $l$  级迭代的噪声源传递到输出端所经历的因子变换相当于衰减了  $\left(\frac{1}{2}\right)^{M-l}$ ,  $l=1, 2, \dots, M$ 。而每个输出端与第  $l$  级迭代中的  $2^{M-l}$  个蝶形单元相联, 在这  $2^{M-l}$  个蝶形单元中共有  $2^{M-l+1}$  个噪声源。因此每个输出端的噪声均方值为:

$$\begin{aligned} E[G(k)^2] &= \sigma^2 \sum_{l=1}^M 2^{M-l+1} \left(\frac{1}{2}\right)^{2M-2l} = \sigma^2 \sum_{l=1}^M 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{M+l} = 2\sigma^2 \sum_{k=0}^{M-1} \left(\frac{1}{2}\right)^k \\ &= 2\sigma^2 \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^M}{1 - \frac{1}{2}} = 4\sigma^2 \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^M\right] \end{aligned}$$

当  $N$  较大时, 上式可近似为:

$$E[G(k)^2] \approx 4\sigma^2 = \frac{4}{3} \cdot 2^{-2b}$$

与式(4-23)相比, 显然此时输出噪声方差比采用在输出端一次因子变换小得多。此时噪声信号方差比(信号为白色信号)为:

$$\frac{E[G(k)^2]}{E[X(k)^2]} = \frac{\frac{4}{3} \cdot 2^{-2b}}{\frac{1}{3N}} = 4N \cdot 2^{-2b} \quad (4-24)$$

即方差比正比于  $N$ , 则表明每级迭代增加半比特。同样式(4-24)虽是从白噪声信号中推得的结果, 但方差比正比于  $N$  的结论仍符合于较多类型的信号, 只是式中比例常数会因不同的信号而改变。则说明, 采用逐级因子变换对于降低输出噪声是有效的。

#### 4.4.3 FFT 系统的系数量化误差分析

前面关于 FFT 系统定点舍入误差分析中都没有考虑系数  $W_N^k$  的量化误差,

在这一小节将对系数  $W_N^k$  的量化噪声作一简化分析。所采用的统计模型仍假设是被量化后的系数为真值加上一个白噪声序列。重写 DFT 定义式 (4-17):

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4-17)$$

设  $X_q(k)$  是考虑了系数量化后的基 2FFT 的输出, 参考图 4-9 对于每一输出点  $X(k)$  均由所有  $x(n)$ , ( $n=0, 1, \dots, N-1$ ) 点值通过  $\log_2 N$  级迭代, 即与  $\log_2 N$  个量化系数相乘。故可将  $X_q(k)$  表示为:

$$X_q(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \Omega_{nk}$$

其中: 
$$\Omega_{nk} = \prod_{m=1}^M (W_N^{a_m} + \sigma_m) \quad (4-25)$$

式中  $W_N^{a_m}$  表示第  $m$  ( $m=1, 2 \dots M$ ) 级相乘系数的真值,  $\sigma_m$  表示该系数的误差,

由 (4-16) 及上面分析易知: 
$$\prod_{m=1}^M W_N^{a_m} = W_N^{kn} \quad (4-26)$$

若每个系数实部与虚部均用  $b$  位表示, 且实部, 虚部量化各不相关, 并在  $\pm \frac{2^{-2b}}{2}$  范围内均匀分布, 则:  $|\sigma_m| \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2^{-b}$

方差为: 
$$\sigma^2 = \frac{1}{6} \cdot 2^{-2b}$$

由 FFT 系数量化引起的 DFT 计算误差可表示为:

$$G(k) = X_q(k) - X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) (\Omega_{nk} - W_N^{nk}) \quad (4-27)$$

由式 (4-25), (4-26) 知:  $\Omega_{nk} - W_N^{nk} = \sum_{m=1}^M \sigma_m \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq m}}^M W_N^{a_l} + \text{高阶项误差}$

忽略高阶项误差, 又由于  $\sigma_m$  互不相关, 则  $\Omega_{nk} - W_N^{nk}$  的方差为:

$$E[|\Omega_{nk} - W_N^{nk}|^2] = M(2^{-2b}/6)$$

若  $\Omega_{nk} - W_N^{nk}$  也互不相关, 由式 (4-27) 可得由系数量化而引起的输出误差为:

$$\sigma_G^2 = M(2^{-2b}/6) \cdot \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2$$

其中  $\sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2$  为输出信号均方值，最后可得到输出噪声与信号方差比为：

$$\frac{M}{6} \cdot 2^{-2b}。$$

虽然上式不可能用来精确计算由系数量化而引起的 FFT 输出误差，但仍可用它来做出约略的估计。从上面分析得到的一个比较重要的结论是：由于 FFT 系数量化误差而使输出噪声与信号方差比随 N 增大而增加是及其缓慢的，其正比于 M ( $M=\log_2 N$ )，即使 N 加倍，方差比增加也极微小。

## 第五章 I/Q 通道的不平衡性问题

### 5.1 概述

信号的正交采样中将信号分为同相(I)与正交(Q)两个信道,并合成为基带复信号进行处理。以上各章的分析中都未考虑 I、Q 通道的不平衡性问题,均假设两个输出之间是非常平衡的(即:两个输出信号幅度相等,相位相差  $90^\circ$ )。但这在实际当中是不可能的,两接收信道之间总存在不平衡性。而且由于这种不平衡性,使复信号在时域上造成幅度和相位的误差;在频域上会产生信号回波谱线的镜像。

### 5.2 I/Q 通道不平衡的影响

下面我们用傅立叶变换来解释镜像谱是如何产生的。设理想中频信号为:

$$s(t) = e^{j2\pi f_0 t} = I(t) + jQ(t) = \cos(2\pi f_0 t) + j\sin(2\pi f_0 t)$$

设 I、Q 通道之间的幅度误差为 K,相位误差为  $\varphi$ 。为了便于分析,我们以 I 信道为标准,而设所有的不平衡均在 Q 信道中(由于幅度和相位误差是两信道之间的相对值,所以误差可以仅包含在一个信道里,而不失一般性。)

此时中频信号为:

$$\begin{aligned} s(t) &= I(t) + jQ(t) = \cos(2\pi f_0 t) + j(1+K)\sin(2\pi f_0 t + \varphi) \\ &= \frac{1}{2}(e^{j2\pi f_0 t} + e^{-j2\pi f_0 t}) + j(1+K) \cdot \frac{1}{2j} [e^{j(2\pi f_0 t + \varphi)} - e^{-j(2\pi f_0 t + \varphi)}] \\ &= \frac{1}{2} e^{j2\pi f_0 t} [1 + (1+K)e^{j\varphi}] + \frac{1}{2} e^{-j2\pi f_0 t} [1 - (1+K)e^{-j\varphi}] \end{aligned} \quad (5-1)$$

将式(5-1)两边作傅氏变换得:

$$S(f) = \frac{1}{2} [1 + (1+K)e^{j\varphi}] \delta(f - f_0) + \frac{1}{2} [1 - (1+K)e^{-j\varphi}] \delta(f + f_0) \quad (5-2)$$

由式(5-2)可以看到,若  $K=0$  且  $\varphi=0$ ,正是理想信号  $s(t)$  的频谱  $\delta(f - f_0)$ ,镜像分量为 0。可见正由于存在幅度与相位误差,是信号在频域上产生了镜像

下边带谱分量，而且该分量的强度与 I、Q 通道的幅相误差成正比。我们可以定义一比值——镜像抑制度 (IR) 来衡量镜像分量强度的大小。镜像抑制度定义为：下边带镜像谱分量幅度的平方与上边带谱分量幅度的平方比值的对数。即：

$$IR = 10 \lg \frac{[1 - (1 + K) \cos \varphi]^2 + [(1 + K) \sin \varphi]^2}{[1 + (1 + K) \cos \varphi]^2 + [(1 + K) \sin \varphi]^2}$$

$$= 10 \lg \frac{1 + (1 + K)^2 - 2(1 + K) \cos \varphi}{1 + (1 + K)^2 + 2(1 + K) \cos \varphi}$$

显然 IR 值与 I、Q 信道的幅相误差大小成反比。在已知镜像抑制度大小的情况下，我们可以大略计算出 I、Q 通道幅相不平衡度的要求。

### 5.3 误差校正与 DPD 技术

由于现代的高性能雷达对信号的镜频抑制比要求较为严格，一般我们都要对得到的 I、Q 通道信号进行误差校正。一般的方法为先给接收机的 I、Q 检波前注入一已知的理想信号，测量出两信道之间的不平衡度，再校正它们，校正的方案是借助莱姆—施密特 (Gram—Schmidt) 方法实现的。

当然，我们也可以通过选择适当的采样频率对信号在中频直接进行 A/D 变换，然后对 I、Q 通道信号交替抽取，接着利用数字延时内插器同时对 I、Q 两路信号进行内插运算，且使 I、Q 两路内插值信号的延时不同，从而得到 I、Q 两路数字信号，此即为 DPD (Digital Product Detector) 技术。原理图见图 5-1。

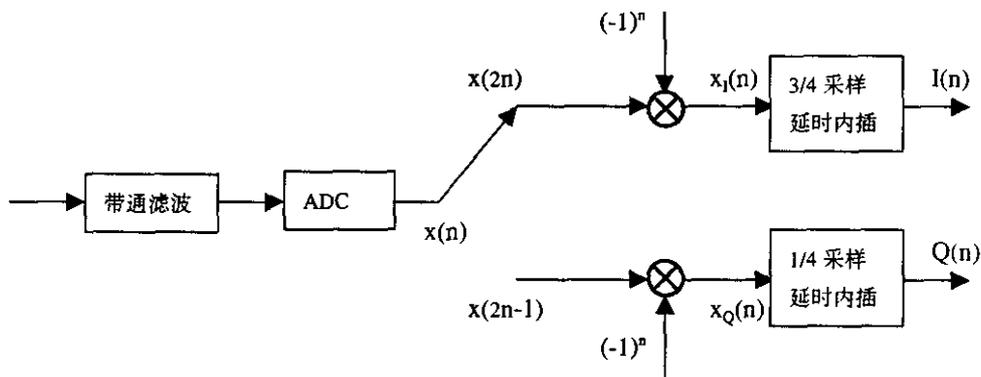


图 5-1 DPD 原理图

下面分析其有效性。任何一带通信号  $s(t)$  可写成如下形式：

$$\begin{aligned} s(t) &= A(t)\cos(2\pi f_0 t + \varphi(t)) \\ &= A(t)\cos\varphi(t)\cos 2\pi f_0 t - A(t)\sin\varphi(t)\sin 2\pi f_0 t \\ &= I(t)\cos 2\pi f_0 t - Q(t)\sin 2\pi f_0 t \end{aligned}$$

式中  $f_0$  为中心频率,  $I(t)$ 、 $Q(t)$  为  $s(t)$  的同相和正交分量, 并为低通信号。

设带通信号带宽为  $B$ , 采样频率  $f_s > 2B$ , 且满足  $f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{4f_0}{(2M-1)}$  ( $M$  为正整

数) 不妨设  $M=1$ , 即  $f_s = 4f_0$ 。

则:

$$2\pi f_0 T_s = 2\pi f_0 \frac{1}{4f_0} = \frac{\pi}{2}$$

$s(t)$  经采样后得到:

$$\begin{aligned} s(n) &= I(n)\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - Q(n)\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \\ &= \begin{cases} (-1)^{n/2} I(nT_s) & n = \text{even} \\ -(-1)^{(n-1)/2} Q(nT_s) & n = \text{odd} \end{cases} \quad (5-3) \end{aligned}$$

由此可见, 我们可以直接由采样值来交替的得到所需的正交双路信号, 所差的只是一个符号修正问题和采样周期的间隔  $T_s$  问题。我们可以对  $I$ 、 $Q$  两路进行插值运算, 并分别延时  $\frac{3}{4}T$  与  $\frac{1}{4}T$  来对齐信号采样值点, 这里  $T$  为输出信号的采样间隔。

对  $I$ 、 $Q$  两路信号交替抽样后, 由式 (5-3) 可得:

$$s_I(n) = s(2n)(-1)^n = s(2n) \cdot e^{jn\pi} \quad (5-4)$$

$$s_Q(n) = s(2n-1)(-1)^n = s(2n-1) \cdot e^{jn\pi} \quad (5-5)$$

假定输入信号频谱为  $S(\omega)$ , 将式 (5-4) (5-5) 两边作傅氏变换可得:

$$\begin{aligned} S_I(\omega) &= F[s(2n) \cdot e^{jn\pi}] = \frac{1}{2} \left[ S\left(\frac{\omega}{2}\right) + S\left(\frac{\omega}{2} + \pi\right) \right] * \delta(\omega + \pi) \\ &= \frac{1}{2} \left[ S\left(\frac{\omega + \pi}{2}\right) + S\left(\frac{\omega + \pi}{2} + \pi\right) \right] \quad (5-6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_Q(\omega) &= F[s(2n-1) \cdot e^{jn\pi}] = -\frac{j}{2} \left[ S\left(\frac{\omega}{2}\right) - S\left(\frac{\omega}{2} + \pi\right) \right] * \delta(\omega + \pi) \\
 &= -\frac{j}{2} \left[ S\left(\frac{\omega + \pi}{2}\right) - S\left(\frac{\omega + \pi}{2} + \pi\right) \right] e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad (5-7)
 \end{aligned}$$

经延时后，合成的输出信号的频谱为：

$$S_o(\omega) = S_I(\omega)e^{-j\frac{3}{4}\omega} + jS_Q(\omega)e^{-j\frac{1}{4}\omega} \quad (5-8)$$

将式(5-6)、(5-7)代入式(5-8)，化简后为：

$$S_o(\omega) = S\left(\frac{\omega + \pi}{2}\right) e^{-j\frac{3}{4}\omega} \quad -\pi \leq \omega \leq \pi$$

从上述分析中可以看出，只要 I、Q 两路信号的频谱失真或失真一致，则合成复矢量时，下边带（即镜像）谱分量相互抵消，而上边带谱分量叠加形成单边带谱输出。由于在此两路均用了插值器，非理想性相互抵消，因而可以得到很高的镜频抑制比。

## 第六章 仿真结果

### 6.1 量化误差对脉压输出波形的影响

在实际的系统中，由于各种原因，系统各部分总是存在不同程度的失真。概括起来有频率域上的幅度与相位失真，以及时间域上的幅度调制和相位调制失真。在此我们不考虑由于其它原因造成的系统失真，主要讨论 A/D 量化误差对脉压输出波形的影响。在对输出波形的讨论中，可以应用著名的“成对回波理论”，下面对其作简要介绍。

“成对回波理论”最早是由 Maccoll 提出，以后由 Wheeler 和 Burrows 进一步阐明的。该理论是对系统失真进行定量分析的有效工具。成对回波概念指出：在一线性系统中，无论是相位还是幅度随频率的一个小的正弦变化，在其输出端都会产生时域上的一对回波，其中一个回波滞后输入信号的主响应，另一个回波超前输入信号的主响应。

任何实际系统都是非理想的，都会产生一定的失真，但我们可以将实际的失真系统看成为理想系统和失真网络的串接。假设失真网络的传输函数为：

$$H(f) = A(f)e^{j\varphi(f)} \quad (6-1)$$

其中  $A(f)$  和  $\varphi(f)$  可分别展成傅立叶级数：

$$\begin{aligned} A(f) &= a_0 + \sum_i a_i \cos(ic2\pi f) \\ \varphi(f) &= b_0(2\pi f) + \sum_i b_i \sin(ic2\pi f) \end{aligned} \quad (6-2)$$

上式中，两个求和项表示幅度和相位偏离理想值的情况， $a_0, a_i, b_0, b_i$  以及  $c$  均是常数，为了简化分析，人们往往略去傅立叶级数的高阶项，因而(6-2)可简为：

$$\begin{aligned} A(f) &= a_0 + a_1 \cos(c2\pi f) \\ \varphi(f) &= b_0 2\pi f + b_1 \sin(c2\pi f) \end{aligned} \quad (6-3)$$

设输入信号  $s_i(t)$ , 频谱  $S_i(f)$ , 则通过式(6-3)表述的系统后, 输出  $s_o(t)$  为:

$$\begin{aligned} s_o(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} H(f) S_i(f) e^{j2\pi ft} df = \int_{-\infty}^{\infty} [a_0 + a_1 \cos(c2\pi f)] e^{j[b_0 2\pi f + b_1 \sin(c2\pi f)]} S_i(f) e^{j2\pi ft} df \\ &= a_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{jb_0 2\pi f} S_i(f) e^{jb_1 \sin(c2\pi f)} e^{j2\pi ft} df \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} a_1 \cos(c2\pi f) e^{jb_0 2\pi f} S_i(f) e^{jb_1 \sin(c2\pi f)} e^{j2\pi ft} df \end{aligned} \quad (6-4)$$

应用贝塞尔函数展开式:

$$e^{jb_1 \sin x} = J_0(b_1) + \sum_{n=1}^{\infty} J_n(b_1) [e^{jnx} + (-1)^n e^{-jnx}] \quad (6-5)$$

将其带入式(6-4)可得:

$$\begin{aligned} s_o(t) &= a_0 J_0(b_1) s_i(t+b_0) + J_1(b_1) \left[ \left( a_0 + \frac{a_1}{b_1} \right) s_i(t+b_0+c) - \left( a_0 - \frac{a_1}{b_1} \right) s_i(t+b_0-c) \right] \\ &\quad + J_2(b_1) \left[ \left( a_0 + \frac{2a_1}{b_1} \right) s_i(t+b_0+2c) + \left( a_0 - \frac{2a_1}{b_1} \right) s_i(t+b_0-2c) \right] + \\ &\quad J_3(b_1) \left[ \left( a_0 + \frac{3a_1}{b_1} \right) s_i(t+b_0+3c) - \left( a_0 - \frac{3a_1}{b_1} \right) s_i(t+b_0-3c) \right] + \dots \end{aligned} \quad (6-6)$$

当  $b_1 < 0.5$  弧度时有:

$$\begin{aligned} J_0(b_1) &\approx 1 \\ J_1(b_1) &\approx \frac{1}{2} b_1 \quad J_n(b_1) \approx 0 \quad n \geq 2 \end{aligned}$$

于是式(6-6)可简化为:

$$s_o(t) = a_0 \left[ s_i(t+b_0) + \frac{1}{2} \left( \frac{a_1}{a_0} + b_1 \right) s_i(t+b_0+c) + \frac{1}{2} \left( \frac{a_1}{a_0} - b_1 \right) s_i(t+b_0-c) \right] \quad (6-7)$$

由式(6-7)可见, 成对回波的相对幅度在相位波动为零时是  $\frac{a_1}{2a_0}$ ; 在幅度波动为零时是  $\frac{b_1}{2}$ 。成对回波在时间上与主响应相差  $\pm c$ 。式(6-7)表明传递函数无论相位还是幅度的一个小的正弦变化都会产生一对分别位于主响应两边的回波。这对回波减小了无失真主响应的复现。

由 4.2.3 节可知在正交采样的雷达系统中, 信号幅度的最大量化误差, 及由

A/D 采样引入的最大相位误差。即：

$$e_{\max} = \frac{\Delta}{\sqrt{2}} = \frac{2^{-N}}{\sqrt{2}}$$

$$\varphi_{\max} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{1}{2^N - 1}$$

其中  $\Delta$  表示单路采样幅度的最大量化误差， $N$  为采样的位数。

表 6-1 给出了不同正交采样位数下幅度误差与相位误差的最大值。

表 6-1 最大幅度误差、相位误差与采样位数的关系

N	3	5	8	10	12	15	20
$e_{\max}$	0.0884	0.0221	0.0028	6.905e-4	1.726e-4	2.158e-5	6.7435e-7
$\varphi_{\max}$	8.13°	1.8476°	0.2247°	0.0560°	0.0140°	0.0017°	5.464e-5°

同时我们假定信号的幅度量化误差和相位误差均服从均匀分布。此时通过对匹配滤波器的单位冲激响应频谱的分析可知，在频域上幅度失真最坏的情况即为  $e_{\max}$ ，即式 (6-3) 中  $a_1 = e_{\max}$ 。同理可得相位失真，在式 (6-3) 中  $b_1 = \varphi_{\max}$ 。这样可以得到在不同采样位数下由量化误差造成的旁瓣大小，如图 6-1 所示，其中主瓣高度为 0dB。由于以上讨论仅考虑了 A/D 量化误差，其比值并非是整个脉压输出结果的主副比，实际上图中的值将叠加在脉压输出的旁瓣上。从图中可以看到随着采样位数的增加，旁瓣主瓣比迅速的减小，当采样位数大于 12bit 时，量化误差对波形的影响已很小，故此时量化误差对波形的影响可以忽略。

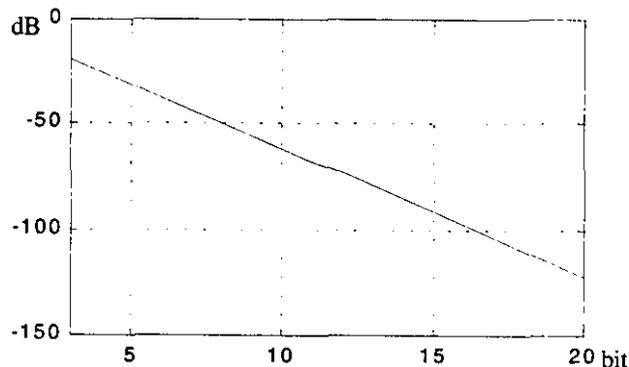


图 6-1 不同正交采样位数下量化误差引入的脉压旁瓣大小

在下面给出的仿真结果中考虑了实际数字信号处理系统中的有限字长效应。并设系统分别为零噪声背景下的 16、32 位定点处理系统，A/D 的动态范围

为： $-1V \sim +1V$ ，信号采样频率为调频带宽  $B$  的 4 倍，匹配滤波器不加窗。信号的形式为：线性调频信号(LFM)与非线性调频信号(NLFM)。其具体的参数如下：

信号 1: LFM 信号，调频带宽  $B = 200 \text{ kHz}$ ，时宽  $T = 640 \mu\text{s}$ ，时宽带宽积  $BT=128$ 。

信号 2: LFM 信号，调频带宽  $B = 500 \text{ kHz}$ ，时宽  $T = 100 \mu\text{s}$ ，时宽带宽积  $BT=50$ 。

信号 3: NLFM 信号，调频带宽  $B = 200 \text{ kHz}$ ，时宽  $T = 640 \mu\text{s}$ ，时宽带宽积  $BT=128$ 。

信号 4: NLFM 信号，调频带宽  $B = 500 \text{ kHz}$ ，时宽  $T = 100 \mu\text{s}$ ，时宽带宽积  $BT=50$ 。

图 6-2 (a)、(b)、(c)、(d)分别给出了信号 1、2、3、4 在理想情况以及在不同 A/D 采样位数下，通过脉压系统（16 位定点处理）后输出波形的最大旁瓣与主瓣峰值之比。

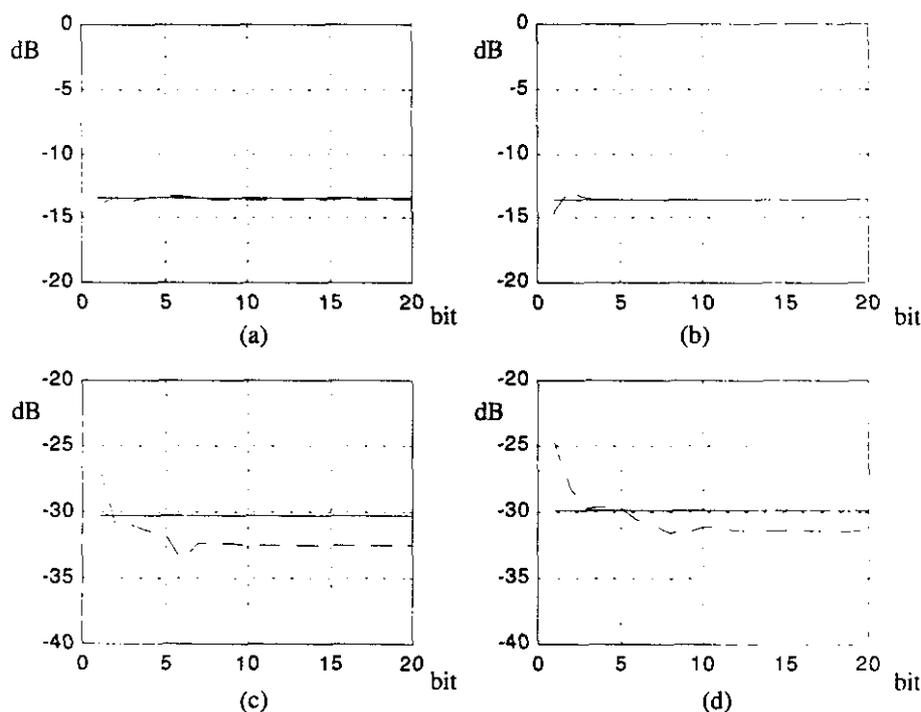


图 6-2 A/D 采样位数对脉压输出结果的影响曲线

上图中实线表示理想情况下的结果，虚线表示引入量化误差后的结果。由(a)、(b)

可知在 16 位定点处理时, A/D 量化误差对线性调频信号输出波形的最大旁瓣与主瓣峰值之比的影响相对较小, 一般可以忽略, 但并不意味着 A/D 量化误差对其没有影响, 实际上由于 A/D 的量化误差, 脉压输出波形的远端旁瓣升高较大, 应该给予考虑。由(c)、(d)可知, 此时 A/D 量化误差对非线性调频信号输出波形的最大旁瓣与主瓣峰值之比的影响较为明显。当 A/D 采样位数较高时该值趋于一稳定值。图中引入量化误差后的比值比理想情况下的低, 这并不表示引入量化误差后主副比有所改善, 实际上由于引入量化误差, 非线性调频信号输出波形的旁瓣有很大的升高。在多目标环境中, 对检测较小的目标是非常不利的,

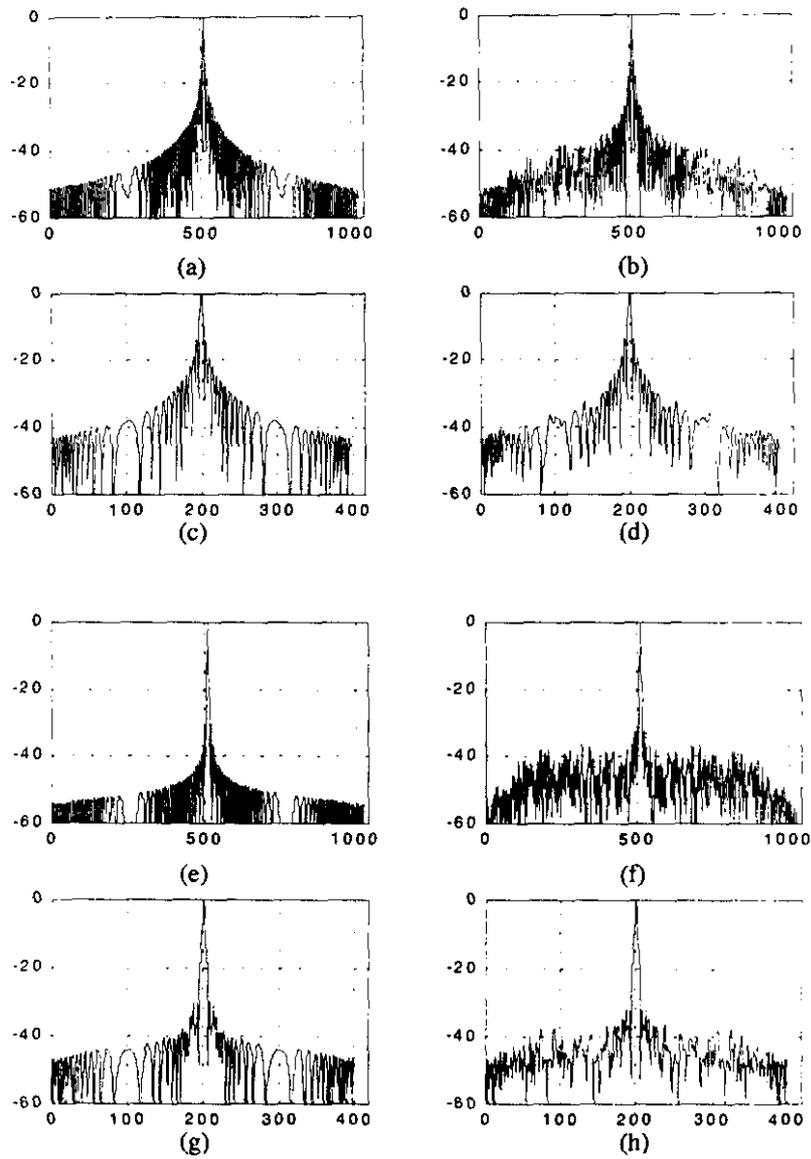
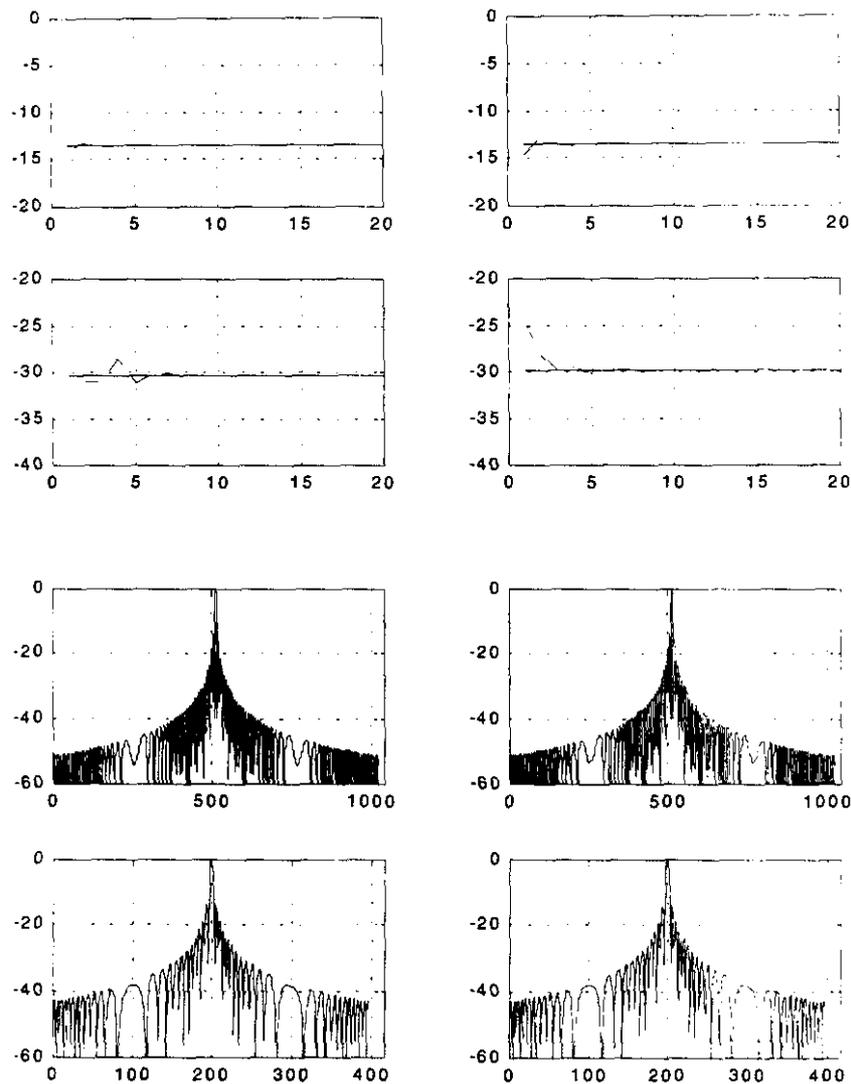


图 6-3 A/D 量化误差对脉压输出波形的影响 1

应予以重视。图 6-3 给出了 A/D 采样位数为 8 位，信号 1、2、3、4 的脉压输出波形，其中(a)、(c)、(e)、(g)为理想情况，(b)、(d)、(f)、(h)为引入量化误差后的情况。

由图 6-3 可以看到，正如上面所分析的，经过 A/D 量化后的调频信号的脉压输出波形的旁瓣升高较为明显，特别是非线性调频信号，受量化误差影响很大。以上给出的都是在 16 位定点处理时的情况。图 6-4 给出了 32 位定点处理时相应的仿真结果。



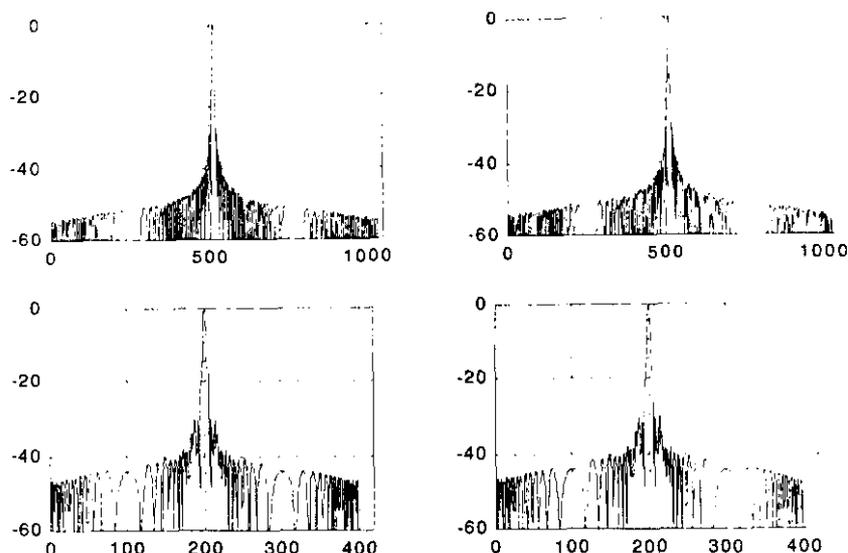


图 6-4 A/D 量化误差对脉压输出波形的影响 2

由图 6-4 可见当系统为 32 位定点处理时，量化误差对脉压输出波形的影响很小，一般可以忽略。当然，此时对实际的软件、硬件中的各项指标提出了更高的要求。我们应该按照具体的实际情况采用不同的处理系统。

在此还应该指出，由于引入了量化误差，使输出信号的主瓣宽度有所展阔，但很不明显，一般情况下可以不予考虑。

## 6.2 量化误差对脉压输出信噪比的影响

以上的仿真是基于频域快速卷积法。衡量脉压输出效果的另一重要性能指标为输出信号的信噪比损失。由 4.2.2 节知在对模拟采样信号作数字处理时，我们通常把量化误差看成是加性噪声序列，而且在此我们假设信号受加性白噪声的干扰，因而我们用统计模型来分析脉压输出信噪比损失是比较方便的。下面先考虑一量化序列通过一个线性非时变数字系统时的响应。

设一量化序列为：

$$x_q(n) = x(n) + e(n)$$

其中  $x(n)$  表示无误差信号， $e(n)$  为量化误差。且  $x(n)$  与  $e(n)$  互相独立。由于系统是线性的，因而系统对  $x(n)$ 、 $e(n)$  是独立处理的。设系统的单位脉冲响应为  $h(n)$ ，则系统的输出可以表示为：

$$y_q(n) = x_q(n) * h(n) = x(n) * h(n) + e(n) * h(n)$$

其中第一项表示输出的信号分量，第二项表示输出的噪声分量。其模型如图 6-5 所示（图中  $y(n)$  表示信号分量， $q(n)$  表示噪声分量）。由于输入噪声为白噪声，

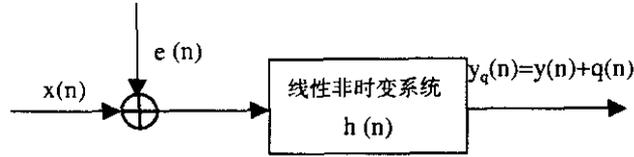


图 6-5 量化信号通过线性系统模型

输出的噪声  $q(n)$  的平均值和方差可以表示为：

$$M_q = E[q(n)] = M_e \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)$$

$$\sigma_q^2 = D[q(n)] = \sigma_e^2 \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h(n)|^2$$

当然上两式中均未考虑系统的误差，实际当中当然是不可能的。下面的仿真中系统为一匹配滤波器，考虑了其参数的量化噪声，即系统的单位冲击响应可表示为：

$$h_q(n) = h(n) + h_e(n)$$

$h(n)$  为无误差分量， $h_e(n)$  为噪声分量，且相互独立。输入信号的噪声包括了信号本身的噪声与量化噪声，由于两者互相独立，可以相加用  $e(n)$  来表示。此时系统的输出可表示为：

$$y_q(n) = x_q(n) * h_q(n) = x(n) * h(n) + e(n) * h(n) + x(n) * h_e(n) + e(n) * h_e(n)$$

由于最后一项很小可以忽略。第二项与第三项均为噪声分量。

由 4.2.2 节可知对采样值采用舍入法处理尾数的情况下，可将量化噪声看成均值为零，均匀分布的白噪声。同时考虑定点处理系统引入的量化噪声。下面的仿真同样采用 16、32 位定点处理系统。信号为上节中所列的四种信号，输入噪声为零均值，均匀分布的白噪声，信噪比  $SNR=24.76dB$ 。

图 6-6 给出了采用 16 位定点处理时，不同 A/D 采样位数下，由于量化误差而引起的脉压输出信噪比损失的理论值（图(a)、(b)分别为信号 1、2 的情况）。

可见其与信号形式无关。

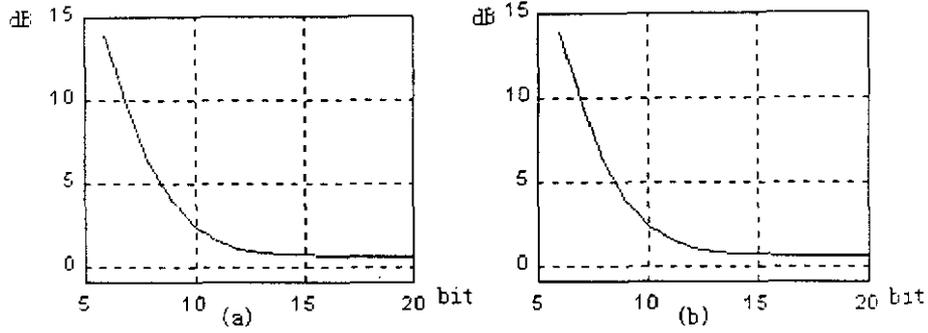


图 6-6 脉压输出信噪比损失的理论值与 A/D 采样位数的关系 1

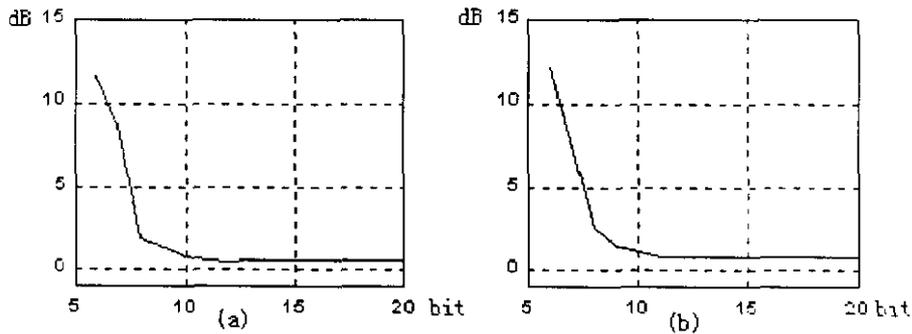


图 6-7 脉压输出信噪比损失与 A/D 采样位数的关系 1

图 6-7 为量化后 LFM 信号 1、2 通过数字匹配滤波器后，脉压输出信噪比损失的仿真图，其与理论值比较近似，说明用统计模型来分析脉压输出信噪比损失是有效的。对于 NLFM 信号 3、4 理论值与图 6-6 相同，仿真图如图 6-8 所示。

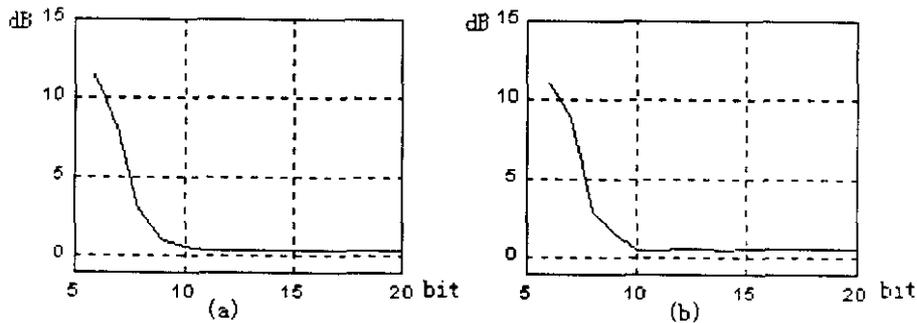


图 6-8 脉压输出信噪比损失与 A/D 采样位数的关系 2

由以上的仿真结果可知，脉压输出的信噪比损失随着 A/D 采样位数的增加而减少。但当采样位数大于 12 位以后，信噪比损失的减小已很不明显，而几乎

保持一常数，这是由于系统采用 16 位定点处理而造成的，而且考虑到信号本身存在一定的信噪比，因而此时再增加 A/D 的采样位数意义不大。下面给出 32 位定点处理时脉压输出信噪比损失的理论值图（图 6-9）及仿真图（图 6-10），说明图 6-7 与图 6-8 中 A/D 采样位数大于 12 后信噪比损失主要是由于系统的有限字长效应所引起。

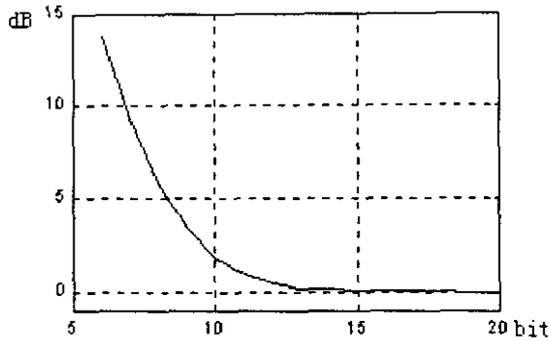


图 6-9 脉压输出信噪比损失的理论值与 A/D 采样位数的关系 2

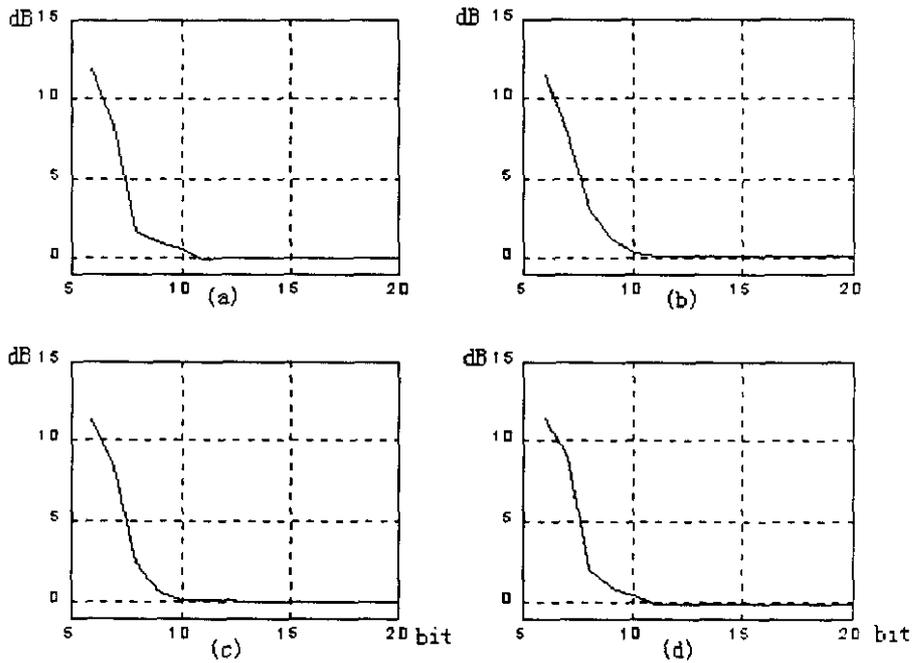


图 6-10 脉压输出信噪比损失与 A/D 采样位数的关系 3  
(a)、(b)、(c)、(d)分别对应信号 1、2、3、4

### 6.3 I/Q 通道不平衡对线性调频脉压输出波形的影响

正如第五章所述，在实际当中 I/Q 两接收信道之间总存在不平衡性。这样就会造成信号在幅度与相位上均产生了畸变。在此，我们以线性调频信号为例，分析并仿真由于 I/Q 通道的不平衡对其脉压输出波形的影响。

为了便于数学分析，将线性调频矩形脉冲信号的复包络表示为：

$$s(t) = \begin{cases} e^{j\pi kt^2} & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$

匹配滤波器的单位脉冲响应为：

$$h(t) = (s(T-t))^* = e^{-j\pi k(T-t)^2} \quad 0 \leq t \leq T$$

匹配滤波器的输出为：

$$y(t) = s(t) * h(t) = \int_0^T s(\tau) h(t-\tau) d\tau = \frac{\sin \pi k T (t-T)}{\pi k (t-T)} e^{-j\pi k T (t-T)} e^{j\pi k (t^2 - T^2)}$$

显然，输出信号包络在  $t = T$  时得到最大值  $T$ 。但引入畸变后（在此将畸变用傅氏级数表示，并忽略高阶项）。则可将失真信号的复包络表示为：

$$s'(t) = (1 + \alpha \cdot \cos 2\pi f_c t) e^{j(\pi k t^2 + \beta \sin 2\pi f_c t)} \quad 0 \leq t \leq T$$

式中， $\alpha$ 、 $\beta$  分别为幅度与相位的畸变系数， $f_c$  为畸变信号的频率。（ $f_c$  一般比载频小得多）。若只考虑幅度畸变，则， $\beta = 0$ ，可以推出此时匹配滤波器的输出信号复包络为：

$$|y'(t)| = \left| y(t) + \frac{\alpha}{2} e^{j\left(-2\pi f_c t + \frac{\pi f_c^2}{k}\right)} y\left(t - \frac{f_c}{k}\right) + \frac{\alpha}{2} e^{j\left(2\pi f_c t + \frac{\pi f_c^2}{k}\right)} y\left(t + \frac{f_c}{k}\right) \right|$$

若只考虑相位畸变， $\alpha = 0$ ，当  $\beta < 0.5$  时，可得此时匹配滤波器的输出信号复包络为：

$$|y'(t)| = \left| y(t) + \frac{\beta}{2} e^{j\left(-2\pi f_c t + \frac{\pi f_c^2}{k}\right)} y\left(t - \frac{f_c}{k}\right) - \frac{\beta}{2} e^{j\left(2\pi f_c t + \frac{\pi f_c^2}{k}\right)} y\left(t + \frac{f_c}{k}\right) \right|$$

由上面结果可知：输出波形在时移为  $\pm f_c/k$  处，有一成对回波出现，其幅度与

系数 $\alpha$ 、 $\beta$ 成正比,且 $\beta$ 较大时,输出会出现多对旁瓣。随着 $\alpha$ 、 $\beta$ 增大,旁瓣相应升高,会对幅度检测器产生较大影响。一般幅度与相位畸变是同时存在的,  $\alpha$ 、 $\beta$ 较小时,输出可认为是它们单独作用的叠加。下面由图 5—11 (b) 给出幅度、相位同时畸变时对信号 1 脉压输出的影响以供参考(其中(a)为理想情况的脉压输出,图中参数: 1.  $\alpha=0.5$ ;  $\beta=1^\circ$ ;  $f_c=20\text{KHz}$ ; 2.  $\alpha=0.5$ ;  $\beta=2^\circ$ ;  $f_c=80\text{KHz}$ )。

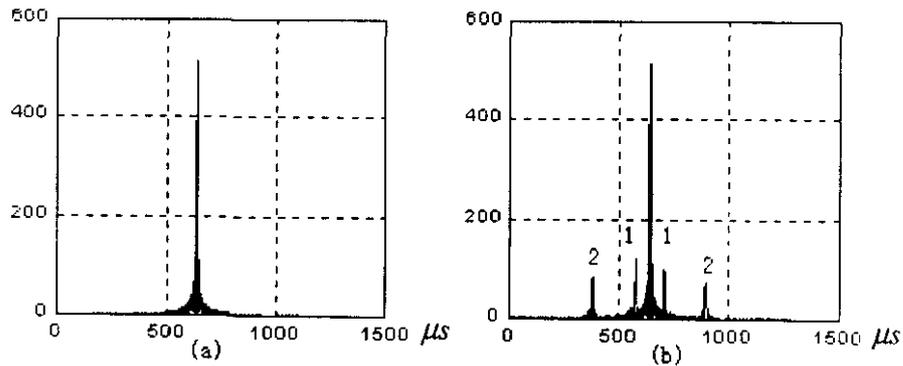


图 5—11 (a) 匹配滤波器输出复包络模  
(b) 幅度相位畸变时匹配滤波器输出复包络模

## 6.4 仿真结论

由以上的分析及仿真的结果,我们可以得如下的结论:

1. 在一般情况下,由于脉压输入信号往往有一定的信噪比,因而当 A/D 采样位数大于 12 时, A/D 量化误差对脉压输出波形及输出信号的信噪比的影响较小,可以忽略。
2. 在 16 位定点数字处理系统中,当 A/D 量化位数不是很大时(如 8 位) A/D 量化误差对脉压输出波形的远端旁瓣影响较大,特别是非线性调频信号受其影响很明显,在多目标环境中,对检测较小的目标是非常不利的,应采取一定的方法来抑制旁瓣的升高。
3. 量化误差对脉压输出信噪比影响程度从理论上说与脉压输入信号的类型及信号的 BT 积无关。实际上,输入信号的类型及信号 BT 积对其有影响,但一般情况下影响较小可以忽略。

4. 当 I、Q 通道不平衡时，将使线性调频信号产生畸变，继而导致其匹配滤波器的输出产生成对回波，形成附加干扰，当失真系数  $\alpha$ 、 $\beta$  较大时将严重影响信息的提取。应采取一定措施对 I、Q 通道的不平衡给予校正，或采用特殊的方法得到符合要求的 I、Q 两路正交信号。

## 结 束 语

近年来，随着传统雷达可利用频带的耗尽，人们对超宽带雷达展开了越来越多的研究。由于其较大的相对带宽，因而超宽带雷达与传统的窄带雷达相比有许多优点。如：

1. 提高距离分辨力和距离测量精度。
2. 良好的目标识别能力。
3. 具有较好的目标成像能力。
4. 可探测森林、地面、墙壁等物体掩蔽下的目标。
5. 不易受电子干扰。
6. 能检测涂有射频吸收材料的隐身目标。等

同时考虑到数字电路的优点，以及 A/D 生产技术和数字信号处理技术的提高。超宽带雷达数字接收机已成为现代高性能雷达接收机的一个重要研究方向。

对于超宽带雷达，因为至今还没有一个统一的令人满意的超宽带雷达理论，在这方面还有许多工作要做，以上所列的优点只能说是有可能获得的[17]。本文就理论方面作了一点探讨，为实际的工程实现提供了一些参考。为了能更好的反映实际的情况，本文中的仿真还有不少可以改进的内容。如：对超宽带雷达回波模型的考虑；对所采用的调频信号算法的考虑；以及对实际 A/D 器件不完善性的考虑等等。

由于本人的理论水平有限，对该课题理解深度还有一定的差距。文中一定存在不少缺陷与不足，希望各位老师、同学指正。

## 致 谢

在近三年的学习与工作中，我一直得到导师徐继麟教授的悉心教导与帮助。使我对本专业的知识有了更深层次的理解，为以后的工作与学习打下了扎实的基础。徐教授严谨的治学态度；渊博的知识；对工作一丝不苟的精神；以及平易近人的品德都给我留下了深刻的印象。同时还得到了教研室周先敏教授的关心与帮助。在此，特向他们表示我最衷心的感谢。

在论文的完成过程当中，还得到了教研室陈隽永博士、黎海涛博士、徐庆博士、肖尚辉硕士、钟永波硕士等师兄的指导与帮助。在此向他们表示我深深的谢意。

最后还要感谢成守红硕士、钟健硕士、申广军硕士等同学给予我的支持与帮助。

## 参考文献

- [1] 桑炜森、顾耀平《综合电子战新技术新方法》国防工业出版社，1996
- [2] 林茂庸、柯有安《雷达信号理论》国防工业出版社，1984
- [3] 丁鹭飞、张平《雷达系统》西北电讯工程学院出版社，1984
- [4] A. V. 奥本海姆《数字信号处理》科学出版社，1980
- [5] 何振亚《数字信号处理的理论与应用》人民邮电出版社，1983
- [6] 胡广书《数字信号处理》清华大学出版社，1997
- [7] 詹姆斯·崔保证《宽带接收机数字技术》电子工业部第二十九所情报室，1996
- [8] 沈兰荪《高速数据采集系统的原理与应用》人民邮电出版社，1995
- [8] 曾涛、龙腾、王洪波“一种准连续波雷达中频采样的新方法”  
现代雷达. 1999 (2): 94~98
- [10] 陈洪泉“DBF 中频直接采样量化的实现及性能分析”现代雷达.  
1992 (3): 92~101
- [11] 黄勇、彭应宁等“基于调频函数和遗传算法的非线性调频信号产生方法”电子学报. 1999 , 27(11): 77~79
- [12] 楼顺天等《Matlab 程序设计语言》西安电子科技大学出版社，1997
- [13] M. M. Abousetta “Noise analysis of digitised FMCW radar waveforms”, IEE  
Proceeding, Radar, Sonar and Navigation, 1998, 145 (4) : 209~215
- [14] Leopold E. Pellon “A Double Nyquist Digital Product Detector for Quadrature  
Sampling” IEEE trans. on signal processing. 1992, 40 (7): 1670~1680
- [15] George T. Ruck“ Ultra-wideband Radar Receiver” SPIE Vol.1631  
Ultrawideband Radar(1992): 174~180
- [16] Griffiths H.D. and Bradford W.J.“ Digital Generation of High Time-  
bandwidth Product Linear FM Waveforms For Radar Altimeters” IEE  
Proc.F, 1992,139(2): 160~169
- [17] Igor Immoreev, Boris Vovshin“ Features of Ultrawideband Radar Projection”  
IEEE International Radar Conference(1995): 720~725