

### 第三章 随机过程

#### 3.1

$Y(t) = X(t)\cos(\omega_c t + \theta)$  其中,  $X(t)$  为平稳随机过程, 均值为 0, 相关函数与功率谱密度分别为  $R_X(\tau)$ ,  $P_X(\omega)$ , 且与统计独立。

- (1) 若  $\theta$  在  $(0, 2\pi)$  均匀分布, 求  $Y(t)$  的均值, 相关函数和功率谱密度
- (2) 若  $\theta$  为常数, 求  $Y(t)$  的均值, 相关函数和功率谱密度

$$\text{解: } E[Y(t)] = E[X(t)]E[\cos(2\pi f_c t + \theta)] = 0$$

$$\begin{aligned} R_Y(\tau) &= E[Y(t)Y(t+\tau)] \\ &= E[X(t)\cos(2\pi f_c t + \theta)X(t+\tau)\cos(2\pi f_c t + \theta + 2\pi f_c \tau)] \\ &= E[X(t)X(t+\tau)]E[\cos(2\pi f_c t + \theta)\cos(2\pi f_c t + \theta + 2\pi f_c \tau)] \\ &= \frac{1}{2}R_X(\tau)E[\cos 2\pi f_c \tau + \cos(4\pi f_c t + 2\theta + 2\pi f_c \tau)] \\ &= \frac{1}{2}R_X(\tau)\cos 2\pi f_c \tau + \frac{1}{2}R_X(\tau)E[\cos(4\pi f_c t + 2\theta + 2\pi f_c \tau)] \end{aligned}$$

在 (1) 的条件下, 的概率密度为  $p(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & \theta \in [0, 2\pi) \\ 0 & \text{else} \end{cases}$ ,

$$E[\cos(4\pi f_c t + 2\theta + 2\pi f_c \tau)] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(4\pi f_c t + 2\theta + 2\pi f_c \tau) d\theta = 0, \text{ 于是:}$$

$$R_Y(\tau) = \frac{1}{2}R_X(\tau)\cos 2\pi f_c \tau$$

$$P_Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_Y(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R_X(\tau)\cos 2\pi f_c \tau}{2} e^{-j2\pi f \tau} d\tau = \frac{P_X(f-f_c) + P_X(f+f_c)}{4}$$

在 (2) 的条件下,  $R_Y(\tau) = \frac{1}{2}R_X(\tau)\cos 2\pi f_c \tau + \frac{1}{2}R_X(\tau)\cos(4\pi f_c t + 2\theta + 2\pi f_c \tau)$ , 表

明  $Y(t)$  是循环平稳过程。对时间  $t$  平均, 由于  $\overline{\cos(4\pi f_c t + 2\theta + 2\pi f_c \tau)} = 0$ , 所以

$Y(t)$  的平均自相关函数是  $\overline{R_Y(\tau)} = \frac{1}{2}R_X(\tau)\cos 2\pi f_c \tau$ , 平均功率谱密度是

$$P_Y(f) = \frac{P_X(f-f_c) + P_X(f+f_c)}{4}$$

[返回页首](#)

设  $X(t)$  是白噪声通过升余弦滤波器的输出, 白噪声的均值为 0, 功率谱密度为  $\frac{N_0}{2}$ , 升余弦滤波器的传递函数为

$$H(\omega) = \begin{cases} T_s/2(1 + \cos \omega T_s/2) & |\omega| \leq 2\pi/T_s \\ 0 & |\omega| > 2\pi/T_s \end{cases}$$

求  $X(t)$  的功率谱密度及功率。

$$n(t) \longrightarrow \boxed{H(\omega)} \longrightarrow X(t)$$

解:  $X(t)$  的功率谱密度为  $P_X(f) = \frac{N_0}{2} |H(f)|^2 = \begin{cases} \frac{T_s^2}{8} (1 + \cos \pi f T_s)^2 & |f| \leq \frac{1}{T_s} \\ 0 & \text{else} \end{cases}$

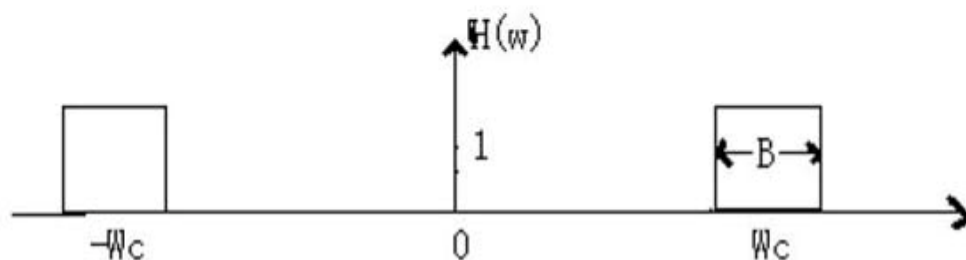
$$X(t) \text{ 得功率为 } P = \int_{-\infty}^{\infty} P_X(f) df = \int_{-\frac{1}{T_s}}^{\frac{1}{T_s}} \frac{N_0 T_s^2}{8} (1 + \cos \pi T_s f)^2 df = \frac{3N_0 T_s}{8}$$

[返回页首](#)

### 3.3

$Y(t)$  是白噪声通过下图所示电路的输出, 求  $Y(t)$  即其同相分量及正交分量的功率谱密度, 并画出图形。

$$n(t) \text{ 白噪声} \longrightarrow \boxed{H(\omega)} \longrightarrow \boxed{\text{微分}} \longrightarrow Y(t)$$



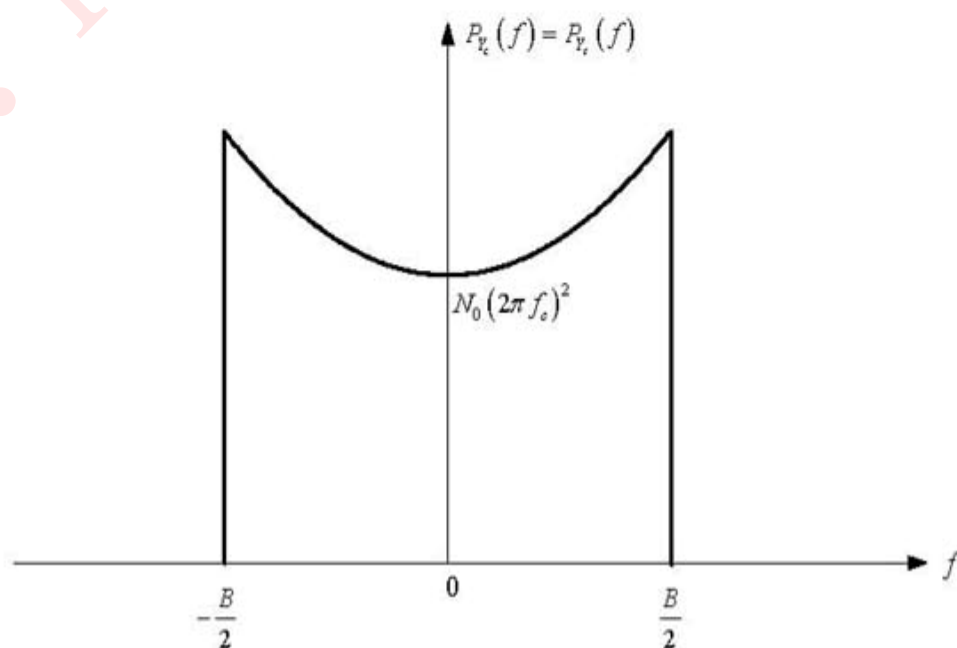
$$\text{解: } P_Y(f) = \frac{N_0}{2} |H(f)|^2 |j2\pi f|^2 = \begin{cases} 2N_0 (\pi f)^2 & |f \pm f_c| \leq \frac{B}{2} \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$P_{Y_c}(f) = P_{Y_s}(f) = \begin{cases} P_Y(f + f_c) + P_Y(f - f_c) & |f| \leq \frac{B}{2} \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2N_0 \pi^2 (f + f_c)^2 + 2N_0 \pi^2 (f - f_c)^2 & |f| \leq \frac{B}{2} \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 4N_0 \pi^2 (f^2 + f_c^2) & |f| \leq \frac{B}{2} \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

其图形如下



[返回页首](#)

### 3.4

设  $\xi_1 = \int_0^T n(t)\varphi_1(t)dt$ ,  $\xi_2 = \int_0^T n(t)\varphi_2(t)dt$ , 其中  $n(t)$  是均值为 0、双边功率谱密度为  $\frac{N_0}{2}$  白高斯噪声,  $\varphi_1(t)$  和  $\varphi_2(t)$  为确定函数, 求  $\xi_1$  和  $\xi_2$  统计独立的条件。

解: 因为  $E[n(t)] = 0$ , 所以  $E[\xi_1] = 0$ ,  $E[\xi_2] = 0$ 。又因为  $n(t)$  是高斯, 所以  $\xi_1, \xi_2$  是高斯随机变量, 故欲  $\xi_1$  和  $\xi_2$  统计独立, 需  $E[\xi_1\xi_2] = 0$ 。

$$\begin{aligned} E[\xi_1\xi_2] &= E\left[\int_0^T n(t)\varphi_1(t)dt \int_0^T n(t)\varphi_2(t)dt\right] = E\left[\int_0^T \int_0^T n(t)n(t')\varphi_1(t)\varphi_2(t')dtdt'\right] \\ &= \int_0^T \int_0^T E[n(t)n(t')]\varphi_1(t)\varphi_2(t')dtdt' = \int_0^T \int_0^T \frac{N_0}{2}\delta(t'-t)\varphi_1(t)\varphi_2(t')dtdt' \\ &= \frac{N_0}{2} \int_0^T \varphi_1(t)\varphi_2(t)dt \end{aligned}$$

所以  $\xi_1$  和  $\xi_2$  统计独立的条件为  $\int_0^T \varphi_1(t)\varphi_2(t)dt = 0$ , 即  $\varphi_1(t), \varphi_2(t)$  正交。

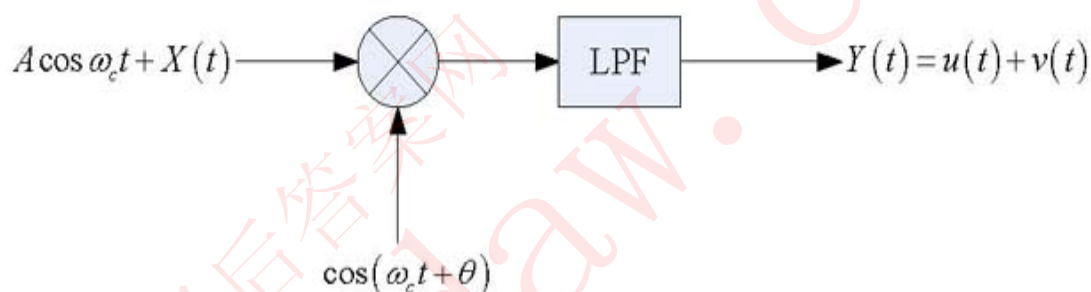
[返回页首](#)

### 3.5

设  $X(t) = X_c(t)\cos\omega_c t - X_s(t)\sin\omega_c t$  为窄带高斯平稳随机过程，其均值为 0，方差为  $\sigma_X^2$ 。信号  $A\cos\omega_c t + X(t)$  经过下图所示的相乘低通电路后成为  $Y(t) = u(t) + v(t)$ ，其中  $u(t)$  是  $A\cos\omega_c t$  对应的输出， $v(t)$  是  $X(t)$  对应的输出。假设  $X_c(t)$  与  $X_s(t)$  的带宽等于低通滤波器通频带。

(1) 若  $\theta$  为常数，求  $u(t)$  和  $v(t)$  的平均功率之比；

(2) 若  $\theta$  是与  $X(t)$  独立的 0 均值高斯随机变量，其方差为  $\sigma^2$ ，求  $u(t)$  和  $v(t)$  的平均功率之比。



$$\text{解: } u(t) = [A \cos \omega_c t \times \cos(\omega_c t + \theta)]_{LPF} = \frac{A}{2} \cos \theta$$

$$\begin{aligned} v(t) &= [(X_c(t) \cos \omega_c t - X_s(t) \sin \omega_c t) \times \cos(\omega_c t + \theta)]_{LPF} \\ &= \frac{1}{2} X_c(t) \cos \theta + \frac{1}{2} X_s(t) \sin \theta \end{aligned}$$

给定  $\theta$  时  $u(t)$  的功率为  $P_u = \frac{A^2 \cos^2 \theta}{4}$ ,  $v(t)$  的平均功率为  $P_v = \frac{\sigma_X^2}{4} \cos^2 \theta + \frac{\sigma_X^2}{4} \sin^2 \theta = \frac{\sigma_X^2}{4}$ , 故在 (1) 的条件下,  $\frac{P_u}{P_v} = \frac{A^2}{\sigma_X^2} \cos^2 \theta$ 。

在 (2) 的条件下,  $v(t)$  的平均功率仍然是  $P_v = \frac{\sigma_X^2}{4}$ , 但此时  $u(t)$  的平均功率是

$$P_u = E_\theta \left[ \frac{A^2 \cos^2 \theta}{4} \right] = \frac{A^2}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos^2 \theta}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}} d\theta, \text{ 所以}$$

$$\frac{P_u}{P_v} = \frac{A^2}{\sigma_X^2} E[\cos^2 \theta] = \frac{A^2}{\sigma_X^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos^2 \theta}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}} d\theta。$$

[返回页首](#)

### 3.6

(1)

设  $D(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t - nT - t_0)$ , 其中码元  $a_n$  等概取值于  $\pm 1$ ,  $a_n, a_m (n \neq m)$  互相独立;  $t_0$

是在  $(0, T)$  内均匀分布的随机变量, 且与  $a_n$  独立。  $g(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{else} \end{cases}$  为码元波形。求

$D(t)$  的自相关函数和功率谱密度。

解:

$$\begin{aligned}
 R_D(t, t+\tau) &= E[D(t)D(t+\tau)] \\
 &= E\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t-nT-t_0) \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m g(t+\tau-mT-t_0)\right] \\
 &= E\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_n a_m g(t-nT-t_0) g(t+\tau-mT-t_0)\right] \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} E[a_n a_m] E[g(t-nT-t_0) g(t+\tau-mT-t_0)] \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} E[g(t-nT-t_0) g(t+\tau-nT-t_0)]
 \end{aligned}$$

这个结果显然是  $t$  的函数, 所以  $D(t)$  不是平稳过程, 需求其平均自相关函数。因  $R_D(t, t+\tau) = R_D(t+T, t+T+\tau)$ , 所以

$$\overline{R_D}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T R_D(t, t+\tau) dt = E\left[\frac{1}{T} \int_0^T \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t-nT-t_0) g(t+\tau-nT-t_0) dt\right]$$

由于  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t-nT-t_0) g(t+\tau-nT-t_0)$  是  $t$  的周期函数, 所以

$$\begin{aligned}
 \overline{R_D}(\tau) &= E\left[\frac{1}{T} \int_0^T \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t-nT-t_0) g(t+\tau-nT-t_0) dt\right] \\
 &= E\left[\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t-nT-t_0) g(t+\tau-nT-t_0) dt\right] \\
 &= E\left[\frac{1}{T} \int_0^T \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(x-nT) g(x+\tau-nT) dx\right] \\
 &= \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(x-nT) g(x+\tau-nT) dx \\
 &= \frac{1}{T} \int_0^T g(x) g(x+\tau) dx \\
 &= \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{T} & |\tau| \leq T \\ 0 & else \end{cases}
 \end{aligned}$$

(2)

已知白噪声  $n(t)$  的功率谱密度为  $\frac{N_0}{2} = 10^{-6} \text{ W/Hz}$

(1) 求  $y(t) = \frac{dn(t)}{dt}$  的功率谱密度

(2) 求  $y(t)$  通过带宽为 10Hz 的理想低通滤波器后的平均功率

$$(1) P_y(f) = \frac{N_0}{2} |j2\pi f|^2 \approx 3.95 \times 10^{-5} f^2, \quad -\infty < f < \infty$$

$$(2) P = \int_{-10}^{10} P_y(f) df \approx 3.95 \times 10^{-5} \times 2 \int_0^{10} f^2 df = 7.90 \times 10^{-5} \times \frac{10^3}{3} \approx 0.0263 \text{ W}$$

[返回页首](#)

### 3.7

设  $\xi(t)$  是高斯白噪声通过截止频率为  $f_H$  的理想低通滤波器后的输出，今以  $2f_H$  的速率对  $\xi(t)$  抽样， $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  是其中的  $n$  个抽样值，求这  $n$  个抽样值的联合概率密度。

解：首先，因为  $\xi(t)$  是白高斯过程通过线性系统的输出，故  $\xi(t)$  是 0 均值的高斯过程。设白噪声的功率谱密度为  $\frac{N_0}{2}$ ，则  $\xi(t)$  的功率是  $N_0 f_H$ ，所以  $\xi(t)$  的一维概率密度是

$$p_{\xi}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0 f_H}} e^{-\frac{x^2}{2N_0 f_H}}。$$

$\xi(t)$  的功率谱密度为  $P_{\xi}(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{2} & |f| < f_H \\ 0 & \text{else} \end{cases}$ ，其自相关函数为

$$R_{\xi}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\xi}(f) e^{j2\pi f\tau} df = N_0 f_H \text{sinc}(2f_H \tau)。$$

由 sinc 函数知，对任意整数  $k$  有  $\text{sinc}(k) = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$ ，说明对于  $\xi(t)$  的任何两个不相同的样值，如果其时间间隔是  $\frac{1}{2f_H}$  的

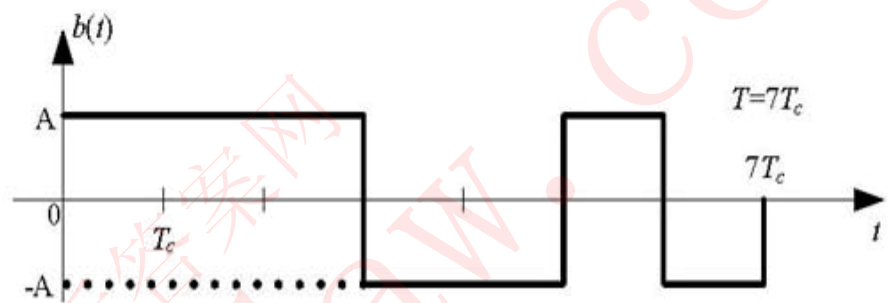
整倍数，则这两个样值是不相关的，因而是独立的。于是  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  的联合概率密度为

$$p_{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = p_{\xi_1}(x_1) p_{\xi_2}(x_2) \dots p_{\xi_n}(x_n) = (2\pi N_0 f_H)^{-\frac{n}{2}} e^{-\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{2N_0 f_H}}$$

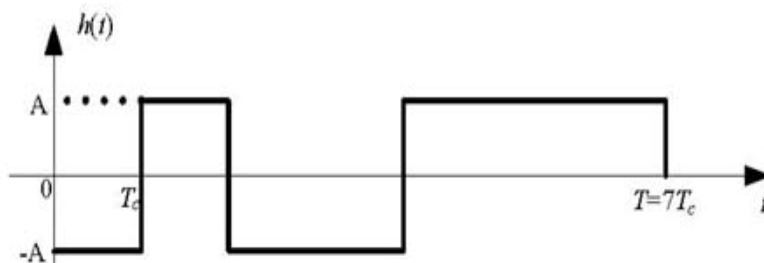
[返回页首](#)

已知  $b(t)$  的波形如下图所示， $b(t)$  所受的干扰是功率谱密度为  $\frac{N_0}{2}$  的白高斯噪声。

- (1) 画出对  $b(t)$  匹配的匹配滤波器的冲激响应波形；
- (2) 求匹配滤波器的最大输出信噪比；
- (3) 求输出信噪比最大时刻输出值的概率密度。



解：(1)在白噪声干扰下，对  $b(t)$  匹配的匹配滤波器的冲激响应为  $h(t) = b(t_0 - t)$ ，考虑到因果性，取最佳抽样时刻为  $t_0 = T$ ，于是  $h(t) = b(T - t)$ ，冲激响应波形如下：



(2) 匹配滤波器的输出的噪声分量是平稳过程，在任何抽样点上，其平均功率都是  $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0}{2} |H(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt = \frac{N_0}{2} A^2 T$ 。信号分量在最佳取样点  $t = T$  时刻最大，为  $\int_{-\infty}^{\infty} b(T - \tau) h(\tau) d\tau = \int_0^T b(T - \tau) b(T - \tau) d\tau = A^2 T$ ，故最大输出信噪比为  $\frac{(A^2 T)^2}{\sigma^2} = \frac{2A^2 T}{N_0}$ 。

(3) 最佳取样时刻的输出值是  $y = A^2 T_b + \xi$ ， $\xi$  是噪声分量，它是均值为 0 方差为

$\sigma^2 = \frac{N_0}{2} A^2 T$  的高斯随机变量。因此  $y$  的概率密度函数为  $p(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0 A^2 T}} e^{-\frac{(y - A^2 T)^2}{N_0 A^2 T}}$

[返回页首](#)

### 3.9

已知  $X_1$  为瑞利分布的随机变量， $p_{X_1}(x_1) = \frac{x_1}{\sigma^2} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma^2}}$ ,  $x_1 \geq 0$ ； $X_2$  为莱斯分布的随机变量，

$p_{X_2}(x_2) = \frac{x_2}{\sigma^2} e^{-\frac{x_2^2 + A^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{Ax_2}{\sigma^2}\right)$ ,  $x_2 \geq 0$  且  $X_1, X_2$  统计独立。求  $X_1 > X_2$  的概率。

解:

$$\begin{aligned}
 P(X_1 > X_2) &= \iint_{x_1 > x_2} p_{X_1, X_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = \iint_{x_1 > x_2} p_{X_1}(x_1) p_{X_2}(x_2) dx_1 dx_2 \\
 &= \int_0^{\infty} p_{X_2}(x_2) \left[ \int_{x_2}^{\infty} p_{X_1}(x_1) dx_1 \right] dx_2 = \int_0^{\infty} p_{X_2}(x_2) \left[ \int_{x_2}^{\infty} \frac{x_1}{\sigma^2} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma^2}} dx_1 \right] dx_2 \\
 &= \int_0^{\infty} \frac{x_2}{\sigma^2} e^{-\frac{x_2^2 + A^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{Ax_2}{\sigma^2}\right) dx_2 = \int_0^{\infty} \frac{x_2}{\sigma^2} e^{-\frac{2x_2^2 + A^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{Ax_2}{\sigma^2}\right) dx_2
 \end{aligned}$$

$$\text{令 } x = \sqrt{2}x_2, \quad A' = \frac{A}{\sqrt{2}}, \quad \text{则 } P(X_1 > X_2) = \frac{e^{-\frac{A'^2}{2\sigma^2}}}{2} \int_0^{\infty} \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2 + A'^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{A'x}{\sigma^2}\right) dx$$

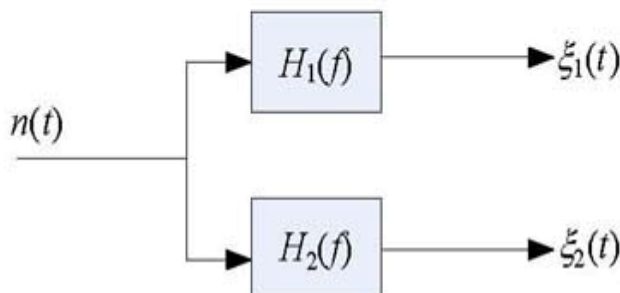
由于对于任意给定的  $A > 0, \sigma^2 > 0$ , 总有  $\int_0^{\infty} p_{X_2}(x) dx = 1 = \int_0^{\infty} \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2 + A^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{Ax}{\sigma^2}\right) dx$ , 故

$$P(X_1 > X_2) = \frac{1}{2} e^{-\frac{A'^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{2} e^{-\frac{A^2}{4\sigma^2}}$$

[返回页首](#)

### 3. 10

下图中, 功率谱密度为  $\frac{N_0}{2}$  的高斯白噪声  $n(t)$  通过线性网络  $H_1(f)$  和  $H_2(f)$  后的输出分别为  $\xi_1(t)$  和  $\xi_2(t)$ , 问何种  $H_1(f)$  和  $H_2(f)$  可保证  $\xi_1(t)$  和  $\xi_2(t)$  统计独立?



解：由于  $n(t)$  是高斯白噪声，所以  $\xi_1(t)$  和  $\xi_2(t)$  都是 0 均值的平稳高斯过程，欲此二过程独立，需  $\forall \tau, E[\xi_1^*(t)\xi_2(t+\tau)] = 0$ 。

$$\begin{aligned} E[\xi_1^*(t)\xi_2(t+\tau)] &= E\left[\int_{-\infty}^{\infty} h_1^*(u)n(t-u)du \int_{-\infty}^{\infty} h_2(v)n(t+\tau-v)dv\right] \\ &= E\left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_1^*(u)h_2(v)n(t+\tau-v)n(t-u)dudv\right] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_1^*(u)h_2(v)E[n(t+\tau-v)n(t-u)]dudv \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_1^*(u)h_2(v)\frac{N_0}{2}\delta(\tau+u-v)dudv \\ &= \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h_1^*(u)h_2(u+\tau)du \end{aligned}$$

由 Parseval 定理， $\int_{-\infty}^{\infty} s_1^*(t)s_2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} S_1^*(f)S_2(f)df$ ，其中  $S_1(f), S_2(f)$  分别是  $s_1(t), s_2(t)$  的傅氏变换。因此

[返回页首](#)

4.1 将模拟信号  $m(t) = \sin 2\pi f_m t$  载波  $c(t) = A_c \sin 2\pi f_c t$  相乘得到双边带抑制载波调

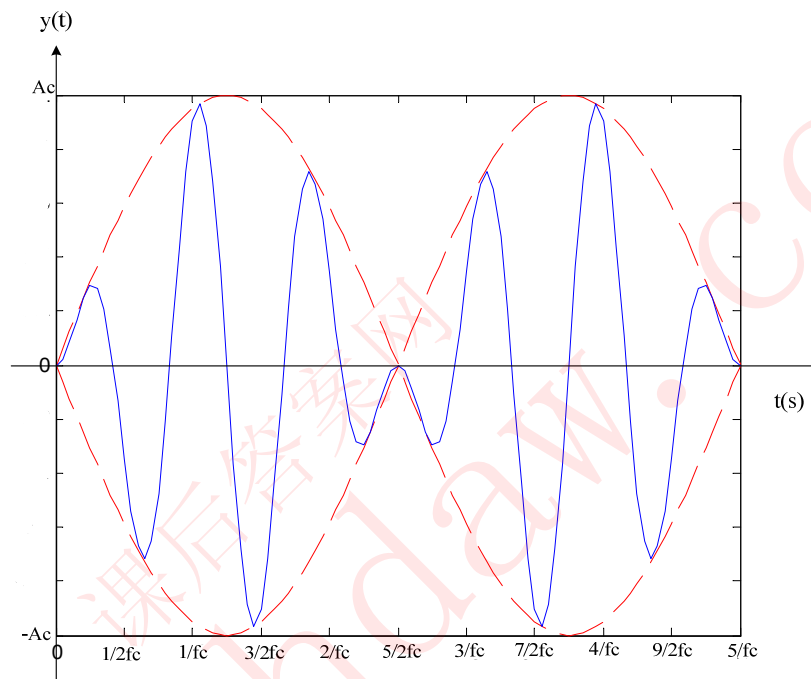
幅 (DSB-SC) 信号, 设:

(1) 请画出 DSB-SC 的信号波形图;

(2) 请写出 DSB-SC 信号的傅式频谱式, 并画出它的振幅频谱图;

(3) 画出解调框图, 并加以简单说明。

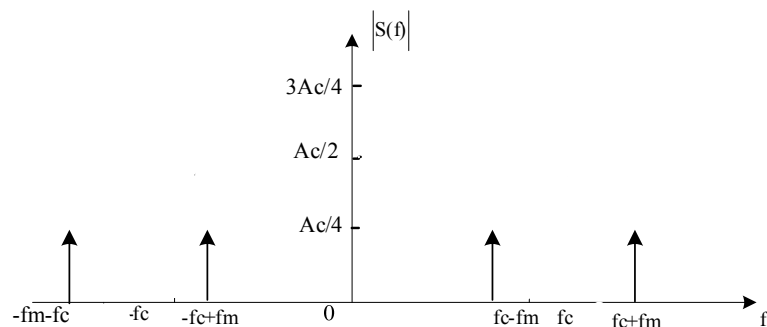
解: (1)



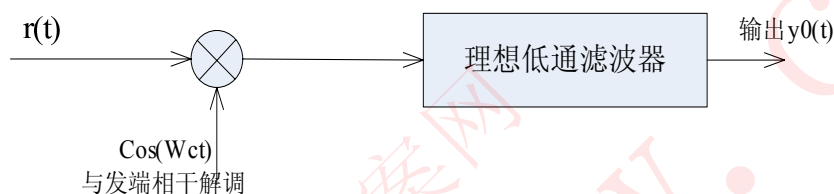
$$(2) s(t) = m(t)c(t) = \sin(2\pi f_m t) A_c \sin(2\pi f_c t)$$

$$= \frac{A_c}{2} [\cos 2\pi(f_c - f_m)t - \cos 2\pi(f_c + f_m)t]$$

$$S(f) = \frac{A_c}{4} \{ \delta[f + (f_c - f_m)] + \delta[f - (f_c - f_m)] \} \\ - \frac{A_c}{4} \{ \delta[f + (f_c + f_m)] + \delta[f - (f_c + f_m)] \}$$



### (3)相干解调



相干解调：将接收信号与载波信号  $\sin(2\pi fct)$  相乘，得到

$$r(t) \sin(2\pi fct) = Acm(t) \sin(2\pi fct) \sin(2\pi fct) = \frac{Ac}{2} m(t) [1 - \cos(4\pi fct)]$$

通过低通滤波器抑制载频的二倍频分量，得到解调信号为  $y_0(t) = \frac{Ac}{2} m(t)$

### 4.2 已知某调幅波的展开式为：

$$s(t) = \cos(2\pi \times 10^4 t) + 4 \cos(2\pi \times 1.1 \times 10^4 t) + \cos(2\pi \times 1.2 \times 10^4 t)$$

(1)求调幅系数和调制信号频率；

(2)写出该信号的傅式频谱式，画出它的振幅频谱图；

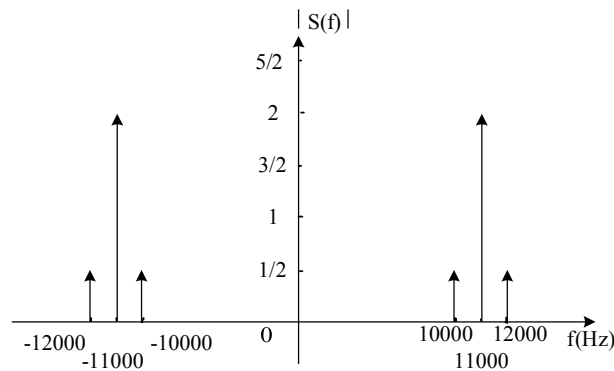
(3)画出该信号的解调框图。

解：(1)  $s(t) = \cos(2\pi \times 10^4 t) + 4 \cos(2\pi \times 1.1 \times 10^4 t) + \cos(2\pi \times 1.2 \times 10^4 t)$

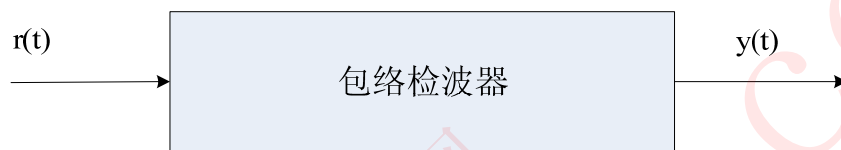
$$= 4 \cos(2\pi \times 1.1 \times 10^4 t) [1 + 0.5 \cos(2\pi \times 0.1 \times 10^4 t)]$$

调制系数是  $a=0.5$ ； 信号频率是  $f=1000\text{Hz}$

$$\begin{aligned} (2) S(f) &= \frac{1}{2} [\delta(f + 10^4) + \delta(f - 10^4)] + 2 [\delta(f + 1.1 \times 10^4) + \delta(f - 1.1 \times 10^4)] \\ &\quad + \frac{1}{2} [\delta(f + 1.2 \times 10^4) + \delta(f - 1.2 \times 10^4)] \end{aligned}$$



(3)



4.3 现有一振幅调制信号：

$$s(t) = (1 + A \cos \omega_m t) \cos \omega_c t$$

其中调制信号的频率  $f_m = 5\text{KHz}$ ，载频  $f_c = 100\text{KHz}$ ，常数  $A = 15$ 。

(1) 请问此已调信号能否用包络检波器解调，说明其理由；

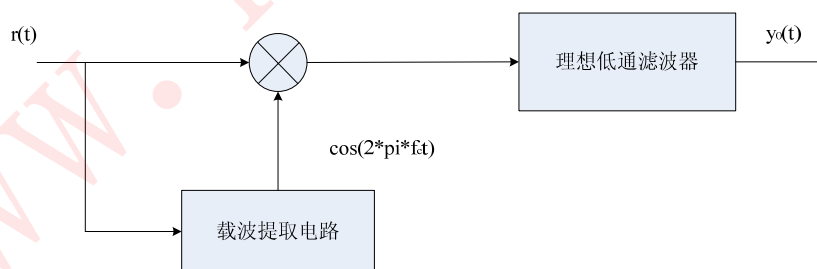
(2) 请画出它的解调框图，并加以说明；

(3) 请画出从该接收信号提取离散载波分量的框图，并加以简单说明。

解：(1) 已调信号无法用包络检波解调，因为能包络检波的条件是  $|m(t)| \leq 1$ ，

这里的  $A = \max |m(t)| = 15 > 1$ ，用包络检波将造成解调波形失真。

(2)

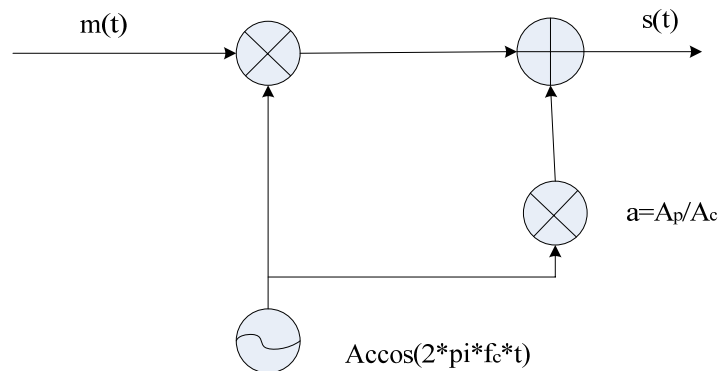


相干解调：将接收信号与载波提取电路的信号  $\cos(\omega_c t)$  相乘，得到

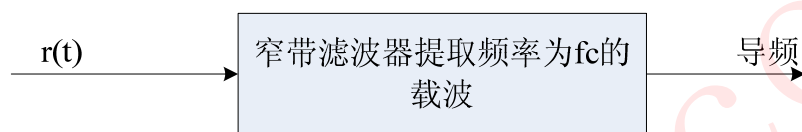
$$r(t) \cos(\omega_c t) = A m(t) \cos(\omega_c t) \cos(\omega_c t) = \frac{A_c}{2} m(t) [1 + \cos(2\omega_c t)]$$

通过低通滤波器抑制载频的二倍频分量，得到解调信号  $y_o(t) = \frac{A_c}{2} m(t)$

(3)



发端加导频的DSB-SC AM信号产生框图



如上图：在 DSB-SC 信号上加上导频，在接收时就可以提取导频作为解调波

#### 4.4 已知一个解调信号波形为

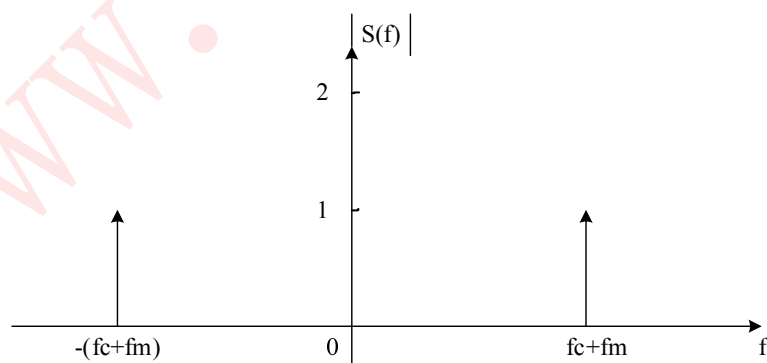
$$s(t) = 2 \cos(2\pi f_m t) \cos 2\pi f_c t - 2 \sin(2\pi f_m t) \sin 2\pi f_c t$$

其中模拟基带信号  $m(t) = 2 \cos(2\pi f_m t)$ ， $f_c$  是载波频率。

- (1) 试写出该已调信号的傅式频谱式，并画出该已调信号的振幅谱；
- (2) 写出该已调信号的调制方式；
- (3) 请画出解调框图；

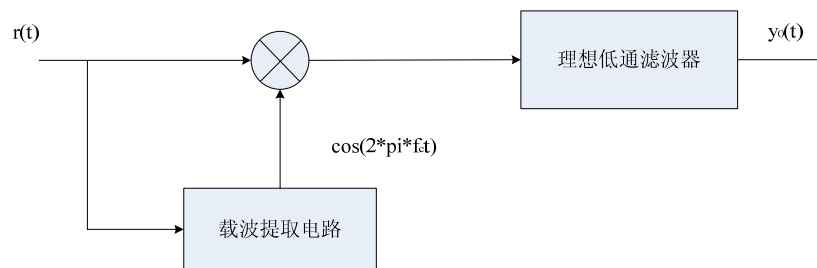
解：(1)  $s(t) = 2 \cos[2\pi(f_c + f_m)t]$

$$S(f) = \delta(f + f_c + f_m) + \delta(f - f_c - f_m)$$



(2) 调制方式为上边带调制。

(3)



4.5 一单边带调幅信号，其载波幅度  $A_c=100$ ，载频  $f_c$  为  $800\text{KHz}$ ，模拟基带信号

$$m(t) = \cos 2000\pi t + 2 \sin 2000\pi t$$

(1) 写出  $\hat{m}(t)$  表达式

(2) 写出 SSB-AM 信号的下边带时间域表达式

(3) 画出 SSB-AM 信号的下边带振幅谱

解：(1)  $m(t) = \cos 2000\pi t + 2 \sin 2000\pi t$

$$\hat{m}(t) = \sin 2000\pi t - 2 \cos 2000\pi t$$

(2) 调制信号：  $m(t)$

$$\text{载波： } c(t) = A_c \cos(2\pi \times 8 \times 10^5 \times t)$$

下边带信号为：

$$s_{\text{F}}(t) = \frac{A_c}{2} m(t) \cos(2\pi \times 8 \times 10^5 \times t) + \frac{A_c}{2} \hat{m}(t) \sin(2\pi \times 8 \times 10^5 \times t)$$

$$= 50(\cos 2000\pi t + 2 \sin 2000\pi t) \cos(2\pi \times 8 \times 10^5 \times t)$$

$$+ 50(\sin 2000\pi t - 2 \cos 2000\pi t) \sin(2\pi \times 8 \times 10^5 \times t)$$

$$= 50[\cos 2000\pi t \cos(2\pi \times 8 \times 10^5 \times t) + \sin 2000\pi t \sin(2\pi \times 8 \times 10^5 \times t)]$$

$$+ 100[\sin 2000\pi t \cos(2\pi \times 8 \times 10^5 \times t) - \cos 2000\pi t \sin(2\pi \times 8 \times 10^5 \times t)]$$

$$= 50[\cos(2\pi \times 799 \times 10^3 t) - 2 \sin(2\pi \times 799 \times 10^3 t)]$$

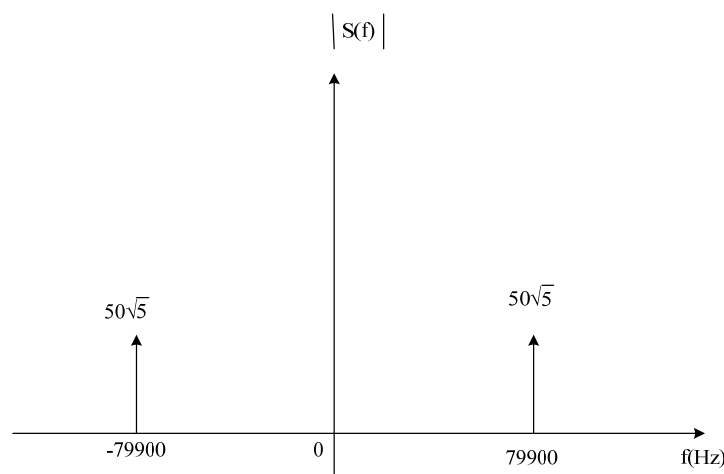
$$S_{\text{F}}(f) = 50\left[\frac{1}{2}\delta(f + 79900) + \frac{1}{2}\delta(f - 79900) - j\delta(f + 79900)\right.$$

$$\left. + j\delta(f - 79900)\right]$$

$$= 50\left[\left(\frac{1}{2} - j\right)\delta(f + 79900) + \left(\frac{1}{2} + j\right)\delta(f - 79900)\right]$$

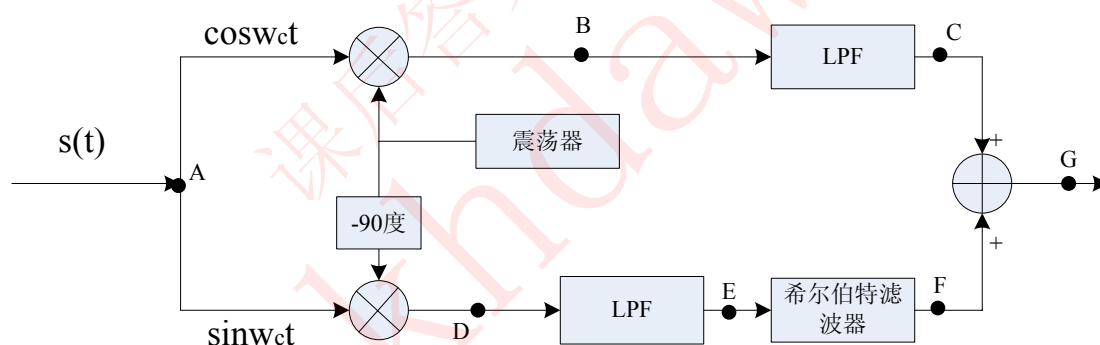
$$|S_{\text{F}}(f)| = 25\sqrt{5}[\delta(f + 79900) + \delta(f - 79900)]$$

(3)



4.6 一相移型 SSB-AM 解调器如题 4.6 图所示：

- (1) 若图中 A 点的输入信号是上边带信号，载频  $f_c = 455\text{kHz}$ ，请写出图中各点表示式；
- (2) 若图中 A 点的输入信号是下边带信号，请问图中解调器应做何修改？并写出图中各点信号表示式：



题图 4.6

解：(1) A:  $s_{\pm}(t) = Acm(t) \cos 2\pi fct - A\hat{m}(t) \sin 2\pi fct$

$$= Acm(t) \cos(2\pi \times 455 \times 10^3 \times t) - A\hat{m}(t) \sin(2\pi \times 455 \times 10^3 \times t)$$

$$B: s_B(t) = Acm(t) \cos(2\pi fct) \cos(2\pi fct) - A\hat{m}(t) \sin(2\pi fct) \cos(2\pi fct)$$

$$= \frac{1}{2} [Acm(t) + Acm(t) \cos(4\pi fct) - A\hat{m}(t) \sin(4\pi fct)]$$

$$C: s_C(t) = \frac{1}{2} Acm(t)$$

$$D: s_D(t) = Acm(t) \cos(2\pi fct) \sin(2\pi fct) - A\hat{m}(t) \sin(2\pi fct) \sin(2\pi fct)$$

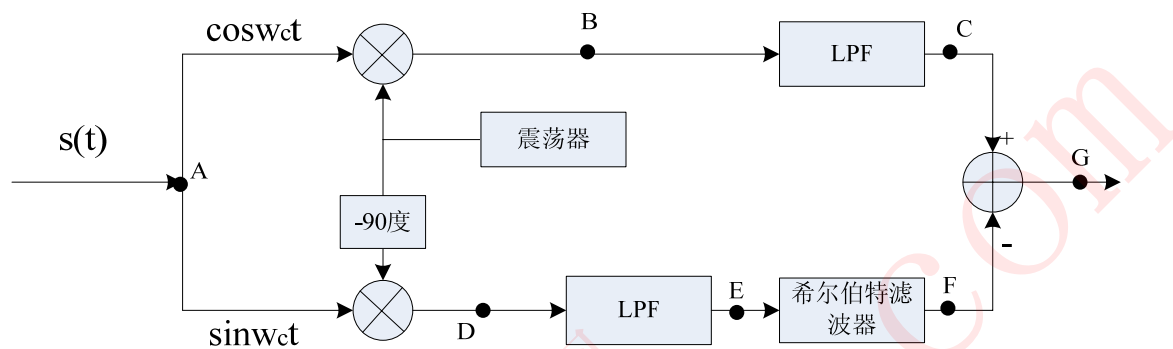
$$= \frac{1}{2} [Acm(t) \sin(4\pi fct) + A\hat{m}(t) \cos(4\pi fct) - A\hat{m}(t)]$$

$$E: s_E(t) = -\frac{1}{2} A \hat{c} \hat{m}(t)$$

$$F: s_F(t) = \frac{1}{2} A c m(t)$$

$$G: s_G(t) = A c m(t)$$

(2) 只需最末端的相加改为相减即可，如图：



$$\begin{aligned} A: s_A(t) &= A c m(t) \cos 2\pi f_c t + A \hat{c} \hat{m}(t) \sin 2\pi f_c t \\ &= A c m(t) \cos(2\pi \times 455 \times 10^3 \times t) + A \hat{c} \hat{m}(t) \sin(2\pi \times 455 \times 10^3 \times t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B: s_B(t) &= A c m(t) \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t) + A \hat{c} \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t) \\ &= \frac{1}{2} [A c m(t) + A c m(t) \cos(4\pi f_c t) + A \hat{c} \hat{m}(t) \sin(4\pi f_c t)] \end{aligned}$$

$$C: s_C(t) = \frac{1}{2} A c m(t)$$

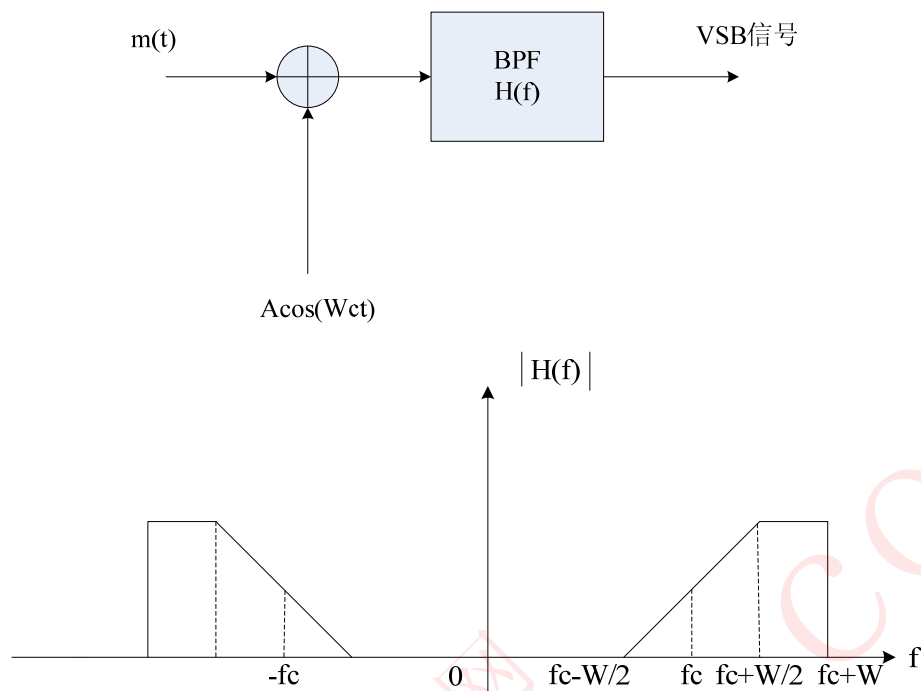
$$\begin{aligned} D: s_D(t) &= A c m(t) \cos(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_c t) + A \hat{c} \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_c t) \\ &= \frac{1}{2} [A c m(t) \sin(4\pi f_c t) + A \hat{c} \hat{m}(t) - A \hat{c} \hat{m}(t) \cos(4\pi f_c t)] \end{aligned}$$

$$E: s_E(t) = \frac{1}{2} A \hat{c} \hat{m}(t)$$

$$F: s_F(t) = -\frac{1}{2} A c m(t)$$

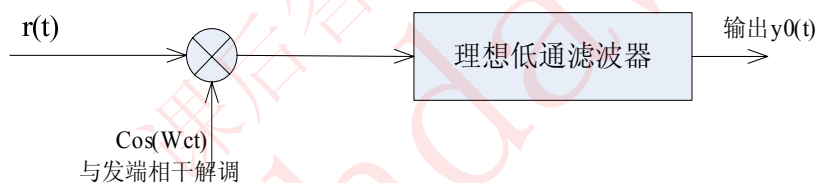
$$G: s_G(t) = A c m(t)$$

4.7 一 VSB 调幅信号的产生框图如题 4.7 图所示。请画出相干解调原理框图，并说明解调输出不会失真的理由。



题图 4.7

解：解调框图：



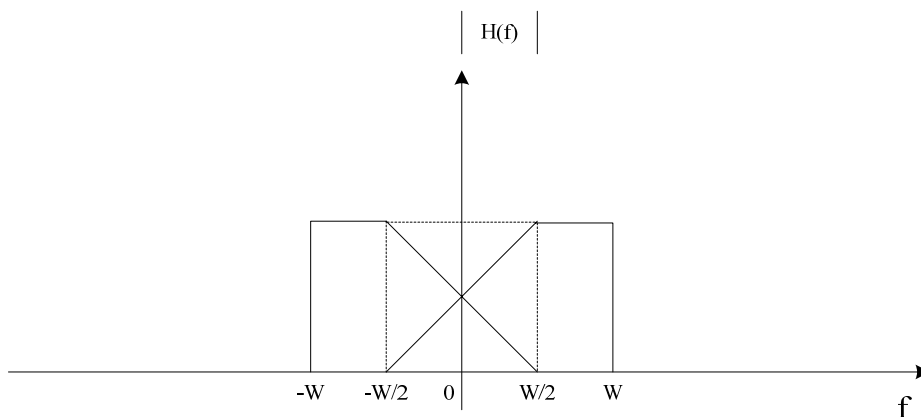
$$R(f) = \frac{A}{2} [M(f + f_c) + M(f - f_c)]$$

$$Y_1(f) = \frac{A}{2} [M(f + f_c) + M(f - f_c)] * \frac{1}{2} [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)]$$

$$= \frac{A}{4} [M(f + 2f_c)H(f + f_c) + M(f)H(f + f_c) + M(f)H(f - f_c) + M(f - 2f_c)H(f - f_c)]$$

$$\text{通过低通滤波器后 } Y_0(f) = \frac{A}{4} M(f) [H(f + f_c) + H(f - f_c)]$$

由图可看出  $H(f + f_c) + H(f - f_c)$  在  $[-W, W]$  内为常数，所以不失真。



4.8 某调频波  $s(t) = 10 \cos[2\pi \times 10^6 t + 4 \cos 200\pi t]$ , 求

- (1) 已调信号平均功率; (2) 调制指数;  
(3) 最大频偏; (4) 调频信号带宽;

解: (1) 已调信号平均功率:  $P_s = \frac{A_c^2}{2} = 50W$

(2) 调制指数:  $\beta_f = 4$

(3) 最大频偏:  $\Delta f_{\max} = \beta_f \times f_m = 4 \times 100Hz = 400Hz$

(4) 调频信号带宽:  $B = 2(1 + \beta_f)W = 2 \times 5 \times 100Hz = 1000Hz$

4.9 一调角信号

$$s(t) = 100 \cos[2\pi f_c t + 4 \sin 2\pi f_m t]$$

式中  $f_c = 10MHz$ ,  $f_m = 1000MHz$

- (1) 假设该角调信号是 FM 信号, 请求出它的调制指数及发送信号带宽;  
(2) 若  $f_m$  加倍, 请重复(1)题;  
(3) 假设该角调信号是 PM 信号, 请求出它的调制指数及发送信号带宽;  
(4) 若  $f_p$  加倍, 请重复(3)题;

解: (1) 调制指数:  $\beta_f = 4$ , 信号带宽:  $B = 2(1 + \beta_f) f_m = 2 \times 5 \times 1000 = 10000Hz$

(2) 调制指数:  $\beta_f = \frac{K_f \max|m(t)|}{f_m}$ , 若  $f_m$  加倍, 则  $\beta_f = 2$

信号带宽:  $B = 2(1 + \beta_f) f_m = 2 \times 3 \times 2000 = 12000Hz$

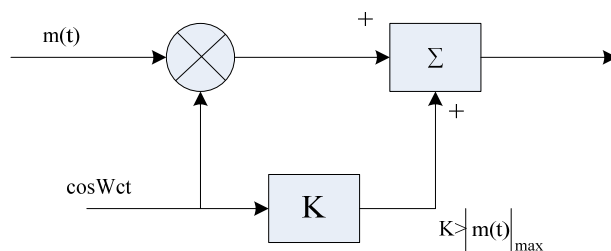
(3) 调制指数:  $\beta_p = 4$ , 信号带宽:  $B = 2(1 + \beta_f) f_m = 2 \times 5 \times 1000 = 10000Hz$

(4) 调制指数:  $\beta_p = K_p \max|m(t)|$ , 若  $f_p$  加倍,  $\beta_p = 4$

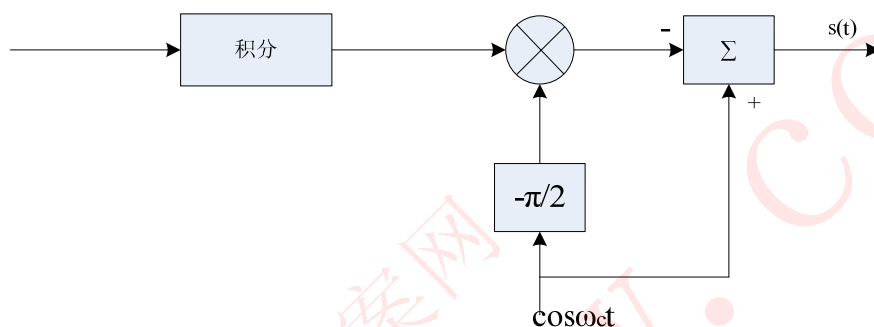
信号带宽:  $B = 2(1 + \beta_f) f_m = 2 \times 5 \times 2000 = 20000Hz$

4.10 请指出下列电路系统的输出系统的输出  $s(t)$  是何种调制信号, 题 4.10 为常数。

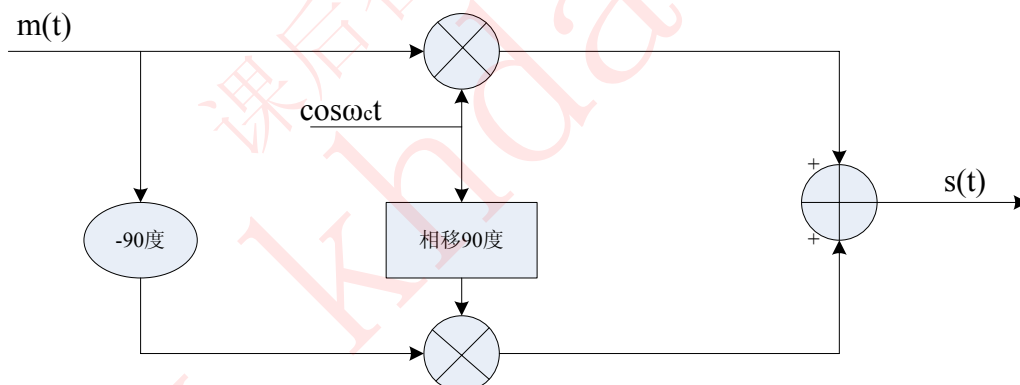
(1)



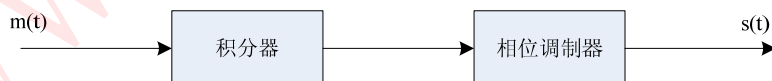
(2)



(3)



(4)



(5)



解: (1) 因为  $K > |m(t)|_{\max}$ ,  $s(t) = K \cos \omega_c t [1 + \frac{m(t)}{K}]$ , 所以调制为有离散大载波的双边带调制。

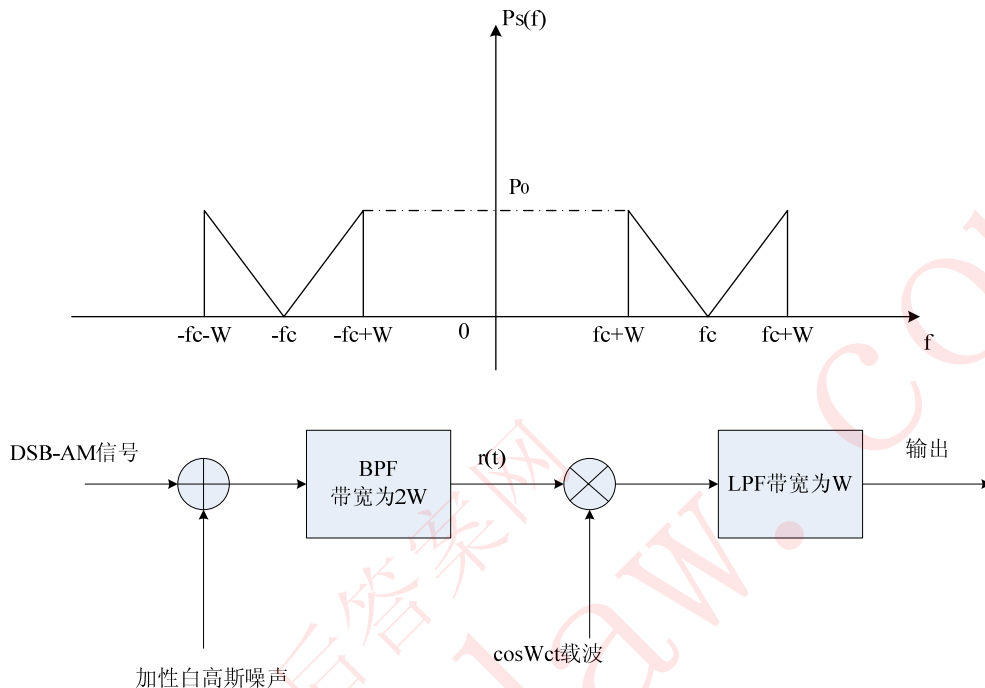
(2)  $s(t) = \cos \omega_c t - \sin \omega_c t \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau$ , 为窄带 FM 调制。

(3)  $s_F(t) = m(t) \cos \omega_c t + \hat{m}(t) \sin \omega_c t$ , 为下边带调制。

(4)FM 调制。

(5)PM 调制。

4.11 一双边带调幅波(DSB-AM)信号, 具有如题图 4.11 图所示功率谱密度, 在传输中受到均值为 0、双边功率为  $N_0/2$  的加性白高斯噪声干扰, 其解调框图如图所示:



题图 4.11

请求出解调器 LPF 输出的信噪比。

解: 已调双边带调幅波(DSB-AM)信号:  $s(t) = m(t) \cos(2\pi fct)$

解调接收信号:  $r(t) = m(t) \cos(2\pi fct) + n_c(t) \cos(2\pi fct) - n_s(t) \sin(2\pi fct)$

已调双边带调幅波(DSB-AM)信号的功率:

$$P_s = \frac{1}{2} \overline{m(t)^2} = \frac{1}{2} P_M = \frac{P_0}{2} \times 4W = 2P_0W$$

则  $P_M = 4P_0W$

输入加性白高斯噪声的功:  $P_n = \frac{1}{2} \overline{n_c(t)^2} + \frac{1}{2} \overline{n_s(t)^2} = \overline{n(t)^2} = \frac{N_0}{2} 4W = 2N_0W$

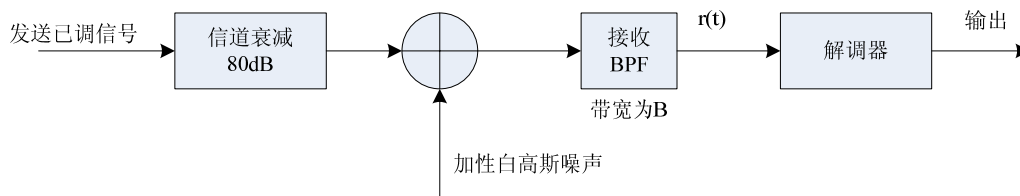
解调后信号:  $s_0(t) = \frac{1}{2} m(t) + \frac{1}{2} n_c(t)$

解调后信号功率:  $P_0 = \frac{1}{4} \overline{m(t)^2} = \frac{1}{4} P_M = P_0W$

解调后噪声功率:  $P_{n0} = \frac{1}{4} P_n = \frac{1}{2} N_0W$

则输出信噪比:  $\left( \frac{N}{S} \right)_0 = \frac{P_0W}{\frac{1}{2} N_0W} = \frac{2P_0}{N_0}$

4.12 一广播通信系统，发送信号的平均功率为  $40\text{W}$ ，信道衰减  $80\text{dB}$ ，加性噪声的双边功率谱密度  $N_0/2$  为  $10^{-10}\text{W}/\text{Hz}$ ，接收框图如题图 4.12 图所示：



题图 4.12

- (1) 若该已调信号为 SSB 信号，接收带通滤波器带宽  $B=W$ ，求：解调输入端的信号平均功率及噪声平均功率，解调输出噪声比 ( $W$  为模拟基带信号带宽)；  
 (2) 若该已调信号为具有离散大载波的 AM 信号，调幅系数为  $0.85$ ，归一化基带信号功率  $P_{Mn} = 0.2W$ ，接收带通滤波器带宽  $B=2W$ ，请求出：解调输入信号功率

解：(1) 解调输入信号：

$$r(t) = Ac[m(t)\cos\omega ct - \hat{m}(t)\sin\omega ct] + nc(t)\cos\omega ct - ns(t)\sin\omega ct$$

$$\text{解调输入信号的平均功率： } P_R = Ac^2 P_M$$

$$\text{由 } 10\lg \frac{P_T}{P_R} = 80\text{dB} \text{ 得 } \frac{P_T}{P_R} = 10^8, \text{ 所以 } P_R = 4 \times 10^{-4}\text{W}$$

$$\text{解调输入噪声功率： } P_n = \frac{N_0}{2} 2W = N_0 W = 2 \times 10^{-6}\text{W}$$

$$\text{解调信号： } s_0(t) = \frac{1}{2}m(t) + \frac{1}{2}nc(t)$$

$$\text{解调输出信号的平均功率： } P_0 = \frac{1}{4} \overline{m(t)^2} = \frac{Ac^2}{4} P_M$$

$$\text{解调输出噪声功率： } P_{n0} = \frac{1}{4} P_n = \frac{1}{4} N_0 W$$

$$\text{解调输出信噪比： } \left( \frac{N}{S} \right)_0 = \frac{P_0}{P_{n0}} = \frac{\frac{Ac^2}{4} P_M}{\frac{1}{4} N_0 W} = \frac{Ac^2 P_M}{N_0 W} = \frac{P_R}{N_0 W} = 200$$

$$(2) \text{ 解调输入信号： } r(t) = Ac[1 + am_n(t)]\cos\omega ct + nc(t)\cos\omega ct - ns(t)\sin\omega ct$$

$$\text{解调输入信号的平均功率： } P_R = \frac{1}{2} Ac^2 + \frac{1}{2} Ac^2 a^2 P_{Mn}$$

$$\text{由 } 10\lg \frac{P_T}{P_R} = 80\text{dB} \text{ 得 } \frac{P_T}{P_R} = 10^8, \text{ 所以 } P_R = 4 \times 10^{-4}\text{W}$$

$$\text{解调输入噪声功率： } P_n = 2 \times \frac{N_0}{2} \times 2W = 2N_0 W = 4 \times 10^{-6}\text{W}$$

$$\text{解调信号： } s_0(t) = \frac{1}{2} Acam_n(t) + \frac{1}{2} nc(t)$$

$$\text{解调输出信号的平均功率: } P_0 = \frac{1}{4} \overline{m(t)^2} = \frac{A_c^2}{4} a^2 P_{Mn}$$

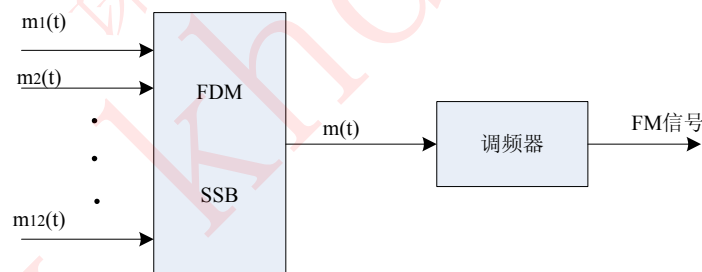
$$\text{解调输出噪声功率: } P_{n0} = \frac{1}{4} P_n = \frac{1}{2} N_0 W$$

$$\begin{aligned} \text{解调输出信噪比: } \left( \frac{N}{S} \right)_0 &= \frac{P_0}{P_{n0}} = \frac{\frac{A_c^2}{4} a^2 P_{Mn}}{\frac{1}{2} N_0 W} = \frac{A_c^2 a^2 P_{Mn}}{2 N_0 W} \\ &= \frac{a^2 P_{Mn}}{1 + a^2 P_{Mn}} \frac{\frac{A_c^2}{2} (1 + a^2 P_{Mn})}{N_0 W} = \frac{a^2 P_{Mn}}{1 + a^2 P_{Mn}} \frac{P_R}{N_0 W} \end{aligned}$$

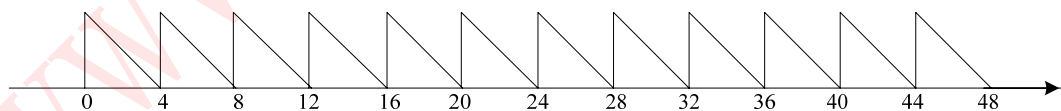
因为  $P_{Mn} = 0.2W$ ,  $a = 0.85$

$$\text{所以 } \left( \frac{N}{S} \right)_0 = \frac{a^2 P_{Mn}}{1 + a^2 P_{Mn}} \frac{P_R}{N_0 W} = 0.126 \frac{P_R}{N_0 W} = 25.25$$

**4.13** 12 路话音信号分别被上边带幅频复用，得到的基带信号为  $m(t)$ ，再将  $m(t)$  通过调频器，如题 4.13 图(a)所示，其中每路话音信号  $m_i(t)$  限带于  $W = 4\text{KHz}$ ，进行上边带调幅的载波  $c_i(t) = \cos 2\pi f_c t$ ,  $f_{ci} = (i-1)W$ ,  $i = 1, 2, \dots, 12$ ,  $m(t)$  的振幅谱示于题 4.13 图(b)，调频器的载频为  $f_c$ ，最大频偏为  $480\text{KHz}$ 。



(a)



(b)

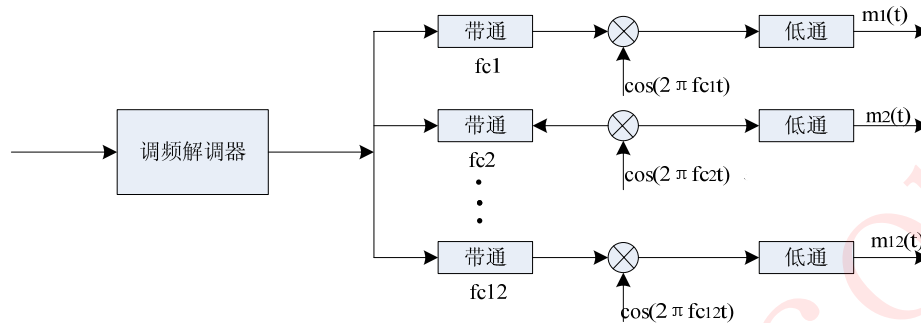
题 4.13 图

- (1) 求出 FM 信号的带宽；
- (2) 画出解调框图；
- (3) 鉴频器输出的第 1 路噪声平均功率与 12 路噪声平均功率之比值(假设 FM 信号在信道传输中受到的均值为 0、双边功率密度为  $N_0/2$  的加性白高斯噪声干扰)。

解: (1)  $m(t)$  的总带宽  $f_m$  为 48KHz,  $\beta_f = \frac{K_f \max |m(t)|}{f_m} = \frac{480KHz}{48KHz} = 10$

FM 的带宽,  $B = 2(\beta_f + 1) f_m = 2 \times 11 \times 48KHz = 1056KHz$

(2)



(3) 鉴频器输出的噪声功率谱为  $P_{n0} = \frac{N_0 f^2}{Ac^2} = Kf^2$

所以 1 路和 12 路的平均功率比值为  $\frac{P_{12}}{P_1} = \frac{\int_{44}^{48} Kf^2 df}{\int_0^4 Kf^2 df} = 397$

4.15 一射频方向性天线具有等效噪声温度  $T_a$  为 55K, 由天线经馈线传输(损 2dB) 接至接收机前置射频放大器输入端, 该射频放大器的功率增益  $K_p$  为 20dB, 放大器的等效带宽为 10MHz, 噪声系数为 2dB, 设室温为 300K, 求:

(1) 前至设频放大器的等效噪声温度;

(2) 馈线与前至射频放大器级联的噪声系数或等效噪声温度

(3) 求放大器输入点的噪声功率谱密度

答: (1) 前置射频放大器的等效噪声系数;

$\because T_e = (F - 1)T$  (上 P120) -----  $T_e$  为等效噪声系数  $T$  为热噪声源温度

$F$  为噪声系数, 由题目已知, 得:  $T_e = (10^{0.2} - 1)300 \approx 175.5K$ 。

(2) 馈线与前置射频放大器级联的噪声系数或等效噪声温度;

$T_e = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{K_{pa1}}$  (上 P121) -----  $T_e$  为级联等效噪声温度  $T_{e1}$  为馈

线的等效噪声温度  $T_{e2}$  为前放的等效噪声温度  $K_{pa1}$  为馈线的增益系数对于无源

而馈线属于无源网络, 因此其噪声系数  $F = \frac{1}{K_{pa1}} = L = 10^{0.2}$ , 于是由

$T_{e1} = (F - 1)T \approx 175.5K$

带入上式求得等效噪声温度  $T_e = 175.5K + \frac{175.5K}{100} \approx 177.26K$

对应的等效噪声系数  $F = \frac{T_{e1}}{T} + 1 \approx 1.59$

(3)超外差接收机(含天线、馈线)的噪声单边功率谱密度  $N_0(W/Hz)$ 。

由  $N_0 = K[T_a + T_e]$  (上 P121) -----  $K = 1.38 \times 10^{-23} J/K$  为波尔兹曼

常数  $T_a$  为天线等效噪声温度  $T_e$  为馈线和前放级联的等效噪声温度在由已知条件和前面的结果

$$N_0 = 1.38 \times 10^{-23} J/K [55K + 177.26K] = 0.32 \times 10^{-20} W/Hz$$

## 第五章 数字信号的基带传输

### 5.1

设一数字传输系统传送八进制码元，速率为 2400 波特，则这时的系统信息速率为多少？

解：  $R_b = R_s \log_2 M = 3R_s = 7200 \text{ bit/s}$

[返回页首](#)

### 5.2

已知：信息代码 1 1 1 0 0 1 0 1 .....

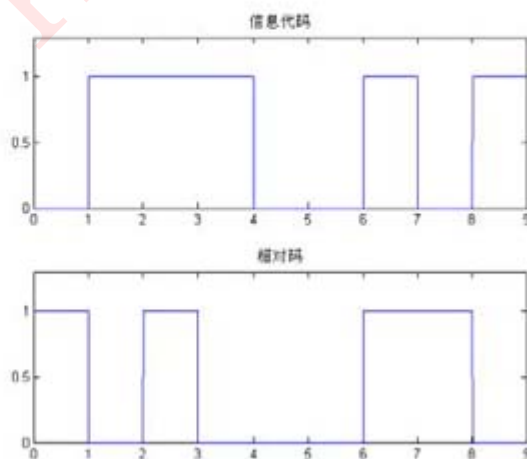
(1)写出相对码： \_\_\_\_\_

(2)画出相对码的波形图（单极性矩形不归零码）。

解：

(1)写出相对码： 1 0 1 0 0 0 1 1 0

(2)画出相对码的波形图（单极性矩形不归零码）：



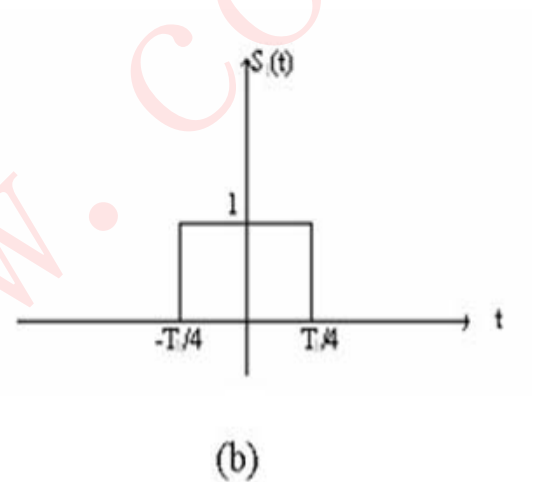
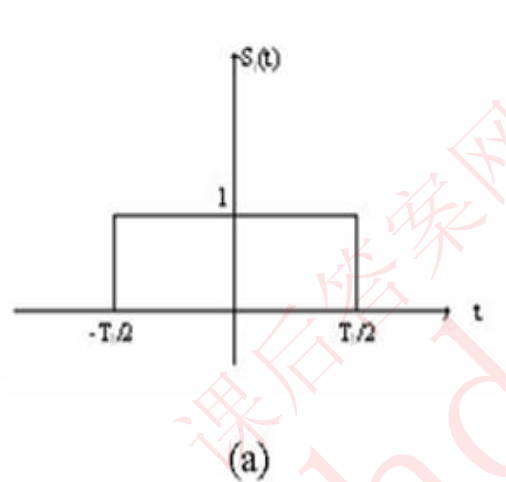
[返回页首](#)

### 5.3

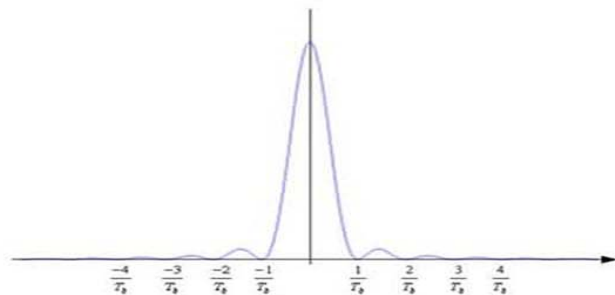
某二进制数字信号发送“0”、“1”时的波形分别为  $s_1(t)$  及  $s_2(t)$ 。已知发送的“0”、“1”以独立等概方式出现，比特间隔为  $T_b$ 。

(1) 若  $s_1(t)$  如图(a)所示， $s_2(t) = -s_1(t)$ ，求此数字信号的功率谱密度，并画出图形；

(2) 若  $s_1(t)$  如图(b)所示， $s_2(t)$ ，求此数字信号的功率谱密度，并画出图形。



解：(1) 此时这个数字信号可表示为  $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t - nT_b)$ ，其中序列  $\{a_n\}$  以独立等概方式取值于  $\pm 1$ ， $m_a = E[a_n] = 0$ ， $\sigma_a^2 = E[a^2] = 1$ ； $g(t) = s_1(t)$ ，傅氏变换是  $G(f) = T_b \text{sinc}(fT_b)$ ，所以  $P_s(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_b} |G(f)|^2 = T_b \text{sinc}^2(fT_b)$ 。



(2) 此时这个数字信号可表示为  $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t - nT_b)$ ，其中序列  $\{a_n\}$  以独立等概方式取值于  $(0, 1)$ ； $g(t) = s_1(t)$ ，傅氏变换是  $G(f) = \frac{T_b}{2} \text{sinc}\left(f \frac{T_b}{2}\right)$ 。由于  $a_n = \frac{1}{2} b_n + \frac{1}{2}$ ，其中  $b_n$  以独立等概方式取值于  $\pm 1$ ，所以  $s(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n g(t - nT_b) + \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t - nT_b)$ ， $\frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n g(t - nT_b)$  一项的功率谱密度是  $\frac{|G(f)|^2}{4T_b} = \frac{T_b}{16} \text{sinc}^2\left(f \frac{T_b}{2}\right)$ ，周期信号  $\frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t - nT_b)$  可展成傅氏级数： $\frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t - nT_b) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{j2\pi \frac{m}{T_b} t}$ ，其中

$$c_m = \frac{1}{T_b} \int_{-T_b/2}^{T_b/2} \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t - nT_b) e^{-j2\pi \frac{m}{T_b} t} dt = \frac{1}{2T_b} \int_{-T_b/2}^{T_b/2} g(t) e^{-j2\pi \frac{m}{T_b} t} dt$$

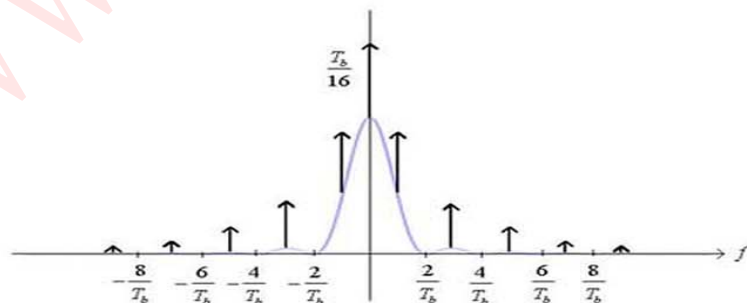
$$= \frac{1}{2T_b} G\left(\frac{m}{T_b}\right) = \frac{\sin\left(\pi \frac{m}{T_b} \times \frac{T_b}{2}\right)}{4\left(\pi \frac{m}{T_b} \times \frac{T_b}{2}\right)} = \begin{cases} \pm \frac{1}{2m\pi} & m = 4k \pm 1 \\ \frac{1}{2} & m = 0 \\ 0 & \text{other } m \end{cases}$$

所以  $\frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t - nT_b)$  的功率谱密度是

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) = \frac{1}{4} \delta(f) + \frac{1}{4\pi^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \delta\left(f - \frac{2k-1}{T_b}\right)$$

于是  $s(t)$  的功率谱密度为：

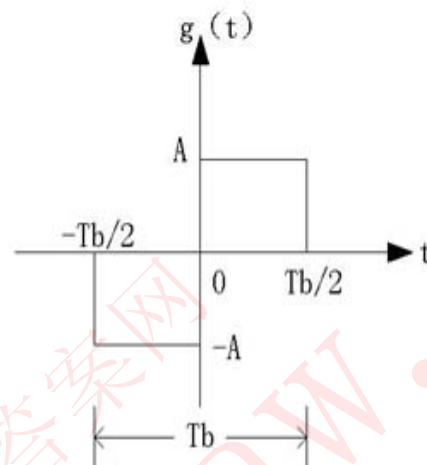
$$P_s(f) = \frac{T_b}{16} \text{sinc}^2\left(f \frac{T_b}{2}\right) + \frac{1}{4} \delta(f) + \frac{1}{4\pi^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \delta\left(f - \frac{2k-1}{T_b}\right)$$



[返回页首](#)

假设信息比特 1、0 以独立等概方式出现，求数字分相码的功率谱密度。

解：数字分相码可以表示成二进制 PAM 信号的形式  $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t - nT_b)$ ，其中序列  $\{a_n\}$  以独立等概方式取值于  $\pm 1$ ， $m_a = E[a_n] = 0$ ， $\sigma_a^2 = E[a^2] = 1$ ； $g(t)$  如下图所示



其傅氏变换是

$$\begin{aligned} G(f) &= -\frac{AT_b}{2} \text{sinc}\left(f \frac{T_b}{2}\right) e^{j2\pi f \frac{T_b}{4}} + \frac{AT_b}{2} \text{sinc}\left(f \frac{T_b}{2}\right) e^{-j2\pi f \frac{T_b}{4}} \\ &= -jAT_b \sin \frac{\pi f T_b}{2} \text{sinc}\left(f \frac{T_b}{2}\right) = -j \frac{\pi f AT_b^2}{2} \text{sinc}^2\left(f \frac{T_b}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\text{所以 } P_s(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_b} |G(f)|^2 = \frac{(\pi f A)^2 T_b^3}{4} \text{sinc}^4\left(f \frac{T_b}{2}\right)。$$

[返回页首](#)

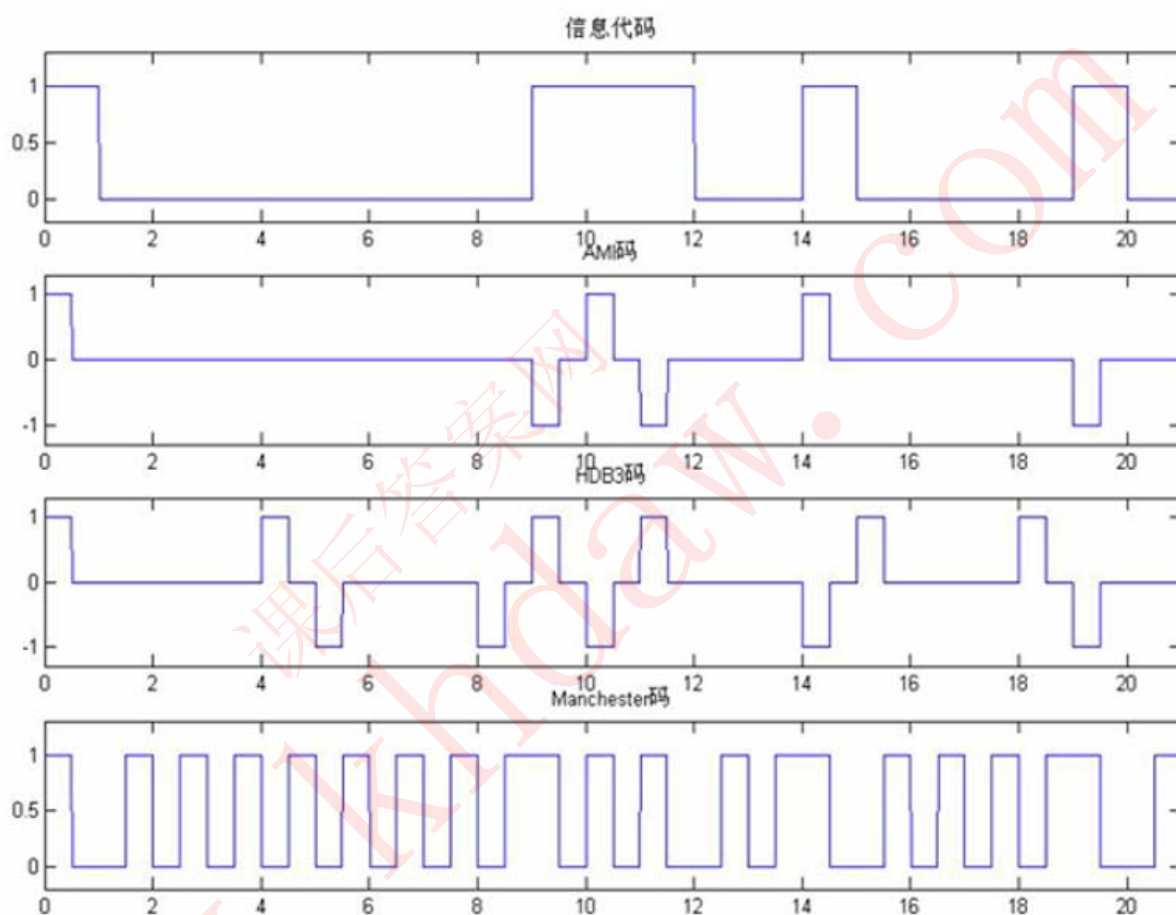
## 5.5

已知信息代码为：100000000111001000010，请就 AMI 码、HDB3 码、Manchester 码三种情形，(1)给出编码结果；(2)画出编码后的波形；(3)画出提取时钟的框图。

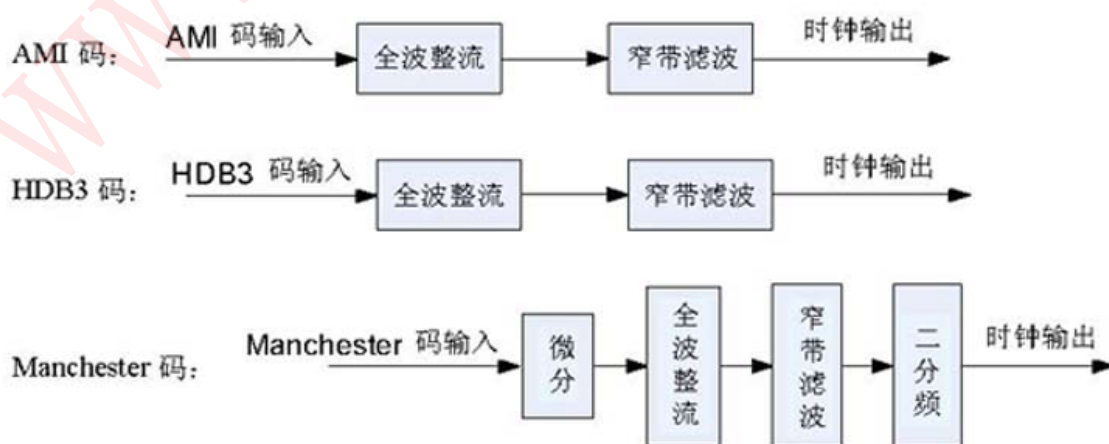
解: (1)

信息代码: 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 0 0 1 0  
 AMI 码: +1 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 +1 -1 0 0 +1 0 0 0 0 -1 0  
 HDB3 码: +1 0 0 0 +V-B 0 0 -V +1 -1 +1 0 0 -1 +B 0 0 +V -1 0  
 Manchester 码: 100101010101010101010010110010101011001

(2)波形如下:



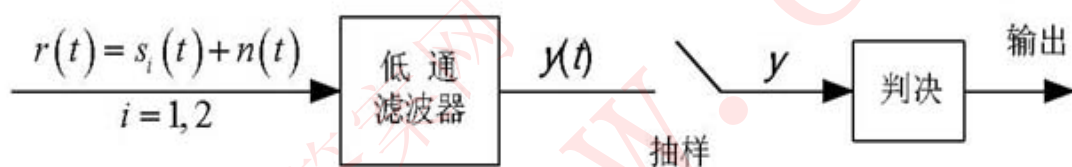
(3)提取时钟的框图如下:



[返回页首](#)

## 5.6

已知二进制序列的“1”和“0”分别由波形  $s_1(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq T_b \\ 0 & \text{else} \end{cases}$  及  $s_2(t) = 0$  表示，“1”与“0”等概出现。此信号在信道传输中受到功率谱密度为  $\frac{N_0}{2}$  的加性白高斯噪声  $n(t)$  的干扰，接收端用下图所示的框图进行接收。图中低通滤波器的带宽是  $B$ ， $B$  足够大使得  $s_i(t)$  经过滤波器时近似无失真。



- (1) 若发送  $s_1(t)$ ，请写出  $y(t)$  表示式，并求出抽样值  $y$  的均值及方差，写出此时  $y$  的条件概率密度函数  $p_1(y)$
- (2) 若发送  $s_2(t)$ ，请写出  $y(t)$  表示式，并求出抽样值  $y$  的均值及方差，写出此时  $y$  的条件概率密度函数  $p_2(y)$
- (3) 画出  $p_1(y)$  及  $p_2(y)$  的图形；
- (4) 求最佳判决门限  $V_T$  值；
- (5) 推导出平均误比特率。

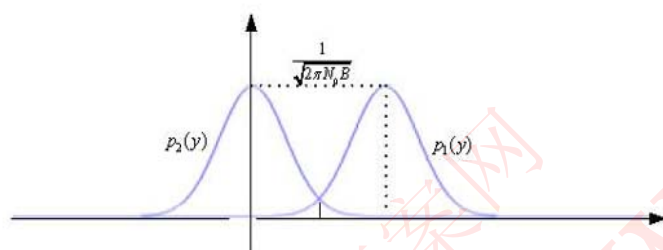
解：(1) 此时在  $0 \leq t \leq T_b$  时间范围内， $y(t) = A + \xi(t)$ ， $\xi(t)$  是白高斯噪声  $n(t)$  通过低通滤波器后的输出，显然  $\xi(t)$  是 0 均值的高斯平稳过程，其方差为  $\sigma^2 = N_0 B$ 。于是抽样值  $y$

的均值是  $A$ ，方差是  $N_0 B$ ，其条件概率密度函数是  $p_1(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0 B}} e^{-\frac{(y-A)^2}{2N_0 B}}$ 。

(2) 此时在  $0 \leq t \leq T_b$  时间范围内， $y(t) = \xi(t)$ ， $\xi(t)$  是白高斯噪声  $n(t)$  通过低通滤波器后输出的 0 均值高斯平稳过程，其方差为  $\sigma^2 = N_0 B$ 。因此，抽样值  $y$  的均值是 0，方差是

$N_0 B$ ，其条件概率密度函数是  $p_2(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0 B}} e^{-\frac{y^2}{2N_0 B}}$ 。

(3)



(4) 最佳门限  $V_T$  是后验概率相等的分界点，即为方程  $P(s_1|y) = P(s_2|y)$  的解。由于

$P(s_i|y) = \frac{p(y|s_i)P(s_i)}{p(y)}$ ，所以  $V_T$  是方程  $P(s_1)p_1(y) = P(s_2)p_2(y)$  的解，由于“1”

与“0”等概出现，所以  $V_T$  是  $p_1(y) = p_2(y)$  的解，即  $p_1(y)$  和  $p_2(y)$  的交点。由上图可知  $V_T = \frac{A}{2}$ 。

$$(5) P_b = P(s_1)P(e|s_1) + P(s_2)P(e|s_2) = \frac{1}{2}[P(e|s_1) + P(e|s_2)]$$

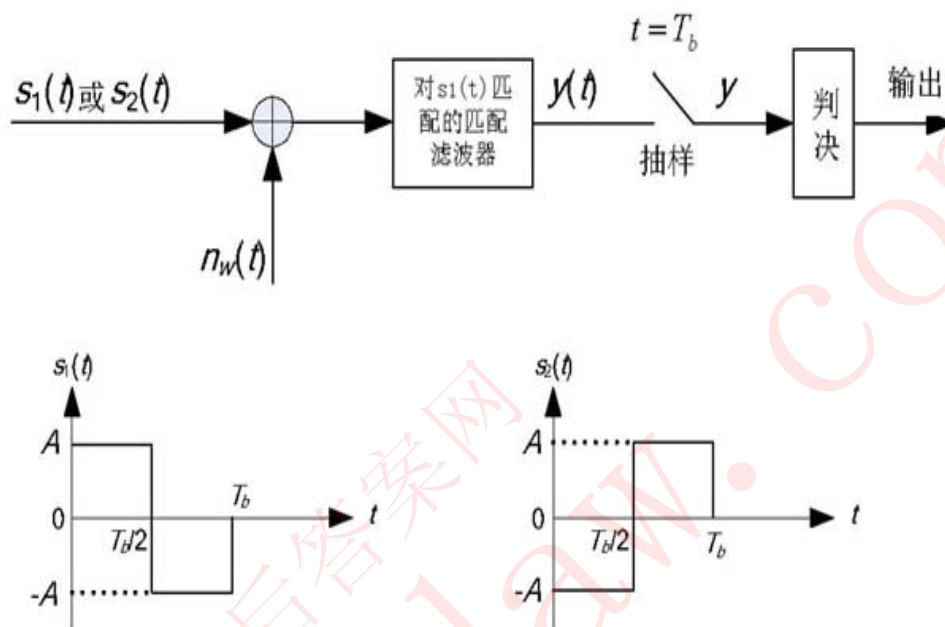
$$P(e|s_1) = P(y < V_T | s_1) = P\left(A + \xi < \frac{A}{2}\right) = P\left(\xi < -\frac{A}{2}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{A/2}{\sqrt{2N_0 B}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{A^2}{8N_0 B}}\right)$$

$$P(e|s_2) = P(y > V_T | s_2) = P\left(\xi > \frac{A}{2}\right) = P\left(\xi < -\frac{A}{2}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{A^2}{8N_0 B}}\right)$$

$$\therefore P_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{A^2}{8N_0 B}}\right)$$

[返回页首](#)

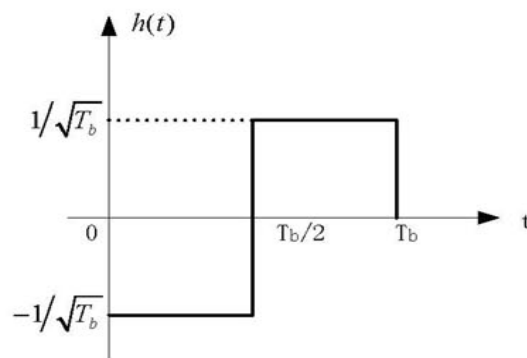
下图中  $s_1(t)$  与  $s_2(t)$  等概出现，白高斯噪声  $n_w(t)$  的功率谱密度是  $\frac{N_0}{2}$ 。匹配滤波器的冲激响应  $h(t)$  的能量已被归一化，即  $\int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt = 1$ 。



- (1) 画出匹配滤波器的冲激响应  $h(t)$ ；
- (2) 求发  $s_1(t)$  条件下求抽样值  $y$  中信号分量的幅度及噪声分量的平均功率；
- (3) 求发  $s_2(t)$  条件下抽样值  $y$  的均值、方差和概率密度函数  $p_2(y)$ ；
- (4) 求平均误比特率。

解：(1)  $h(t) = Ks_1(T_b - t) = Ks_2(t)$ ，由  $\int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt = K^2 \int_{-\infty}^{\infty} s_2^2(t) dt = K^2 A^2 T_b = 1$ ，得

$K = \frac{1}{A\sqrt{T_b}}$ ，因此  $h(t) = \frac{s_2(t)}{A\sqrt{T_b}}$ ，波形如下



(2) 抽样值  $y$  中的信号分量是  $\int_{-\infty}^{\infty} s_1(T - \tau)h(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s_2(\tau) \frac{s_2(\tau)}{A\sqrt{T_b}} d\tau = \sqrt{A^2 T_b} = E_b$ ，

此处  $E_b = E_1 = E_2$  是每个比特的能量。抽样值中的噪声分量的功率是

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0}{2} |H(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) df = \frac{N_0}{2}.$$

(3) 此时  $y$  中的信号分量是  $\int_{-\infty}^{\infty} s_2(T - \tau)h(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(\tau) \frac{s_2(\tau)}{A\sqrt{T_b}} d\tau = -\sqrt{A^2 T_b} = -E_b$ 。

$y = -E_b + \xi$ ，噪声分量  $\xi$  是 0 均值高斯随机变量，其方差是  $\frac{N_0}{2}$ 。因此，在发送  $s_2(t)$  的条件下， $y$  是均值为  $-\sqrt{E_b} = -\sqrt{A^2 T_b}$ 、方差为  $\frac{N_0}{2}$  的高斯随机变量，

$$p_2(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\frac{(y + \sqrt{E_b})^2}{N_0}}$$

(4) 类似地，我们也可以得到发送  $s_1(t)$  条件下  $y$  的概率密度函数为

$$p_2(y) = p_{y|s_2}(y|s_2) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\frac{(y - \sqrt{E_b})^2}{N_0}}, \text{ 最佳门限 } V_T \text{ 是 } p_1(y) = p_2(y) \text{ 的解，即 } V_T = 0。$$

$$\text{平均错误率 } P_b = P(s_1)P(e|s_1) + P(s_2)P(e|s_2) = \frac{1}{2} [P(e|s_1) + P(e|s_2)]$$

$$P(e|s_1) = P(y < 0|s_1) = P(\sqrt{E_b} + \xi < 0) = P(\xi < -\sqrt{E_b}) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{\sqrt{E_b}}{\sqrt{N_0}}\right) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

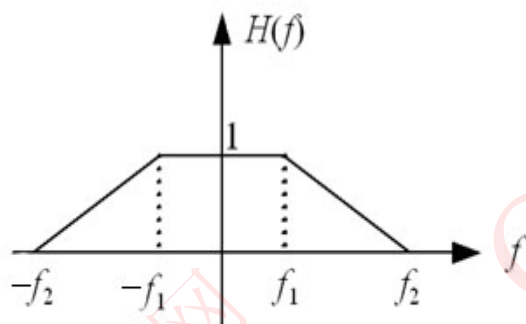
$$P(e|s_2) = P(y > 0|s_2) = P(-\sqrt{E_b} + \xi > 0) = P(\xi > \sqrt{E_b}) = P(\xi < -\sqrt{E_b}) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

$$\therefore P_b = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

[返回页首](#)

## 5.8

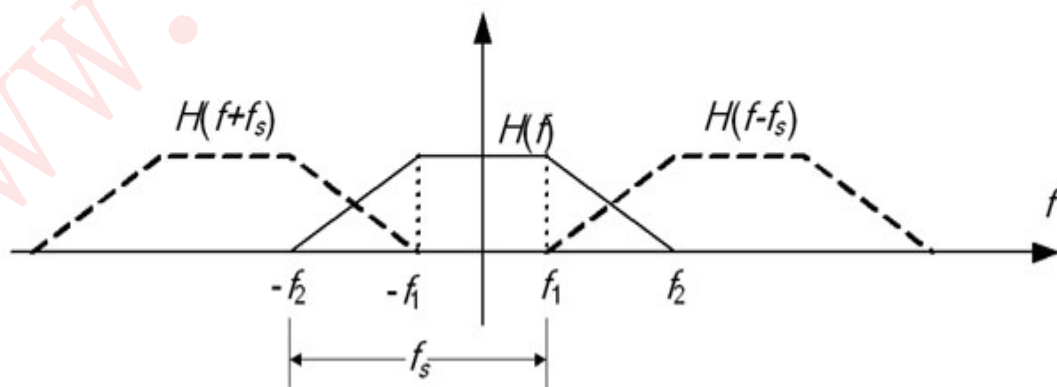
设基带传输系统的发送滤波器、信道和接收滤波器的总传输特性 $H(f)$ 如图所示，其中 $f_1=1\text{MHz}$ ， $f_2=3\text{MHz}$ 。试确定该系统无码间干扰的传输时的最高码元速率和频带利用率。



解：由下图可见，当 $f_s = f_1 + f_2$ 时 $\sum_{n=-\infty}^{\infty} H(f - nf_s) = 1$ ，且不存在更大的 $f_s$ 使

$\sum_{n=-\infty}^{\infty} H(f - nf_s)$ 等于常数，因此该系统无码间干扰的传输时的最高码元速率是：

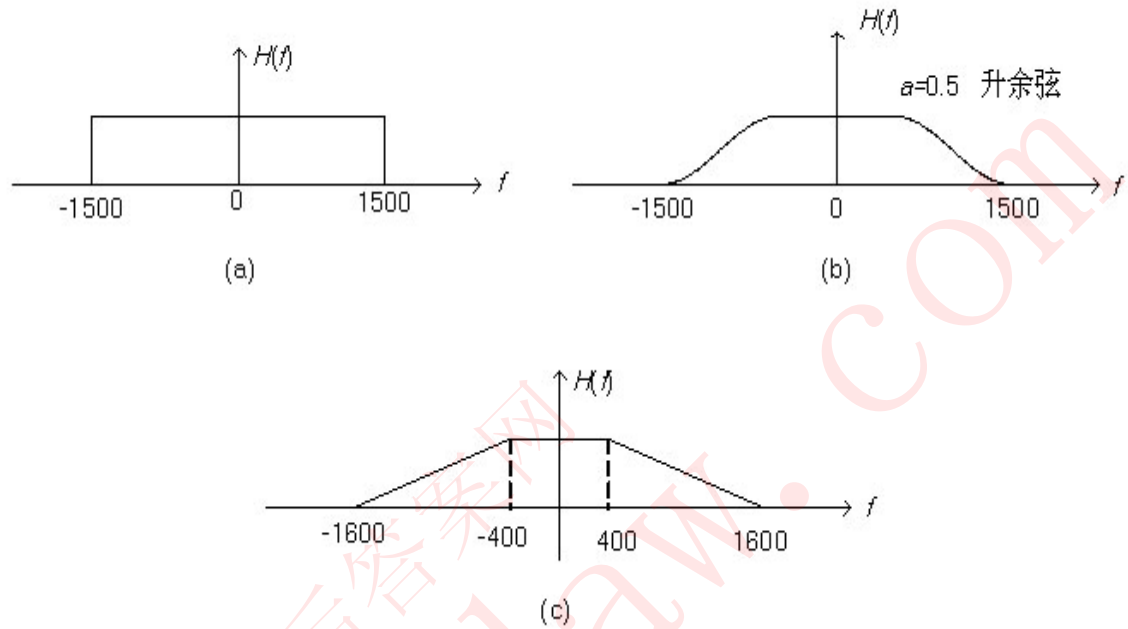
$R_s = f_1 + f_2 = 4\text{Mbaud}$ ，对应的频带利用率是 $\frac{R_s}{f_2} = \frac{4}{3}\text{Baud/Hz}$ 。



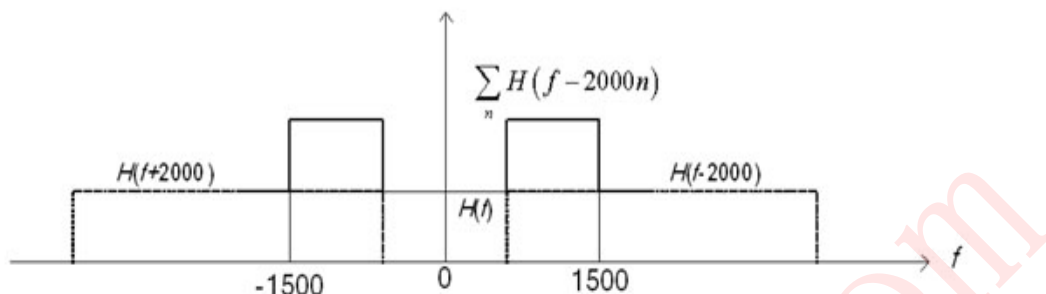
[返回页首](#)

## 5.9

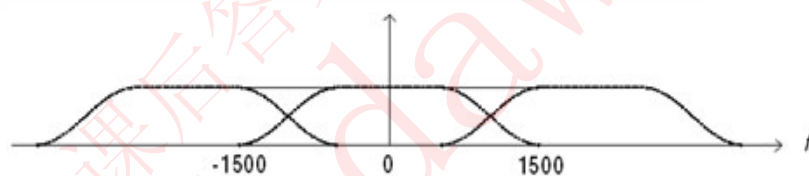
下图中示出了一些基带传输系统的总体传输特性  $H(f)$ ，若要以 2000 波特的码元速率传输，请问那些满足抽样点无码间干扰的条件？



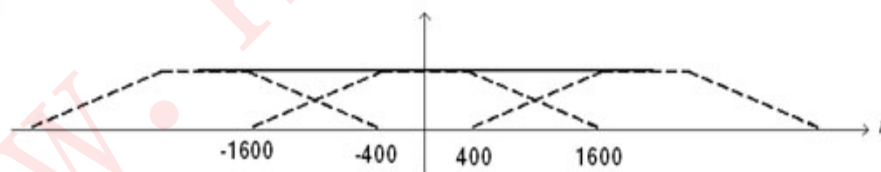
解：(a) 由下图可见， $\sum_{n=-\infty}^{\infty} H(f-2000n)$  不是常数，因此该系统以 2000 波特的码元速率传输时不满足抽样点无码间干扰的条件。



(b) 本图  $\alpha = 0.5$ ，则  $(1+\alpha)\frac{R_s}{2} = 1500$ ， $R_s = \frac{2 \times 1500}{1+0.5} = 2000$ ，故该系统以 2000 波特的码元速率传输时满足抽样点无码间干扰的条件。



(c) 由图可知，故该系统以 2000 波特的码元速率传输时满足抽样点无码间干扰的条件。



[返回首页](#)

## 5.10

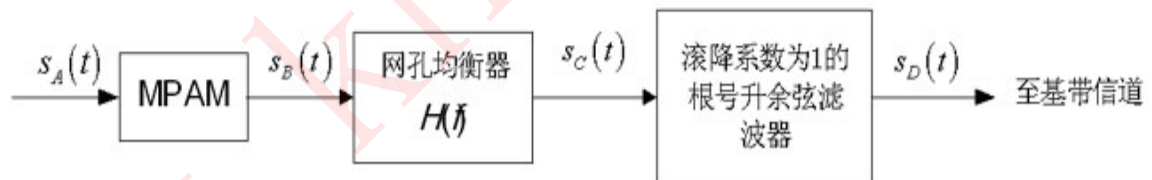
设滚降系数为  $\alpha = 1$  的升余弦滚降无码间干扰基带传输系统的输入是十六进制码元，其码元速率是  $R_s = 1200 \text{ Baud}$ ，求此基带传输系统的截止频率、该系统的频带利用率以及该系统的信息传输速率。

解：此系统的截止频率为  $B = (1 + \alpha) \frac{R_s}{2} = 1200 \text{ Hz}$ ，频带利用率为  $\frac{R_s}{B} = 1 \text{ Baud/Hz} = 4 \text{ bit/s/Hz}$ ，信息传输速率为  $R_b = R_s \log_2 M = 4800 \text{ bit/s}$

[返回页首](#)

## 5.11

下图中， $s_A(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n g_A(t - nT_b)$  是二进制数字信号， $\{b_n\}$  以独立等概方式取值于  $\pm 1$ ， $g_A(t)$  是幅度为 1，宽度为  $T_b$  的不归零矩形脉冲。此信号通过 M 进制脉冲幅度调制器(MPAM)后成为  $s_B(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m g_B(t - mT_s)$ ，其中  $\{a_m\}$  取值于  $\{\pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots, \pm 15\}$ ， $g_B(t)$  是幅度为 1，宽度为  $T_s$  的不归零矩形脉冲。然后将  $s_B(t)$  通过一个传递函数为  $H(f)$  的网孔均衡器以使输出  $s_C(t)$  具有平坦频谱。 $s_C(t)$  经过一个滚降系数为  $\alpha = 1$  的根号升余弦滤波器成为  $s_D(t)$  后送至基带信道中传输。



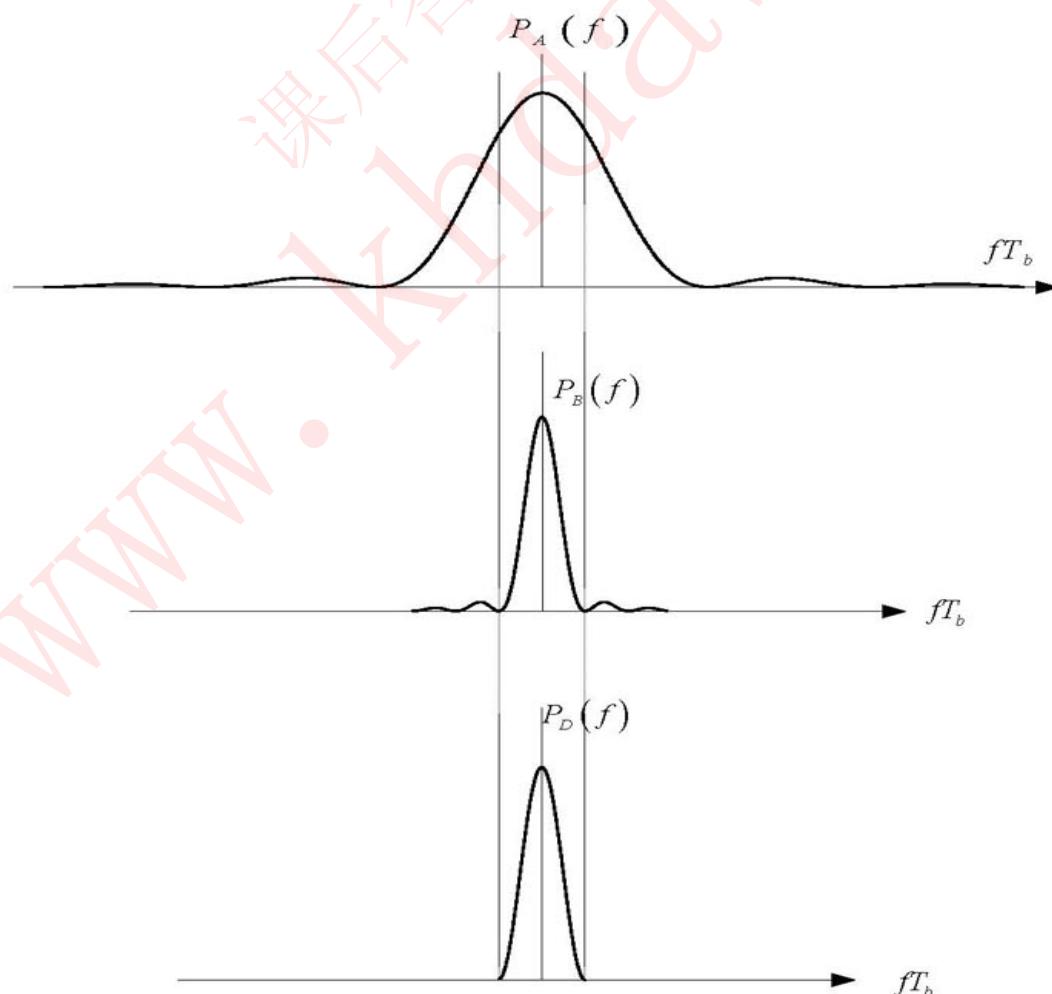
解: (1)  $a_m$  有 16 个不同取值, 故  $M=16$ , 因此发送信号的符号速率为  $R_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{4T_b}$ 。

(2) 网孔均衡器输出的数字信号是  $s_c(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m g_c(t - mT_s)$ , 由于  $\{b_n\}$  是独立等概序列, 所以  $\{a_m\}$  也是独立等概序列且  $E[a_m] = 0, E[a_m^2] = \frac{1+3^2+\dots+15^2}{8} = 85$ 。故  $s_c(t)$  的功率谱密度为  $P_c(f) = \frac{E[a_m^2]}{T_s} |G_c(f)|^2 = \frac{E[a_m^2]}{T_s} |H(f)G_B(f)|^2$ , 其中  $G_B(f)$ 、 $G_c(f)$  分别是  $g_B(t)$  和  $g_c(t)$  的傅氏变换。欲  $s_c(t)$  有平坦的功率谱, 需  $H(f)G_B(f)$  为常数。由于  $G_B(f) = T_s \text{sinc}(fT_s)$ , 所以  $|H(f)|^2 = \frac{K}{\text{sinc}(fT_s)}$ ,  $K$  是任意常数。

$$(3) P_A(f) = \frac{E[a_b^2]}{T_b} |G_A(f)|^2 = \frac{1}{T_b} |\text{sinc}(fT_b)|^2$$

$$P_B(f) = \frac{E[a_m^2]}{T_s} |G_B(f)|^2 = \frac{85}{T_s} |\text{sinc}(fT_s)|^2$$

$$P_D(f) = K' |\sqrt{H_{\text{rcos}}(f)}|^2 = K' H_{\text{rcos}}(f), \text{ 其中 } K' \text{ 是常数。}$$



[返回页首](#)

## 5.12

某基带传输系统接收端的抽样值为  $y = a + n + i_m$ ，其中  $a$  代表发送信息，它等概取值于  $\pm 1$ 。 $n$  代表高斯噪声分量，其均值为 0，方差为  $\sigma^2$ 。 $i_m$  代表码间干扰， $i_m$  有 3 个可能的取值： $-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}$ ，它们的出现概率分别为  $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ 。若接收端的判决门限是 0，求该系统的平均误比特率。

解:

$$P_e = P(e|a=+1)P(a=+1) + P(e|a=-1)P(a=-1) = \frac{P(e|a=+1) + P(e|a=-1)}{2}$$

$$\begin{aligned} P(e|a=1) &= P(1+n+i_m < 0) = P(n < -1-i_m) \\ &= P\left(n < -\frac{1}{2}\right)P\left(i_m = -\frac{1}{2}\right) + P(n < -1)P(i_m = 0) + P\left(n < -\frac{3}{2}\right)P\left(i_m = \frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{8}\operatorname{erfc}\left(\frac{1/2}{\sqrt{2}\sigma^2}\right) + \frac{1}{4}\operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma^2}\right) + \frac{1}{8}\operatorname{erfc}\left(\frac{3/2}{\sqrt{2}\sigma^2}\right) \\ &= \frac{1}{8}\operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{8}\sigma^2}\right) + \frac{1}{4}\operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma^2}\right) + \frac{1}{8}\operatorname{erfc}\left(\frac{3}{\sqrt{8}\sigma^2}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(e|a=-1) &= P(1+n+i_m > 0) = P(n > 1-i_m) \\ &= P\left(n > \frac{1}{2}\right)P\left(i_m = \frac{1}{2}\right) + P(n > 1)P(i_m = 0) + P\left(n > \frac{3}{2}\right)P\left(i_m = -\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{8}\operatorname{erfc}\left(\frac{1/2}{\sqrt{2}\sigma^2}\right) + \frac{1}{4}\operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma^2}\right) + \frac{1}{8}\operatorname{erfc}\left(\frac{3/2}{\sqrt{2}\sigma^2}\right) \\ &= \frac{1}{8}\operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{8}\sigma^2}\right) + \frac{1}{4}\operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma^2}\right) + \frac{1}{8}\operatorname{erfc}\left(\frac{3}{\sqrt{8}\sigma^2}\right) \end{aligned}$$

$$\text{所以 } P_e = \frac{1}{8}\operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{8}\sigma^2}\right) + \frac{1}{4}\operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma^2}\right) + \frac{1}{8}\operatorname{erfc}\left(\frac{3}{\sqrt{8}\sigma^2}\right)$$

[返回页首](#)

下图中，速率为  $R_b = 9600 \text{ bit/s}$  的二进制序列经串并变换、D/A 变换后输出 8PAM 信号，然后经过频谱成形电路使输出脉冲具有滚降因子  $\alpha = 0.5$  的根号升余弦滚降频谱，再发送至基带信道。求发送信号的符号速率  $R_s$ 、要求的基带信道的带宽以及该系统的频带利用率。



解：发送信号的符号速率为  $R_s = \frac{R_b}{3} = 3200 \text{ Baud}$   $R_b = 9600 / 3 = 3200 \text{ bit/s}$ ，要求的基带信号的带宽为  $W = (1 + \alpha) \frac{R_s}{2} = 2400 \text{ Hz}$ ，频带利用率为  $\frac{R_b}{W} = \frac{9600}{2400} = 4 \text{ bits/s/Hz}$

[返回页首](#)

## 5.14

二进制信息序列经 MAPM 调制及升余弦滚降频谱成形后通过基带信道传输，已知基带信道的带宽是  $W = 3000 \text{ Hz}$ 。若升余弦滤波器的滚降系数  $\alpha$  分别为 0、0.5、1。请

(1) 分别求出该系统无码间干扰传输时的符号速率；

(2) 若 MPAM 的进制数  $M$  是 16，请写出其相应的二进制信息速率。

解：(1)  $\because W = (1 + \alpha) \frac{R_s}{2} \therefore R_s = \frac{2W}{\alpha + 1}$ 。因此， $\alpha = 0$  时， $R_s = 6000 \text{ Baud}$ ； $\alpha = 0.5$  时， $R_s = 4000 \text{ Baud}$ ； $\alpha = 1$  时， $R_s = 3000 \text{ Baud}$ 。

(2)  $R_b = R_s \times \log_2 M$ ， $\alpha = 0$  时， $R_b = 6000 \text{ baud} \times 4 = 24 \text{ Kbit/s}$ ； $\alpha = 0.5$  时， $R_b = 16 \text{ Kbit/s}$ ； $\alpha = 1$  时， $R_b = 12 \text{ Kbit/s}$

[返回页首](#)

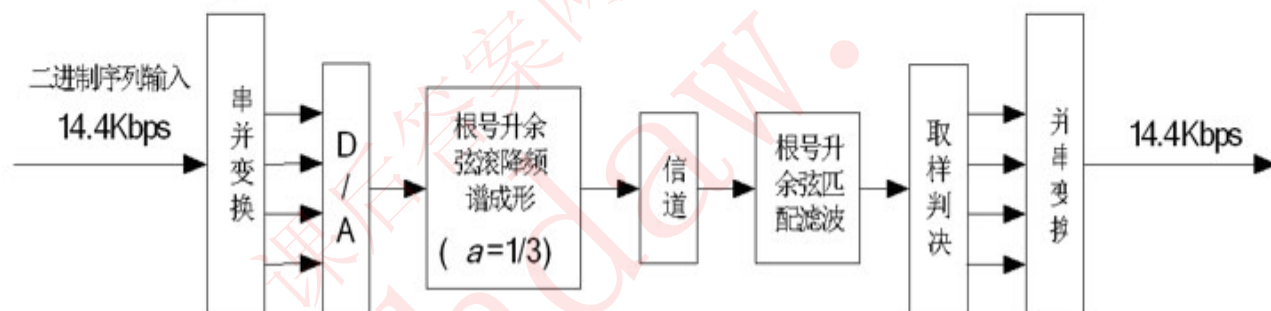
## 5.15

设计一 M 进制 PAM 系统，其输入的比特速率为 14.4 Kbit/s，基带信道带宽  $W=2400\text{Hz}$ ，画出此基带传输系统的框图。

解：假设系统的滚降系数为  $\alpha$ ，则  $W = (1+\alpha)\frac{R_s}{2} = (1+\alpha)\frac{R_b}{2\log_2 M}$ ，

$$\frac{1+\alpha}{\log_2 M} = \frac{2W}{R_b} = \frac{2 \times 2400}{14400} = \frac{1}{3}, \quad \alpha = \frac{5}{18} \log_2 M - 1. \text{ 按 } \alpha > 0 \text{ 设计, 最小的 } M \text{ 是 } 16, \text{ 相}$$

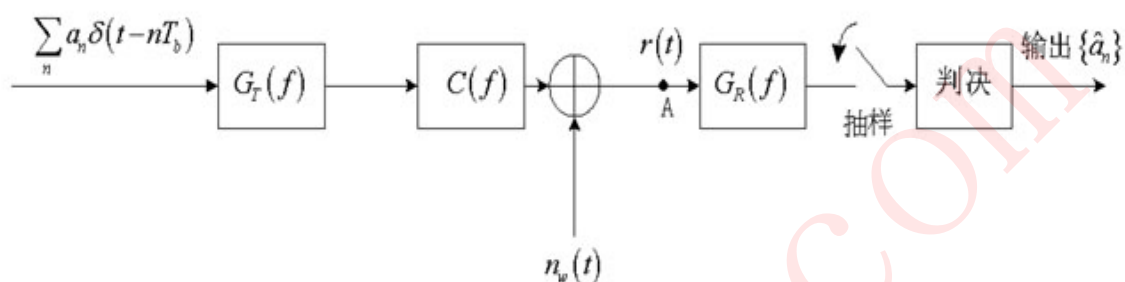
应的滚降系数是  $\frac{1}{3}$ 。系统框图如下：



[返回页首](#)

## 5.16

下图是一个数字基带传输系统，图中信道  $C(f)$  是理想低通，发送滤波  $G_T(f)$  和接收滤波  $G_R(f)$  满足  $G_T(f) = G_R(f) = \sqrt{H_{rcos}(f)}$ ， $H_{rcos}(f)$  是升余弦滚降特性。 $n_w(t)$  是功率谱密度为  $\frac{N_0}{2}$  的白高斯噪声， $\{a_n\}$  独立等概取值于  $\pm 1$ ，A 点平均比特能量为  $E_b$ 。



- (1) 求最佳抽样时刻抽样值中的信号幅度值、瞬时信号功率值及噪声平均功率、抽样时刻的信噪比；
- (2) 求系统的平均误比特率。

解：(1) 记  $g_T(t)$ 、 $g_R(t)$ 、 $g(t)$  分别为  $G_T(f)$ 、 $G_R(f)$ 、 $G_T(f)G_R(f)=H_{\text{rcos}}(f)$  的傅氏反变换，则 A 点接收信号可写为  $r(t)=\sum_n a_n g_T(t-nT_b)+n_w(t)=s(t)+n_w(t)$ 。

A 点有用信号  $s(t)$  的功率谱密度为  $P_s(f)=\frac{|G_T(f)C(f)|^2}{T_b}=\frac{H_{\text{rcos}}(f)}{T_b}$ ，平均每比特的能量是  $E_b=T_b\int_{-\infty}^{\infty}P_s(f)df=\int_{-\infty}^{\infty}H_{\text{rcos}}(f)df$ 。

不妨考虑第 0 个取样及发送  $a_0=1$  的情况，由于  $g(0)=\int_{-\infty}^{\infty}H_{\text{rcos}}(f)e^{j2\pi f \times 0}df=E_b$ ，所以取样结果为  $y_0=a_0g(0)+n=E_b+n$ ， $n$  是样值中的噪声分量。因此样值中有用信号的幅度是  $E_b$ ，瞬时信号功率是  $E_b^2$ ，噪声平均功率是  $E[n^2]=E[n^2(t)]=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{N_0}{2}|G_R(f)|^2df=\frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{\infty}H_{\text{rcos}}(f)df=\frac{N_0E_b}{2}$ ，抽样时刻信噪比为  $\frac{E_b^2}{N_0E_b/2}=\frac{2E_b}{N_0}$ 。

(2) 由对称性可知最佳判决门限  $V_T=0$ ，因而

$$P(e|a_n=1)=P(n<-E_b)=\frac{1}{2}\text{erfc}\left(\frac{E_b}{\sqrt{2\times\frac{N_0E_b}{2}}}\right)=\frac{1}{2}\text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

同理可得  $P(e|a_n=-1)=P(e|a_n=1)=\frac{1}{2}\text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$ 。于是

$$P_b=P(a_n=1)P(e|a_n=1)+P(a_n=-1)P(e|a_n=-1)=\frac{1}{2}\text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

注 1：对于  $x\geq 0$  以及高斯随机变量  $n\sim N\left(0,\frac{1}{2}\right)$ ， $\text{erfc}(x)\square P(|n|>x)$ ，因此对于  $x\geq 0$  以及高斯随机变量  $\xi\sim N(0,\sigma^2)$ ，我们有

$$P(\xi>x)=P(\xi<-x)=\frac{1}{2}P\left(\left|\frac{\xi}{\sqrt{2\sigma^2}}\right|>\frac{x}{\sqrt{2\sigma^2}}\right)=\frac{1}{2}\text{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2\sigma^2}}\right)$$

注 2：对于任意的二元星座点，高斯干扰，对称分布的情形，最佳门限是两个星座点之中点。

若星座点之间的欧氏距离为  $d$ ，则错误率为  $\frac{1}{2}\text{erfc}\left(\sqrt{\frac{d^2}{8\sigma^2}}\right)$ 。

[返回页首](#)

一个双极性矩形不归零 2PAM 信号受到功率谱密度为  $N_0/2$  的加性白高斯噪声  $n_w(t)$  的干扰,若发送正极性脉冲  $s_1(t)$  和负极性脉冲  $s_2(t)$  的概率分别是  $P(s_1)=1/3$ 、 $P(s_2)=2/3$ 。求

- (1) 最佳接收系统的最佳判决门限;
- (2) 平均误比特率。

解：(1) 设比特能量为  $E_b$ ，脉冲宽度为  $T_b$ ，则  $s_1(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{E_b}{T_b}} & 0 \leq t < T_b \\ 0 & \text{else} \end{cases}$ ， $s_2(t) = -s_1(t)$ 。

假设接收机的匹配滤波器对  $s_1(t)$  匹配，则其冲激响应为  $h(t) = K s_1(T_b - t) = K s_1(t)$ ，最佳取样时刻是  $t = T_b$ 。取  $K = \sqrt{\frac{T_b}{E_b}}$ ，则  $h(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < T_b \\ 0 & \text{else} \end{cases}$ 。

发  $s_1$  时，抽样值为

$$y = \int_0^{T_b} h(\tau) [s_1(T_b - \tau) + n_w(T_b - \tau)] d\tau = \int_0^{T_b} \left[ \sqrt{\frac{E_b}{T_b}} + n_w(T_b - \tau) \right] d\tau \\ = \sqrt{E_b T_b} + \underbrace{\int_0^{T_b} n_w(T_b - \tau) d\tau}_Z = \sqrt{E_b T_b} + Z$$

$Z$  为高斯随机变量， $E[Z] = E\left[\int_0^{T_b} n_w(T_b - \tau) d\tau\right] = \int_0^{T_b} E[n_w(T_b - \tau)] d\tau = 0$ 。

$$E[Z^2] = E\left[\int_0^{T_b} n_w(T_b - \tau) d\tau \times \int_0^{T_b} n_w(T_b - \tau') d\tau'\right] \\ = \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} E[n_w(T_b - \tau) n_w(T_b - \tau')] d\tau d\tau' \\ = \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} \frac{N_0}{2} \delta(\tau' - \tau) d\tau d\tau' = \frac{N_0 T_b}{2}$$

所以发送  $s_1$  条件下  $y$  的概率密度函数为  $p_1(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi T_b N_0}} e^{-\frac{(y - \sqrt{E_b T_b})^2}{N_0 T_b}}$ 。同理可得，发送  $s_2$  条

件下  $y$  的概率密度函数为  $p_2(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi T_b N_0}} e^{-\frac{(y + \sqrt{E_b T_b})^2}{N_0 T_b}}$ 。

最佳判决门限  $V_\tau$  是后验概率  $P(s_1|y)$ 、 $P(s_2|y)$  相等的分界点，即  $P(s_1|V_\tau) = P(s_2|V_\tau)$ ，由贝叶斯准则，有  $P(s_1)P(V_\tau|s_1) = P(s_2)P(V_\tau|s_2)$ ，即

$$\frac{1}{3\sqrt{\pi N_0 T_b}} e^{-\frac{(V_\tau - \sqrt{E_b T_b})^2}{N_0 T_b}} = \frac{2}{3\sqrt{\pi N_0 T_b}} e^{-\frac{(V_\tau + \sqrt{E_b T_b})^2}{N_0 T_b}} \\ \Rightarrow -\frac{(V_\tau - \sqrt{E_b T_b})^2}{N_0 T_b} = \ln 2 - \frac{(V_\tau + \sqrt{E_b T_b})^2}{N_0 T_b} \\ \Rightarrow 2V_\tau \sqrt{E_b T_b} = N_0 T_b \ln 2 - 2V_\tau \sqrt{E_b T_b} \\ \Rightarrow V_\tau = \frac{N_0 \sqrt{T_b} \ln 2}{4\sqrt{E_b}}$$

(2)

$$P(e|s_1) = P(y < V_\tau | s_1) = P\left(\sqrt{E_b T_b} + Z < \frac{N_0 \ln 2}{4} \sqrt{\frac{T_b}{E_b}}\right) \\ = P\left(Z < -\left(\sqrt{E_b T_b} - \frac{N_0 \ln 2}{4} \sqrt{\frac{T_b}{E_b}}\right)\right) \\ = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{E_b T_b} - \frac{N_0 \ln 2}{4} \sqrt{\frac{T_b}{E_b}}}{\sqrt{N_0 T_b}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \left(1 - \frac{N_0 \ln 2}{E_b}\right)\right)$$

$$P(e|s_2) = P(y > V_\tau | s_2) = P\left(-\sqrt{E_b T_b} + Z > \frac{N_0 \ln 2}{4} \sqrt{\frac{T_b}{E_b}}\right) \\ = P\left(Z > \left(\sqrt{E_b T_b} + \frac{N_0 \ln 2}{4} \sqrt{\frac{T_b}{E_b}}\right)\right) \\ = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{E_b T_b} + \frac{N_0 \ln 2}{4} \sqrt{\frac{T_b}{E_b}}}{\sqrt{N_0 T_b}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \left(1 + \frac{N_0 \ln 2}{E_b}\right)\right)$$

平均误码率为：

$$P_b = P(s_1)P(e|s_1) + P(s_2)P(e|s_2) \\ = \frac{1}{6} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \left(1 - \frac{N_0 \ln 2}{E_b}\right)\right) + \frac{1}{3} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \left(1 + \frac{N_0 \ln 2}{E_b}\right)\right)$$

注：匹配滤波器可以有任意的常数系数  $K$ ，不同  $K$  时所得到的最佳门限值也相差一个系数  $K$ ，但最佳的误码率与  $K$  无关。

[返回页首](#)

## 5.18

某数字基带传输系统在抽样时刻的抽样值存在码间干扰，该系统的冲激响应  $x(t)$  的离散抽样值为  $x_{-1}=0.3$ ， $x_0=0.9$ ， $x_1=0.3$ 。若该系统与三抽头迫零均衡器相级联，请求出此迫零均衡器的抽头器的抽头系数  $\omega_{-1}$ ， $\omega_0$ ， $\omega_1$  值，并计算出均衡前后的峰值畸变值。

解：(1) 包含均衡器后总的系统响应是  $\{h_k\} = \{x_k\} \otimes \{\omega_k\}$ ， $\otimes$  代表卷积，即

$$h_k = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_{k-n} x_n = \omega_{k-1} x_1 + \omega_k x_0 + \omega_{k+1} x_{-1} = 0.3\omega_{k-1} + 0.9\omega_k + 0.3\omega_{k+1}。$$

三抽头迫零均衡将使  $h_k = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k=\pm 1 \end{cases}$ ，由此得线性方程组  $\begin{cases} 0.9\omega_{-1} + 0.3\omega_0 = 0 \\ 0.3\omega_{-1} + 0.9\omega_0 + 0.3\omega_1 = 1 \\ 0.3\omega_0 + 0.9\omega_1 = 0 \end{cases}$ ，得

$$\text{解为 } \begin{cases} \omega_{-1} = \omega_1 = -\frac{10}{21} \\ \omega_0 = -3\omega_1 = \frac{10}{7} \end{cases}$$

(2) 计算均衡前后的峰值畸变

$$\text{①均衡前的峰值畸变 } D = \frac{1}{x_0} \sum_{\substack{k=-1 \\ k \neq 0}}^1 |x_k| = \frac{0.3+0.3}{0.9} = \frac{2}{3}$$

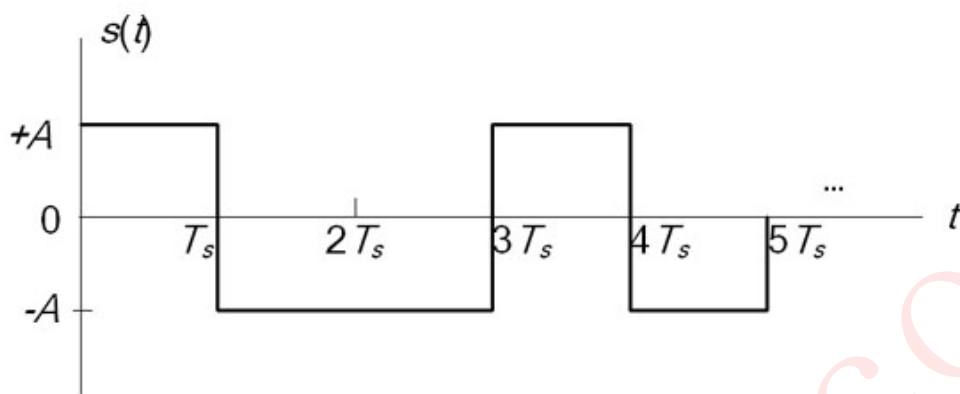
$$\text{②均衡后的总体响应为 } h_k = 0.3\omega_{k-1} + 0.9\omega_k + 0.3\omega_{k+1} = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k=\pm 1 \\ -\frac{1}{7} & k=\pm 2 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$\text{均衡后的峰值畸变值为 } D = \frac{1}{h_0} \sum_{\substack{k=-2 \\ k \neq 0}}^2 |h_k| = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{2}{7}$$

[返回页首](#)

## 5. 19

二进制序列通过加有预编码器的第一类部分响应系统，如下图所示。



请写出以下的编码及相应电平、判决结果：

|        |                 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |      |
|--------|-----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|------|
| 输入数据   | $\{b_n\}$       | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1... |
| 预编码器输出 | $\{d_n\}$       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |      |
| 二电平序列  | $\{a_n\}$       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |      |
| 抽样序列   | $\{c_n\}$       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |      |
| 判决输出   | $\{\hat{b}_n\}$ |   |   |   |   |   |   |   |   |   |      |

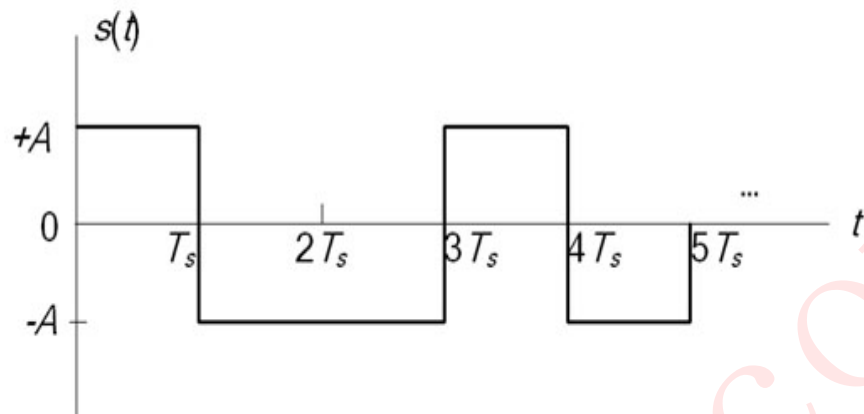
解：

|        |                 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |         |
|--------|-----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---------|
| 输入数据   | $\{b_n\}$       | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1...    |
| 预编码器输出 | $\{d_n\}$       | 0  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 1...    |
| 二电平序列  | $\{a_n\}$       | -1 | +1 | +1 | +1 | -1 | -1 | +1 | -1 | -1 | -1+1... |
| 抽样序列   | $\{c_n\}$       | 0  | 2  | 2  | 0  | -2 | 0  | 0  | -2 | -2 | 0...    |
| 判决输出   | $\{\hat{b}_n\}$ | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1...    |

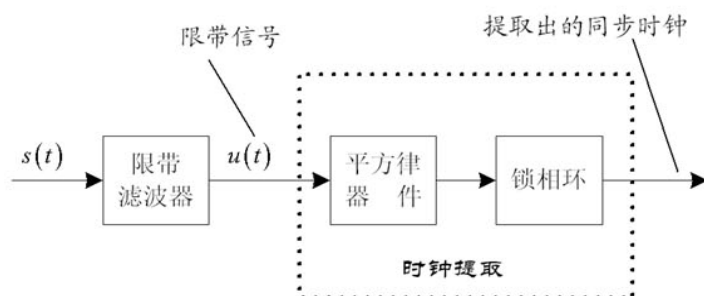
[返回页首](#)

## 5. 20

设有数字基带信号如下图所示，此信号经过一个限带滤波器后成为限带信号，试利用平方律器件和锁相环提取符号同步信号，画出原理框图，说明原理，并指出这种提取时钟的方法对限带滤波器有什么要求。



解：原理框图如下：



原理如下：

限带信号可写成  $u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(t - nT_s - t_0)$ ，其中  $x(t)$  是限带后的脉冲波形，若限带滤波器的特性是  $H(f)$ ，则  $x(t)$  的频谱为  $X(f) = AT_b H(f) \text{sinc}(fT_s)$ 。

平方后的信号是  $u^2(t) = \sum_n \sum_m a_n a_m x(t - nT_s - t_0) x(t - mT_s - t_0)$

假设  $\{a_n\}$  是取值于  $\pm 1$  的独立等概序列，则平方器输出信号的数学期望是

$$v(t) = E[u^2(t)] = \sum_n \sum_m E[a_n a_m] x(t - nT_s - t_0) x(t - mT_s - t_0) = \sum_m x^2(t - mT_s - t_0)$$

令  $g(t) = x^2(t)$ ，则  $v(t)$  等价于  $\sum_m \delta(t - mT_s)$  经过一个冲激响应为  $g(t - t_0)$  的线性系统的输出。注意到  $\sum_m \delta(t - mT_s) = \frac{1}{T_s} \sum_n e^{j2\pi \frac{n}{T_s} t}$ ，设  $G(f)$  是  $g(t)$  的傅氏变换，由于  $e^{j2\pi \frac{n}{T_s} t}$

通过  $G(f)$  后的输出是  $G\left(\frac{n}{T_s}\right) e^{j2\pi \frac{n}{T_s} t}$ ，所以  $v(t) = \frac{1}{T_s} \sum_n G\left(\frac{n}{T_s}\right) e^{j2\pi \frac{n}{T_s} (t - t_0)}$ 。因此，只要

$G\left(\frac{1}{T_s}\right) \neq 0$ ， $u^2(t)$  中就包含有  $f = \frac{1}{T_s}$  的离散线谱分量，用窄带滤波器或锁相环提出这个分量就获得了同步时钟。

由 Parseval 定理：

$$\begin{aligned} G\left(\frac{1}{T_s}\right) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) e^{-j\frac{2\pi t}{T_s}} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) \left[ x(t) e^{-j\frac{2\pi t}{T_s}} \right] dt = \int_{-\infty}^{\infty} X^*(f) X\left(\frac{1}{T_s} + f\right) df \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} X(f) X\left(\frac{1}{T_s} - f\right) df = \int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}(fT_s) \text{sinc}(fT_s - 1) H(f) H\left(\frac{1}{T_s} - f\right) df \end{aligned}$$

即要求限带滤波器满足  $\int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}(fT_s) \text{sinc}(fT_s - 1) H(f) H\left(\frac{1}{T_s} - f\right) df \neq 0$  的条件。

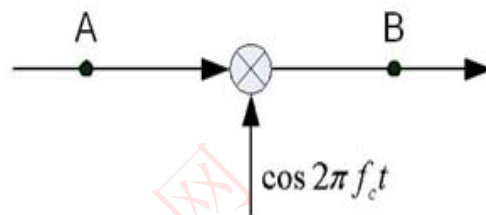
注：Parseval 定理的一般形式是  $\int_{-\infty}^{\infty} u^*(t) v(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} U^*(f) V(f) df$ ，其中  $U(f), V(f)$  分别是复函数  $u(t), v(t)$  的傅氏变换。

[返回页首](#)

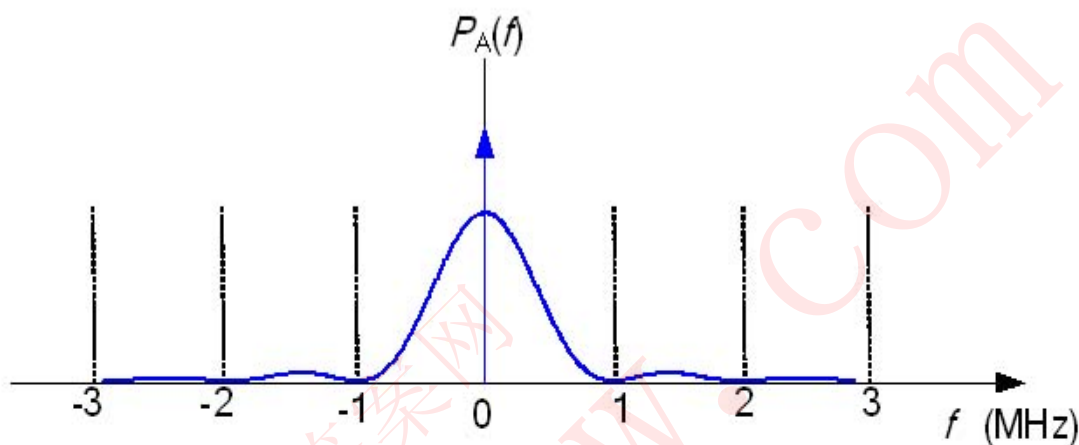
## 第六章 数字信号的频带传输

### 6.1

下图中，A 点信号是幅度为 1 的单极性不归零码，二进制序列独立等概，速率为  $R_b = 1\text{Mbit/s}$ ，B 点信号是 OOK，载波频率是  $f_c = 100\text{MHz}$ 。请给出 A、B 两点的功率谱密度，并画出功率谱密度图。



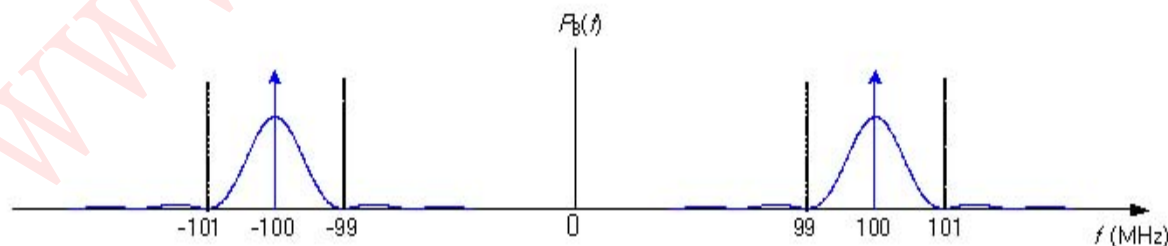
解：A 点信号等价于幅度为  $\pm \frac{1}{2}$  的双极性不归零信号叠加了一个幅度为  $\frac{1}{2}$  的直流，因此该点的功率谱密度为  $P_A(f) = \frac{1}{4T_b} |T_b \text{sinc}(fT_b)|^2 + \frac{1}{4} \delta(f) = \frac{R_b}{4} \text{sinc}^2\left(\frac{f}{R_b}\right) + \frac{\delta(f)}{4}$ ，其图如下



B 点 OOK 信号的功率谱为

$$P_B(f) = \frac{P_A(f - f_c) + P_A(f + f_c)}{4} = \frac{R_b}{16} \left[ \text{sinc}^2\left(\frac{f - f_c}{R_b}\right) + \text{sinc}^2\left(\frac{f + f_c}{R_b}\right) \right] + \frac{1}{16} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)]$$

其图如下：

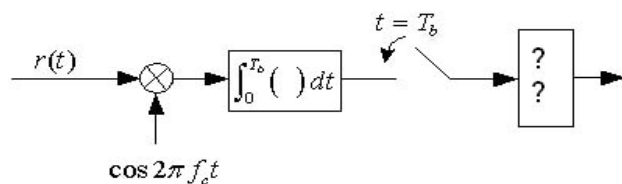


[返回页首](#)

已知二进制 OOK 数字通信系统中发送的二元信号是  $s_1(t) = A \cos 2\pi f_c t$ 、 $s_2(t) = 0$ ，持续时间为  $0 \leq t < T_b$ 。OOK 信号传输中受到功率密度为  $\frac{N_0}{2}$  的加性高斯白噪声  $n(t)$  的干扰，接收信号  $r(t)$  为  $r(t) = s_i(t) + n(t)$ ， $i = 1, 2$ 。

请画出最佳的相干接收机框图，并推导误比特率。（设  $s_1(t)$  与  $s_2(t)$  等概出现， $f_c \gg \frac{1}{T_b}$ ）

解：接收机框图如下



$$\text{发送 } s_1(t) \text{ 时抽样值 } y = \int_0^{T_b} r(t) \cos 2\pi f_c t dt = \frac{AT_b}{2} + \underbrace{\int_0^{T_b} n(t) \cos 2\pi f_c t dt}_Z = \frac{AT_b}{2} + Z, Z \text{ 显}$$

然是 0 均值高斯随机变量，其方差为

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E \left[ \int_0^{T_b} n(t) \cos 2\pi f_c t dt \times \int_0^{T_b} n(t) \cos 2\pi f_c t dt \right] \\ &= \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} E[n(t)n(t')] \cos 2\pi f_c t \cos 2\pi f_c t' dt dt' \\ &= \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} \frac{N_0}{2} \delta(t' - t) \cos 2\pi f_c t \cos 2\pi f_c t' dt dt' \\ &= \int_0^{T_b} \frac{N_0}{2} \cos^2 2\pi f_c t dt = \frac{N_0 T_b}{4} \end{aligned} \quad Z \sim N(0, \sigma^2), \text{ 其中发送知:}$$

$$\text{故 } p_1(y) = p(y|s_1) = \sqrt{\frac{2}{N_0 T_b}} e^{-\frac{2(y - \frac{AT_b}{2})^2}{N_0 T_b}}.$$

$$\text{发送 } s_2(t) \text{ 时, } y = \int_0^{T_b} r(t) \cos 2\pi f_c t dt = \underbrace{\int_0^{T_b} n(t) \cos 2\pi f_c t dt}_Z = Z, \text{ 同理可得}$$

$$p_1(y) = p(y|s_1) = \sqrt{\frac{2}{N_0 T_b}} e^{-\frac{2y^2}{N_0 T_b}}.$$

$s_1(t)$  与  $s_2(t)$  等概出现，故最佳门限  $V_T$  是  $p_1(y) = p_2(y)$  的解，可得  $V_T = \frac{AT_b}{4}$ 。

$$P(e|s_1) = P\left(\frac{AT_b}{2} + Z < \frac{AT_b}{4}\right) = P\left(Z < -\frac{AT_b}{4}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\frac{AT_b}{4}}{\sqrt{2 \times \frac{N_0 T_b}{4}}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{A^2 T_b}{8 N_0}}\right)$$

$$P(e|s_2) = P\left(Z > \frac{AT_b}{4}\right) = P\left(Z < -\frac{AT_b}{4}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{A^2 T_b}{8 N_0}}\right) = P(e|s_1)$$

$$\text{故平均误比特率为 } P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{A^2 T_b}{8 N_0}}\right)$$

[返回页首](#)

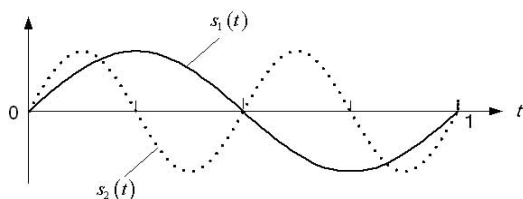
### 6.3

已知 2FSK 系统的两个信号波形为  $s_i(t) = \sin(2i\pi t)$ ,  $i=1,2$ ,  $0 \leq t < T_b$ , 其中  $T_b = 1s$ ,  $s_1(t)$  与  $s_2(t)$  等概出现。

(1)画出两信号的波形图, 求出平均比特能量  $E_b$  及两信号波形的相关系数  $\rho$ ;

(2)若 2FSK 信号在信道传输中受到功率谱密度为  $\frac{N_0}{2}$  加性白高斯噪声的干扰, 请画出最佳接收框图, 并推导其误比特率。

解：(1)两信号波形如下



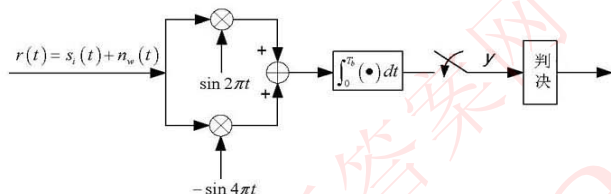
$$s_1(t) \text{ 的能量为 } E_1 = \int_0^1 (\sin 2\pi t)^2 dt = \frac{1}{2}$$

$$s_2(t) \text{ 的能量为 } E_2 = \int_0^1 (\sin 4\pi t)^2 dt = \frac{1}{2}$$

$$\text{所以平均比特能量为 } E_b = \frac{E_1 + E_2}{2} = \frac{1}{2}。$$

$$\text{相关系数为 } \rho_{12} = \frac{1}{E_b} \int_0^1 s_1(t) s_2(t) dt = 2 \int_0^1 (\sin 2\pi t) (\sin 4\pi t) dt = 0$$

(2)在白高斯噪声干扰下的最佳接收框图如下



图中的判决量

$$\begin{aligned} y &= \int_0^1 r(t) (\sin 2\pi t - \sin 4\pi t) dt \\ &= \int_0^1 (\sin 2\pi t) (\sin 2\pi t - \sin 4\pi t) dt + \underbrace{\int_0^1 n_w(t) (\sin 2\pi t - \sin 4\pi t) dt}_Z \\ &= \frac{a_L}{2} + Z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E \left[ \left( \int_0^1 n_w(t) (\sin 2\pi t - \sin 4\pi t) dt \right)^2 \right] \\ &= E \left[ \int_0^1 \int_0^1 n_w(t) (\sin 2\pi t - \sin 4\pi t) n_w(t') (\sin 2\pi t' - \sin 4\pi t') dt' dt \right] \\ &= \int_0^1 \int_0^1 E [n_w(t) n_w(t')] (\sin 2\pi t - \sin 4\pi t) (\sin 2\pi t' - \sin 4\pi t') dt' dt \\ &= \int_0^1 \int_0^1 \frac{N_0}{2} \delta(t - t') (\sin 2\pi t - \sin 4\pi t) (\sin 2\pi t' - \sin 4\pi t') dt' dt \\ &= \frac{N_0}{2} \int_0^1 (\sin 2\pi t - \sin 4\pi t)^2 dt = \frac{N_0}{2} \end{aligned}$$

因此发送  $s_1(t)$ 、 $s_2(t)$  时判决量  $y$  的概率密度函数分别为  $p_1(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\frac{(2y-1)^2}{4N_0}}$  及

$p_2(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\frac{(2y+1)^2}{4N_0}}$ ，最佳判决门限  $V_T$  满足  $p_1(V_T) = p_2(V_T)$ ，故有  $V_T = 0$ 。此时

$$P(e|s_1) = P\left(Z < -\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1/2}{\sqrt{2\sigma^2}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{4N_0}}\right)$$

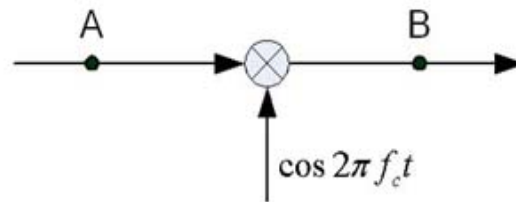
$$P(e|s_2) = P\left(Z > \frac{1}{2}\right) = P\left(Z < -\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{4N_0}}\right)$$

$$\text{因此平均误比特率是 } P_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{4N_0}}\right)$$

[返回页首](#)

# 6.4

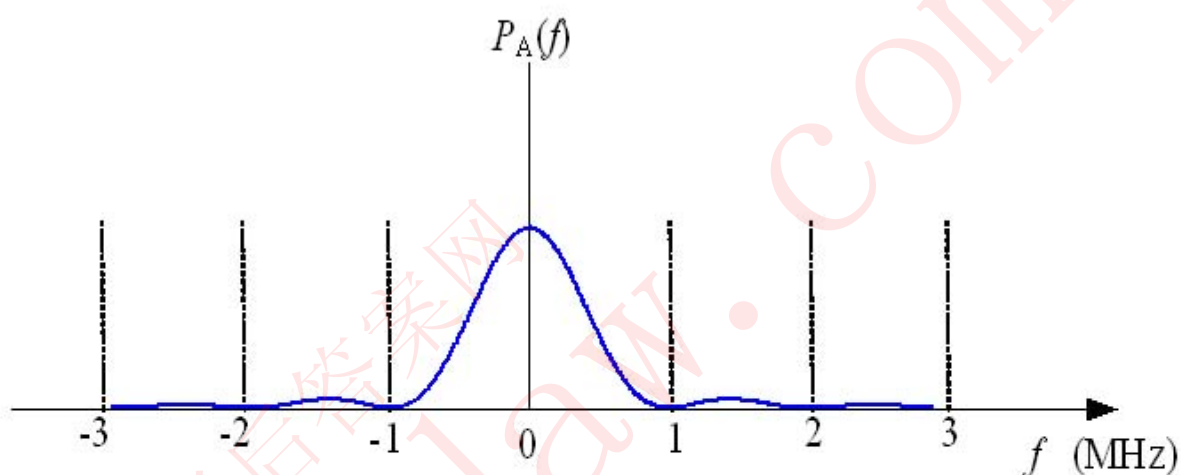
下图中，A 点信号是幅度为 1 的双极性不归零信号，二进制序列独立等概，速率为  $R_b = 1\text{Mbit/s}$ ，B 点信号是 BPSK，载波频率是  $f_c = 100\text{MHz}$ 。请给出 A、B 两点的功率谱密度，并画出功率谱密度图。



解：A 点信号的功率谱密度为

$$P_A(f) = \frac{1}{T_b} |T_b \text{sinc}(fT_b)|^2 = R_b \text{sinc}^2\left(\frac{f}{R_b}\right)$$

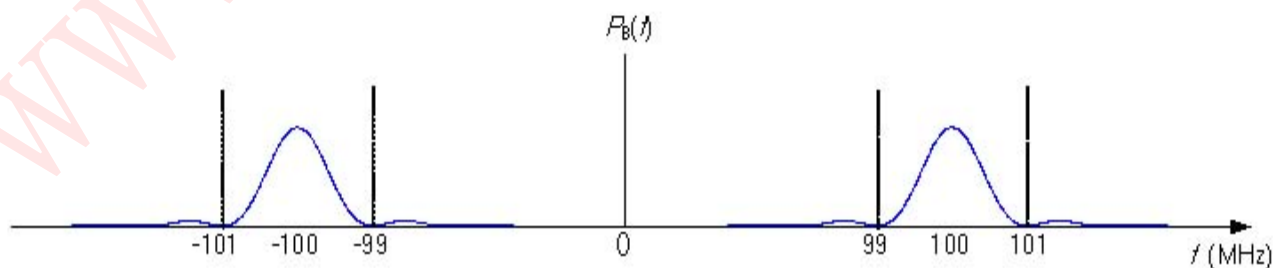
其图如下



B 点 BPSK 信号的功率谱为

$$P_B(f) = \frac{P_A(f - f_c) + P_A(f + f_c)}{4} = \frac{R_b}{4} \left[ \text{sinc}^2\left(\frac{f - f_c}{R_b}\right) + \text{sinc}^2\left(\frac{f + f_c}{R_b}\right) \right]$$

其图如下：



[返回页首](#)

已知 BFSK 系统的两个信号波形为  $s_1(t) = \sin(2\pi t)$ ,  $s_2(t) = -\sin(2\pi t)$ ,  $0 \leq t < T_b$ , 其中  $T_b = 1s$ ,  $s_1(t)$  与  $s_2(t)$  等概出现。

(1) 求平均比特能量  $E_b$  及两信号波形的相关系数  $\rho$ ;

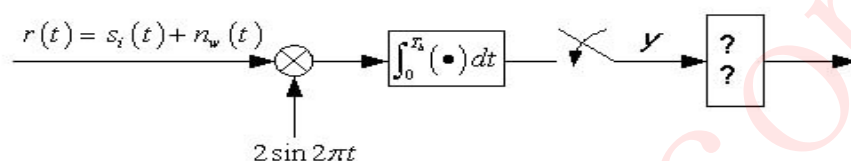
(2) 若 BPSK 信号在信道传输中受到功率谱密度为  $\frac{N_0}{2}$  加性白高斯噪声的干扰, 请画出最佳接收框图, 并推导其误比特率。

解: (1)  $s_1(t)$  的能量为  $E_1 = \int_0^1 (\sin 2\pi t)^2 dt = \frac{1}{2}$ ,  $s_2(t)$  的能量为  $E_2 = \int_0^1 (\sin 4\pi t)^2 dt = \frac{1}{2}$

所以平均比特能量为  $E_b = \frac{E_1 + E_2}{2} = \frac{1}{2}$ 。

相关系数为  $\rho_{12} = \frac{1}{E_b} \int_0^1 s_1(t) s_2(t) dt = 2 \int_0^1 (\sin 2\pi t)(-\sin 2\pi t) dt = -1$

(2) 在白高斯噪声干扰下的最佳接收框图如下



$s_i(t) = a_i \sin 2\pi t$ , 其中  $a_i = \begin{cases} 1 & i=1 \\ -1 & i=2 \end{cases}$ 。图中的判决量

$$y = \int_0^1 2r(t) \sin 2\pi t dt = 2 \int_0^1 a_i (\sin 2\pi t) (\sin 2\pi t) dt + \underbrace{2 \int_0^1 n_w(t) (\sin 2\pi t) dt}_Z = a_i + Z$$

$Z$  是均值为 0 的高斯随机变量, 其方差为

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E \left[ \left( 2 \int_0^1 n_w(t) (\sin 2\pi t) dt \right)^2 \right] = 4E \left[ \int_0^1 \int_0^1 n_w(t) (\sin 2\pi t) n_w(t') (\sin 2\pi t') dt' dt \right] \\ &= 4 \int_0^1 \int_0^1 E[n_w(t) n_w(t')] (\sin 2\pi t) (\sin 2\pi t') dt' dt \\ &= 4 \int_0^1 \int_0^1 \frac{N_0}{2} \delta(t-t') (\sin 2\pi t) (\sin 2\pi t') dt' dt = 2N_0 \int_0^1 (\sin 2\pi t)^2 dt = N_0 \end{aligned}$$

因此发送  $s_1(t)$ 、 $s_2(t)$  时判决量  $y$  的概率密度函数分别为  $p_1(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0}} e^{-\frac{(y-1)^2}{2N_0}}$  及

$p_2(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0}} e^{-\frac{(y+1)^2}{2N_0}}$ , 最佳判决门限  $V_T$  满足  $p_1(V_T) = p_2(V_T)$ , 故有  $V_T = 0$ 。此时

$$P(e|s_1) = P(Z < -1) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{1}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{1}{\sqrt{2N_0}} \right)$$

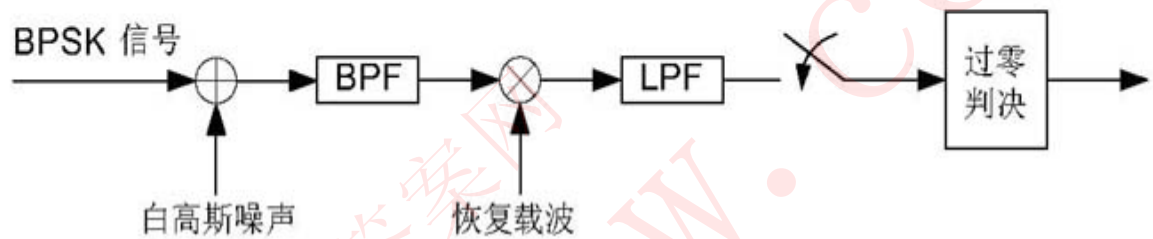
$$P(e|s_2) = P(Z > 1) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{1}{\sqrt{2N_0}} \right)$$

因此平均误比特率是  $P_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{1}{\sqrt{2N_0}} \right)$

[返回首页](#)

## 6.6

下图中，BPSK 信号是由双极性不归零信号调制正弦载波而成，理想带通滤波器 BPF 的带宽恰好能使 BPSK 信号的主瓣通过。恢复载波和发送载波之间有固定的相位偏差  $\theta$ ，LPF 用于滤除二倍载频分量，取样时刻是码元的中点。假设 BPF 对 BPSK 信号引起的失真可以忽略，求误比特率。



解：不妨设发送载波为  $\cos(2\pi f_c t + \theta)$ ，本地恢复载波为  $\cos 2\pi f_c t$ 。

BPF 输出的 BPSK 信号可写成  $\text{Re}\{\pm A e^{j\theta} e^{j2\pi f_c t}\}$ ，其中  $A$  是 BPSK 信号的幅度，“ $\pm$ ”对应发送 1、0。

BPF 输出的噪声  $n(t)$  可以表示成  $n(t) = \text{Re}\{\tilde{n}(t) e^{j2\pi f_c t}\}$ ，其中  $\tilde{n}(t) = n_c(t) + j n_s(t)$ ， $n(t)$ 、 $n_c(t)$ 、 $n_s(t)$  都是 0 均值的平稳高斯过程，方差都是  $\sigma^2 = \frac{2N_0}{T_b}$ ，其中  $N_0$  是白噪声的单边功率谱密度， $T_b$  是 BPSK 的码元宽度。

BPF 的总输出是  $r(t) = \text{Re}\{[\pm A e^{j\theta} + n_c(t) + j n_s(t)] e^{j2\pi f_c t}\}$  的，用载波  $\cos 2\pi f_c t$  解调得到的是  $\text{Re}\{\tilde{r}(t)\} = \text{Re}\{\pm A e^{j\theta} + n_c(t) + j n_s(t)\} = \pm A \cos \theta + n_c(t)$ 。采样结果是  $y = \pm A + \xi$ ， $\xi$  是对  $n_c(t)$  的采样结果， $\xi \sim N\left(0, \frac{2N_0}{T_b}\right)$ 。

发  $+A$  而错的概率是  $P(\xi < -A \cos \theta) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{A \cos \theta}{\sqrt{2\sigma^2}}\right) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{A^2 T_b \cos^2 \theta}{N_0}}\right)$

发  $-A$  而错的概率是  $P(\xi > A \cos \theta) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{A^2 T_b \cos^2 \theta}{N_0}}\right)$

故此平均错误率是  $P_b = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{A^2 T_b \cos^2 \theta}{N_0}}\right)$

## 8.1

**解：**由图可知  $y(t) = x(t) + x(t - \tau)$ ，所以信道的冲击响应为  $h(t) = \delta(t) + \delta(t - \tau)$ ，传输特性为  $H(\omega) = 1 + e^{-j\omega\tau}$ ，可知该信道为恒参信道。

信道的幅频特性  $|H(\omega)| = |1 + e^{-j\omega\tau}| = \left| e^{-j\frac{\omega\tau}{2}} (e^{j\frac{\omega\tau}{2}} + e^{-j\frac{\omega\tau}{2}}) \right| = 2 \cos \frac{\omega\tau}{2}$ ，

当  $\omega = (2n+1)\pi/\tau$  时其值为 0， $\omega = 2n\pi/\tau$  时则达到最大值，( $n \in Z$ )，两相邻零值点间的距离为  $2\pi/\tau$ 。

因此，若信号带宽  $\Delta f_s > \frac{1}{\tau}$ ，信号经过信道会有明显失真（频率选择性衰落）；若  $\Delta f_s \ll \frac{1}{\tau}$ ，则失真可以忽略（平坦性衰落）。

## 8.2

**解：**信道的传输特性为

$$H(\omega) = \begin{cases} e^{-j(\omega - \omega_c)t_0} & \omega \in [\omega_c - \Delta\omega/2, \omega_c + \Delta\omega/2] \\ e^{-j(\omega + \omega_c)t_0} & \omega \in [-\omega_c - \Delta\omega/2, -\omega_c + \Delta\omega/2] \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

输入信号的傅利叶变换为  $S(\omega) = \frac{1}{2}M(\omega + \omega_c) + \frac{1}{2}M(\omega - \omega_c)$ ，

因而输出为  $R(\omega) = S(\omega)H(\omega) = \frac{1}{2}M(\omega + \omega_c)e^{-j(\omega + \omega_c)t_0} + \frac{1}{2}M(\omega - \omega_c)e^{-j(\omega - \omega_c)t_0}$ ，

$r(t) = \frac{1}{2}m(t - t_0)e^{j\omega_c t} + \frac{1}{2}m(t - t_0)e^{-j\omega_c t} = m(t - t_0)\cos\omega_c t$ ，

对比输入  $s(t) = m(t)\cos\omega_c t$ ，信号整体有失真，但包络  $m(t)$  无失真。

$$H(\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

## 8.3

$$H(\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

**解：**信道的传输特性为

相频特性  $\varphi(\omega) = -\arctan(\omega RC)$ ，时延特性  $\tau(\omega) = \arctan(\omega RC)/\omega$ ，

群时延特性  $\tau_G(\omega) = \frac{RC}{1 + (\omega RC)^2}$ 。

由于时延特性和群时延特性都不是常数，信号通过此信道会发生失真。当  $\omega \rightarrow \infty$  时，二者都趋于 0，因此该信道对于高频信号失真不大，是一个高通网络。

## 8.4

解：一般选择码元宽度  $T = 3 \sim 5\tau_{\max}$ ，如果取宽度为 20ms，则码元速率约为 50B。

## 8.5

解：根据香农公式  $C = B \log_2(1 + \frac{S}{\sigma^2})$ ，可知信道容量  $C = 10^6 \log_2(1 + 10^2)$ 。当信噪比降为 10dB 时，为了保持相同的信道容量，要求  $B \log_2(1 + 10) = 10^6 \log_2(1 + 10^2)$ ，可得  $B = 1.92 \times 10^6 \text{ Hz}$ 。

## 8.6

解：(1)  $C = 3.4 \times 10^3 \log_2(1 + 10^2) = 22.638 \text{ kbit/s}$ ；

(2) 最高符号速率为  $C / \log_2 128 = 3.234 \text{ Bd}$ 。

## 8.7

解：由于抽样速率为 8kHz，若将抽样值量化为  $k$  个二进制码元，则有  $2^k$  个量化电平，码元速率为  $8k \times 10^3 \text{ bit/s}$ 。10 路 PCM 信号与两路 180kbit/s 的数据时分复用，输出速率为  $8k \times 10^4 + 2 \times 180 \times 10^3 = (8k + 36) \times 10^4 \text{ bit/s}$ 。进行 BPSK 调制且功率谱主瓣宽度为  $(100 \pm 1) \text{ MHz}$ ，即  $(8k + 36) \times 10^4 = 1 \times 10^6$ ，因此  $k = 8$ ，最大量化电平数  $M = 2^k = 256$ 。

## 9.1

解:

① 由生成矩阵与检验矩阵的关系, 易求:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

② 由伴随式的公式, 得

$$s = yH^T = (1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T = (0 \ 0 \ 1)$$

## 9.2

解:

① 由 H 阵求出 G 阵:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

② 首先将 m 分组, 四位码一组, 不足的用 0 补,

得  $m_1 = 1101$ ,  $m_2 = 0110$ ,  $m_3 = 1010$ , 则  $C_i = m_i \cdot G$

$$\therefore C_1 = (1 \ 1 \ 0 \ 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1)$$

$$C_2 = m_2 \cdot G = (0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)$$

$$C_3 = m_3 \cdot G = (1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1)$$

## 9.3

解: 利用 G 的初等行变换来完成相应的变换

① 1 行  $\leftrightarrow$  4 行, 2 行  $\leftrightarrow$  3 行, 得:

$$G' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

② 2 行+4 行, 1 行+3 行+4 行, 得:

$$G'' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

故  $G''$  就是所求的系统码生成阵。

## 9.4

解:

① 由初等行变换得:

$$G'' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

② 求相应的检验矩阵

$$H'' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

③ 由伴随式的定义, 得到伴随式表

$$S = (S_0 S_1 S_2 S_3)$$

|      | 陪集首     |
|------|---------|
| 0000 | 0000000 |
| 0001 | 0000001 |
| 0010 | 0000010 |
| 0100 | 0000100 |
| 1000 | 0001000 |
| 1101 | 0010000 |
| 0111 | 0100000 |
| 1110 | 1000000 |
| 0011 | 0000011 |
| 0101 | 0000101 |
| 1001 | 0001001 |
| 1100 | 0010001 |
| 0110 | 0100001 |
| 1111 | 1000001 |
| 1010 | 0001010 |
| 1011 | 0001011 |

④ 由定义可知  $d_{\min} = 4$

## 9.5

解: 由题可知, 该线性码为(7,3)码,  $d_{\min} = 4$ , 最多可纠一个错。而

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

所以, 其可纠差错图样及伴随式如下:

| $\vec{S}$ | $\vec{E}$ |
|-----------|-----------|
| 0001      | 0000001   |
| 0010      | 0000010   |

|      |         |
|------|---------|
| 0100 | 0000100 |
| 1000 | 0001000 |
| 0111 | 0010000 |
| 1110 | 0100000 |
| 1011 | 1000000 |

## 9.6

解:

$$\textcircled{1} h(x) = (x^7 + 1) / g(x) = 1 + x^2 + x^3$$

$$\textcircled{2} G(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G''(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

其系统码

$$H'' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

而对应的

## 9.7

解:

已知(7,4)汉明码的生成矩阵和校验矩阵如下:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

所以缩短码(6,3)只需要除去原(7,4)码生成矩阵的第一行, 及对应校验矩阵的第一列就可以了, 即

$$G' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad H' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

## 9.8

解: 分别列出

$$\textcircled{1} G(x) = 1 + x^2 + x^3$$

$$H(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^4$$

$$\textcircled{2} G(x) = 1 + x + x^3$$

$$H(x) = 1 + x + x^3 + x^4$$

$$\textcircled{3} G(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^4$$

$$H(x) = 1 + x^2 + x^3$$

$$\textcircled{4} \quad G(x) = 1 + x + x^3 + x^4$$

$$H(x) = 1 + x + x^3$$

$$\textcircled{5} \quad G(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6$$

$$H(x) = 1 + x$$

$$\textcircled{6} \quad G(x) = 1 + x$$

$$H(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6$$

## 9.9

证明：已知  $1 + x^{15} = (1 + x + x^2 + x^4 + x^5 + x^8 + x^{10})(1 + x + x^3 + x^5)$

即  $(1 + x + x^2 + x^4 + x^5 + x^8 + x^{10})(1 + x + x^3 + x^5) = 0 \pmod{(1 + x^{15})}$ ,

所以得证。

同时，有  $h(x) = 1 + x + x^3 + x^5$ 。

## 9.10

解：

$$\textcircled{1} \quad h(x) = (1 + x^{15}) / g(x) = x^{11} + x^8 + x^7 + x^5 + x^3 + x^2 + x + 1$$

② 已知系统码的生成矩阵

$$G = \begin{pmatrix} x^{n-1} + r_{n-1}(x) \\ x^{n-2} + r_{n-2}(x) \\ \vdots \\ x^{n-k} + r_{n-k}(x) \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} x^{14} + r_{14}(x) \\ x^{13} + r_{13}(x) \\ \vdots \\ x^4 + r_4(x) \end{pmatrix}$$

所以对于本题

由公式得

$$r_{14} = x^3 + 1, \quad r_{13} = x^3 + x^2 + 1, \quad r_{12} = x^3 + x^2 + x + 1,$$

$$r_{11} = x^3 + x^2 + x, \quad r_{10} = x^2 + x + 1, \quad r_9 = x^3 + x,$$

$$r_8 = x^2 + 1, \quad r_7 = x^3 + x + 1, \quad r_6 = x^3 + x^2,$$

$$r_5 = x^2 + x, \quad r_4 = x + 1,$$

$$G''' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ \vdots & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

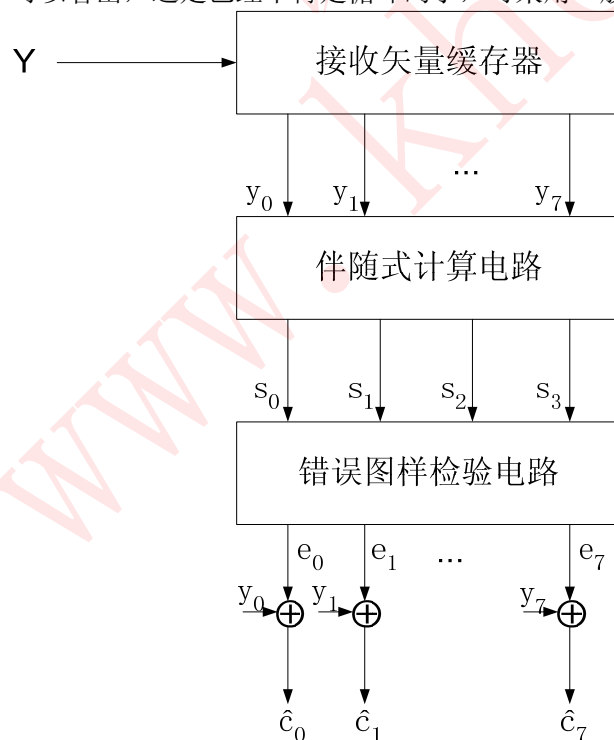
所以

③ 缩短为(8,4)后的生成矩阵和监督矩阵分别为

$$G' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vdots I_{4 \times 4}$$

可以看出，这是已经不再是循环码了，可采用一般的线性分组码译码器。框图如下：



解:

$$h(x) = (1 + x^{15}) / g(x) = x^7 + x^6 + x^4 + 1$$

## 9.12

解:

只要满足  $G(x) \cdot h(x) = 0 \pmod{x^{15} + 1}$  即可, 所以分别列出

$$(1) \quad G(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4, \quad H(x) = (1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)(1 + x + x^2)(1 + x)$$

$$(2) \quad G(x) = 1 + x^3 + x^4, \quad H(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)(1 + x + x^2)(1 + x)$$

$$(3) \quad G(x) = 1 + x + x^4, \quad H(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^2)(1 + x)$$

$$(4) \quad G(x) = 1 + x + x^2, \quad H(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)(1 + x)$$

$$(5) \quad G(x) = 1 + x, \quad H(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)(1 + x + x^2)$$

$$(6) \quad G(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x^3 + x^4), \quad H(x) = (1 + x + x^4)(1 + x + x^2)(1 + x)$$

$$(7) \quad G(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4), \quad H(x) = (1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^2)(1 + x)$$

$$(8) \quad G(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x + x^2), \quad H(x) = (1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)(1 + x)$$

(9)

$$G(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x), \quad H(x) = (1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)(1 + x + x^2)$$

$$(10) \quad G(x) = (1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4), \quad H(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x + x^2)(1 + x)$$

$$(11) \quad G(x) = (1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^2), \quad H(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)(1 + x)$$

$$(12) \quad G(x) = (1 + x^3 + x^4)(1 + x), \quad H(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)(1 + x + x^2)$$

$$(13) \quad G(x) = (1 + x + x^4)(1 + x + x^2), \quad H(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x^3 + x^4)(1 + x)$$

$$(14) \quad G(x) = (1 + x + x^4)(1 + x), \quad H(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^2)$$

$$(15) \quad G(x) = (1 + x + x^2)(1 + x), \quad H(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)$$

$$(16) \quad G(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4), \quad H(x) = (1 + x + x^2)(1 + x)$$

$$(17) \quad G(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^2), \quad H(x) = (1 + x + x^4)(1 + x)$$

$$(18) \quad G(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x^3 + x^4)(1 + x), \quad H(x) = (1 + x + x^4)(1 + x + x^2)$$

$$(19) \quad G(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)(1 + x + x^2), \quad H(x) = (1 + x^3 + x^4)(1 + x)$$

$$(20) \quad G(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)(1 + x), \quad H(x) = (1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^2)$$

$$(21) \quad G(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x + x^2)(1 + x), \quad H(x) = (1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)$$

$$(22) \quad G(x) = (1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)(1 + x + x^2), \quad H(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x)$$

$$(23) \quad G(x) = (1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)(1 + x), \quad H(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x + x^2)$$

$$(24) \quad G(x) = (1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^2)(1 + x), \quad H(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)$$

$$(25) \quad (1 + x + x^4)(1 + x + x^2)(1 + x), \quad H(x) = G(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x^3 + x^4)$$

$$(26) \quad G(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x^3 + x^4)(1 + x + x^4)(1 + x + x^2), \quad H(x) = (1 + x)$$

$$(27) \quad G(x) = (1+x+x^2+x^3+x^4)(1+x^3+x^4)(1+x+x^4)(1+x), \quad H(x) = (1+x+x^2)$$

$$(28) \quad G(x) = (1+x+x^2+x^3+x^4)(1+x^3+x^4)(1+x+x^2)(1+x), \quad H(x) = (1+x+x^4)$$

$$(29) \quad G(x) = (1+x+x^2+x^3+x^4)(1+x+x^4)(1+x+x^2)(1+x), \quad H(x) = (1+x^3+x^4)$$

$$(30) \quad G(x) = (1+x^3+x^4)(1+x+x^4)(1+x+x^2)(1+x), \quad H(x) = (1+x+x^2+x^3+x^4)$$

### 9.13

解:

取本原多项式  $p(x) = 1 + x^2 + x^5$ , 周期  $P = 2^5 - 1 = 31$

此题中, 令  $l = 5$ , 显然 31 不能整除  $2l - 1 = 9$ ,

故此 Fire 码的生成多项式

$$g(x) = (x^9 + 1)(1 + x^2 + x^5) = 1 + x^2 + x^5 + x^9 + x^{11} + x^{14}$$

其码长  $n = LCM(9, 31) = 279$ ,

其监督位数  $r = n - k = m + 2l - 1 = 5 + 2 \times 5 - 1 = 14$

其信息位数  $k = n - r = 279 - 14 = 265$

所以该 Fire 码是一个  $(n, k) = (279, 265)$  的循环码。能纠长度  $l = 5$  或更短的任何突发差错。

### 9.14

解:

已知  $t = 3, n = 15, m = 4$ , 由 RS 码的性质

码距:  $d = 2t + 1 = 7$  个符号:  $7 \times 4 = 28 \text{ bit}$

监督段:  $n - k = 2t = 2 \times 3 = 6$  个符号:  $6 \times 4 = 24 \text{ bit}$

码长:  $n = 15$  个符号:  $15 \times 4 = 60 \text{ bit}$

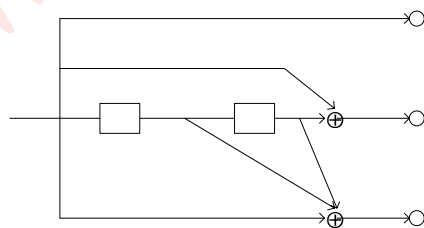
因此该码是  $(n, k) = (15, 9)$  的 RS 码, 也可看作  $(n, k) = (60, 36)$  的二进制码。其生成多项式

$$\begin{aligned} g(x) &= (x + \alpha)(x + \alpha^2)(x + \alpha^3)(x + \alpha^4)(x + \alpha^5)(x + \alpha^6) \\ &= x^6 + \alpha^{10}x^5 + \alpha^{14}x^4 + \alpha^4x^3 + \alpha^6x^2 + \alpha^9x + \alpha^6 \end{aligned}$$

### 9.15

解:

① 编码器结构



② 生成矩阵

```

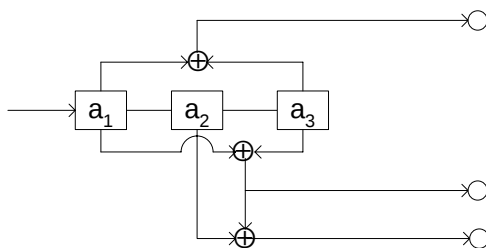
graph TD
    00((00)) -- "000/0" --> 00
    00 -- "111/1" --> 10((10))
    00 -- "011/0" --> 01((01))
    01 -- "100/1" --> 10
    01 -- "010/0" --> 11((11))
    10 -- "110/1" --> 11
    11 -- "101/1" --> 11
    11 -- "001/0" --> 00
  
```

**a** 00  

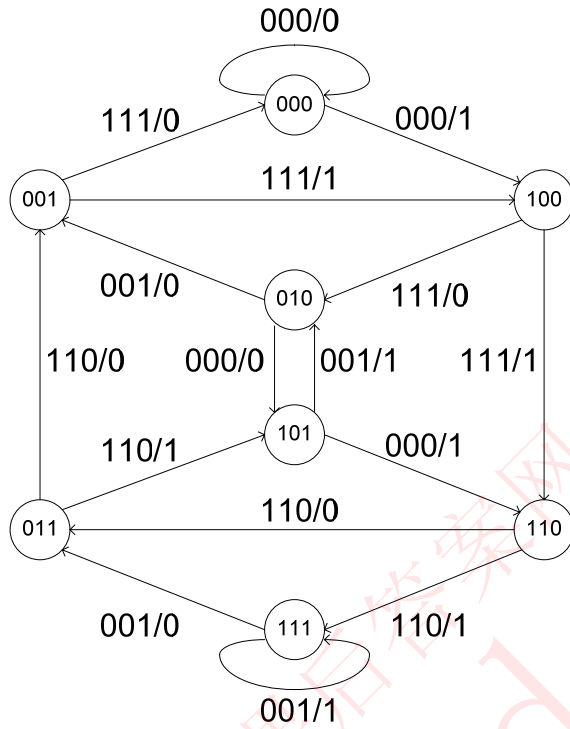
9.16

① 初始状态为 000, 令输入为 100.....序列, 则

$$\begin{cases} g_1 = a_1 \oplus a_3 \\ g_2 = a_1 \oplus a_3 \\ g_{31} = a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \end{cases}, \text{ 所以 } \begin{cases} g_1 = g_2 = (0101) \\ g_3 = (0111) \end{cases}$$



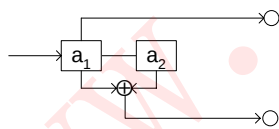
②



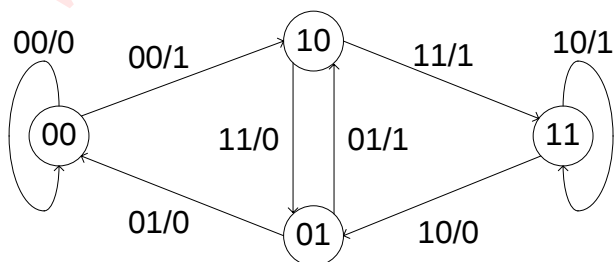
## 9.17

解:

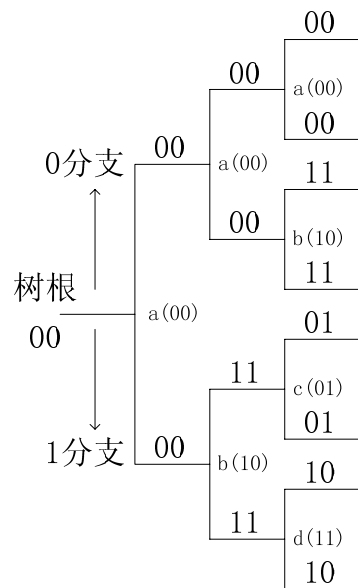
①  $g_1 = a_1, g_2 = a_1 \oplus a_2, \therefore g_1 = (010), g_2 = (011)$



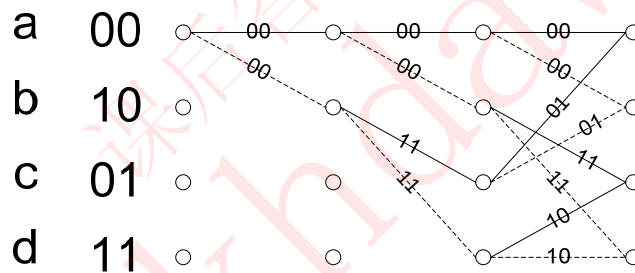
②



③



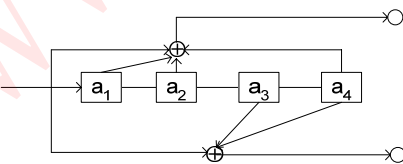
④



9.18

解:

①  $n = 2, k = 1, m = 4$



②  $g_1(x) = 1 + x + x^2 + x^4$ ;  $g_2(x) = 1 + x^3 + x^4$

③

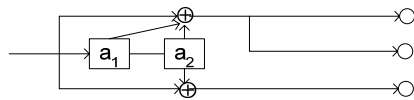
$$G = \begin{pmatrix} 11 & 10 & 10 & 01 & 11 & & 0 \\ & 11 & 10 & 10 & 01 & 11 & \\ & & 11 & 10 & 10 & 01 & 11 \\ 0 & & & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

④  $c = (11010001) \cdot G_{8\text{行}} = (11\ 01\ 00\ 00\ 00\ 0101\ 00\ 10\ 10\ 0111)$

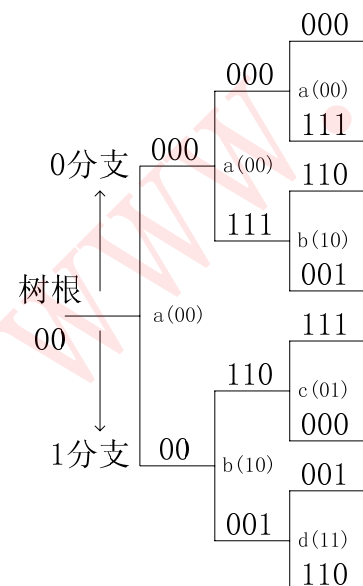
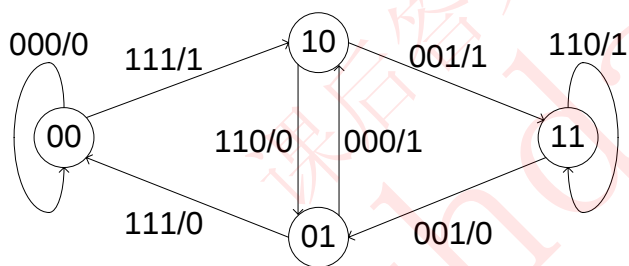
## 9.19

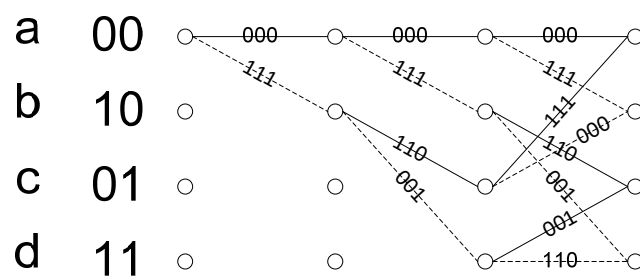
解:

①  $n = 3, k = 1, m = 2$



②





③ 利用状态图得出转移函数，由定义  $d_f = 6$ 。

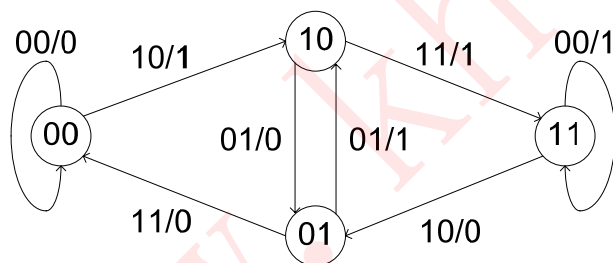
## 9.20

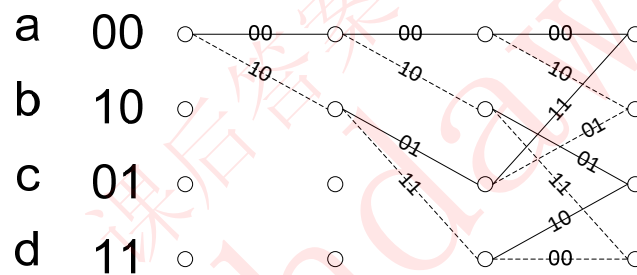
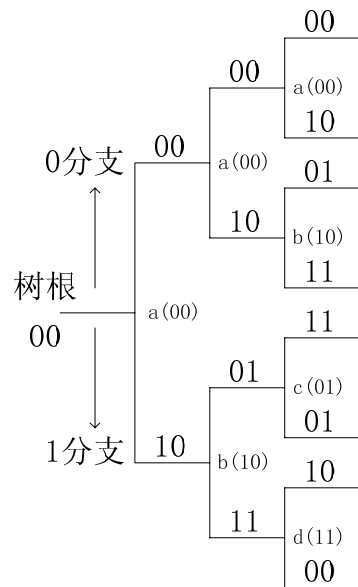
解：

①  $g_1(x) = 1 + x^2$ ;  $g_2(x) = x + x^2$

$$G = \begin{pmatrix} 10 & 01 & 11 & 0 \\ & 10 & 01 & 11 \\ & & 10 & 01 & 11 \\ 0 & & & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

②

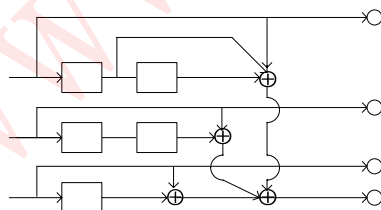




## 9.21

解:

①



②

$$\begin{aligned}
 g_1^{(1)} &= (100) & g_1^{(2)} &= (000) & g_1^{(3)} &= (000) & g_1^{(4)} &= (111) \\
 g_2^{(1)} &= (000) & g_2^{(2)} &= (100) & g_2^{(3)} &= (000) & g_2^{(4)} &= (101) \\
 g_3^{(1)} &= (000) & g_3^{(2)} &= (000) & g_3^{(3)} &= (100) & g_3^{(4)} &= (110)
 \end{aligned}$$

$$c = uG = (100101) \begin{pmatrix} 1001 & 0001 & 0001 & 0 \\ 0101 & 0000 & 0001 & \\ 0011 & 0001 & 0000 & \\ & 1001 & 0001 & 0001 \\ & 0101 & 0000 & 0001 \\ 0 & 0011 & 0001 & 0000 \end{pmatrix} = (1001 \ 1011 \ 0001 \ 0001)$$

③

## 9.22

解:

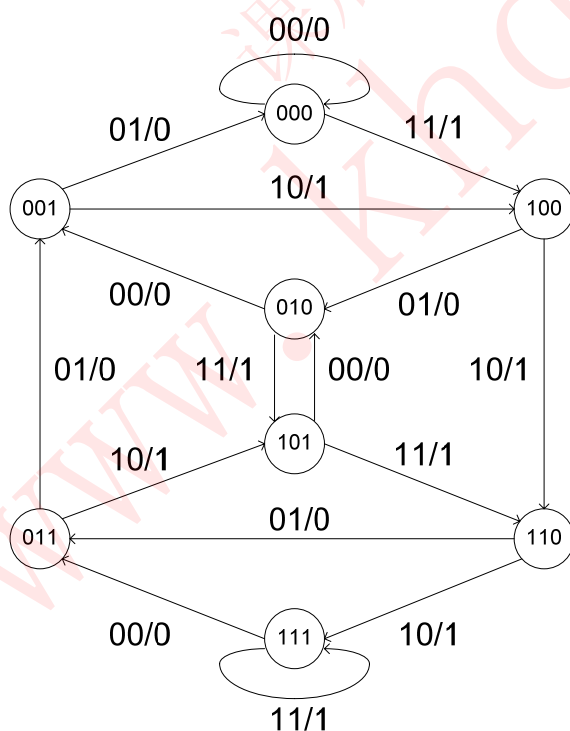
①  $n = 2, k = 1, m = 3$

②  $g_1 = (1000); \quad g_2(x) = (1101)$

$$G = \begin{pmatrix} 11 & 01 & 00 & 01 & & 0 \\ & 11 & 01 & 00 & 01 & \\ & & 11 & 01 & 00 & 01 \\ 0 & & & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

③  $c = uG = (11 \ 01 \ 11 \ 11 \ 10 \ 00 \ 01 \ 01)$

④

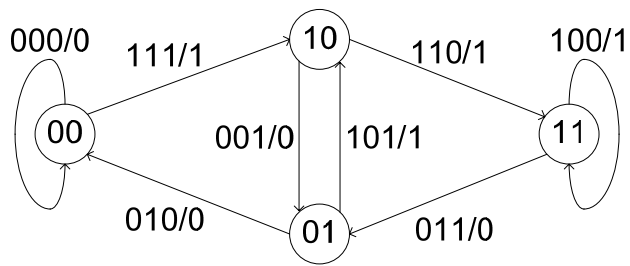


## 9.23

解:

①  $g_1(x) = 1; \quad g_2(x) = 1 + x^2; \quad g_3(x) = 1 + x$

②



## 10.1

证明：

周期为 $m$ 的 $m$ 序列的周期性自相关函数为  $r_b(j) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m b_k b_{k+j}$ ，其中 $b$ 的下标按模 $m$ 运算，即 $b_{k+m} = b_k$ 。

当 $j = nm$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) 时， $b_k = b_{k+j}$ ， $b_k b_{k+j} = 1$ ，因此  $r_b(j) = \frac{1}{m} \cdot m = 1$ ，是自相关函数的主峰值；

当 $j \neq nm$  时：

首先根据下面的两个表，容易证明单极性码元的模 2 加对应于双极性码元的相乘。

|          |   |   |
|----------|---|---|
| $\oplus$ | 1 | 0 |
| 1        | 0 | 1 |
| 0        | 1 | 0 |

|          |    |    |
|----------|----|----|
| $\times$ | -1 | 1  |
| -1       | 1  | -1 |
| 1        | -1 | 1  |

根据单极性 $m$ 序列的移位相加特性，可知双极性 $m$ 序列与其移位序列的乘积也是一个双极性移位的 $m$ 序列。

也就是说， $r_b(j) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m b_k b_{k+j}$  是一个双极性移位 $m$ 序列一个周期中所有元素的平均值。

根据 $m$ 序列的均衡性，其一个周期中-1 的个数比 1 的个数多 1，所以一个周期元

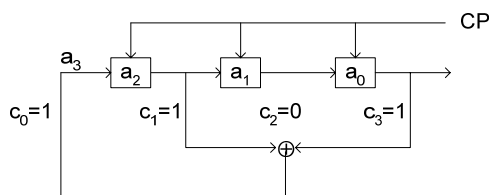
素的和等于-1，即  $r_b(j) = -\frac{1}{m}$ ，是自相关函数的副峰值。

这就证明了周期为 $m$ 的 $m$ 序列的周期性自相关函数为二值函数，且主副峰之比等于码长（周期 $m$ ）。

## 10.2

解：

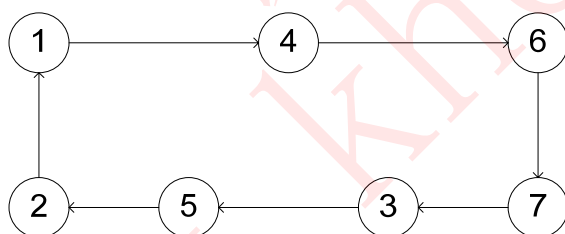
该序列的发生器逻辑框图为：



令  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 0$ , 则移位寄存器状态变化图表为

| CP | $a_3$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_0$ |
|----|-------|-------|-------|-------|
| 0  | 1     | 0     | 0     | 1     |
| 1  | 1     | 1     | 0     | 0     |
| 2  | 1     | 1     | 1     | 0     |
| 3  | 0     | 1     | 1     | 1     |
| 4  | 1     | 0     | 1     | 1     |
| 5  | 0     | 1     | 0     | 1     |
| 6  | 0     | 0     | 1     | 0     |
| 7  | 1     | 0     | 0     | 1     |

状态转移图为



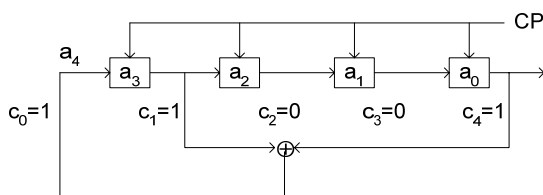
其中状态i表示  $a_2a_1a_0$  构成的二进制数等于i。

由于其周期为  $2^3 - 1 = 7$ , 所以此序列是m序列。

### 10.3

解:

该序列的发生器逻辑框图为:



初始状态为 0001，即  $a_0 = 1$ ， $a_1 = 0$ ， $a_2 = 0$ ， $a_3 = 0$ ，则移位寄存器状态变化图表为

| $CP$ | $a_4$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_0$ |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0    | 1     | 0     | 0     | 0     | 1     |
| 1    | 1     | 1     | 0     | 0     | 0     |
| 2    | 1     | 1     | 1     | 0     | 0     |
| 3    | 1     | 1     | 1     | 1     | 0     |
| 4    | 0     | 1     | 1     | 1     | 1     |
| 5    | 1     | 0     | 1     | 1     | 1     |
| 6    | 0     | 1     | 0     | 1     | 1     |
| 7    | 1     | 0     | 1     | 0     | 1     |
| 8    | 1     | 1     | 0     | 1     | 0     |
| 9    | 0     | 1     | 1     | 0     | 1     |
| 10   | 0     | 0     | 1     | 1     | 0     |
| 11   | 1     | 0     | 0     | 1     | 1     |
| 12   | 0     | 1     | 0     | 0     | 1     |
| 13   | 0     | 0     | 1     | 0     | 0     |
| 14   | 0     | 0     | 0     | 1     | 0     |
| 15   | 1     | 0     | 0     | 0     | 1     |

所以 m 序列的一个周期为 100011110101100, 共有 8 个游程:

1 000 1111 0 1 0 11 00

其中长度为 1 的游程有 4 个;

其中长度为 2 的游程有 2 个;

其中长度为 3 的游程有 1 个;

其中长度为 4 的游程有 1 个。

## 10.4

解：

瑞得麦彻序列:

|          |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rad(0,t) | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|

|          |   |   |   |   |    |    |    |    |
|----------|---|---|---|---|----|----|----|----|
| Rad(1,t) | 1 | 1 | 1 | 1 | -1 | -1 | -1 | -1 |
|----------|---|---|---|---|----|----|----|----|

|          |   |   |    |    |   |   |    |    |
|----------|---|---|----|----|---|---|----|----|
| Rad(2,t) | 1 | 1 | -1 | -1 | 1 | 1 | -1 | -1 |
|----------|---|---|----|----|---|---|----|----|

$$\text{Rad}(3,t) \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1$$

$$H_8 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

沃尔什序列:

$$\begin{aligned} \text{Wh}(0) & 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\ \text{Wh}(1) & 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \\ \text{Wh}(2) & 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \\ \text{Wh}(3) & 1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \\ \text{Wh}(4) & 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \\ \text{Wh}(5) & 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \\ \text{Wh}(6) & 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \\ \text{Wh}(7) & 1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \end{aligned}$$

两者的关系为  $\text{Wh}(i, j) = \prod_{k=1}^3 \text{Rad}(k, j)^{\langle b_k \rangle}$ , 其中  $\text{Wh}(i, j)$  表示  $\text{Wh}(i)$  的第  $j$  个元素,  $\text{Rad}(i, j)$  表示  $\text{Rad}(i)$  的第  $j$  个元素;  $\langle b_k \rangle$  为  $(i)_2$  的倒置对应的第  $k$  位。

## 10.5

解:

特征多项式为  $f_1(x) = x^3 + x + 1$  的  $m$  序列为 1110100 (初始状态为 111);

特征多项式为  $f_2(x) = x^3 + x^2 + 1$  的  $m$  序列为 1110010 (初始状态为 111)。

由此生成的 Gold 码为:

$$1110100 \oplus 1110010 = 0000110$$

$$1110100 \oplus 0111001 = 1001101$$

$$1110100 \oplus 1011100 = 0101000$$

$$1110100 \oplus 0101110 = 1011010$$

$$1110100 \oplus 0010111 = 1100011$$

$$1110100 \oplus 1001011 = 0111111$$

$$1110100 \oplus 1100101 = 0010001$$

以及原来的两个: 1110100 和 1110010

共有 9 个。

前两个码的双极性形式为: 1 1 1 1 -1 -1 1 和 -1 1 1 -1 -1 1 -1

其互相关函数为:

$$r_0 = -1, (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ \text{和} \ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1)$$

$$r_1 = -1, (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ \text{和} \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1 \ -1)$$

$$r_2 = 2^{(3+1)/2} - 1 = 3, (1\ 1\ 1\ 1\ -1\ -1\ 1 \text{ 和 } 1\ -1\ -1\ 1\ -1\ -1\ 1)$$

$$r_3 = -1, (1\ 1\ 1\ 1\ -1\ -1\ 1 \text{ 和 } -1\ -1\ 1\ -1\ -1\ 1\ 1)$$

$$r_4 = -(2^{(3+1)/2} - 1) = -3, (1\ 1\ 1\ 1\ -1\ -1\ 1 \text{ 和 } -1\ 1\ -1\ -1\ 1\ 1\ -1)$$

$$r_5 = -1, (1\ 1\ 1\ 1\ -1\ -1\ 1 \text{ 和 } 1\ -1\ -1\ 1\ 1\ -1\ -1)$$

$$r_6 = 2^{(3+1)/2} - 1 = 3, (1\ 1\ 1\ 1\ -1\ -1\ 1 \text{ 和 } -1\ -1\ 1\ 1\ -1\ -1\ 1)$$

## 10.6

解:

m 序列一个周期的时间长度即为可测量的最大时延值。

m序列收发端与最远目标的往返时间为  $3000\text{km} * 2 / (3 * 10^5 \text{ km/s}) = 0.02\text{s}$ , 由于时钟频率为  $1\text{MHz}$ , 所以m序列长度应大于  $0.02\text{s} * 1\text{MHz} = 2 * 10^4$ 。