

基于小波分析的滚动轴承故障诊断方法研究

摘要

滚动轴承是机械设备中最常用的部件之一，因此对滚动轴承故障诊断的研究十分重要。当滚动轴承某一元件表面出现局部损伤时，在受载运行过程中要周期性地撞击与之相互作用的其他元件表面而产生周期性的冲击脉冲力。由于冲击脉冲力的频带很宽，会覆盖轴承系统的各个固有频率，所以该脉冲力同理想脉冲一样必然激起轴承系统的各个固有振动。这样原来的平稳振动信号变成了非平稳振动信号。傅立叶变换在频域上是完全局部化的，但它不能提供任何时域的局部化特征，因此它不适应非平稳信号的分析；而窗口傅立叶变换尽管在时域和频域都具有一定的局部化特征，但其局部化却是固定不变的。小波分析能多尺度地同时提供信号在时域和频域的局部化信息，因而成为信号处理尤其是非平稳信号处理的重要手段。针对基于小波分析的滚动轴承故障诊断，本文主要在以下几方面展开研究：

1. 系统的介绍了滚动轴承的振动机理及其典型故障的振动特征；
2. 细致地阐述了小波分析的基本理论及其在信号处理中的应用；
3. 阐述了基于小波包分解与重构的细化包络解调和时延相关解调的原理，分别用这两种解调法对滚动轴承几种典型故障进行了诊断，并比较了它们的诊断结果。实验结果表明，在滚动轴承故障诊断中时延相关解调与包络解调相比，噪声影响大幅度减小，故障信息得以凸现。

关键词：滚动轴承 故障诊断 小波 包络解调 相关解调

Study of Fault Diagnosis of Roller Bearings

Base on The Wavelet Analysis

Abstract

The research on failure diagnosis of rolling bearings, which are the most ordinary parts in mechanical equipments, is very significant. When locally scathed, the bearings would bump the other parts periodically with the result that the seasonal impulses come into being. With band enough broad to overcast each connatural vibrations and thereby the stationary vibrations turn into transients.

Although well localized in frequency, the Fourier transform was localized none too well in time which makes it a cumbersome tool for transients. Moreover, a local time-frequency composition as the windowed Fourier transform, the short-time Fourier transform namely, it has the same resolution across the time-frequency plane because of the same spread of the window on which the resolution depends. Having a multi-scale resolution in time and frequency, the Wavelet transform is endowed with the indisputable hegemony in signal processing especially for transients.

Aiming at the failure diagnosis of the rolling bearings, this paper would devote most of its efforts to the following:

1. Introducing systematically the vibration mechanism of the rolling bearings and the vibration character of typical failure;
2. Expatiating on the essential theories and the applications in signal processing of the Wavelet transform;
3. Diagnosing the typical failure of the rolling bearings respectively through the envelope demodulation and the delayed correlated envelope demodulation whose principles are also set forth in this paper, and confirming the effectiveness of the latter by experiments which can reduce noise further compared with the envelope demodulation.

Key words: rolling bearing, failure diagnosis, Wavelet, envelope demodulation, delayed correlated envelope demodulation

原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在指导教师的指导下，独立进行研究所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含其他个人或集体已经发表或撰写过的科研成果。对本文的研究作出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本声明的法律责任由本人承担。

论文作者签名： 郭计云 日期： 2007.4.8

关于学位论文使用权的说明

本人完全了解中北大学有关保管、使用学位论文的规定，其中包括：
①学校有权保管、并向有关部门送交学位论文的原件与复印件；②学校可以采用影印、缩印或其它复制手段复制并保存学位论文；③学校可允许学位论文被查阅或借阅；④学校可以学术交流为目的，复制赠送和交换学位论文；⑤学校可以公布学位论文的全部或部分内容（保密学位论文在解密后遵守此规定）。

签 名： 郭计云 日期： 2007.4.8
导师签名： 王小明 日期： 2007.6.8

第一章 绪论

1.1 选题的目的和意义

机械故障诊断技术是近 40 年来发展起来的识别机器或机组运行状态的科学。它是适应工程实际需要而形成的多学科交叉的综合学科。它研究的是机器或机组运行状态的变化在诊断信息中的反映,它是由机器运行中的物理现象(声音、振动、声发射、热现象等)出发来推断机器内含故障的技术,是一种典型的反向工程。从 20 世纪 60 年代开始,机械故障诊断技术随着机器的不断完善、复杂化和自动化组建发展起来,并与当代科技的前沿科学结合,取得了令人瞩目的成绩^[1, 2, 3]。

而滚动轴承是各种旋转机械中应用最广泛的一种通用部件,也是机械设备中最容易损坏的部件之一,它的运行状态是否良好会直接影响到整台机器的性能,如精度、可靠性及寿命等。轴承的缺陷会导致机械设备的剧烈振动和产生强大刺耳的噪音,严重时会引起设备的损坏、生产的停止、甚至机械事故。就旋转机械而言,据统计,现场实际故障中 30%是由于滚动轴承故障引起的。这是因为滚动轴承是机械设备中工作条件最为恶劣的部件,它在机械设备中起着承受载荷和传递载荷的作用。与其他机械零部件相比,滚动轴承有一个很大的特点,其寿命离散性很大。有的轴承已大大超过设计寿命而依然完好的工作,而有的轴承远未达到设计寿命就出现各种故障。所以滚动轴承的故障诊断方法一直是机械故障诊断中重点发展的技术之一。滚动轴承故障的准确诊断可以减少或杜绝事故的发生,最大限度地发挥轴承的工作潜力,节约开支,具有重大意义。因此,对滚动轴承的故障诊断和预测已经成为各国研究的热点。

1.2 滚动轴承故障诊断的内容

滚动轴承故障诊断的目的是保证轴承在一定的工作环境(承受一定的载荷,以一定的转速运转等)下和一定的工作期间(一定的寿命)内可靠有效地运行,以保证整个机器的工作精度。与此目的相适应,轴承故障诊断就是要通过对能够反映轴承工作状态的信号的观测、分析与处理来识别轴承的状态。所以,从一定程度上说,轴承故障诊断就是轴承的状态识别。一个完整的轴承故障诊断系统应包括以下五个环节^[5]:

- ① 信号测取 根据轴承的工作环境和性质,选择并测量能够反映轴承工作情况或状态的信号;
- ② 特征提取 从测量的信号中以一定的信号分析与处理方法抽取出能够反映轴承状态的有用信息;
- ③ 状态识别 根据征兆,以一定的状态识别方法识别轴承的状态,即简单判断轴承工作是否正常或有无故障;
- ④ 诊断分析 根据征兆,进一步分析有关状态的情况及其发展趋势,当轴承有故障时,详细分析故障的类型、性质、部位、产生原因及趋势等;
- ⑤ 决策干预 根据状态及发展趋势,做出决策,如调整、维修或监视等。整个诊断过程如图 1-1 所示:

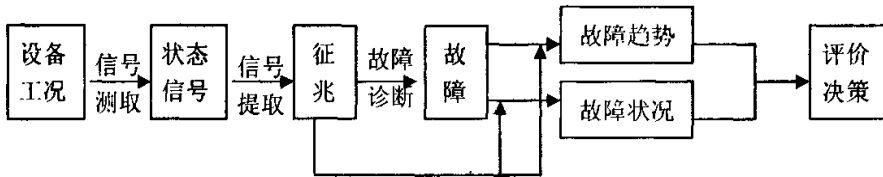


图 1-1 机械故障诊断过程^[1]

1.3 滚动轴承故障诊断的发展及现状

滚动轴承的故障诊断在国外大概始于 20 世纪 60 年代。在其后几十年的发展时间里,各种方法与技巧不断产生、发展和完善,应用的领域不断扩大,诊断的有效性不断提高。总的来说,滚动轴承故障诊断的发展经历了以下几个阶段^[5, 7, 8]。

第一阶段:利用通用的频谱分析仪诊断轴承故障。20 世纪 60 年代中期,由于快速傅利叶变换(FFT)技术的出现和发展,振动信号的频谱分析得到了很大的发展。人们根据对滚动轴承元件有损伤时产生的振动信号特征频率的计算和采用频谱分析仪实际分析得到的结果进行比较来判断滚动轴承是否有故障。

第二阶段:利用冲击脉冲技术诊断轴承故障。在 60 年代末期,首先由瑞典 SPM 仪器公司开发出冲击脉冲计,根据冲击脉冲的最大幅值来诊断轴承故障。这种方法能比较有效的监测到轴承的早期损伤类故障。

第三阶段:利用共振解调技术诊断轴承故障。1974 年,美国波音公司的 D. R. Harting

发明了一项叫做“共振解调分析系统”的专利^[6]。共振解调技术与冲击脉冲技术相比，对轴承早期损伤类故障更有效。共振解调技术不但能诊断出轴承是否有故障，而且可以判断出故障发生在那个轴承元件上以及故障发生的大致严重程度。

第四阶段：开发以微机为中心的滚动轴承监视与故障诊断系统。20 世纪 90 年代以来，随着微机技术迅猛发展，开发以微机为中心的滚动轴承故障诊断系统引起了国内外研究者的重视。微机信号分析和故障诊断系统不但具有灵活性高，适应性强，易于维护和升级的特点，而且易于推广和应用。

随着信号检测技术、计算机技术、数字信号处理技术、人工智能技术的迅速发展，轴承故障诊断已成为融合学科。与传统的诊断方法相比，目前的研究方向主要表现在以下几个方面^[9-14]：

(1) 小波变换

从 80 年代后期开始，作为应用数学的一个分支，小波变换得到了迅速的发展。由于小波变换在时、频域的局部化和可变时频窗的特点，与传统的傅利叶变换相比，小波变换更适合分析非稳态信号。因为滚动轴承的损伤故障信号是典型非稳态信号，所以用小波变换处理轴承振动信号，可更为有效地获得故障特征信息。

(2) 专家系统

近年来随着人工智能技术的发展，专家系统技术得到了迅速的推广。所谓的专家系统就是一个智能的计算机程序，它能模拟专家在处理问题时的一些推理方法，利用已有的知识和经验建立模型，解决问题。将基于知识的专家系统技术应用于故障诊断领域可以使滚动轴承诊断分析和决策分析更加准确可靠。

(3) 模糊诊断

由于滚动轴承振动信号中故障特征振动与故障类型不存在绝对的对对应关系，一种故障能引起多种特征。而一种故障特征可能对应多类故障，因此近年来，模糊理论被引进到轴承故障领域。轴承故障模糊诊断中的概念是模糊概念，可以用模糊集合来表示，而模糊变换运算是用来讨论模糊判断和推理的。

(4) 神经网络

轴承故障诊断的目的是，从故障定位到确定故障性质，进而确定故障发生的程度。由于神经网络具有处理复杂多模式及进行联想、推测和记忆的功能，因而近年来在故障

诊断领域引起了广泛的研究。

1.4 基于小波分析的滚动轴承故障诊断研究现状

众所周知,故障诊断过程中最关键的环节就是从动态信号中提取故障特征,而信号处理是特征提取最常用的方法。傅利叶变换对分析稳态信号非常有效,但当滚动轴承出现故障时,在轴承运动过程中,轴承的其它元件会间断地撞击故障部位,产生冲击力,从而激励轴承座或其它机械零部件产生共振,形成一系列冲击振动,这些冲击振动的出现使原来的平稳信号变成了非平稳振动信号。如果对非平稳信号采用基于平稳过程的经典信号处理方法,分别仅从时域或频域给出信号的统计平均结果,无法同时兼顾信号在时域和频域中的全貌和局部化特征,而这些局部化特征恰恰就是故障的表现。

目前较热门的方法是应用小波分析法,它是一种全新概念的时频分析法,它将信号分解为一系列具有局部特性的小波函数,这种小波变换对低频信号在频域里有较高的分辨率,而对高频信号在时域里具有较高的分辨率,具有可调窗口的时频局部分析能力,所以越来越被广泛地应用于滚动轴承故障诊断中。这些基于小波分析的滚动轴承故障诊断方法大致分为以下几种:

1. 单纯运用小波分析和小波包分析及信号的奇异性理论的滚动轴承故障诊断方法。

运用小波分解和小波包分解对信号进行分析,提取信号特征,能克服 FFT 变换不能分析非平稳信号的缺点。文献[16]运用小波分析将信号分解到时间—尺度域,从发生脉冲的时间间隔来获取滚动轴承故障特征频率,从而判断故障类型。文献[17]采用小波包分解把信号分解到相邻的不同频段上,提取感兴趣的频段成分进行重构,能有效地提取信号的特征,为故障诊断提供依据。文献[18]采用小波变换过零表示和小波变换的模极大值来提取信号特征,在给定故障或状态的标准模型时,运用故障分类曲线可以直观地区别设备运行状态和所发生的故障类型,而且在对机械故障没有任何先验知识的情况下,可以由故障分类曲线来诊断滚动轴承的运行状态,判断有无故障以及故障类型。但这种方法存在标准故障信号库是否完备的问题。文献[19]提出了基于小波包分解的时频能量表达式,从故障信号频率尺度随时间的变化,和时间变化在频域的响应两个方面综合反映信号的特征及其局部化指标。文献[20]用小波包分解将信号分解到不同的频带里,采用每个频带里信号的方差来表示该频带里动态信号的能量。这些方法虽然对一些

特定的信号能够进行分析，但对另外一些信号这些方法的分析效果较差。

2. 运用传统的滚动轴承故障诊断方法和小波分析相结合的滚动轴承故障诊断方法。

对小波变换和小波包分解的结果，如果要提取这些结果的时域和频域信息，还应将这些结果，也就是在一定频带里的时域波形，进行再处理以获得所需要的时域或频域结果。因此，开展小波分析与其它分析方法相结合的研究并开发实用技术是十分必要的。文献[21]提出了基于小波系数包络谱的滚动轴承故障诊断方法，利用正交小波基将滚动轴承故障振动信号变换到时间一尺度域，对高频段尺度域的小波系数进行包络细化谱分析，不仅能检测到滚动轴承故障的存在，而且能有效地识别滚动轴承的故障模式。但采用Hilbert变换进行包络分析对远离故障点的滚动轴承振动信号分析效果较差。文献[20]将小波包分解信号与自回归谱分析结合起来，也就是将小波包频带分解技术与滚动轴承各零部件的故障信息因其结构不同而分布于不同频带对应起来，为滚动轴承的特征提取、噪声分离和早期故障诊断提供一个有效的工具。文献[22]将小波包变换变换结果作相关分析，能分析在时域上故障特征比较明显的滚动轴承振动信号，对时域波形比较复杂的信号需要确定共振频率值，而轴承振动系统的共振频率值是很难确定的。

3. 将小波分析与分形几何、模糊数学、神经网络等现代数学方法相结合起来的滚动轴承故障诊断方法。

基于多分辨原则的小波变换是一种时域与频域相结合的分析方法，如同人们从远到近逐步深化地观察事物。分形是事物的形态、形状、结构与组织的分解、分割、分裂、与分析。分形是一过程，是事物从整体向局部、从宏观向微观转化的过程。因此，小波变换与分形过程在认识事物方面有共同之处。将两者结合起来，会发挥更大的作用。文献[20]采用小波包分解将振动信号分解到不同的频带里，分别对不同频带里的分解信号计算网格维数，为故障诊断提供了可靠的依据，但这些方法直接用来进行滚动轴承故障诊断的很少。文献[23]提出了基于小波变换特征提取的人工神经网络信息融合方法，文献[24]提出了多分辨小波网络理论，这些方法只局限于理论研究，实际应用的案例不多。

尽管基于小波分析的滚动轴承故障诊断方法研究较多，但仅仅停留在理论研究和实验室阶段，真正能应用于工程实践和生产效益的不多。

1.5 本文的主要研究内容

本文的主题在于如何有效地运用小波分析从滚动轴承的振动信号中提取故障信息，继而判断滚动轴承是否存在故障及其故障类别。围绕这个主题，本文的研究内容如下：

第一章：绪论。阐述了滚动轴承故障诊断的目的和意义、诊断内容及诊断技术的发展状况；

第二章：滚动轴承的振动机理及其典型故障的振动特征。从理论上分析总结了滚动轴承典型故障产生的机理，滚动轴承的失效形式及其故障特征频率的计算，并建立了不同故障状态下的理论模型。

第三章：小波分析理论及其在信号处理中的应用。简单介绍了小波分析的基础理论，讨论了基于小波分析的信号处理方法，为滚动轴承故障诊断进行了理论准备。

第四章：小波包分解和重构的包络解调在故障诊断中的应用。阐述了包络解调的原理及步骤。针对 406 轴承的外圈及滚动体的故障进行诊断，结果表明此方法有效。

第五章：时延相关解调技术在滚动轴承中的应用。介绍了时延相关解调技术，然后对第四章所分析的故障用时延相关解调法进行诊断，比较两种诊断方法，得出时延相关解调法是一种更有效的解调方法。

第六章：结论

第二章 滚动轴承的振动机理及典型故障的振动特征

2.1 概述

滚动轴承在使用过程中常常由于疲劳、磨损、变形过大、腐蚀、断裂、胶合等各种原因造成机器性能异常，以至无法工作。这些故障形式各种各样，但大体上可区分为疲劳剥落损伤、磨损、胶合等有代表性的三种类型。其中疲劳剥落损伤包括剥落、裂纹、压痕等滚动面发生局部损伤的异常状态，是滚动轴承故障中最常见的一种。

滚动轴承由于损伤而产生故障后，在工作过程中可能反映在温升、噪声、振动等各个方面。从理论上讲，以上几个方面的征兆都可以作为滚动轴承故障的诊断依据，而实践表明，滚动轴承振动分析是最有效的诊断手段，其原因在于，利用振动分析可以做到：

- ① 对多种轴承常见故障进行分析；
- ② 对滚动轴承的故障在其发展初期进行早期诊断；
- ③ 在轴承工作状态下进行在线故障诊断。

2.2 滚动轴承失效的基本形式

（1）疲劳剥落

在滚动轴承中，滚道和滚动体表面既承受载荷，又相对滚动。由于交变载荷的作用，首先在表面一定深度处形成裂纹，继而扩展到使表层形成剥落坑，最后发展到大片剥落。这种疲劳剥落现象造成了运行时的冲击载荷，使振动和噪声加剧。

（2）磨损

滚道和滚动体间的相对运动及杂质异物的侵入都引起表面磨损，润滑不良加剧了磨损，磨损导致轴承游隙增大，表面粗糙，降低了机器运行精度，增大了振动和噪声。

（3）塑性变形

轴承因受到过大的冲击载荷、静载荷、落入硬质异物等在滚道表面上形成凹痕或划痕，而且一旦有了压痕，压痕引起的冲击载荷会进一步邻近表面剥落。由载荷的积累作用或短时超载会引起轴承的塑性变形。

(4) 腐蚀

润滑油、水或空气中水分引起表面锈蚀，轴承内部有较大电流通过造成的电腐蚀，以及轴承圈套在座孔中或轴颈上微小相对运动造成的微振腐蚀。

(5) 断裂

常因载荷过大或引起轴承零件破裂，热处理、装配引起的残余应力，运行时的热应力过大也会引起断裂。

(6) 胶合

在润滑不良，高速重载下，由于摩擦发热，轴承零件可以在极短时间内达到很高的温度，导致表面烧伤，或某处表面上的金属粘附到另一表面上^[26, 27]。

2.3 滚动轴承的振动类型及其故障特征分析

2.3.1 滚动轴承的振动机理

滚动轴承是旋转机械转子系统以及部分往复机械曲轴组件的重要支撑部件^[26]。其基本结构是由内圈、外圈、滚动体和保持架四种元件组成。结构如图 2-1 所示。

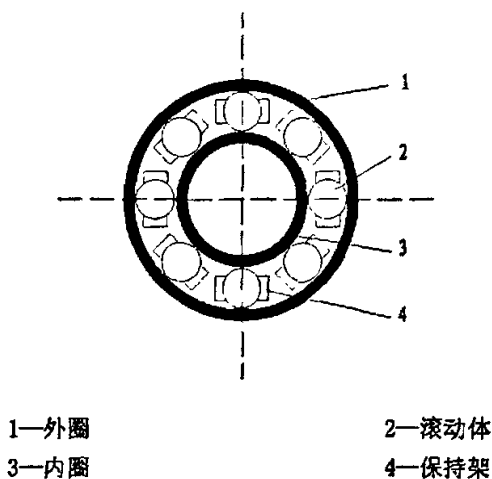


图 2.1 滚动轴承结构

通常，其内圈与机械传动轴的轴颈过盈配合联接，工作时随轴一起转动；而外圈安装在轴承座、箱体或其它支撑物上，工作时一般固定或相对固定。但也有外圈回转、内圈不动或内、外圈分别按不同转速回转的使用情况。滚动体是滚动轴承的核心元件，它

使相对运动表面间的活动摩擦变为滚动摩擦。滚动体的形式由球形、圆柱形、锥形体、鼓形等。在滚动轴承内、外圈上都有凹曹滚道，它们起着降低接触应力和限制滚动轴承轴向移动的作用。保持架使滚动体等距离分布并减少滚动体间的摩擦和磨损。如果没有保持架，相邻滚动体将直接接触，且相对摩擦速度是表面速度的两倍，发热和磨损都较大。

根据轴承本身的结构特点、加工装配误差及运行过程中出现的故障等内部因素，以及传动轴上其它零部件的运动和力的作用等外部因素，当轴以一定的速度并在一定的载荷下运转时对轴承和轴承座或外壳组成的振动系统产生激励，使该系统产生振动。如图 2-2 所示^[2]。

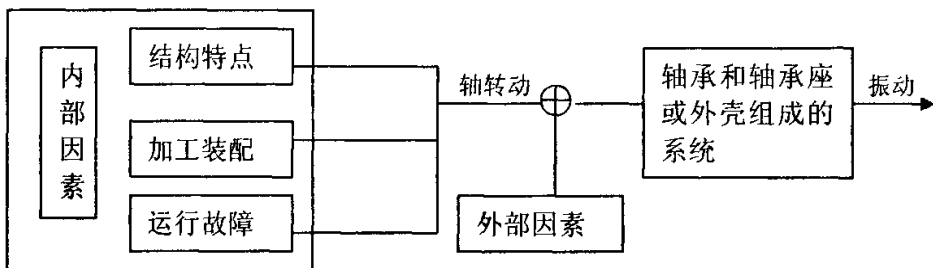


图 2.2 滚动轴承振动产生机理

2.3.2 滚动轴承的振动类型

滚动轴承在工作过程中所产生的振动主要可分为以下三大类：

(1) 与轴承变形有关的振动。轴承是一弹性变形体，轴承承受载荷时，由于所承载滚动体的不断变换使得轴承在运行时发生弹性振动。它与轴承的异常状态无关。

(2) 与轴承加工有关的振动。轴承各元件在加工中不可避免的出现加工误差。如表面波纹、轻微的擦痕和装备误差等均会引起轴承振动。

(3) 与轴承使用有关的振动。由于轴承在装备、安装及其使用过程中所产生的轴承零件工作表面的伤痕或疲劳剥落点，均能引起轴承的异常振动和噪声。

关于这类故障信号，国内外都做了大量的研究，具体来说，按其振动信号的特征不同可分为两大类：一类称为表面损伤类故障，包括点蚀、剥落、擦伤等；另一类称为磨损类故障。

1) 表面损伤类故障 轴承在实际运行过程中, 由于发生点蚀、断裂、剥落等故障而引起的振动是我们监测分析的对象。振动轴承在运转时, 由于轴的旋转, 滚动体便在内、外圈之间滚动。如果滚动表面发生损伤, 滚动体在这些表面转动时, 便产生一交变的激振力。由于滚动表面的损伤形状是无规则的, 所以激振力产生的振动将是由多种频率成分组成的随机振动。从轴承滚动表面状况产生振动的机理可以看出, 轴承滚动表面损伤的形态和轴的旋转速度, 决定激振力的频谱; 轴承和外壳, 决定了振动系统的传递特性。最终的振动频谱由上述二者共同决定。也就是说, 轴承异常所引起的振动频率, 由轴的旋转速度、损伤部分的形态及轴承与外壳振动系统的传递特性所决定。通常, 轴的旋转越高, 损伤越严重, 其振动的频率越高, 轴承的尺寸越小, 其固有频率越高。因此, 轴承异常所产生的振动, 对所有的轴承都没有一个共同的特定频率; 即使对一个特定的轴承, 当产生异常时, 也不只会产生单一频率的振动。

2) 磨损类故障 一般来说, 在正常使用情况下, 滚动轴承工作表面磨损经历时间较长, 是一种渐变性故障。正常表面磨损后产生的振动同正常轴承的振动具有相同的性质, 即两者的波形都是无规则的, 随机性较强。但磨损后振动信号的幅值明显高于正常轴承。这就是磨损类故障引起的振动信号的基本特点。由于磨损类故障引起的振动信号除了幅值高于正常轴承外没有别的特征差别, 所以诊断这类故障就找不出一一种很好的信号处理方法。通常做法是对轴承振动信号的有效值和峰值进行监测, 如果发现其明显高于正常轴承, 即判定对应轴承出现磨损类故障。

2.3.3 滚动轴承的故障特征频率

轴承是旋转机械中的一类重要部件, 当滚动轴承出现局部损伤时, 在受载运转过程中, 轴承的其他零件会周期地撞击损伤点, 产生的冲击力激励轴承座及其职称结构, 形成一系列由冲击激励产生的减幅振荡, 减幅振荡发生的频率称为故障特征频率, 它由轴的转速、轴承几何尺寸及损伤点的位置(外圈、内圈、滚动体)确定, 根据故障特征频率可以检测轴承是否出现故障并确定故障的位置, 它们的计算公式如下:

(1) 外环固定内环随轴转动

保持架相对于外环的旋转频率为:

$$f_{Bo} = \frac{1}{2}(1 - \frac{d}{D})f_r \quad (2.1)$$

(2) 内环固定外环旋转

保持架相对于内环的旋转频率为：

$$f_{B_i} = \frac{1}{2}(1 + \frac{d}{D})f_r \quad (2.2)$$

(3) 内外环均转动。

若内外环相对转动频率仍为 f_r ，则当内外环同向旋转时两者相对转动频率等于内外环转动频率之差；反向旋转时为两频率之和。

(4) 轴承内外环有一缺陷时的特征频率。

如果内环滚道上某一处有缺陷时，则 Z 个滚动体滚过该缺陷时的频率为

$$f_i = f_{B_i}Z = \frac{1}{2}(1 + \frac{d}{D})f_rZ \quad (2.3)$$

如果外环滚道上某一处有缺陷时，则 Z 个滚动体滚过该缺陷时的频率为

$$f_o = f_{Bo}Z = \frac{1}{2}(1 - \frac{d}{D})f_rZ \quad (2.4)$$

滚动体相对于外环的转动频率为

$$f_{ro} = f_{Bo} \frac{\pi(d+D)}{\pi d} = \frac{1}{2}(1 - \frac{d^2}{D^2})f_r \frac{D}{d} \quad (2.5)$$

滚动体相对于内环的转动频率为

$$f_{ri} = f_{B_i} \frac{\pi(D-d)}{\pi d} = \frac{1}{2}(1 + \frac{d^2}{D^2})f_r \frac{D}{d} \quad (2.6)$$

(5) 一个滚动体某处有缺陷时特征频率。

如果该滚动体每自转一周只冲击内环滚道一次，则其频率为

$$f_{rs} = \frac{D^2 - d^2}{2Dd} f_r = \frac{1}{2}(1 - \frac{d^2}{D^2})f_r \frac{D}{d} \quad (2.7)$$

如果每自转一周冲击内外滚道各一次，则频率加倍，即

$$f_{RD} = (1 - \frac{d^2}{D^2})f_r \frac{D}{d} \quad (2.8)$$

需要说明的是，由于圆锥滚子轴承的滚动体本身存在一个接触角 α ，滚动体的工作

直径应为 $d \cos \alpha$ 而不是 d ，因此轴承缺陷频率应该为如下形式：

$$\text{内滚道缺陷} \quad f_i = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{d}{D} \cos \alpha \right) f_r Z \quad (2.9)$$

$$\text{外滚道缺陷} \quad f_o = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos \alpha \right) f_r Z \quad (2.10)$$

$$\text{保持架碰内环} \quad f_{Bi} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{d}{D} \cos \alpha \right) f_r \quad (2.11)$$

$$\text{保持架碰外环} \quad f_{Bo} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos \alpha \right) f_r \quad (2.12)$$

$$\text{滚动体缺陷} \quad f_{RS} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \cos^2 \alpha \right) f_r \frac{D}{d} \quad (2.13)$$

式中， D —轴承节径；

d —滚动体直径；

r_i —内环滚道半径；

r_o —外环滚道半径；

α —接触角；

Z —滚动体个数；

2.3.4 滚动轴承的故障特征分析

2.3.4.1 由滚动轴承固有特性引起的振动

(1) 滚动轴承的固有振动

此时的振动频率为滚动轴承元件的固有频率，一般为数千赫至数十千赫的高频，该频率取决于轴承元件的材料、形状和质量以及安装条件等，与工作转速无关。

钢球和内、外环在自由状态下的固有频率如下：

钢球的固有频率为

$$f_{Nb} = \frac{0.24}{r} \sqrt{\frac{E}{2\rho}} \quad (\text{Hz})$$

式中 r — 钢球的半径， m ；

ρ —材料的密度, kg/m^3 ;

E —材料的弹性模量, N/m^2 。

内、外环的径向弯曲振动固有频率(将其视为矩形截面圆环)为

$$f_{Nr} = \frac{n(n^2-1)}{2\pi(D/2)^2 \sqrt{n^2+1}} \sqrt{\frac{EIg}{\gamma A}} \quad (\text{Hz}) \quad (2.14)$$

式中 E —材料的弹性模量, N/m^2 ;

I —圆环中性轴截面惯性矩, m^4 ;

g —重力加速度, $\approx 9.8m/s^2$

γ —材料的密度, kg/m^3 ;

A —圆环的截面积, m^2 ;

D —圆环中性轴的直径, m ;

n —圆环变形后的节点数。

若取 $E = 2.058 \times 10^{11} N/m^2$, $\gamma = 7.8 \times 10^3 kg/m^3$, 则式(2.14)可简化为

$$f_{Nr} \approx 9.40 \times 10^5 \times \frac{h}{D^2} \times \frac{n(n^2-1)}{\sqrt{n^2+1}} \quad (\text{Hz})$$

式中 h —圆环的厚度, m 。

一般测量轴承振动时是把传感器布置在轴承座上测外圈的振动, 所以外圈的固有振动频率比较重要, 按上面的公式计算得到的固有频率只是理论值, 它实际上是按照弹性力学中薄壁圆环在自由状态下的固有振动计算方法导出的。因为实际的滚动轴承外圈并非薄壁圆环, 并且外面与轴承座相联, 里面与滚动体接触, 并非自由状态, 所以计算值与实测值有出入, 此公式只能作为固有频率的一个估计公式。一般情况下, 滚动轴承的固有频率可达数千赫, 是非常高的振动频率。

(2) 由滚动轴承构造引起的振动

这一类振动可能有下面的几种情况。

第一种情况, 作用有径向载荷的轴承作低速转动时, 各滚动元件的受载状态

因滚动元件的位置不同而不同，滚动体和内、外环由于受载荷作用而发生弹性变形。当轴旋转时，轴心随着滚动体的位置变化而变化，从而产生周期性振动，这时候的振动频率为 f_o 。

第二种情况，当转轴发生弯曲或转轴与轴承装配不正，则当转轴转动时，会产生频率为 $f_o \pm f_r$ 的振动。

第三种情况，当滚动体的直径不一致，如一个滚动体的直径较其它滚动体为大时，轴心位置随滚动体的公转位置变化而变化，从而产生周期性振动，这时的振动频率为 f_{Bo} 及 $nf_{Bo} + f_r$ 。

(3) 滚动体的非线性伴生振动

滚动轴承是靠滚道与滚动体的弹性接触承受载荷的，具有“弹簧”的性质，其刚度很大。当轴承的润滑状态不良时，就会出现非线性弹簧的特性，从而产生振动。当润滑脂的润滑性能不良时，滚动轴承会在轴向产生非线性振动，振动频率为轴的旋转频率 (f_r) 及其高次谐波。

2.3.4.2 由滚动轴承制造引起的振动

这类振动与轴承的制造误差有关，同时也与润滑剂的使用和轴承的安装条件有关，因此，从某种意义上说这类振动也是不可避免的。

(1) 加工表面波纹引起的振动

随着转轴的转动会产生周期性的振动，若架设轴承内、外环为刚体，且内、外环和滚动体的接触弹性为线性的，则加工表面的波纹峰数与轴承外环振动频率的关系为：

内环波纹峰数为 $nZ \pm 1$ 时，振动频率为 $nf_i \pm f_r$ ，

外环波纹峰数为 $nZ \pm 1$ 时，振动频率为 nZf_{Bo} ，

滚动体波纹峰数为 $2n$ 时，振动频率为 $2nf_{ro} \pm f_{Bo}$ ，

其中 n 为正整数。

当波纹峰数为 nZ 时, 外环不产生径向移动; 但当波纹峰数为 $nZ-1$ 或 $nZ+1$ 时, 则外环产生径向移动, 在轴承没有径向间隙时, 或者在球轴承以外的其它轴承上加轴向载荷的情况下, 都会产生这样的由加工表面波纹引起的振动。

(2) 内、外环椭圆度引起的振动

内外环的椭圆度会引起频率为 $2f_r$ 的振动。

(3) 保持架振动

保持架孔过大的间隙和保持架不平衡会引起频率为 f_{Bo} 的振动。

(4) 滚动体棱圆度引起的振动

滚动体棱圆度会引起频率为 nf_{ro} 的振动, 其中 n 为棱的数目。

2.3.4.3 由滚动轴承损伤而引起的振动

这是一类由于轴承使用过程中轴承元件损伤或者有异物进入而产生的振动。这是一类冲击振动, 由固有振动和低频脉动组成, 表现为通过振动对固有振动的脉冲调制, 其频率含有高频部分和低频部分。高频部分为轴承元件的固有频率或其高次谐波, 通常为几千赫至数十千赫; 低频部分(即所谓的“通过频率”)为轴承元件的特征频率, 通常小于1kHz。

从理论上讲, 固有振动和低频脉动都可以用来对轴承故障进行诊断。通过分析滚动轴承的实际振动信号中是否含有相应的固有频率成分, 便可以诊断出滚动轴承元件表面是否出现了损伤(如剥落等)。固有振动的频率可能高达20kHz以上, 属超声和声发射的频率范围, 需要采用专门的信号处理技术。低频脉动的情况要复杂一些, 因为可能出现频率和幅值调制的情况, 因而其频率可能是滚动轴承特征频率的某种组合。几种常见的滚动轴承损伤形式如下。

(1) 轴承偏心时的振动

当滚动轴承的内环出现严重磨损等情况时, 轴承会出现偏心现象, 当轴旋转时, 轴心(内环中心)便会绕外环中心摆动, 此时振动频率为 nf_r , 其中 n 为自然数, f_r 为轴旋转频率。

(2) 外环有单个损伤类故障时的振动

当滚动轴承外圈的某个部分存在点蚀、剥落、擦伤等损伤类故障时，便会发生如图 2.3 所示的振动。

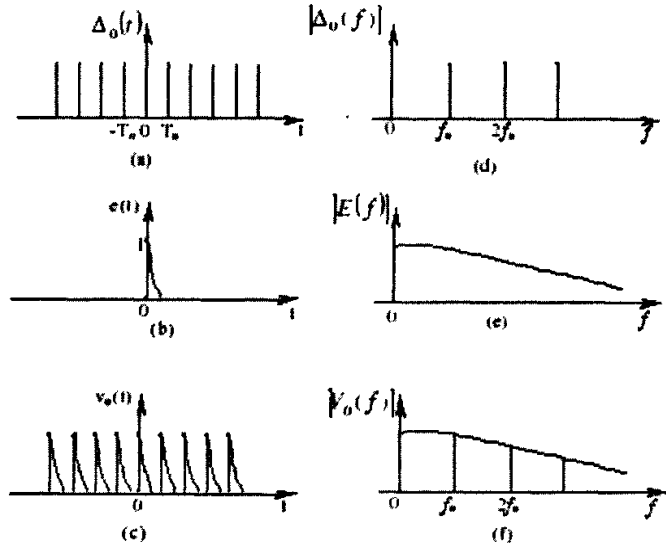


图2.3 外圈有单个损伤类故障时的包络信号及其频谱图

图2.3种，(a)为外圈损伤点引起的系列冲击力，(b)为单个冲击力引起的高频衰减振动的幅值包络波形，(c)为系列冲击力引起的振动信号的幅值包络波形；(c)所示的指数冲击系列实际上就是(b)所示的指数衰减 $e(t)$ 和(a)所示的冲击系列卷积的结果。(d)、(e)、(f)分别对应(a)、(b)、(c)的频域幅值函数波形。

从图2.3(f)可以看出，当滚动轴承外圈上存在单个损伤点时，轴承的振动频率为 f_0 及其高次谐波 $2f_0, 3f_0, \dots$ 。由于此时缺陷的位置与承载方向相对位置固定，故不会发生调制现象。用包络解调法（或者时延相关解调法）解调得到的包络频谱图形是一系列以外圈故障特征频率为间隔的而幅值随着频率的增加而逐渐减小得离散线谱^[27]。

(3) 内环有单个损伤类故障时的振动

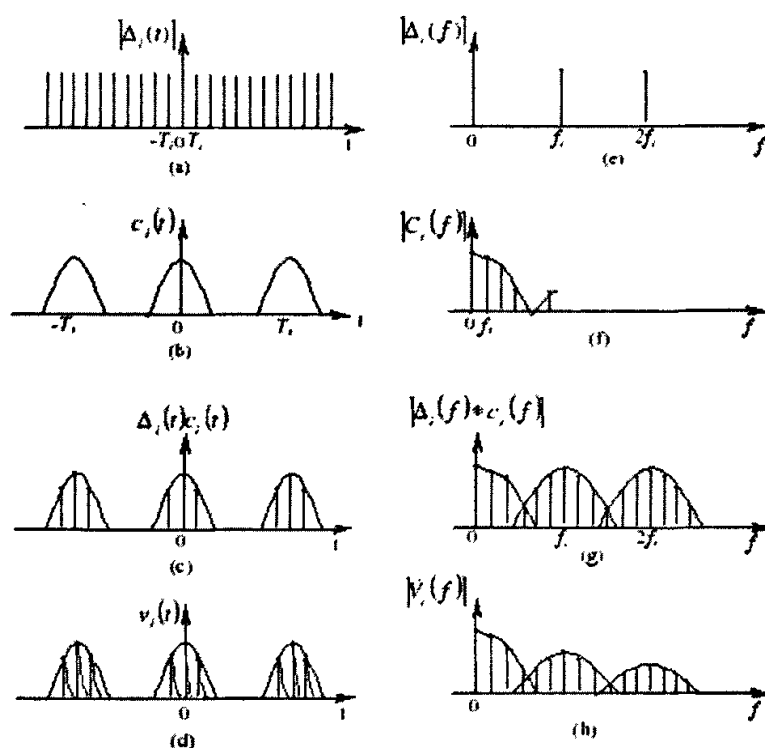


图2.4 内圈有单个损伤类故障时的包络信号及其频谱图

对比图2.3和2.4可以看出,内圈单个损伤点比外圈单个损伤点引起的包络信号的幅值频谱图要复杂得多,但是很有规律。其特征是:在内圈故障特征频率的各阶倍频处有幅值随频率增加而逐渐下降的谱线,并且以这些谱线为中心在其两旁分别存在间隔等于轴频的调制谱线,这些调制谱线的幅值以各阶故障特征频率为中心逐渐下降。当内环滚动道表面出现故障(如剥落、裂纹、压痕等)时,在滚动体通过时便会产生冲击振动。

(4) 单个滚动体上有单个损伤类故障时的振动

滚动体上有一个损伤点时的包络波形及其频谱图如图2.5所示,它的基本特征是:振动包络信号是一系列指数衰减脉冲,脉冲的幅值受到滚动体公转频率的调制,包络信号的频谱图是一系列以滚动体故障特征频率各阶倍频为中心的谱线族,在每一族中,族中心处的谱线幅值最大,两边为幅值逐渐下降的间隔等于滚动体公转频率的调制边带^[27]。这里需要指出的是,由于滚动体自转一周分别与内外环各接触一次,产生两个脉冲力,所以有的文献上认为滚动体的故障特征频率是 $2f_b$ 。

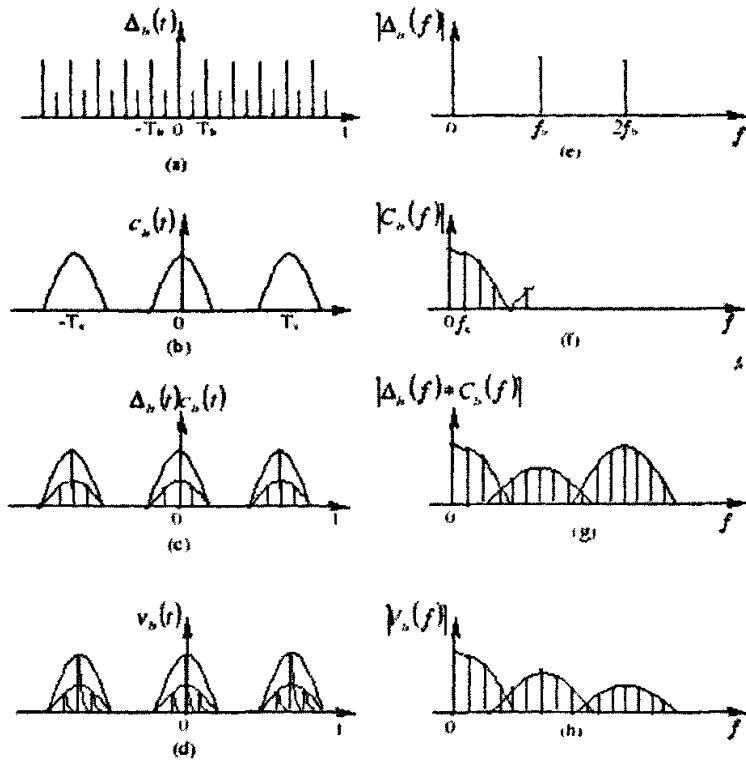


图 2.5 滚动体有单个损伤类故障时的包络信号及其频谱图

由于轴承通常都有径向间隙，根据点蚀部分和转动体发生冲击的位置，振动的振幅发身的变化，其中多数与旋转频率和滚动体的公转频率的振幅调制有关。所发生的振动频率见表 2.1^[29]

表 2.1 滚动轴承存在损伤类故障时的振动

异常原因	振动频率	备注
内环偏心	nf_r	都发生固有振动频率和高次谐波
内环点蚀	$nzf_i, nzf_i \pm f_r, nzf_i \pm f_o$	
外环点蚀	nzf_o	
滚动体点蚀	$2nf_b, 2nf_b \pm f_o$	

2.4 本章小结

本章简要介绍了滚动轴承故障诊断的有关内容，阐述了滚动轴承的振动机理、失效形式、振动类型以及在故障诊断中所用到的主要参数计算。并且分析了滚动轴承局部存在缺陷时的理论振动模型。

第三章 小波分析理论及其在信号处理中的应用

3.1 引言

小波分析 (Wavelet Analysis) 是当前数学中一个迅速发展的新领域, 它同时具有理论深刻和应用十分广泛的双重意义。一方面, 小波分析被认为是傅立叶分析的突破性进展, 是调和分析这一数学领域半个世纪以来工作的结晶; 另一方面, 它正逐步应用于信号分析、系统控制、故障诊断、图像处理、量子力学、电子对抗、计算机识别、语音识别与合成、分形和数字电视等领域。

小波变换的思想来源于伸缩与平移方法。小波分析方法的提出, 最早应属于 1910 年 Haar 提出的规范正交基。小波概念的真正出现, 是由法国地球物理学家 Morlet 在 1984 首先提出的, 随后, 他与 A.Grossmann 共同进行研究, 发展了连续小波变换的几何体系。1986 年, Y.Meyer 创造性地构造出二进伸缩、平移小波基函数, 掀起了小波研究热潮。后来, Lemarie 和 Battle 又分别独立地构造了具有指数衰减的小波函数, 1987 年, Mallatt 将计算机视觉领域的多尺度分析思想引入到小波分析中, 提出了多分辨分析的概念, 统一了在此之前的具体正交小波基的构造, 并且提出了相应的分解与重构快速算法。1988 年, I.Daubechies 构造了具有紧支集的正交小波基, 系统地建立了小波分析理论体系。

小波变换具有多分辨特性, 也较多尺度特性, 可以由粗到精地逐步观察信号, 也可以看成是用一组带通滤波器对信号作滤波。基于多分辨分析与滤波器组相结合, 丰富了小波变换的理论基础, 拓宽了它的应用场景, 对小波滤波器组的设计提出了更系统的方法, 降低了小波变换的计算工作量。但小波变换的分解方式使得高频带的时间分辨率高而频率分辨率低, 低频带信号的时间分辨率低而频率分辨率高, 而实际应用中往往希望提高高频带信号的频率分辨率。为解决这个问题, 1989~1991 年, P.R.coifman 等提出了小波包算法。1993 年, David E Newland 提出了谐波小波, 该小波算法简单, 具有很好的频域特性和“锁定”信号相位的能力, 使之在信号处理中具有其它小波不可替代的优点^[30-39]。

3.2 小波变换的定义及特点

小波变换是一种与短时傅立叶变换相类似的一种时频描述方法，是上世纪 80 年代后期发展起来的应用数学分支。它是一种函数分解方法，使用一个变宽度的函数，可以产生一系列的分辨率。不同于傅立叶变换使用的正弦函数作基来分解信号，小波变换用更一般的函数作基。这样，一方面产生了更加全面的变换结果，但另一方面也产生了多样的可能性的解释。选择基本小波函数成为了应用小波变换中的一个主要问题。

小波变换的定义是：把一个称为基本小波的函数 $\psi(t)$ 做位移 b 后，在不同尺度 a 下与待分析信号 $x(t)$ 做内积：

$$WT_x(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (3.1)$$

其中 $a > 0$ ，等效的频域表示是：

$$WT_x(a, b) = \frac{\sqrt{a}}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \psi^*(\omega) e^{j\omega b} d\omega \quad (3.2)$$

式中， $X(\omega)$ ， $\psi(\omega)$ 分别是 $x(t)$ ， $\psi(t)$ 的傅里叶变换。

在小波变换中，位移 b 仅仅影响窗口在相平面时间轴上的位置，而尺度 a 不仅影响窗口在频率轴上的位置，也影响窗口形状。这样小波变换对不同的频率在时域上的取样步长是可调节的，即在低频时小波变换的时间分辨率较低，而频率分辨率较高；在高频时小波变换的时间分辨率较高，而频率分辨率较低，这正符合低频信号变化缓慢而高频信号变化迅速的特点。

小波变换具有以下特点和作用^[42]：

(1) 具有多分辨率 (Multi-resolution) (也叫多尺度 (multi-scale)) 的特点，可以由粗到细地逐步观察信号。

(2) 我们也可以把小波变换看成用基本频率特性为 $\psi(\omega)$ 的带通滤波器在不同尺度 a 下对信号做滤波。

(3) 适当地选择基本小波，使 $\psi(t)$ 在时域上为有限支撑， $\psi(\omega)$ 在频域上也就比较

集中, 便可以使小波变换在时、频两域都具有表征信号局部特征的能力, 这样就有利于检测信号的瞬态或奇异点。

3.3 连续小波变换

设 $\psi(t)$ 为一平方可积函数, 即 $\psi(t) \in L^2(R)$, 若其傅里叶变换 $\hat{\psi}(\omega)$ 满足条件:

$$C_\psi = \int_R \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \quad (3.3)$$

时, 我们称 $\psi(t)$ 为一个基本小波或小波母函数, 我们称式 (3.3) 为小波函数的可容许条件。将小波母函数 $\psi(t)$ 经伸缩和平移后就可以得到:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a, b \in R; a > 0 \quad (3.4)$$

式中, a 为伸缩因子, b 为平移因子, 我们称 $\psi_{a,b}(t)$ 为依赖于参数 a, b 的小波基函数。

由于尺度因子 a 和平移因子 b 是连续变换的值, 因此我们称 $\psi_{a,b}(t)$ 为连续小波函数基。

它们是由同一母函数 $\psi(t)$ 经伸缩和平移后得到的一组函数序列。

对于任意的函数 $x(t) \in L^2(R)$ 的连续小波变换为:

$$WT_x(a, b) = \langle x(t), \psi_{a,b}(t) \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_R x(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (3.5)$$

其重构公式 (逆变换) 为:

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^\infty \frac{da}{a^2} \int_{-\infty}^\infty WT_x(a, b) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) db \quad (3.6)$$

由于基小波 $\psi(t)$ 生成的小波 $\psi_{a,b}(t)$ 在小波变换中对被分析的信号起着观测窗口的作用, 所以 $\psi(t)$ 还应满足一般函数的约束条件:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)| dt < \infty \quad (3.7)$$

故 $\hat{\psi}(\omega)$ 是一个连续函数。这意味着, 为了满足完全重构条件式 (3.3), $\hat{\psi}(\omega)$ 在原点

必须等于 0，即

$$\hat{\psi}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (3.8)$$

为了使信号重构的实现在数值上是稳定的，除了完全重构外，还要求小波 $\psi(t)$ 的傅里叶变换满足下面的稳定条件：

$$A \leq \sum_{l=-\infty}^{\infty} |\hat{\psi}(2^{-l}\omega)|^2 \leq B \quad (3.9)$$

式中， $0 < A \leq B < \infty$

连续小波变换具有以下重要性质^[40, 41]：

1 线性性：假设 $x(t), y(t) \in L^2(R)$ 空间， λ_1, λ_2 为任意常数，记 $x(t)$ 的连续变换为 $WT_x(a, b)$ ， $y(t)$ 的连续小波变换为 $WT_y(a, b)$ ，则 $z(t) = \lambda_1 x(t) + \lambda_2 y(t)$ 的连续小波变换为：

$$WT_z(a, b) = \lambda_1 WT_x(a, b) + \lambda_2 WT_y(a, b)$$

2 时移不变性：若 $x(t)$ 的连续小波变换为 $WT_x(a, b)$ ，则 $x'(t) = x(t - t_0)$ 的小波变换为：

$$WT_{x'}(a, b) = WT_x(a, b - t_0)$$

3 尺度转换：若 $x(t)$ 的连续小波变换为 $WT_x(a, b)$ ，则 $x'(t) = x(ct)$ 的小波变换为：

$$WT_{x'}(a, b) = \frac{1}{\sqrt{c}} WT_x(ca, cb) \quad c > 0$$

4 内积定理：假设 $x(t), y(t) \in L^2(R)$ 空间，记 $x(t)$ 的连续变换为 $WT_x(a, b)$ ， $y(t)$ 的连续小波变换为 $WT_y(a, b)$ ，则有

$$\langle WT_x(a, b), WT_y(a, b) \rangle = C_\varphi \langle x(t), y(t) \rangle$$

式中 C_φ 是 $\varphi(t)$ 的 Cohen 类时频分布， $\langle \cdot \rangle$ 表示内积运算。

5 自相似性：对应不同尺度参数 a 和不同平移参数 b 的连续小波变换之间是自相似的。

6 能量比例性: $\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{C_{\psi}} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |WT_x(a,b)|^2 \frac{da db}{a^2}$ 这说明小波变换后的系数和

原函数能量有一定的比例关系, 从而可以通过研究变换后的信号能量来反映原使信号能量。

7 冗余性: 连续小波变换中存在信息表述的冗余度 (redundancy)。

小波变换的冗余性事实上也是自相似性的反应, 它主要表现在以下两方面:

① 由连续小波变换恢复原使信号的重构公式不是唯一的。也就是说, 信号 $x(t)$ 的小波

变换与小波重构不存在一一对应关系, 而傅里叶变换与傅里叶反变换是一一对应的。

② 小波变换的核函数即小波函数 $\psi_{a,b}(t)$ 存在多可能的选择。

3.4 离散小波变换

3.4.1 时间、尺度 参数离散化

在上小节中, 我们介绍了连续小波及其变换的概念和性质。在实际应用中, 特别是在计算机实现上, 往往需要把上面提到的连续小波及其变换离散化, 取 $a = a_0^{-j} (j \in Z), b = ka_0^{-j}T$, 更多地取 $a_0 = 2, T = 1$, 此时, 参数离散化的小波基函数为:

$\psi_{j,k}(t) = a_0^{j/2} \psi(a_0^j t - k)$ 。对参数离散化的小波基函数, 有小波系数:

$C_{j,k} = \int x(t) \psi_{j,k}(t) dt$, 而信号的综合或重建, 即找出 a_0, T 和 $\psi(t)$, 使

$$x(t) \approx \sum_j \sum_k C_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (3.10)$$

若 $a_0 \rightarrow 0, T \rightarrow 0$, 则上式即连续小波综合

$$x(t) = \frac{1}{C_{\psi}} \int_0^{\infty} \frac{da}{a^2} \int_{-\infty}^{\infty} WT_x(a,b) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) db$$

3.4.2 小波框架

在找到 Meyer 小波以前的相当一段时间里, 和离散窗口傅里叶变换一样, 人们认为找不到正交小波基, 退而研究小波框架 (wavelet frames)。

由小波系数 $C_{j,k} = \int x(t)\psi_{j,k}(t)dt$ 所代表的能量 $\sum_{j,k} |C_{j,k}|^2$ 满足

$$A \cdot E_x \leq \sum_{j,k} |C_{j,k}|^2 \leq B \cdot E_x \quad (3.11)$$

式中, E_x 为信号 $x(t)$ 的能量, A 、 B 称为框架屈。此时小波基函数称为小波框架。

若 $A=B$ 时, 成为“紧凑框架” (tight frame), 此时离散小波的逆变换为:

$$x(t) = \sum_{j,k} \langle x, \psi_{j,k} \rangle \cdot \tilde{\psi}_{j,k}(t) = \frac{1}{A} \sum_{j,k} WT_x(j,k) \cdot \psi_{j,k}(t) \quad (3.12)$$

当 $A \neq B$, 但两者比较接近时, 作为一阶逼近, 可取

$$\tilde{\psi}_{j,k}(t) = \frac{2}{A+B} \psi_{j,k}(t) \quad (3.13)$$

所以重建公式近似于

$$x(t) = \frac{2}{A+B} \sum_{j,k \in \mathbb{Z}} \langle x, \psi_{j,k} \rangle \psi_{j,k}(t) \quad (3.14)$$

逼近误差的范数为 $\|R\| \cdot \|x\| \leq \frac{A-B}{A+B} \|x\|$ 。可见 A 、 B 越接近, 误差越小。

3.5 多分辨分析

我们从上一节知道, 离散的小波框架其信息量仍然是由冗余的, 从数值计算及数据压缩等角度来看, 我们希望减小它们的冗余量, 直到得到一组正交基, 我们称之为正交小波基。如何构造频域高度局域化的正交小波基呢? 本节要介绍的多分辨分析理论提供了解决这一问题的最有效的方法。

3.5.1 多分辨分析思想

多分辨分析的思想来自于计算机视觉理论。从机器视觉的角度而言, 单纯从灰度信息理解一幅图像中的物体是很困难的, 更重要的是图像中灰度的局部变化。为了能够

较好的理解一个物体，刻划这一局部变化的尺度应该与物体的大小适配。然而在一般的图像中，需要理解的各种结构拥有不同的大小，因此不可能预先定一个最佳的分辨率来描述它们。为了解决这一难题，在计算机视觉中采用了不同的分辨率来处理图像中不同信息的方法，将图像在各种分辨率下的细节提取出来，得到一个拥有不同分辨率 $Y_j (j \in \mathbb{Z})$ 的图像细节序列；其中 Y_j 分辨率的图像细节定义为：在分辨率 Y_j 下对图像的逼近和在分辨率 Y_{j-1} 下对图像的逼近之差。这种对分辨率的表示提供了一种图像信息简单的分层描述，在不同的分辨率下，图像的细节刻划了不同尺度的物理结构。在粗分辨率时，这些细节表示了大的结构信息，提供了图像的“上下文 (context)”描述，因此，很自然地应该先分析这些信息，然后逐渐增加分析精度。这种由粗到细的分析过程已经广泛的应用在立体视觉匹配和模糊匹配中，并且表明与人眼的低视觉处理是很相似的。关于分辨率的层次划分，考虑到计算机和推导的方便以及人眼的视觉特性。一般采用倍频程划分，即分辨率取值为 2^j 。

3.5.2 Mallat 算法

Mallat 1987 年将计算机视觉领域的多尺度（多分辨率）分析方法引入到小波分析中，不仅统一了前人关于小波函数的构造，信号的小波变换分解与重构，还给出了相应的算法，即著名的 Mallat 分解、重构算法，这个算法在小波分析中具有相当于傅里叶分析中 FFT 等同的地位。

对于多分辨率分析 $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ ，当 $j \rightarrow -\infty$ 时， $V_j \rightarrow L^2$ ，故可选 $|j|$ 充分大的 m ，使 f 在 V_m 上的投影

$$P_m f = f_m \approx f \quad (3.15)$$

式中， P_m 是 $L^2 \rightarrow V_m$ 上的正交投影算子。由于 $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ 是一个双方向无限空间带，在数学上为方便计，取 $j=0$ 时的 $f_0 = f$ 。这样，关于使 $f \in L^2$ 的分解，实际上就是对 f_0 的分解。对于有限正交小波基 $\{\psi_{j,k} | j, k \in \mathbb{Z}\}$ ，由于

$$V_0 = \bigoplus_{j=-1}^{-N} W_j \oplus V_{-N} \quad (3.16)$$

$$\text{固有: } f_0 = \sum_{k=1}^N g_{-k} + f_{-N} \quad (3.17)$$

式中, $g_{-k} \in W_{-k}, f_{-N} \in V_{-N}$ 。上面的分解是唯一的。由于 $f_0 \in V_0$, 故存在数列

$\{C_{0,k}\}_{k \in \mathbb{Z}} \in L^2$, 使得

$$f_0 = \sum_{k \in \mathbb{Z}} C_{0,k} \psi_{0k}$$

$$\text{其中: } C_{0,k} = \langle f, \psi_{0k} \rangle$$

显然

$$\begin{cases} f_0 = P_{-1}f_0 + Q_{-1}f_0 = g_{-1} + f_{-1} \\ f_{-1} = P_{-2}f_{-1} + Q_{-2}f_{-1} = g_{-2} + f_{-2} \\ \dots\dots\dots \\ f_{-k} = P_{-(k+1)}f_{-k} + Q_{-(k+1)}f_{-k} = g_{-(k+1)} + f_{-(k+1)} \end{cases} \quad (3.18)$$

式中, P_j 与 Q_j 为 L^2 中 V_j 及 W_j 上的正交投影算子, 且

$$P_{-j}f = P_{-j}f_{-(j-1)}, Q_{-j} = Q_{-j}f_{-(j-1)}$$

再记

$$f_{-j} = \sum C_{j,m} \phi_{-j,m} \quad (3.19)$$

$$g_{-j} = \sum d_{j,m} \psi_{-j,m} \quad (3.20)$$

由于尺度函数与小波基是已知的, 我们设定

$$\langle \phi_{0,k}, \phi_{l,m} \rangle = \bar{h}_{k-2m} \quad (3.21)$$

$$\langle \phi_{0,k}, \psi_{l,m} \rangle = \bar{g}_{k-2m} \quad (3.22)$$

从而有

$$C_{l,m} = \langle f_l, \phi_{l,m} \rangle = \left\langle \sum_k C_{0,k} \phi_{0,k}, \phi_{l,m} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k C_{0,k} \bar{h}_{k-2m} \quad (3.23)$$

$$d_{l,m} = \langle g_l, \psi_{l,m} \rangle = \left\langle \sum_k C_{0,k} \phi_{0,k}, \psi_{l,m} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k C_{0,k} \bar{g}_{k-2m} \quad (3.24)$$

一般地

$$C_{j,m} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k C_{j-1,k} \bar{h}_{k-2m} \quad (3.25)$$

$$d_{j,m} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k C_{j-1,k} \bar{g}_{k-2m} \quad (3.26)$$

其中, $j=1,2,\dots,N$ 。

引入矩阵记法 $H = (H_{m,k}) = (\bar{h}_{k-2m})$, $G = (G_{m,k}) = (\bar{g}_{k-2m})$, 于是有

$$\begin{aligned} C_1 &= HC_0, D_1 = GC_0 \\ C_2 &= HC_1, D_2 = GC_1 \\ &\dots\dots\dots \\ C_j &= HC_{j-1}, D_j = GC_{j-1} \end{aligned} \quad (3.27)$$

式 3.27 便是著名的 Mallat 分解算法, 称相应序列 C_j, D_j 分别为离散信号 $f(x)$ 在分辨率 2^j 下的离散逼近与离散细节。依此算法, 我们将信号分成了不同频率通道成分, 且将每一频率通道成分又按相位进行了分解: 频率越高, 则相位划分越细, 反之, 则越疏。

3.6 小波包分析

多分辨率分析的基本思想是把信号投影到一组互相正交的小波函数构成的子空间 W_j 上, 形成了信号在不同尺度上的展开, 从而提取了信号在不同频带的特征, 同时保留了信号在各尺度上的时域特征。虽然多分辨率分析是一种有效的时频分析方法, 但它每次只对信号的低频部分进行分解, 高频部分保留不动。而且它的频率分辨率与 2^j 成正比, 因此高频部分分辨率差。小波包分析是多分辨分析的推广, 它同时对信号的低频和 高频部分进行多层次划分, 对信号进行更加精细的分析, 在满足 Heisenberg 测不准原理下, 将信号按任意的时频分辨率分解到不同的频带, 并将信号的时频成分相应地投影到

代表不同频带的正交小波空间上。关于小波包分析的理解，我们在这里以一个三层的分解进行说明，其小波包分解树如图 3.1 所示

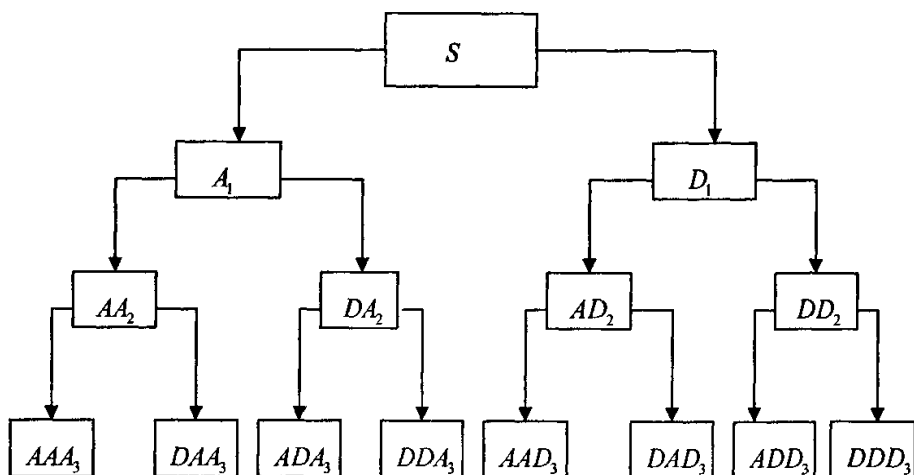


图 3.1 小波包三层分解树结构图

在图 3.1 中，A 表示低频，D 表示高频，末尾的下标序号表示小波包分解的层数（即尺度数）。分解的关系为：

$$S = AAA_3 + DAA_3 + ADA_3 + DDA_3 + AAD_3 + DAD_3 + ADD_3 + DDD_3$$

3.6.1 小波包定义

在多分辨分析中， $L^2(R) = \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} W_j$ ，表明多分辨分析是按照不同的尺度因子 j 把 Hilbert 空间 $L^2(R)$ 分解为所有子空间 $W_j (j \in \mathbb{Z})$ 的正交和，其中 W_j 为小波函数 $\psi(t)$ 的闭包（小波子空间）。现在，我们希望进一步对小波子空间 W_j 按照二进制方式进行频率的细分，以达到提高高频分辨率的目的。

一种自然的做法是将尺度子空间 V_j 和小波子空间 W_j 用一个新的子空间 U_j^n 统一起来表征，若令：

$$\begin{cases} U_j^0 = V_j \\ U_j^1 = W_j \end{cases} \quad j \in \mathbb{Z} \quad (3.28)$$

则 Hilbert 空间的正交分解 $V_{j+1} = V_j \oplus W_j$ 即可用 U_j^n 的分解统一起来：

$$U_{j+1}^0 = U_j^0 \oplus U_j^1 \quad j \in Z \quad (3.29)$$

定义子空间 U_j^n 是函数 $u_n(t)$ 的闭包空间, 而 U_j^{2n} 是函数 $u_{2n}(t)$ 的闭包空间, 并令 $u_n(t)$ 满足下面的双尺度方程

$$\begin{cases} u_{2n}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in Z} h(k) u_n(2t - k) \\ u_{2n+1}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in Z} g(k) u_n(2t - k) \end{cases} \quad (3.30)$$

式中 $g(k) = (-1)^k h(1-k)$, 即两系数也具有正交关系, 当 $n=0$ 时, 式(3.30)直接给出

$$\begin{cases} u_0(t) = \sum_{k \in Z} h_k u_0(2t - k) \\ u_1(t) = \sum_{k \in Z} g_k u_0(2t - k) \end{cases} \quad (3.31)$$

与在多分辨分析中, $\phi(t)$ 和 $\psi(t)$ 满足双尺度方程:

$$\begin{cases} \phi(t) = \sum_{k \in Z} h_k \phi(2t - k) \dots \dots \dots \{h_k\}_{k \in Z} \in L^2 \\ \psi(t) = \sum_{k \in Z} g_k \phi(2t - k) \dots \dots \dots \{g_k\}_{k \in Z} \in L^2 \end{cases} \quad (3.32)$$

相比较, 很显然 $u_0(t)$ 和 $u_1(t)$ 分别退化为尺度函数 $\phi(t)$ 和小波基函数 $\psi(t)$ 。式(3.31)是式(3.29)的等价表示。把这种等价表示推广到 $n \in Z$ 的情况, 即得式(3.30)的等价表示为:

$$U_{j+1}^n = U_j^n \oplus U_j^{2n+1} \dots \dots \dots j \in Z; n \in Z \quad (3.33)$$

3.6.2 小波包的空间分解

令 $\{u_n(t)\}_{n \in Z}$ 是关于 h_k 的小波族, 考虑用下列方式产生子空间族。现在令 $n=1, 2, \dots; j=1, 2, \dots$, 并对式(3.29)作迭代分解, 则有

$$\begin{cases} W_j = U_{j-1}^2 \oplus U_{j-1}^3 \\ W_j = U_{j-2}^4 \oplus U_{j-2}^5 \oplus U_{j-2}^6 \oplus U_{j-2}^7 \\ \dots\dots\dots \\ W_j = U_{j-k}^{2^k} \oplus U_{j-k}^{2^{k+1}} \oplus \dots \oplus U_{j-k}^{2^{k+1}-1} \\ \dots\dots\dots \\ W_j = U_0^{2^k} \oplus U_0^{2^{k+1}} \oplus \dots \oplus U_0^{2^{k+1}-1} \end{cases} \quad (3.34)$$

根据上式，可推得对每个 $j=1,2,\dots$ ，有

$$L^2(R) = \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} W_j = \dots \oplus W_{-1} \oplus W_0 \oplus U_0^2 \oplus U_0^3 \oplus \dots \quad (3.35)$$

上式是信号小波包分析的理论基础。小波包可以对 W_j 进一步分解，从而提高频率分辨率，是一种比多分辨率分析更加精细的分解方法，它具有更好的时频特性。

3.6.3 小波包分解与重构算法

小波包分解可以对信号在全部的频带范围内进行正交分解。小波包算法的基本思想^[1]是将第一次分解的结果的高频部分和低频部分利用二抽取一运算，保留其偶数部分或奇数部分（即每隔一个数保留一个），在进行下一步分解时，不仅将低频部分进行分解，同时也将高频部分进行分解，对分解结果仍采用二抽取一运算，这样无论在地频频段还是在高频频段都具有相同的时频分辨率，这种空间分解方式可以一直反复进行下去（当然分解次数应小于 L ， $2^L = N$ ， N 为原信号的长度），信号被分解到相邻的不同频段上，随着分解层数的增加，频段划分的越来越细。但是和小波分解一样，经过每一层变换后的数据量减半。分解到 j 层时， j 层中每一频率段的数据量是原来信号数据量的 $1/2^j$ 倍。因此，越往下分解，各个频率段上的时域分辨率就越低。为了提高分辨率，可以采用下面信号重构的方法。

如果观察信号某一频率段上的时域波形，那么保留这一频率段的数据，把其它频率段的数据置为零，再用重构公式，把信号一层一层进行重构。每一层重构以后，所得到的数据量增加一倍。这样经过 j 层重构之后，就可以把这一频率段上的信号的时域分辨率提高到原来信号的大小。也可以采用这种方法，把几个不同频率段上的信号合起来重

构。如果把所有频率段上的信号合起来重构，就可以重构出原来的信号。

小波包分解公式

$$\begin{aligned} u'_{2m}(n) &= \sum_k h(k-2n)u'^{-1}_m(k) \\ u'_{2m+1}(n) &= \sum_k g(k-2n)u'^{-1}_m(k) \end{aligned} \quad (3.36)$$

小波包重构公式

$$u'^{-1}_m(n) = \sum_k \bar{h}(n-2k)u'_{2m}(k) + \sum_k \bar{g}(n-2k)u'_{2m+1}(k) \quad (3.37)$$

式中， $u'_m(n)$ 为数字信号 $x(n)$ 经过 j 层小波包分解所得到的第 m 个分解序列， $\bar{h}$ 、 $\bar{g}$ 分别为 h 和 g 的对偶算子， u_1^0 为数字信号 $x(n)$ 。

3.7 基于小波分析的信号处理

小波分析不仅具有丰富的数学内涵，而且具有重要的应用价值。纵观小波发展的历史，它的应用和理论发展交织在一起，互相促进的。目前，它已被应用于信号分析，语音处理，计算机识别，图像处理等许多领域。因此，作为信号处理的一种新工具、新方法，小波分析无论在理论研究还是在工程应用方面都有着广阔的发展前景。

3.7.1 奇异信号检测

信号中的奇异点及不规则的突变部分经常带有比较重要的信息，它是信号重要的特征之一，在机械故障诊断中，故障通常表现为输出信号发生突变，因而对突变点的检测在故障诊断中有非常重要的意义。长期以来，傅里叶变换是研究函数奇异性的主要工具，其方法是研究函数在傅里叶变换域的衰减以推断此函数是否具有奇异性及奇异性的。但傅里叶变换缺乏局部性，它只能确定一个函数奇异性的整体性质，而难以确定奇异点在空间的位置分布情况。我们知道，小波变换具有空间局部化性质，因此利用小波变换来分析信号的奇异性及奇异性位置及奇异性度的大小是比较有效的。

通常情况下，信号奇异性分两种情况：一种是信号在某一时刻，其幅值发生突变，引起信号的非连续，幅值的突变处是第一类型的间断点；另一种是信号外观上很光滑，幅值没有突变，但是信号的一阶微分有突变产生，即一阶微分是不连续的，称为第二类

型的间断点。

1. 检测第一类型间断点

本例中的不连续信号是由一个低频的正弦信号与一个高频的正弦波连接而成的。生成的突变信号波形如图 3.2 所示，我们用 db5 小波对该信号进行五层分解来检测第一类型间断点，得到的细节信号如图 3.3 所示。可以看出，在细节信号部分能清晰地显示出了间断点的标准位置。在该信号的小波分解中，第一层和第二层细节信号中(d1 和 d2) 对信号的不连续性显示的相当明显。

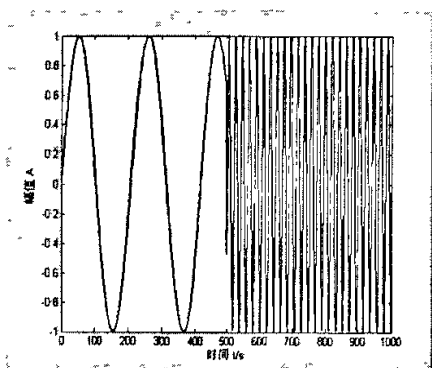


图 3.2 突变信号波形

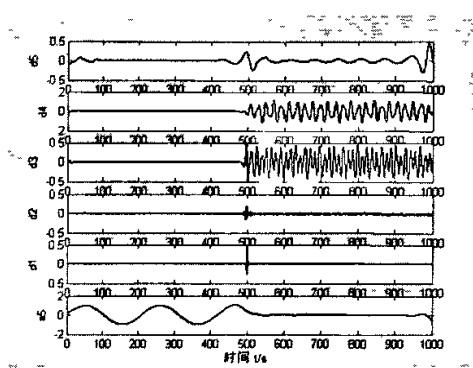


图 3.3 5 层 db5 小波分解细节信号

2. 检测第二类间断点

由图 3.4 所示原始信号在外观上很光滑，但是该信号一阶微分有突变。利用 db2 小波对信号进行五层分解，得到的细节信号如图 3.5 所示。可以看出，细节信号能明显将该信号的第二种类型间断点显现出来，间断点位置在 $t=500$ 处。

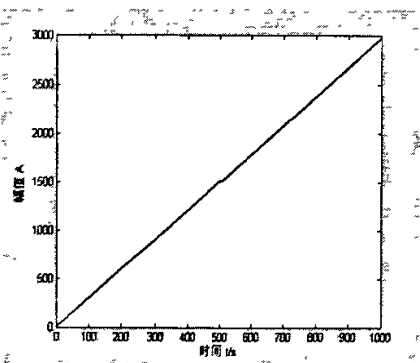


图 3.4 第 2 类突变信号波形

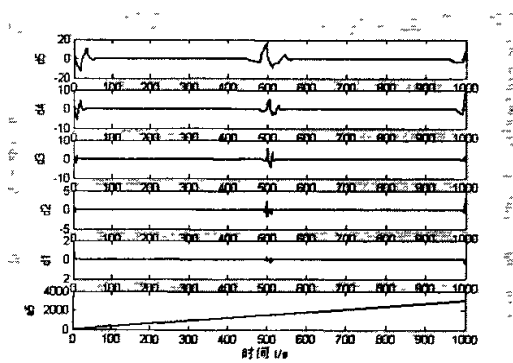


图 3.5 5 层 db2 小波分解细节信号

3.7.2 信号消噪处理

运用小波分析进行一维信号消噪处理是小波分析的一个重要应用。一个含噪声的一维信号可以表示成如下形式：

$$s(i) = f(i) + e(i), i = 0, \dots, n-1$$

其中 $f(i)$ 为真实信号， $e(i)$ 为噪声， $s(i)$ 为含噪声的信号。

工程实际中，噪声通常表现为高频信号，而有用信号通常为低频信号，或者是一些比较平稳的信号。因此我们可以按如下的方法进行消噪处理：

1) 一维信号的小波分解。选择一个小波并确定一个小波分解的层次

N ，然后对信号进行 N 层小波分解。

2) 小波分解高频系数的阈值量化。对第 1 层到第 N 层的每一层的高频系数，选择一个阈值进行阈值量化处理。

3) 一维小波的重构。根据小波分解的第 N 层的低频系数和经过量化处理后的第 1 层到第 N 层的高频系数，进行一维信号的小波重构。

在这几个步骤中，最关键的就是如何选取阈值和如何进行阈值的量化，从某种程度上说，它直接关系到信号消噪的质量。阈值的选择往往可以通过经验公式获得。阈值的量化可分为三种，一种是将小波分解的高频系数强制置为 0，这种方法比较简单，重构后的信号也比较光滑，但也容易丢失信号的有用成分。二是按照给定的阈值进行软阈值处理，即把信号的绝对值与阈值进行比较，小于或等于阈值的点变为 0，大于阈值的点变为该点值与阈值的差值。三是按照给定的阈值进行硬阈值处理，即把信号的绝对值与阈值进行比较，小于或等于阈值的点变为 0，大于阈值的点保持不变。一般说来，用硬阈值处理后的信号比用软阈值处理后的信号更为粗糙。

3.8 本章小结

本章介绍了小波和小波包分析的基本理论，小波分析其实可以看作信号经过一组滤波器滤波，划分到不同的频段上去，小波变换每次对信号的低频部分进行分解，而小波包变换还可以对信号的高频部分进行分解。

接着介绍了小波分析在信号处理中的应用,运用小波分析最主要的就是抓住信号的时频特征。从方法上讲就是对信号作小波或小波包分解,对所关心频带中的小波分解系数进行相关处理,然后重构回到时域上的信号。

第四章 基于小波包分解和重构的包络解调在故障诊断中的应用

4.1 引言

滚动轴承故障诊断方法很多,常用的是振动诊断法,因为振动信号所反映的故障信息较多。捕获故障信息的关键是如何提高信噪比。理论分析和实验结果表明,对有故障的轴承的振动信号若不加任何预先处理而直接进行频谱分析,很难诊断出轴承故障。实践证明包络解调这种技术是诊断滚动轴承损伤类故障的一种有效手段。

包络分析法的基本原理是这样的:当滚动轴承存在局部故障时,在轴承运转过程中,轴承的其它零件会周期性地撞击故障部位,产生冲击力,从而激起轴承系统产生共振,形成一系列高频固有振动。通常,这些高频固有振动有多个,根据实际情况,可选择其中一个高频固有振动作为研究对象,通过带通滤波的方法把它从其它的高频振动中分离出来。这个高频固有振动的振幅受轴承元件故障特征的调制,利用包络检波器解调得到反映故障的包络信号。对包络信号进行分析,即可诊断出滚动轴承的故障。

但当前的包络分析法在滤波时需要选择合适的滤波器参数,这给应用带来很大的不便。文献[40]提出了基于小波系数包络谱的滚动轴承故障诊断,但在小波分解后信号的时域分辨率降低了。本文用小波包分解和重构对信号进行滤波,这样提高了滤波后信号的时间分辨率,不仅能较好地分析滚动轴承故障信号,而且对其它的调制信号分析也得到了很好的结果。

4.2 基于 Hilbert 算子的细化包络解调法

4.2.1 包络解调原理

当轴承某一元件表面出现局部损伤时,在受载运行中要周期性地撞击与之相互作用的其它元件表面而产生周期性的冲击脉冲力。这一冲击脉冲力的强度及其持续时间长短与轴承元件的相对运动速度、所承受的载荷等因素有关。由于冲击脉冲力的频带很宽,会覆盖轴承系统的各个固有频率,所以该脉冲力同理想脉冲一样必然激起轴承系统的各个固有振动。但矩形脉冲不像理想脉冲那样能量沿频率轴均匀分布。而是频率越高,能

量分布越小。所以，在损伤大小和轴承运转速度一定的条件下，在轴承的多个固有振动中，损伤更容易引起频率较低的高频固有振动。根据实际情况，可选择某一高频固有振动作为研究对象，通过中心频率等于该固有频率的带通滤波器把该固有振动成分分离出来。然后，通过包络检波器检波，去除高频衰减的振动的频率成分，得到只包含故障特征信息的低频包络信号，对这一包络信号进行频谱分析便可以很容易地诊断出轴承的故障。具体实现原理如图 4.1 所示。

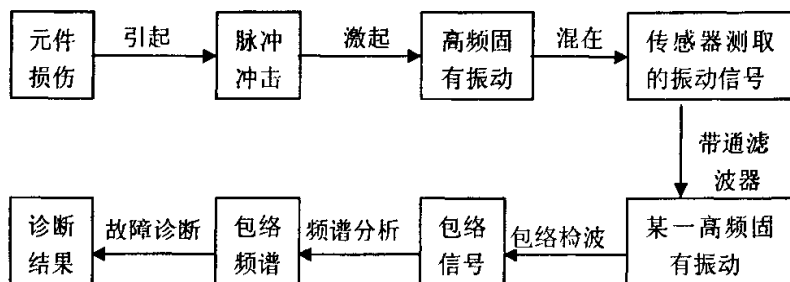


图 4.1 包络分析诊断原理示意图

包络分析的具体步骤为：

- （1）带通滤波：将信号通过适当的带通滤波器，将相应的高频共振信号虑除出来，以提高信噪比；
- （2）包络检波：对虑除出来的高频共振信号实行包络检波，即进行 Hilbert 变换，求得由脉冲系列引起的包络线。
- （3）频谱细化：故障特征频率相对共振信号的频率很低，直接观察包络信号的频谱不能很好的确定故障特征频率。为了精确的诊断出轴承的故障，有必要对包络信号进行频谱细化。

4.2.2 带通滤波

在进行包络解调的各步骤中，关键在于带通滤波。能否将包含有故障信息的固有振动分离出来，带通滤波器的设计极为重要。在进行滤波器设计时，不同的中心频率和带宽对应着不同的滤波器，这在实际应用时很不方便。而且它们不能同时给出各个不同频率段的成分，因此所得到的信号的信息是不完整的。由于小波变换具有带通滤波的特性，

通过选择合适的小波和分解层次,可以得到原始振动信号在不同频段的振动特性,其信息量是完整的。而且我们可以从中找出需要的频率段进行重构,在不降低信号时域分辨率的同时可以达到滤波的目的。因此本文用小波包分解与重构的方法实现滤波。

4.2.3 包络检波

在通信信号、机械信号等的幅值解调中,包络解调的方法大概有五种:绝对值算子解调法、线性算子解调法、平均算子解调法、Hilbert 算子解调法和能量算子解调法等。设幅值信号为 $x(t)$, 则上述五种算子分别定义如下:

$$(1) \text{ 绝对算子 } A: A(x(t)) = |x(t)|$$

$$(2) \text{ 现行算子 } L: L(x(t)) = (|x(t)| + x(t))/2$$

$$(3) \text{ 平方算子 } S: S(x(t)) = x^2(t)$$

$$(4) \text{ Hilbert 算子 } H: H(x(t)) = x(t) * (1/\pi t)$$

$$(5) \text{ 能量算子 } \psi: \psi(x(t)) = (x(t))^2 - x(t)\ddot{x}(t)$$

上述五种解调方法都可以将调制信号为 $x(t)$ 的载波分量分离出来,它们具有一致性。目前国内普遍采用 Hilbert 算子来实现包络解调。

4.2.3.1 Hilbert 算子

系统的可实现性的实质是其具有因果性。由于因果性的限制,系统函数的实部和虚部或模与相角之间存在某种相互制约的特性,这种特性以 Hilbert 变换的形式表现出来。

对于因果系统,其冲击响应 $h(t)$ 在 $t < 0$ 时等于 0, 仅在 $t > 0$ 时存在, 因此有:

$$h(t) = h(t)u(t) \quad (4.1)$$

设 $h(t)$ 的傅立叶变换即系统函数 $H(j\omega)$ 为:

$$H(j\omega) = R(\omega) + jX(\omega) \quad (4.2)$$

对式(4.1)运用傅立叶变换的频域卷积定理得:

$$F(h(t)) = \frac{1}{2\pi} \{ F(h(t)) * F(u(t)) \} \quad (4.3)$$

于是有:

$$\begin{aligned} R(\omega) + jX(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \left\{ [R(\omega) + jX(\omega)] * [\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}] \right\} \\ &= \frac{1}{2\pi} \left\{ R(\omega) * \pi\delta(\omega) + X(\omega) * \frac{1}{\omega} \right\} + \frac{j}{2\pi} \left\{ X(\omega) * \pi\delta(\omega) - R(\omega) * \frac{1}{\omega} \right\} \\ &= \left\{ \frac{R(\omega)}{2} + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{X(\lambda)}{\omega - \lambda} d\lambda \right\} + j \left\{ \frac{X(\omega)}{2} - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{R(\lambda)}{\omega - \lambda} d\lambda \right\} \end{aligned} \quad (4.4)$$

解得:

$$R(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{X(\lambda)}{\omega - \lambda} d\lambda \quad (4.5)$$

$$X(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{R(\lambda)}{\omega - \lambda} d\lambda \quad (4.6)$$

式(4.5)与式(4.6)称为 Hilbert 变换对。它说明了具有因果性的系统函数 $H(j\omega)$ 的一个重要特性: 它的实部 $R(\omega)$ 被已知的虚部 $X(\omega)$ 唯一地确定, 反之亦然。

4.2.3.2 Hilbert 算子解调原理

Hilbert 算子的一个重要应用就是处理带通信号的解调。用 Hilbert 算子把一个实信号表示成一个复信号 (即解析信号), 不仅使理论讨论方便, 更重要的是可以研究实信号的包络, 即瞬时相位和瞬时频率。

设有一实信号的函数表达式为 $x(t)$, 其频率为 $X(\omega)$, 即

$$\begin{aligned} X(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^0 x(t)e^{-j\omega t} dt + \int_0^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \\ &= X^-(\omega) + X^+(\omega) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 X^-(\omega) e^{j\omega t} d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} X^+(\omega) e^{j\omega t} d\omega \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} X(-\omega) e^{-j\omega t} d(-\omega) + \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} X^+(\omega) e^{j\omega t} d\omega \\
 &= \operatorname{Re} \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} 2X^+(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right]
 \end{aligned}$$

其中, 令: $x_a(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} 2X^+(\omega) e^{j\omega t} d\omega$

则 $x_a(t)$ 就叫解析信号, 是一个复数。 $x_a(t)$ 的频谱 $X_a(\omega)$ 为:

$$X_a(\omega) = \begin{cases} 2X^+(\omega), & \omega \geq 0 \\ 0, & \omega < 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

这表明解析信号 $x_a(t)$ 的频谱是实信号正频谱的两倍, 而负频谱等于零。因为解析信号是复信号, 所以它包含有实部和虚部, 令解析信号函数 $x_a(t)$ 为:

$$x_a(t) = x(t) + j\hat{x}(t)$$

其频率函数 $X_a(\omega)$ 为:

$$X_a(\omega) = X(\omega) + j\hat{X}(\omega) \quad (4.8)$$

其中

$$\hat{X}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{x}(t) e^{-j\omega t} dt$$

比较式 (4.7) 和式 (4.8) 可得

$$\begin{aligned}
 \hat{X}(\omega) &= -j * \operatorname{sgn}(\omega) X^+(\omega) \\
 &= \begin{cases} -jX^+(\omega), & \omega \geq 0 \\ jX^+(\omega), & \omega < 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

根据卷积定理, 频域两函数的乘积等于时域两函数的卷积, 于是有

$$\hat{x}(t) = x(t) * \frac{1}{\pi t} \left[F \left[\frac{1}{\pi t} \right] = j * \operatorname{sgn}(\omega) \right] = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(t-\tau)}{\tau} d\tau \quad (4.9)$$

$\hat{x}(t)$ 是实信号函数 $x(t)$ 的 Hilbert 变换, 其反变换为:

$$x(t) = \hat{x}(t) * \frac{1}{\pi t} = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\hat{x}(t-\tau)}{\tau} d\tau \quad (4.10)$$

式 (4.9) 与式 (4.10) 称为 Hilbert 变换对。

于是得 $x(t)$ 的解析信号函数为：

$$x_a(t) = x(t) + j\hat{x}(t) = A(t)e^{j\varphi(t)}$$

其中幅值 $A(t)$ 为：

$$A(t) = \sqrt{x^2(t) + \hat{x}^2(t)}$$

相位 $\varphi(t)$ 为：

$$\varphi(t) = \tan^{-1} \left[\frac{\hat{x}(t)}{x(t)} \right]$$

$A(t)$ 便为 $x(t)$ 的包络。

由以上分析可知, Hilbert 变换是一种将时域实信号变为时域解析信号的方法。变换所得解析信号的实部是实信号本身, 虚部是实信号的 Hilbert 变换, 而解析信号的幅值便是实信号的包络。

求取实信号 $x(t)$ 的包络 $A(t)$ 可采用以下步骤：

(1) 求信号 $x(t)$ 的傅立叶变换 $X(\omega)$ ；

(2) 求解析信号 $x_a(t)$ 的傅立叶变换 $X_a(\omega)$, $X_a(\omega) = \begin{cases} 2X^*(\omega), & \omega \geq 0 \\ 0, & \omega < 0 \end{cases}$

(3) 求 $X_a(\omega)$ 得逆傅立叶变换, 可得解析信号

$$x_a(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X_a(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} 2X^*(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

则实信号 $x(t)$ 的包络 $A(t) = |x_a(t)|$ 。

4.2.4 频谱细化

在实际应用中, 虽然包络谱与轴承的理论故障特征频率有较准确的对应关系, 但由于轴承系统的固有频率一般都很高, 相应的采样频率 f_s 也很高 (大于或等于固有频率的两倍), 因此, 在谱线条数一定的情况下, 故障特征频率聚集在低频段, 很难分辨。尤

其当轴承同时存在多个故障时，其对应的故障特征频率的谱线更难分辨。为了更精确的诊断轴承的故障，有必要进行包络谱细化。本文拟采用 Chirp Z 变换来实现包络谱细化。

4.2.4.1 Chirp Z 变换的原理

Chip Z 算子 (CZT) 即线性调频 Z 变换，可用来计算单位圆上任一段曲线上的 Z 变换，作 DFT 时输入点数 N 和输出点数 M 可以不相等，从而达到频谱细化的目的。

系列 $x(n)$ 的 Z 变换:

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n} \quad (4.11)$$

令 $z_r = AW^{-r}$

式中 $A = A_0 e^{j\theta_0}$, $W = W_0 e^{-j\varphi_0}$

则 $z_r = A_0 e^{j\theta_0} W_0^{-r} e^{j\varphi_0 r}$ (4.12)

式中 A_0, W_0 为任意的正实数，给定 $A_0, W_0, \theta_0, \varphi_0$ ，当 $r = 0, 1, \dots, \infty$ 时，可得到在 z 平面上的一系列点 $z_0, z_1, \dots, z_{\infty}$ ，取这些点的 Z 变换，有

$$X(z_r) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z_r^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)A^{-n}W^{nr} \quad (4.13)$$

这就是 CZT 的定义。

当 $r = 0$ 时， $z_0 = A_0 e^{j\theta_0}$ ，该点在 z 平面上的幅度为 A_0 ，幅角为 θ_0 ，是 CZT 的起点。随着 r 的变化，点 $z_0, z_1, \dots, z_{\infty}$ 构成了 CZT 变换的路径，它是一条螺旋线，且具有下述特点。

- (1) 当 $A_0 > 1$ 时，螺旋线在单位圆外，反之，在单位圆内。
- (2) 当 $W_0 > 1$ 时， $A_0 W_0^{-1} < A_0$ ，螺旋线内旋，反之。螺旋线外旋。
- (3) 当 $A_0 = W_0 = 1$ 时，CZT 变换的路径为单位圆上的一段弧。
- (4) 当 $A_0 = W_0 = 1$ ， $\theta_0 = 0, M = N$ 时，CZT 变成普通的 Z 变换。

因为我们希望得到的是信号的频谱分析，故应在单位圆上去实现 CZT，即应取 $A_0 = W_0 = 1$ 。

对于长度为 N 的系列 $x(n)$ ，其在单位圆上的 M 点 CZT 变换为

$$X(z_r) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) A^{-n} W^{nr} \quad r=0,1,\dots,M-1 \quad (4.14)$$

由于
$$nr = \frac{1}{2}[r^2 + n^2 - (r-n)^2]$$

所以
$$X(z_r) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) A^{-n} W^{r^2/2} W^{n^2/2} W^{-(r-n)^2/2} \quad (4.15)$$

令
$$g(n) = x(n) A^{-n} W^{n^2/2} \quad (4.16)$$

$$h(n) = W^{-n^2/2} \quad (4.17)$$

则
$$\begin{aligned} X(z_r) &= W^{r^2/2} \sum_{n=0}^{N-1} g(n) h(r-n) \\ &= W^{r^2/2} [g(r) * h(r)] = W^{r^2/2} y(r) \end{aligned} \quad (4.18)$$

式中
$$y(r) = g(r) * h(r) = \sum_{n=0}^{N-1} g(n) W^{-\frac{(r-n)^2}{2}} \quad (4.19)$$

长度为 N 的系列 $x(n)$ ，其在单位圆上的 M 点 CZT 变换的示意图如图 4.2 所示。

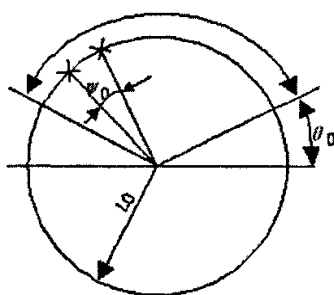


图 4.2 Chirp Z 变换原理示意图

4.2.4.2 Chirp Z 变换的计算方法

由上面的理论可知，计算单位圆上的 CZT 的关键是实现 $g(n)$ 和 $h(n)$ 的线性卷积，这可以通过快速傅立叶变换来实现，但需要对 $g(n)$ 和 $h(n)$ 进行预处理。具体处理方法以及 CZT 的计算步骤如下：

(1) 按式 (4.16) 计算出 $g(n)$ ， $n=0,1,\dots,N-1$ ，并将 $g(n)$ 补零，使之长度为 L ，得到新系列 $g'(n)$

$$g'(n) = \begin{cases} g(n) & n=0,1,\dots,N-1 \\ 0 & n=N,N+1,\dots,L \end{cases} \quad (4.20)$$

(2) 将 $h(n)$ 也转换成一个长度为 L 的新序列 $h'(n)$

$$h'(n) = \begin{cases} h(n) & n=0,1,\dots,M-1 \\ 0 & n=M,M+1,\dots,L-N \\ h(L-n) & L-N+1 \leq n \leq L-1 \end{cases} \quad (4.21)$$

上面两式中 L 的选择应满足 $L \geq N + M - 1$ ，且取 2 的整数次幂。

(3) 求序列 $g'(n)$ 和 $h'(n)$ 的 DFT $G'(k)$ 与 $H'(k)$ ，它们都是 L 点序列。

(4) 令 $Y(k) = G'(k)H'(k)$ ，并求其反变换，得 $y(r)$ ，仅取 $y(r)$ 的前 M 个点。

(5) 用 $W^{r^2/2}$ 乘 $y(r)$ ，则得到最后的输出 $X(z_r)$ 。

4.3 小波包络解调在滚动轴承故障诊断中的应用

本文采用的实验装置如图 4.3 所示，转子两支点均选用 6406 型滚动轴承，其几何参数如下：节圆直径： $D=60\text{mm}$ ；钢球直径： $d=19.05\text{mm}$ ；钢球个数： $Z=6$ ；接触角： $\alpha=0$ 。模拟故障轴承置于转子右支撑端。轴承座可以拆卸，以便更换不同故障类型的轴承。本文分别模拟了滚动轴承外圈故障和滚动体故障的情况。

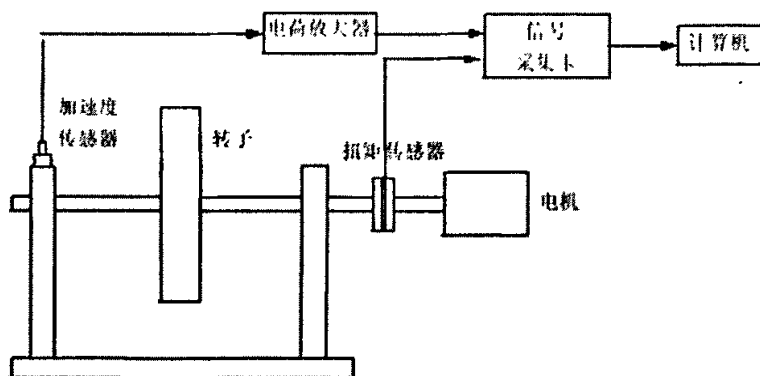
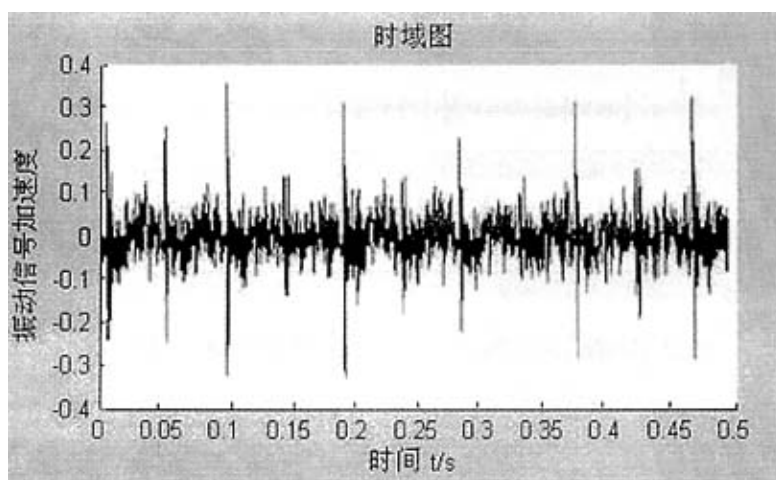


图 4.3 滚动轴承故障诊断实验装置示意图

采样频率： $f_s=8000\text{Hz}$ ；采样点数： $N=4096$ ；由以上参数，由第二章公式 (2.9)、(2.10)、(2.13) 可以计算出滚动轴承的各种特征频率。

利用前面介绍的基于 Hilbert 算子的包络解调法及其频谱细化法，先对轴承的振动加速度信号进行小波包分解与重构，在进行包络解调和频谱细化，则可以较好的诊断轴承的故障类型。

图 4.3 是某一 6406 轴承（记其为 1[#]轴承）的振动信号。其中采样频率为 8000Hz，从时域图中可以看到该轴承的振动信号中存在明显的冲击成分，并显现出调制特性，且包含有大量的噪声。能初步判定该轴承存在缺陷，但无法确定其存在哪种缺陷。

图 4.3 1[#]406 轴承振动信号时域图

为此, 先将该振动信号采用 ‘db9’ 小波进行 3 层小波包分解如图 4.4 所示, 分解后各频段的时域波形如图 4.5 所示。为了提高信号的时域分辨率, 需要进行小波包重构。由图 4.5 可以看出, 这 8 个频段的时域信号中, W_1 这个频段的信号明显具有原振动信号的特征。因此, 我们按这 8 个频段中的 $W_1 = (3,0)$ 进行小波包重构, 重构信号波形如图 4.6 所示。比较图 4.3 和图 4.6 可以发现, 重构后的信号保留了原始振动信号的特征, 而且在一定程度上降低了噪声。

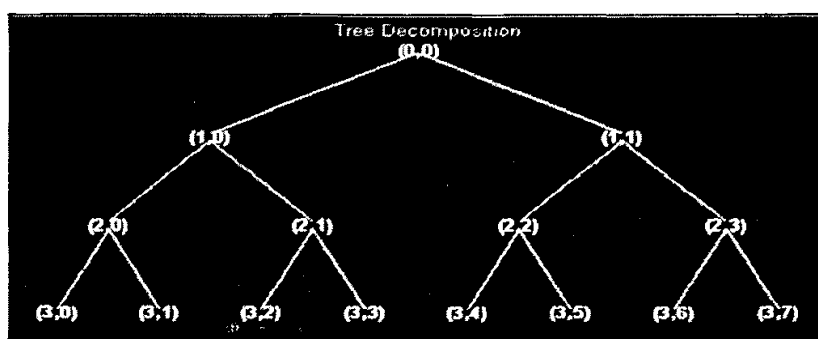
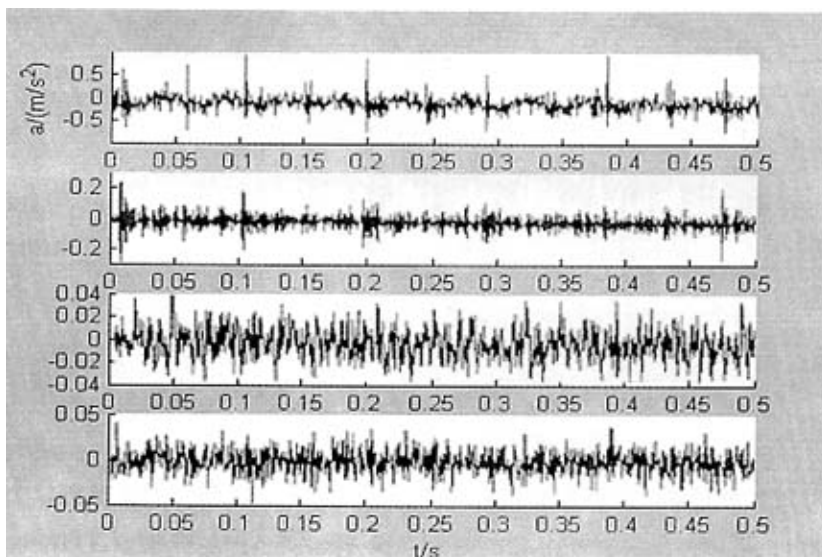


图 4.4 1#406 轴承振动信号小波包分解树结构图



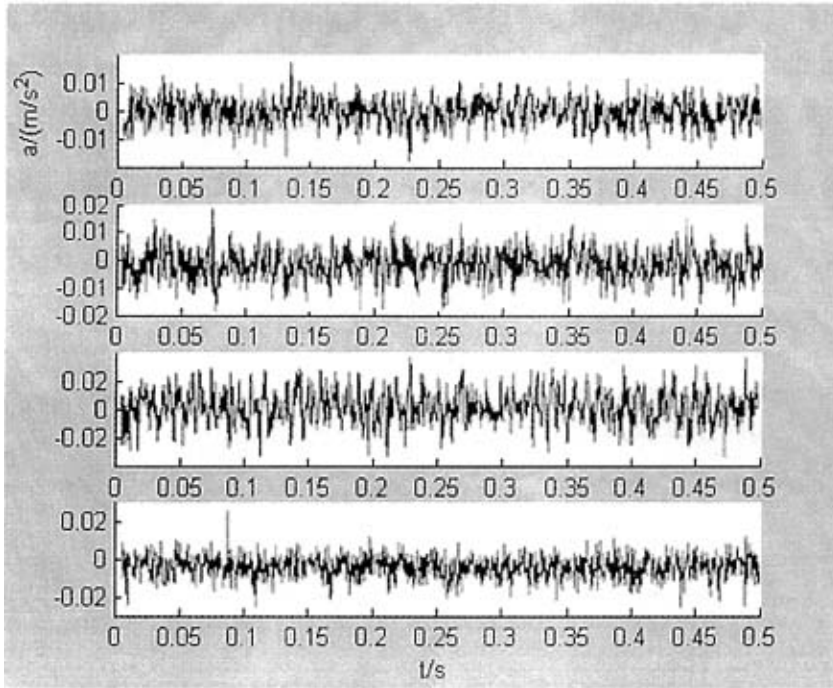


图 4.5 1#406 轴承 3 层小波包分解信号时域波形

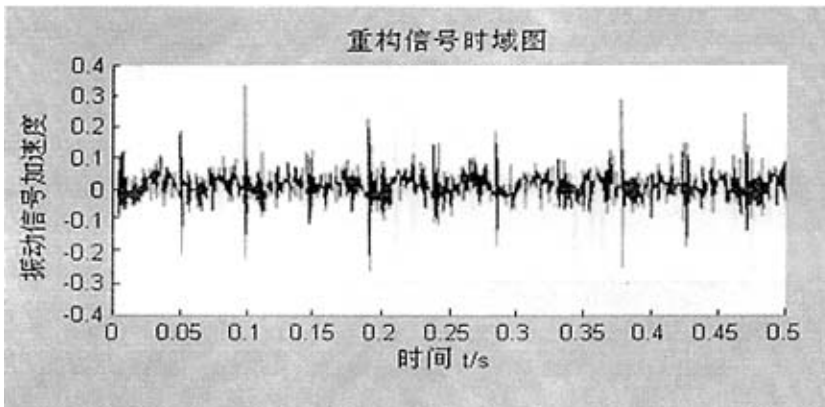


图 4.6 1#406 轴承重构信号时域图

现在，只要对重构后的信号进行包络解调以及包络谱细化，即可对该轴承的故障做出判断。对图 4.6 所示的重构信号进行 Hilbert 算子解调及其包络谱细化，结果如图 4.7 所示。由图 4.7 我们可以看出，在外圈的缺陷频率（85Hz）处存在着明显的峰值，而且

在二倍频（170Hz）、三倍频（255Hz）等倍频处也存在着明显的峰值，由此可知次轴承出现外环损伤类故障。

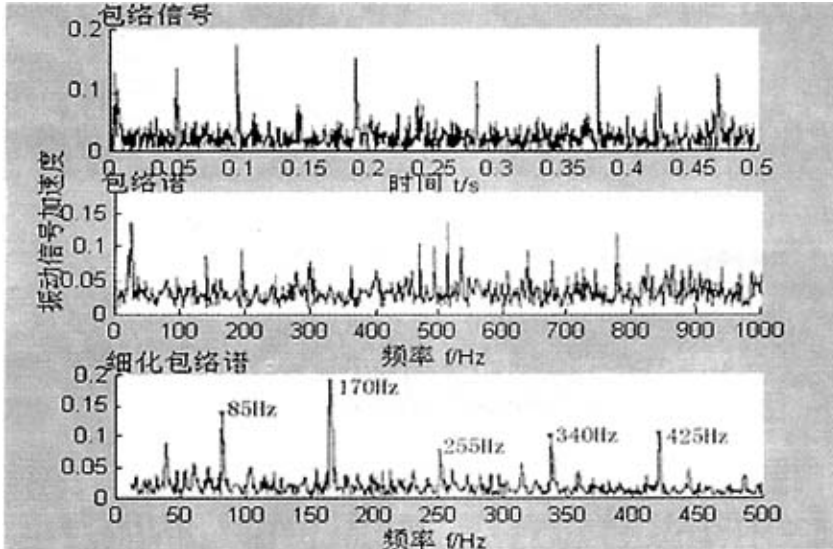


图 4.7 1#406 轴承的包络信号、包络谱及其细化包络谱

同理，下面再对滚动体有缺陷的轴承进行分析。图 4.8 是故障信号的时域图。

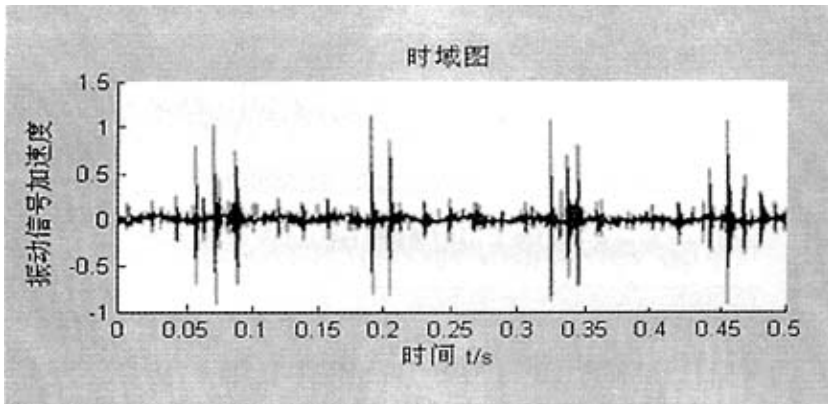


图 4.8 2#406 轴承振动信号时域图

对该信号采用 ‘db5’ 小波进行 3 层小波包分解，共得到 8 个频段的时域信号，图 4.9 为小波包分解所得各频段的时域波形。由图 4.9 可以看出，这 8 个频段的时域信号中， W_1 ， W_2 ， W_3 这 3 个频段的信号明显具有原振动信号的特征。因此，我们按这 3 个频段

对信号进行重构。重构后的波形如图 4.10 所示。

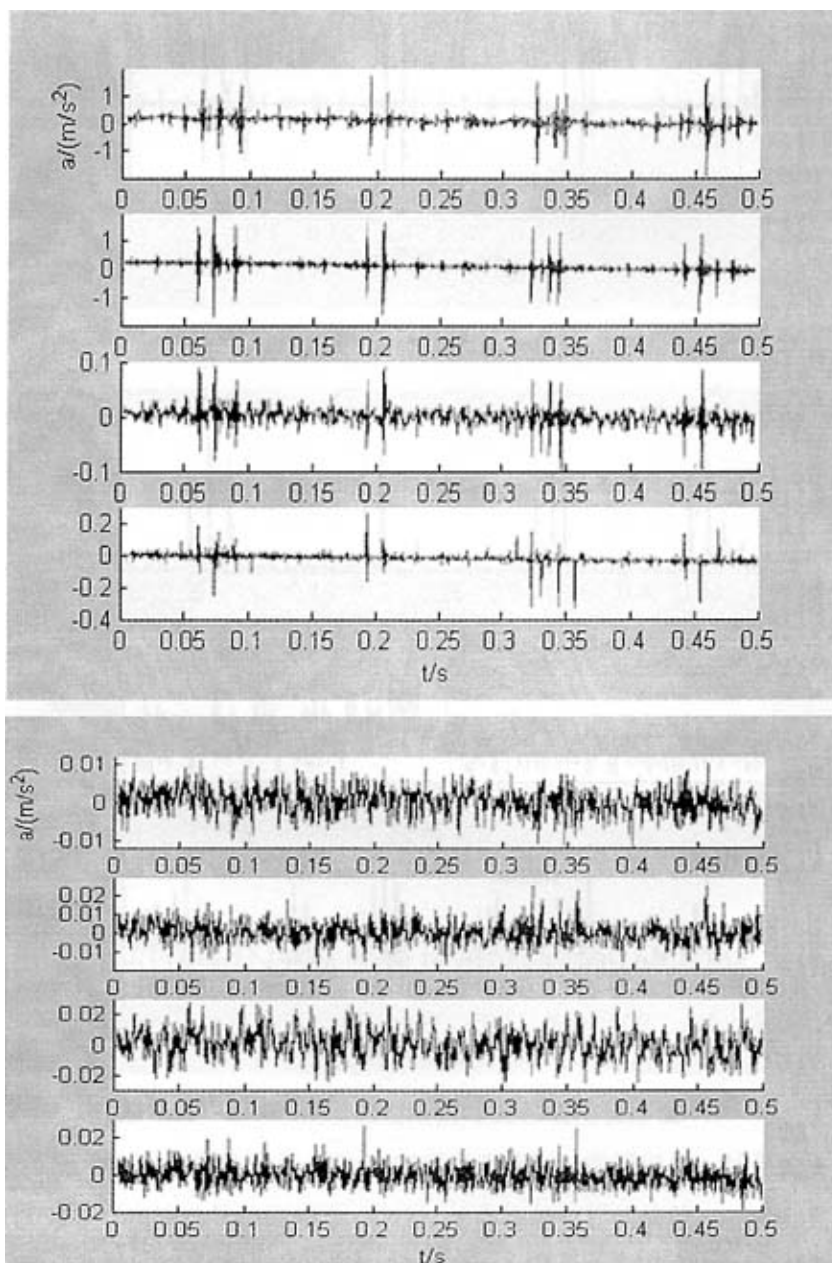


图 4.9 2#406 轴承 3 层小波包分解信号时域波形

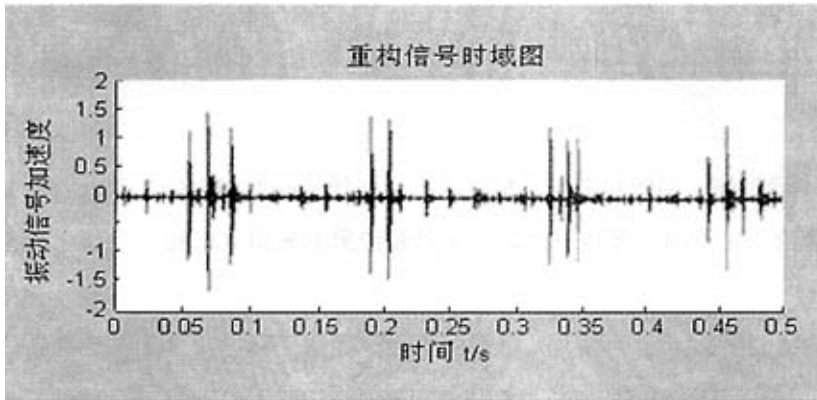


图 4.10 2#406 轴承重构信号时域图

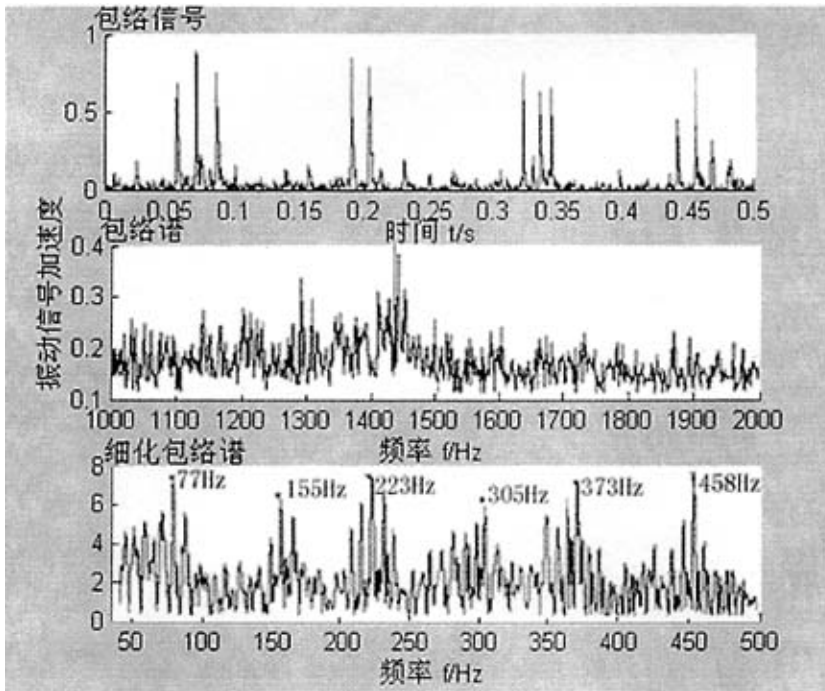


图 4.11 2#406 轴承的包络信号及其细化包络谱

对图 4.10 所示的重构信号进行 Hilbert 算子解调及其包络谱细化，结果如图 4.11 所示。由图 4.11 可以看出滚动体缺陷频率（77Hz）处存在着明显的峰值，二倍频（155Hz）、三倍频（223Hz）等倍频处有谱峰存在，且在各阶倍频处的两旁均有间隔均匀而幅值下降的边频带，这与滚动体或者内圈出现损伤类故障的特征相似。综上所述，可以判定此

轴承滚动体存在缺陷。

4.4 本章小结

(1) 简要的论述了包络解调的一般原理，并给出了包络解调的一般过程。

(2) 采用小波包分解和重构来实现带通滤波，以便提取滚动轴承振动信号中的高频固有振动。

(3) 简要的分析了希尔伯特变换实现解调的原理，并采用希尔伯特变换实现对高频固有振动的解调。

(4) 详细的论述了包络解调在滚动轴承故障诊断中的应用，并给出相应的诊断根据。

第五章 时延相关解调技术

在故障诊断领域,许多方法是以特征信息提取为基础的,当机组出现故障或异常状态时,在信号中往往伴有相应的特征成分,因此检测信号中这些成分的有无,就成为故障诊断中的重要内容,如在齿轮与滚动轴承故障诊断中,周期脉冲成分的出现,在一定程度上预示着故障的发生。大多数振动信号都是在齿轮箱体或轴承座上测的,受噪声、结构振动及传递通道干扰严重。在对齿轮或故障轴承振动信号进行分析之前,必须进行降噪处理。时域同步平均技术广泛地应用于振动信号的降噪处理。同步平均相当于使信号通过一梳状滤波器,使得与检测对象周期不同的振动信号强度减弱。故同步平均不只滤除了噪声,也滤除了部分有用信息。

齿轮和滚动轴承振动信号均呈现出调制特征。调制特征往往反映了故障的位置。针对如何提取振动信号的调制特征,已有大量文献提出了有效的解调方法。但实际检测过程中,所测信号包含大量噪声,使得解调结果受到噪声的严重干扰。因此降噪解调是滚动轴承故障诊断的关键步骤。

针对滚动轴承振动信号呈现调制特征及含有大量噪声的特点,本章从研究相关函数的特性入手,并考虑到白噪声自相关函数的特点,建立了时延相关解调技术,以实现降噪解调。

5.1 自相关函数及其特性

为了描述随机序列不同时刻状态之间的彼此联系,长应用相关函数。自相关函数描述的是同一信号 $x(t)$ 中不同时刻的相互依赖关系,其定义式为

$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt \quad (5.1)$$

其离散化计算公式为

$$R_x(n\Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i x_{i+n}, \quad n=0,1,2,\dots,m, \quad m < N \quad (5.2)$$

相关函数是 τ 的函数, τ 称之为时延或时差。因此,相关分析又可称为时延域分析

或时差域分析。

自相关函数具有以下重要特性：

1. 自相关函数是 τ 的偶函数；
2. 当 $\tau = 0$ 时，自相关函数具有最大值；
3. 周期信号的自相关函数仍然是同频率的周期信号，但不具有原信号的相位信息；
4. 两个非同频的周期信号互不相关；
5. 当随机信号的均值为 0 时，自相关函数将随 $|\tau|$ 值增大而很快趋于 0；

自相关函数主要用来建立任一时间的信号对未来数据的影响，因为正弦信号或其它确定性信号在所有的时位移上都有自相关函数，所以自相关函数可以从随机信号中检测出周期信号。另一方面，噪声信号的自相关函数随时延 τ 的增大很快趋于零，故相关分析具有显著的降噪效果。

5.2 自相关函数的快速傅立叶计算

其计算过程如下：

(1) 对 $x(n)$ 补 N 个零，得 $x'(n)$ ，对 $x'(n)$ 做 DFT 得 $X'(k), k = 0, 1, \dots, 2N-1$ ；

(2) 求 $X'(k)$ 的幅平方，然后除以 N ，得 $\frac{1}{N}|X'(k)|^2$ ；

(3) 对 $\frac{1}{N}|X'(k)|^2$ 做逆变换，得 $R'_x(m)$ ；

$R'_x(m)$ 并不简单地等于 $R_x(m)$ ，而是等于 $R_x(m)$ 中 $-(N-1) \leq m < 0$ 的部分向右平移 $2N$ 点后形成的新序列。

在 MATLAB 中，函数 `xcorr` 用来进行自相关函数估计，且为基于上述 FFT 的快速算法，其格式为：

$$c = \text{xcorr}(a, 'flag')$$

该函数返回长度为 $2N-1$ 的自相关序列，参数 ' $flag$ ' 用来制定自相关函数估计所采用的计算公式。当 ' $flag$ ' 为 ' $unbiased$ ' 时，则计算自相关函数的无偏估计。

5.3 时延相关解调技术

顾名思义，时延相关解调法就是先对信号进行相关分析，得到相关函数；再对相关函数进行时延，然后对时延后的函数进行 Hilbert 变换解调。下面对相关函数的调制特性加以分析。

设调幅信号 $x(t)$ 为：

$$x(t) = Ae^{j\omega t} e^{j\omega_n t} \quad (5.3)$$

其中， ω 为调制频率， ω_n 为载波频率， A 为常数。

现将式 (5.3) 代入 $x(t)$ 的自相关函数 $R_x(\tau)$ 的定义式，得：

$$R_x(\tau) = A^2 e^{j\omega\tau} e^{j\omega_n\tau} \quad (5.4)$$

由此可见，调制信号的自相关函数仍是调幅信号，且调制频率和载波频率均不改变。前文已论述，滚动轴承故障振动信号为幅值调制信号，载波频率为轴承系统的固有频率，而调制频率为故障的特征频率。因此，轴承故障振动信号的自相关函数也保留了滚动轴承的故障特征信息。

根据自相关函数的性质，首先对测得的振动信号进行相关分析，以实现一次降噪。对于宽带随机信号，其自相关函数 $R_x(\tau)$ 随着 τ 的增大很快衰减为 0。故对测量信号的自相关函数进行时延，可实现二次降噪。相关函数解调方法正是利用这一特点，在对信号进行 Hilbert 算子解调之前，先对信号进行相关分析，得到自相关函数。这也正是相关解调法和 Hilbert 算子解调法的区别所在。为了进一步降低噪声的影响，可以先对自相关函数 $R_x(\tau)$ 作较大延迟后再开始进行 Hilbert 算子解调。此法被称为时延相关解调法。其解调步骤如图 5.1 所示。

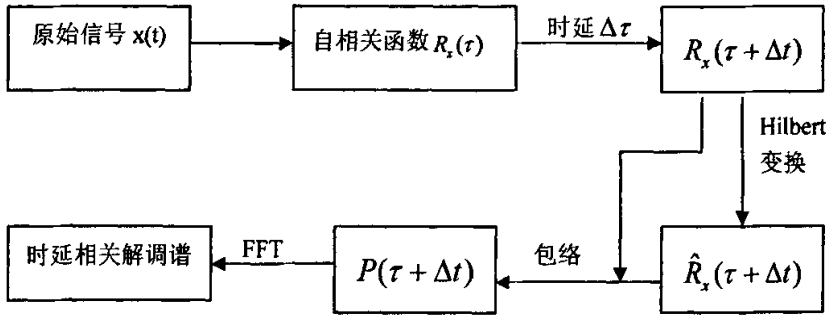


图 5.1 时延相关解调法实现框图

5.4 基于时延相关解调法的滚动轴承故障诊断分析

下面以前述 1[#]、2[#] 406 轴承为例子，来比较包络解调和时延相关解调在滚动轴承诊断方面的差异。

图 5.2 为 1[#]406 轴承振动加速度信号，其实延相关函数及其相关解调谱如图 5.3、5.4 所示。通过比较图 4.6 的包络解调谱和图 5.4 的时延相关解调得知：相关解调谱中，在 $f_o = 85\text{Hz}$ 及其各阶倍频处谱峰较包络解调谱中的对应谱峰更为凸现，且噪声影响大幅度降低，更有利于对轴承的故障作出精确的判定。前文已经提及，滚动轴承外圈出现局部损伤类故障时，解调幅值频谱图是一系列以外圈故障特征 $f_o = 85\text{Hz}$ 为间隔的随频率增大幅值逐渐下降的谱线。图 5.4 中的时域相关解调谱图形与上述特征非常吻合。

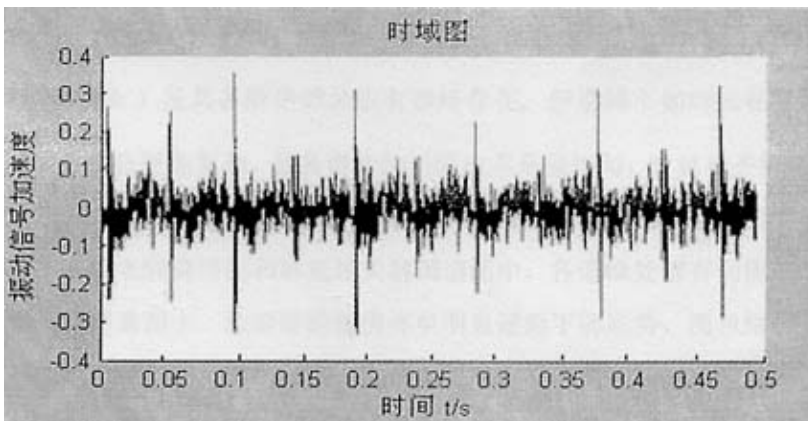


图 5.2 1[#] 406 轴承时域图

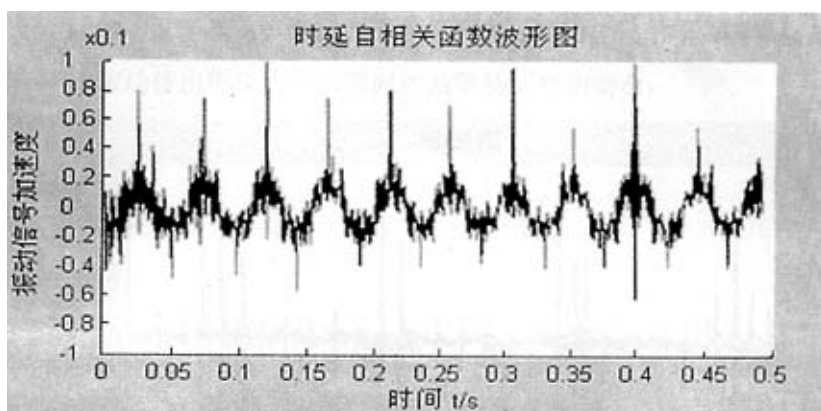


图 5.3 1# 406 轴承时延相关函数波形图

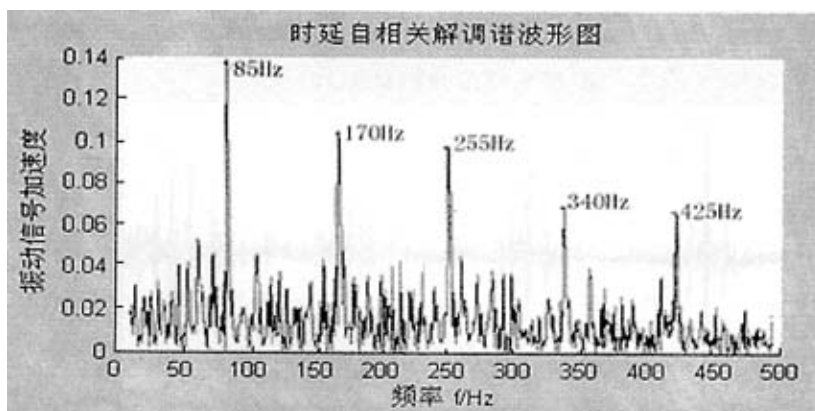


图 5.4 1# 406 轴承时延自相关解调谱

同理比较图 4.10 的包络谱和图 5.5 的时延相关解调谱得知：在包络谱图中，尽管在故障特征（ $f_b = 77\text{Hz}$ ）及其各阶倍频处也有谱峰存在，但谱峰不如时延相关解调谱图中凸现明显，频谱成分更加复杂，且各谱峰的间隔也不是很均匀；时延相关解调谱图中，各阶倍频处的谱峰幅值呈明显下降趋势，而包络解调谱图中各阶倍频处的谱峰没有逐渐下降趋势；其次，包络解调谱图和时延相关解调谱图中，各谱峰处都有间隔均匀的边频带，但时延相关解调谱图中，边频带的幅值亦呈明显逐渐下降趋势，而包络解调谱没有此特点。在第二章已经提到，滚动轴承滚动体出现局部损伤类故障时，通过解调所得的幅值频谱图是一系列以滚动体故障特征频率及其各阶倍频为中心的离散谱线簇，且在每一簇中，簇中心处的谱线幅值最大，两边的谱线为调制边频带，幅值远离中心时逐渐减

小，间隙等于滚动体的公转频率。因此，和包络解调谱相比，时延相关解调谱显示的故障特征与滚动轴承滚动体出现损伤类故障时的故障特征更加吻合。

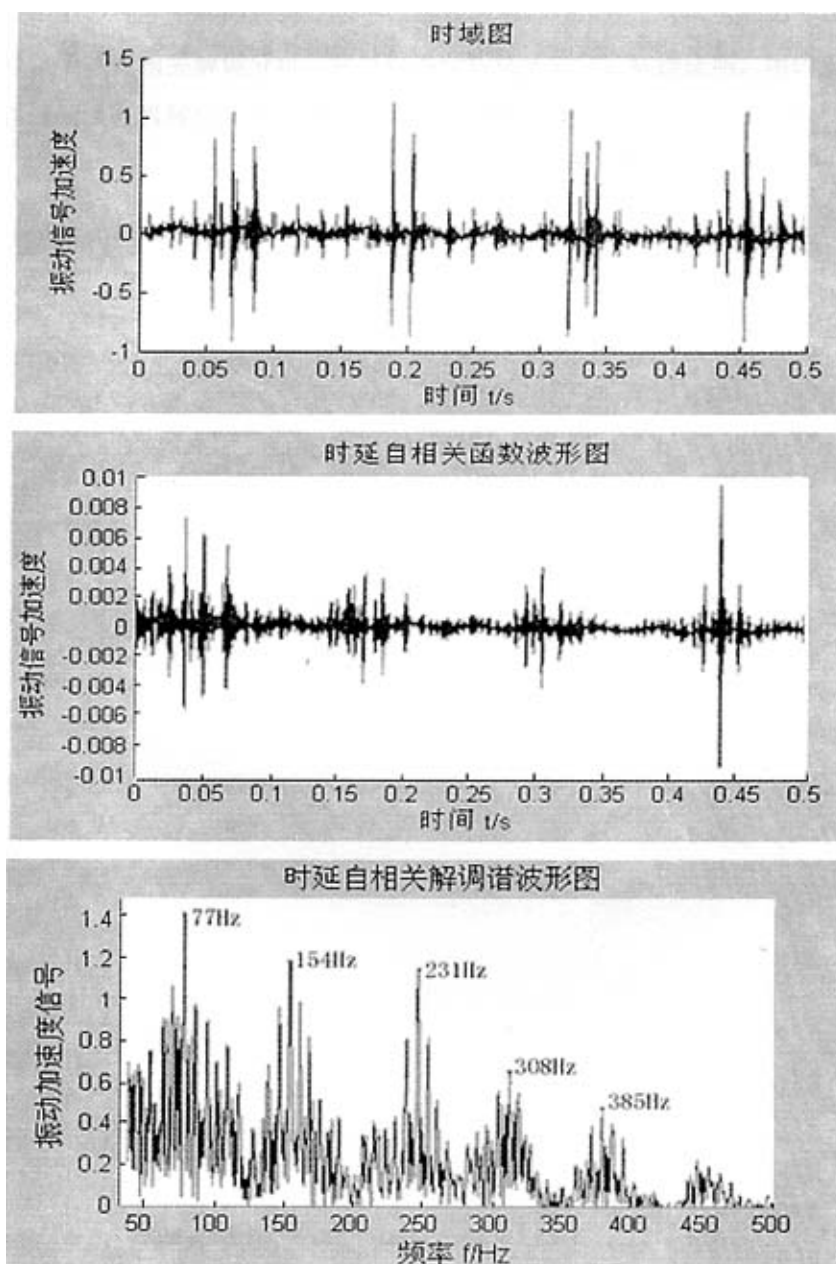


图 5.5 2#406 轴承振动加速度信号、时延相关函数及其时延相关解调谱波形

5.5 本章小结

本章提出了一种降噪解调的新方法---时延相关解调法, 分别对轴承外圈和滚动体损伤振动信号做了时延相关解调分析, 并与包络分析结果对比。实践证明, 用时延相关解调法比包络解调法在机械故障诊断方面能取得更好的效果。

第六章 总结与展望

6.1 全文总结

滚动轴承是旋转机器中的易损零件,许多故障都与轴承的状态有关。据统计,在使用轴承的旋转机械中,大约有 30%的故障都是由于轴承引起的,可见滚动轴承故障诊断是非常重要的研究课题。

小波分析是近十年来迅速发展起来的新兴学科,它同时具有理论深刻和应用十分广泛的双重意义。小波变换克服了傅立叶变换及其短时傅立叶变换的缺点,不仅具有良好的时域和频域分辨率,而且能自适应地调整时域和频域分辨率。小波包分析能将信号按任意的时域分辨率分解到不同的频段上,把不需要的频率段数据置为零,提取我们需要的频率段数据进行重构,这样就可以达到滤波的效果。

本文从理论上分析总结了滚动轴承典型故障产生的机理,将故障诊断的新方法——小波分析用于轴承的故障诊断,提出了两种新的滚动轴承故障诊断方法——基于小波包分解和重构的包络解调分析法,基于时延相关的解调分析法。用这两种方法对滚动轴承得几种典型故障进行了诊断,都取得了比较好的结果。通过对这两种解调方法的对比和分析,论证了时延相关解调法由于相关函数良好的降噪特性而具有更理想的解调结果,从而更有助于故障诊断。

6.2 展望

在小波分析中,小波基的存在使得小波分析成为可能,因此深刻认识小波基或正交小波基是应用小波理论的关键。小波基的选择对信号处理或故障识别有一定的影响,原则上讲,当小波基的支集较长时,有利于识别信号的整体信息;当小波基的支集较短时,有利于识别信号的局部行为。因此如何选择适合于滚动轴承故障振动的小波基是进一步研究的重点。

同时随着传感器、计算机技术的发展,各种新型的传感器以及信号处理的方法不断涌现出来,如,光纤传感器、模糊诊断技术、分形技术、神经网络技术等,如何将这

新兴技术应用到滚动轴承缺陷诊断中，也是今后研究的重点工作。

参考文献

- [1] 黄建鸿. 基于小波包分析的滚动轴承故障智能诊断. 南昌大学硕士学位论文.
- [2] 梅宏斌. 滚动轴承振动监测与诊断. 机械工业出版社, 1995.
- [3] 陈刚, 朱石沙等. 滚动轴承故障诊断技术的应用与发展. 机械学报, 2005, 32.
- [4] 李国华、张永忠. 机械故障诊断. 化学工业出版社, 1999.
- [5] 梅宏斌. 滚动轴承振动监测与诊断理论·方法·系统. 机械工业出版社, 1995.
- [6] 李洪, 曲中谦. 实用轴承手册. 辽宁科学技术出版社, 2001.
- [7] Mechanical fault detection using fuzzy index fusion, International Journal of Machine Tools and Manufacture, Volume 47, Issue 11, September 2007, Pages 1702-1714.
- [8] Wave-passage effects on strength-reduction factors for design of structures near earthquake faults, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Volume 27, Issue 8, August 2007, Pages 703-711
- [9] 万长森. 滚动轴承的分析方法. 机械工业出版社, 1987.
- [10] 王德志. 滚动轴承的诊断与维护. 中国铁道出版社, 1994.
- [11] Rubini R, Meneghetti U. Application of the Envelope and Wavelet Transform Analyses for the Diagnosis of Incipient Faults in Ball Bearings. Mechanical Systems and Signal Processing. 2001, 15(2):287-302.
- [12] 林京, 曲梁生. 基于连续小波变换的信号检测技术与故障诊断. 机械工程学报, 2000, 35(12):95-100.
- [13] Object-oriented software fault prediction using neural networks, Information and Software Technology, Volume 49, Issue 5, May 2007, Pages 483-492
- [14] Fault diagnosis of rotating machinery based on auto-associative neural networks and wavelet transforms • ARTICLE Journal of Sound and Vibration, Volume 302, Issues 4-5, 22 May 2007, Pages 981-999.
- [15] 吴桂清, 姜宁, 罗文钦. 基于旋转机械的多故障诊断专家系统的实现. 计算机工程与设计, 2002, 23(12):45-47.

- [16] 陈波, 马孝江. 滚动轴承故障诊断数据库系统的设计与应用. 组合机床与自动化加工技术, 2002, 40(11):37-39.
- [17] Mechefske C K.Objective Mechinery Fault Diagnosis Using Fuzzy Logic.Mechanical Systems and Signal Processing .1998,12(6):855-862.
- [18] Kaewkongka T,Au Y H J,Rakowski R.Continuous Wavelet Transform and Neutral Network for Condition Monitoring of Roto-dynamic Machinery.IEEE Instrumentation and Mesurement Technology Conference. Budapest, Hungary. May21-23, 2001.
- [19] 陈涛, 屈梁生, 耿中行. 小波分析及其在机械诊断中的应用. 机械工程学报, 1996, 33 (3): 76-79.
- [20] 徐金梧, 徐科. 小波变换在滚动轴承故障诊断中的应用. 机械工程学报, 1997, 33 (4): 50-55.
- [21] 潘旭峰, 谢波, 李晓雷. 小波变换理论及其在机械故障诊断中的应用. 振动与冲击, 1998, 17 (1): 14-19.
- [22] 胡子谷, 石为德. 故障振动信号的小波包分解与诊断. 振动与冲击, 1998, 17 (2): 54-59.
- [23] 何正嘉. 机械监测诊断中的小波应用技术. 设备管理&维修, 1998, (8): 19-24.
- [24] 张中民, 卢文祥等. 基于小波系数包络谱的滚动轴承故障诊断. 振动工程学报, 1998, 11 (1): 65-69.
- [25] C. James Li and Jun Ma, Wavelet decomposition of vibration for detection of bearing-localized defects, NDT&Ineternation, 1997, Vol. 30, No3, pp. 143-149.
- [26] 马建仓, 罗磊, 吴启彬. 小波-人工神经网络信息融合故障诊断方法. 中国机械工程, 1997, 8 (2): 38-40.
- [27] 陈涛, 屈梁生. 多分辨小波网络的理论及应用. 中国机械工程, 1997, 8 (2): 57-59.
- [28] Fault diagnosis of rotating machinery based on auto-associative neural networks and wavelet transforms, Journal of Sound and Vibration, Volume 302, Issues 4-5, 22 May 2007, Pages 981-999
- [29] 陈进. 机械设备振动监测与故障诊断. 上海: 上海交通大学出版社, 1999.
- [30] 雷继尧, 丁康. 轴承故障诊断. 西安: 西安交通大学出版社, 1991.

- [31] Online tracking of bearing wear using wavelet packet decomposition and probabilistic modeling: A method for bearing prognostics, *Journal of Sound and Vibration*, Volume 302, Issues 4-5, 22 May 2007, Pages 951-961
- [32] 张润林. 旋转机械故障机理与诊断技术. 北京: 机械工业出版社, 2002.
- [33] 梅宏斌等. 滚动轴承故障诊断高频共振法的包络频带分析. *洛阳工学院学报*, 12, 1992.
- [34] 李辉. 滚动轴承和齿轮振动信号分析与故障诊断方法. 西北工业大学学位论文.
- [35] Stéphane Mallat, A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation, *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 11, p.674-693, July 1989.
- [36] Stéphane Mallat,, Multiresolution approximation and wavelet orthonormal bases of L_2 , *Transaction of the American Mathematical Society*, vol. 315, p. 69-87, Sept. 1989.
- [37] Stéphane Mallat,, Multifrequency channel decompositions of images and wavelet models, *IEEE Transaction in Acoustic Speech and Signal Processing*, vol. 37, p. 2091-2110, Dec.1989.
- [38] Stéphane Mallat,, Zero-Crossings of a Wavelet Transform, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 37, p. 1019-1033, July 1991.
- [39] Bert-Uwe kohler, et al. The principles of software QRS detection. *IEEE Engineering in medicine and biology magazine*, 2002, 21(1):42~57.
- [40] Grossman A. Wavelet transform and edge detection. *Stochastic Processes in Physics and Engineering*, Dodrecht Redial, 1986.
- [41] 张子瑜. 基于非平稳非高斯信号处理的机械故障诊断研究: [博士学位论文]. 上海: 上海交通大学, 1999.
- [42] 蒋 平, 贾民平, 许飞云等. 机械故障诊断中微弱信号处理特征的提取. *振动、测试与诊断*, 2005, 25(1).
- [43] S. Mallat, A Theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation, *IEEE Trans. on PAMI*, vol. 11, No. 7, July 1989, 674-693.

- [44] S. Mallat, A Wavelet tour of signal processing, New York: Academic, 1998.
- [45] 胡政, 陈循等. 机械噪声故障诊断中小波变换的应用. 振动与冲击, 1997, 16 (4): 49-53.
- [46] Haar wavelet for machine fault diagnosis, Mechanical Systems and Signal Processing, Volume 21, Issue 4, May 2007, Pages 1773-1786
- [47] 徐佩霞等. 小波分析与应用实例, 第二版, 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2001.
- [48] Fault diagnosis of rotating machinery based on improved wavelet package transform and SVMs ensemble, Mechanical Systems and Signal Processing, Volume 21, Issue 2, February 2007, Pages 688-705
- [49] 飞思科技产品研发中心. 小波分析理论与 MATLAB7 实现. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [50] 张中民, 卢文详等. 基于小波系数包络谱的滚动轴承故障诊断. 震动工程学报, 65—69, 1998, 11.

攻读硕士学位期间发表的论文

1. 郭计云、王福明：基于 MATLAB 的 FIR 数字滤波器的设计与仿真，《测试技术学报》增刊
2. 郭计云、王福明：基于小波包变换的信号去噪方法究，《现代电子技术》，2007 年第 19 期

致谢

本论文是在导师王福明教授的悉心指导下完成的。三年以来，王老师渊博的知识、严谨的治学态度、开拓创新的工作作风、对学术的执著追求精神以及乐观豁达的人生态度深深地影响着我，并将使我受益终生。在此我向王老师表示我最崇高的敬意和最衷心的感谢！

同时，在这三年的学习过程中，师弟师妹以及我的同学们都给予了我许多的帮助和关心，在此我向他们表示我诚挚的谢意！