

摘 要

发端于奥苏贝尔有意义学习理论的概念图理论,一直是西方教育心理学研究领域的一个热点和前沿性课题,无论是作为辅助教学的工具、促进认知的工具抑或是评价的工具,相关的理论与实践研究均开展得较为成熟。与之相比,始于上世纪 90 年代末的我国大陆地区的概念图研究,缺乏应有的理论创新和理论深度,且颇为忽视其作为评价工具的研究,其中结合具体学科所开展的概念图评价研究几乎是一项空白。不可否认,我们的概念图评价研究明显地存在着理论研究难成体系、实证研究比较匮乏、研究阵容过于单薄等缺陷。

本研究将概念图评价技术与高中数学学科紧密结合,在综述并分析已有相关研究的基础上提出数学概念图评价的理论构想并进行相应的实证研究。

研究的主要结果如下:

在数学概念图的题型方面,“提示节点的无结构型”构图任务的信度有待改进,难度、区分度和效度均表现良好,是一种较之无结构型更优越、更适宜推广的构建型任务。

在数学概念图的评分方法方面,新“成分加注代码法”有效适用于构建型任务的评分,使得呈现的构图得分具备较强的说服力和良好的解释性,而“多因素模型评价法”则细致入微地反映了被试的概念构图情况,组内、组间差异兼顾,不失为一种新颖有效的数学概念图评分方法。

在数学概念图与数学学习的关系方面,①个体的 CPFS 结构与其概念构图能力之间存在较为密切的联系。具备优良 CPFS 结构的学生,同时具备较强的概念构图能力,而具备较强概念构图能力的学生,可能具备优良的 CPFS 结构。CPFS 结构与概念构图能力的不同水平中,一方的低水平与中、高两水平的区别对另一方水平影响显著,但中、高两水平的区别对另一方水平无明显的影响。②个体的数学能力水平对其概念构图能力有较大的影响,能力较高的学生构图时在思维的连通度及广度上表现优秀。个体的概念构图能力可以初步地反映其数学能力水平的高低。③匹配型和构建型任务在测试学生的数学学业成绩中具有良好的预测效度,由此构成的概念图测试可以作为衡量学生数学学业成绩的一种有效工具。构建型任务所体现的构图思维的广度和连通度有助于预测构图者的数学学业成绩。

此外,问卷调查结果就如何保证概念图评价顺利开展和作为概念图评价研究者所需关注的问题给予了我们些许启示,学生的构图结果促使我们思考教学中要重视学科结构的塑造和“写数学”策略的运用。

关键词:概念图,数学概念图,概念图评价,题型,评分方法,数学学习

Abstract

The concept map theory that originates from Ausubel's meaningful learning theory has been a hot issue and front-subject in the research field of western educational psychology. No matter as the tool of assisting instruction, the tool of promoting cognition, or the tool of evaluation, the related theoretical and practical research are very mature. On the contrary, the research in Chinese mainland starting in the late 1990s has being lacked the theoretical innovation and depth and quite neglected the research about its evaluation. Among them, the research on concept map evaluation that combines with specific subject is almost a blank. It is undeniable that the research of our concept maps has some defects obviously: theory's system is hard to form, empirical study is fairly inadequate, and research lineup is too thin.

This study combines the technology of concept map evaluation with senior high school mathematics closely, puts forward theoretical conception about mathematical concept map evaluation on the basis of summarizing and analyzing those related researches, and then makes the corresponding empirical studies.

The main results are as follows:

In respect of the question type of mathematical concept map: The difficulty, discrimination, and validity of the new concept mapping task, which called "Unstructured with Suggestive Nodes", are all well except its reliability needs to be improved. So, it is a fire-new task of constructing that is more superior and more suitable to be popularized than the unstructured one.

In respect of the scoring method of mathematical concept map: The new one, which called "Element Add Code", is so suitable for scoring the task of constructing that the concept mapping score has strong conviction and good explanation. And the other new one that used with multi-factor model reflects individual's concept mapping results clearly, and gives consideration to both differences among within group and differences between groups.

In respect of the relation between mathematical concept map and mathematics learning: ①There is a close connection between individual's CPFS structure and ability of concept mapping. The student who has better CPFS structure owns stronger ability of concept mapping simultaneously, but the student who has stronger ability of concept mapping owns better CPFS structure possibly. Among different levels of CPFS structure

and ability of concept mapping, the difference between low-level and the other two levels of one side has obvious effects on the other side, while the difference between middle-level and high-level has no obvious effects on the other side. ②Individual's mathematical ability has great influences on concept mapping. When constructing concept maps, the student who has high ability performs well on thought's connectivity and breadth. So, individual's ability of concept mapping reflects the level of mathematical ability roughly. ③Owing to the good predictive validity, the concept map test consisted by the task of matching and constructing can be regarded as an effective tool on measuring students' mathematical achievements. Furthermore, thought's breadth and connectivity during concept mapping which is embodied by the task of constructing is conducive to predict the mathematical achievements of participants.

Moreover, the results of questionnaire survey give us some inspirations about how to ensure the concept map evaluation developing smoothly and what issues should be concerned as a researcher in this field. And the results of students' concept mapping urge us to consider that while teaching we should attach importance to building the structure of our subjects and using the strategy of "Write Mathematics".

Key words: Concept Map, Mathematical Concept Map, Concept Map Evaluation, Question Type, Scoring Method, Mathematics Learning

前 言

不论我们选教什么学科,务必使学生理解该学科的基本结构。这是在运用知识方面的最低要求,这样才有助于学生解决在课堂外所遇到的问题和事件,或者日后课堂训练中所遇到的问题。

——Bruner,J.S.^①

0.1 研究缘起

0.1.1 对失之偏颇的数学学习评价现状的忧思

作为评价数学学习状况最重要、最普遍的形式——考试,其传统的试题往往侧重于考查学习者对零散知识的理解与掌握,而相对忽略其头脑中的知识结构及对知识间相互关系的理解;侧重于考查学习者知识建构的结果,而相对忽略其知识建构的过程。一直以来,这种失之偏颇的评价形式深刻地影响着教师的教和学生的学,这又必然导致数学教与学中诸多不尽合理的现象的出现。于是,面对弊端日趋显现的传统试题,我们在对其反思、批判与改进的过程中,自然地呼唤着新的评价形式的涌现。

按知识的类型对数学学习进行分类,一般可分为概念学习、命题学习和解题学习。概念学习和命题学习属于陈述性知识和程序性知识的学习,它们在数学学习中占据着举足轻重的地位。概念好比构成物质的原子,而命题好比是分子。概念和命题的数量是相对有限的,但它们构成的知识是无限的。数学学习中,正是数学概念与数学命题的框架赋予了学习过程以意义,两者构成了学习者建构数学知识的基石。因此,学习者对数学概念、数学命题的理解与掌握的程度攸关其数学学习的状况。

Novak于1972年提出的概念图,是一种以知识的基本单位——概念作为节点,用恰当的连接语将两个节点相连以构成命题,以“节点—连接—节点”三合一的结构为独特表达方式的关于某一主题的知识结构的一种图式表征形式。由此衍生的概念图试题,作为一种新的评价形式,正好契合了考查学习者对概念和命题的理解与掌握程度的要求。通过观察学生的概念构图,可帮助教师有效地了解学生在概念和命题上出现的混淆、误解和异意,体察出学生对知识运用的熟练程度和效率,明晰学生头脑内部的知识组织结构。如黎加厚教授所言:“概念图为教师和学生提供的考试结果,已经不仅仅是一个抽象的分数,而是学生头脑中关于知识结构的图示化再现。教师和学生可以清晰地了解学生学习的状况,从而有效地帮助学生认识自我。”^②

① [美]布鲁纳.邵瑞珍译.教育过程.北京:文化教育出版社,1982.6: 31-32.

② 黎加厚,齐伟.话题:概念地图在中小学教学中的应用.信息技术教育,2003(9): 34-36.

那么,作为组织和表征知识工具的概念图能否成为评价数学学习,反映学习者对数学概念、数学命题的理解与掌握程度的有效工具呢?如果这一答案肯定,那么,它必将在一定程度上丰富并拓展当前的数学学习评价形式,弥补对学生的数学认知结构评价不足的缺陷。

此为本课题的研究缘起之一。

0.1.2 基于概念图研究现状的启示

概念图自诞生以来,一直是西方教育心理学研究领域的一个热点和前沿性课题,人们对概念图的研究热情经久不衰,相关的研究已经比较丰富和成熟。综观国外30多年的研究历程,主要有以下几个研究趋势:①概念图的功能由最初的评价工具发展到教学技能、教学策略;②概念图的研究领域由科学学科扩展到其他学科和领域;③图式开发技术日新月异,从手工绘制到使用电脑软件和网络技术;④从个人编制到合作编制概念图,体现合作化学习特点。

与国外的研究状况相比,国内除港台地区发展较快外,大陆地区对于概念图的研究还处于初步探索阶段,尚未形成气候。始于上世纪90年代末的研究,多是局限于对概念图性质、效能的泛泛论述或是对国外学者研究成果的简单转述,缺乏应有的理论创新和理论深度。虽然从近几年的相关硕士学位论文来看,关于概念图的实证研究的数量似有猛增之势,但这些研究绝大部分都从概念图作为一种教学工具或学习工具的角度切入,很少将其作为评价工具来研究。因此,专门研究概念图评价功效的论文是少之又少,其中能结合具体学科进行理论阐述与实证研究的更是寥寥无几。另外,在探索概念图对教学或学习的促进作用方面,在从最初结合物理、生物、化学、地理等科学课程开展研究,发展到将其融入信息技术、文科写作等课程的过程中,几乎未见概念图与数学学科的结合,令人难觅数学概念图的踪迹。这不能不说是目前概念图在学科领域研究中的一片处女地。

因此,将概念图与数学学科切实有效地相结合,探索其在数学学习评价中可能的应用及其与数学学习的关系,这具备研究的必要性和迫切性。笔者希冀通过此项研究,一方面,为我国目前薄弱的概念图评价理论添上一砖一瓦;另一方面,多少填补一下当前概念图在学科领域研究中的空白。

此为本课题的研究缘起之二。

0.2 文献述评

评价(Evaluation)和评估(Assessment)应是两个既有区别又有联系的概念,但在关于概念图的中文文献中,人们对两者的使用出现了混用的现象。在这里,笔者无意纠缠于两者的字面意思之中去判断对概念图而言使用哪一个词语更为合适,而想在阅读

英文文献的基础上,结合个人的一些思考,在评述与本课题研究的核心内容密切相关的内容前作一个认定。

在众多的英文文献中,人们普遍使用的是“Assessment”一词,对应到国内的研究中,在对学生概念构图的过程与结果进行判断时,研究者确实更多地使用“评估”一词。但是,如同 Ruiz-Primo、Shavelson 等人将概念图评估成分分解为任务、作答形式、评分系统三大块^①一样,笔者拟对本课题的研究分解为概念图题型、概念图评分方法、概念图评价的功能与局限三个主要部分,再分别结合数学学科开展研究。因此,分析学生构图结果只是本研究中的一部分,除此之外,笔者希望能在概念图题型和评分方法上做一点创新性的研究,丰富数学学习评价的形式。那么,如果能将这一研究工作置于教育评价的大背景中,在分析学生构图结果之外的研究中采用“概念图评价”一词显然更为恰当。这也更切合“评价是指根据各种观察或评价者自身背景及所受训练而做出有价值的判断或决策的过程”^②这一定义。

下文就概念图评价中的三个主要部分——题型、评分方法、评价的功能与局限的研究做一综述,最后提出反思与展望。

0.2.1 概念图题型

(1) 几种常见的题型

在国外研究中较有代表性且研究较多的概念图题型,主要有创造连接语构建概念图(Construct-a-map with created linking phases,简称C)、选择连接语构建概念图(Construct-a-map with selected linking phases,简称S)和填图型试题(Fill-in-the-map),它具体包括了节点填空型(Fill-in-the-nodes)和连接语填空型(Fill-in-the-lines)。构建型试题不提供框架和连线,而提供相关概念,其中C技术要求构图者利用自主创建的连接语进行构图,而S技术在提供相关概念的同时还提供了所需的连接语,要求构图者对提供的概念和连接语进行组装^③。与构建型试题相对的填图型试题,则事先为构图者搭建好一个空缺了部分节点或连接语的概念图框架,要求构图者创建合适的概念或连接语填入。需要提及的是,国外研究者认为填图型试题是一种高控制性任务,与此对应的低控制性任务,他们将之称为“Construct-a-map-from-scratch”,经分析可知其任务要求等同于C技术^④。

① Ruiz-Primo,M.A., & Shavelson,R.J. Problem and issues in the use of concept maps in science assessment. *Journal of Research in Science Teaching*, 1996,33 (5) :569-600.

② [美]吉尔伯特·萨克斯.王昌海等译.教育和心理的测量与评价原理.南京:江苏教育出版社,2002.12:25.

③ Yin,Y., Vanides,J., Ruiz-Primo,M.A., et al. Comparison of two concept-mapping techniques: implications for scoring, interpretation, and use. *Journal of Research in Science Teaching*, 2005,42 (2) :166-184.

④ Ruiz-Primo,M.A., Schultz,S.E., Li,M., et al. Comparison of the reliability and validity of scores from two concept-mapping techniques. *Journal of Research in Science Teaching*, 2001,38 (2) :260-278.

国内对概念图题型形成了自己的一些说法,有研究者归纳了填空型、结构型、半结构型和无结构型 4 种构图任务。填空型是指教师从完整的概念图中删除某些节点或连接语,要求学生填充完整;结构型是指教师提供相关的关键概念、连接语,并搭好一个空的概念图框架,让学生根据框架及相关提示完成构图;半结构型,即教师只提供相关的关键概念、连接语,要求学生根据提示制作概念图;无结构型,是指教师参照学科知识的特定范围,不给任何提示或只给出一个核心概念,让学生围绕这个概念,联想有关的知识、概念,创造性地构图^{①②}。

(2) 相关的实证研究

Ruiz-Primo 等人^③比较了填图型和构建型两种概念构图技术,该研究围绕构建型试题得分是否影响填图型试题得分、两种构建型试题是否等价以及它们是否为构图者提供了概念理解上的相似的信息 3 个问题而展开。研究发现构建型试题得分不影响填图型试题的得分;节点填空型与连接语填空型两种试题不等价,对学生而言,前者较后者容易;填图型和构建型这两种不同的构图技术导致了对学生的知识结构的不同解释;学生在构建型试题上的不同得分最准确地反映了彼此间知识结构的不同;多项选择测试得分与各种构图任务得分的相关系数的差异证实了概念构图技术间的不等价性;由学生概念图中所有正确命题数占标准图中所有可能命题数的比所构成的分数,是对构建型概念图进行评分时最有效的反映。

Yin、Vanides 等人^④利用定量、定性的方法从构图的过程与结果两个角度对 C 技术与 S 技术作了比较。具体地,他们比对了以下 6 个方面:总分、个人命题得分、命题选择、图结构复杂度、命题产生率和命题产生过程,最后得到两种技术在构图结果上不等价,在构图过程上也可能不等价这一结论。他们认为:由于学生自创连接语的范围和多样性,C 技术的评分是一个沉重的负担;而 S 技术中的连接语虽为学生提供了一定的暗示,帮助其思考概念间的关系,但也可能束缚学生的选择,妨碍他们建立概念间的联系,影响兴趣并最终放慢构图脚步。因此,尽管 S 技术的评分比 C 技术更高效,但 C 技术在捕捉学生局部知识方面优于 S 技术;根据两者的特征,C 技术更适用于形成性评价而 S 技术更适用于大规模终结性评价。

王立君等人^⑤探索了利用概念图评估大学生物理知识结构的方法。他们提出了一种概念图填图方式(简称 F),认为是对国外 C 技术和 S 技术的综合。具体地,它是在

① 徐屿,季娴.利用概念图进行学业评价的实践研究.中学生物学,2008,24(4):20-21.

② 徐美仙.课堂教学中概念图应用的策略探析.中国现代教育装备,2007(4):127-128.

③ Ruiz-Primo,M.A., Schultz,S.E., Li,M., et al. Comparison of the reliability and validity of scores from two concept-mapping techniques. Journal of Research in Science Teaching, 2001,38(2):260-278.

④ Yin,Y., Vanides,J., Ruiz-Primo,M.A., et al. Comparison of two concept-mapping techniques: implications for scoring, interpretation, and use. Journal of Research in Science Teaching, 2005,42(2):166-184.

⑤ 王立君,顾海根,沐守宽.对物理概念图填图试题的应用研究.心理科学,2006,29(4):941-943.

教师制作的标准概念图的基础上,留出需要考察的重点概念和重要定律、定理和公式,由学生在标准概念图中填入概念和连接词语。他们将这种题型引进大学物理课程期末考试中,以概念填图的方式考察学生对力学知识的掌握情况。根据考察结果,研究者对该试题的信度、区分度、难度、效度以及与其它试题得分的相关系数分别进行了统计分析,结果表明,概念图填图试题是评估大学生物理知识结构的一种合适的方法,既考察了学生以联系的方法学习知识的能力,又能够客观有效地评分。然而,笔者在这里需要补充的是,由于该研究者对 S 技术的理解有误,则其关于“概念图填图方式是综合 C 技术和 S 技术的结果”的说法无法成立,另外,通过对这种 F 技术的任务要求进行分析可知,它即等同于填空题试题。

0.2.2 概念图评分方法

(1) 几种评分方法

Novak、Gowin^①定义评估概念图的标准是:等级层次水平、命题和横向连接的有效性、应用的例子。二人设计的评分方法如下:每个有效的命题记 1 分;每个正确的等级水平记 5 分;每个有效的横向连接记 10 分;每个正确例子记 1 分。这一规定虽较为具体,但还是给人留下了灵活变动的空间,Novak 本人也声称这只作为评估的一般标准,可按照各种图的特征施加不同的权重分值,因此之后许多研究者在实际应用时往往都有所改变。

Markham^②提出以概念图的六个方面记分:“概念的数目——象征学习者对某一领域知识了解的程度;概念间的连接——同样象征学习者对某一领域知识了解的程度;分支——象征学习者对知识的理解所达到的分化程度;等级层次——象征学习者知识分类的程度;横向连接——象征学习者知识综合的程度;实例——象征学习者对某一领域知识掌握的程度。”因此他给出了如下的记分标准:每个有效概念和有效连接各记 1 分;分支的得分按照分支的精确度(每个分支记 1 分,每个成功的分支记 3 分);每个水平的等级层次记 5 分;每个横向连接记 10 分;每个实例记 1 分。

以上两种评分方法都以 Novak 所提的概念图的等级结构为基础,人们将其称为结构评分法。接着, Austin^③提出了完全根据连接的质量记分的关系评分法。他指出,对质量最高的连接记 3 分,较好的记 2 分,有一定意义的记 1 分,完全不正确的记 0 分,最后计算所有连接的总分作为概念图分数。

王立君等^④针对填图型试题提出了相应的评分方法。首先由研究者依据标准图给

① Novak, J.D., & Gowin, D.B. *Learning How to Learn*. New York: Cambridge University Press, 1984:1-56.

② Markham, K.M., Mintzes, J.J., & Jones, M.C. The concept map as a research and evaluation tool: Further evidence of validity. *Journal of Research in Science Teaching*, 1994, 31(1):91-101.

③ Austin, L.B., & Shore, B.M. Using concept mapping for assessment in physics. *Physics Education*, 1995(1):41-45.

④ 王立君, 姚广珍. 物理概念图试题的评分方法. *心理发展与教育*, 2004(4): 84-88.

出所有的知识编码，然后依据学生概念图中有意义的概念对连接和连接语的质量、实例的质量以所有知识编码为准则逐个进行评分。若只按知识编码数记分，则有该项知识编码记 1 分，无记 0 分，最后概念图试题得分按公式“ $\frac{\text{学生编码个数} \times \text{概念图试题满分}}{\text{标准图编码总个数}}$ ”计算；若按知识编码的质量记分，则根据质量

高低分别记为 2 分、1 分、0 分，代入公式“ $\frac{\text{学生编码得分} \times \text{概念图试题满分}}{\text{标准图编码总分的满分}}$ ”算得概念图试题得分。

胡玺丹等^①针对“构建型”概念图试题提出了两种评分方法。

一种是比较等级评定法。它首先将学生的概念图和标准图作比较，包括概念、连接语、交叉连接、横向联系、实例以及等级水平等方面，判断两者的吻合程度。其次进行等级评定。将上述比较的几方面概括为概念(包括节点，连接词和实例)的数量和连接的质量，分别划分为五个档次，再将两者结合得出整个概念图的得分。若一个概念图的满分为 10 分，则可参照以下评分等级表进行评分。

表 0.1 “比较等级评定法”评分等级

质量		好	较好	一般	较差	差
数量	得分	10	8	6	4	0
完全	10	10	9	8	7	5
大量	8	9	8	7	6	4
部分	6	8	7	6	5	3
少量	4	7	6	5	4	2
无	0	0	0	0	0	0

(灰色区域数据表示由概念的数量和连接的质量综合而得的概念图得分。)

另一种是成分加注代码法。它首先根据标准概念图确定包括概念、连接语和实例等在内的所有知识点的个数 N，再依据概念是否有意义、连接语和实例的质量高低将每个知识点的质量划分为三个等级 X：2 分、1 分、0 分。评分时，先计算学生概念图中知识点的个数 M，分别对每个知识点按上述三个等级评分即加注代码 X，然后将这 M 个知识点的评分代码相加，除以(N×2)，得到一个学生的概念图和标准图吻合的比例，再用这个比例乘以标准图的总分 Z，得到学生概念图与标准图吻合的得分 S₀；另外，如果学生概念图中存在标准图中没有的内容，却又符合题意，可酌情添加一个额外的分值 E；S₀ 和 E 相加即得到学生概念图的总分 S。这一评分过程可用数学

① 胡玺丹,陆建身,卞慧芳.概念图评价在生物学教学中的运用.生物学教学,2007,32(3): 10-12.

$$\text{公式 } S = S_0 + E = \frac{\sum_{i=1}^M X_i}{2N} \cdot Z + E \text{ 表示。}$$

(2) 相关的实证研究

McClure 等人^①研究了课堂学习中的概念图评估技术。研究者先用 90 分钟时间对被试进行概念构图技术培训,然后发给被试一系列从学过的课程中摘取的概念要求他们进行构图。之后,研究生两人一组共组成 6 个评分小组对被试的构图作品进行评分,每组分别采用整体评分法(有/无标准图)、关系评分法(有/无标准图)和结构评分法(有/无标准图)这 6 种评分方法中的一种。统计结果表明:在评分方法的信度和效度上,有标准图的结构评分法信度最低,而有标准图的关系评分法信度最高;在概念构图和评分所需时间方面,无标准图的整体评分法最省时,而无标准图的结构评分法最耗时。

安立静^②将概念图评价应用于高中物理教学,探究了它的信度和效度。实验结果显示:将概念图评价运用于高中物理教学评价时,关系法(特别是有标准图的关系法)有很好的信度和效度,但在时间上相对比较费时;有标准图的总命题评分法效度和信度相比于前者略低,但比较省时;而结构法的信度和效度都相对较低,有标准图时,信度降低,效度变化不确定。另外,参照学生概念图得分情况,可以看出使用结构评分法评分时学生的平均分明显低于使用关系法和总命题法的平均分,这进一步反映出我国中学物理教学不够重视学生知识结构的建构。作者最后建议,总命题评分法(有或无标准图均可)可以作为日常的诊断性评价工具,诊断学生对概念的理解;结构评分法(最好无标准图)可作为形成性评价工具,检测学生知识结构,监测其思维发展过程;而有标准图的关系评分法用作终结性评价最为合理。

0.2.3 概念图评价的功能与局限

(1) 概念图评价的功能

研究者对概念图评价功能的认识,主要集中于以下四点:评估学习者对概念的理解;评估学习者概念的转变;评估概念的发展;学习者使用概念图进行自我评价。

Novak 将学生构建的概念图视为“学生认知结构的良好显示器”^③。Malone 和 Dekkers 则将其描述为学生“思维的窗口”,“透过这个窗口,让教师和其他学生看进去,让构图者望出来,使众人一起分享个人所拥有的认识和观念”。^④

① McClure, J.R., Sonak, B., & Suen, H.K. Concept map assessment of classroom learning: reliability, validity, and logistical practicality. *Journal of Research in Science Teaching*, 1999, 36(4): 475-492.

② 安立静. 概念图评价及其信度和效度的研究: [硕士学位论文]. 河北师范大学, 2008

③ Novak, J.D. Learning science and the science of learning. *Studies in Science Education*, 1988(15): 88.

④ Malone, J., & Dekkers, J. The concept map as an aid to instruction in science and mathematics. *School Science and Mathematics*, 1984(3): 231.

McClure 等^①认为概念图评估技术可以在刻画学生知识结构的客观性与准确性上寻求某种平衡。由于这种潜在的平衡,概念图评估技术从两方面促进教师的课堂评估,一是它在诊断学生对概念的误解中较有效,包括知识结构、内容理解中的曲解和一些错误疏漏;二是与传统的主观测试任务相比较,概念图测试任务相对要简单一些。

Wallace 和 Mintzes^②认为概念图式法是调查认知结构变化的一种有效而有用的机制,它能补充其它方法(如访谈、卡片分类以及传统的测验工具)的研究结果,而又不会与这些方法的发现重复,是唯一一种既能了解学生已知知识,又能了解他们知识组织的方法。

王立君在归纳概念图的功能中提到:“作为一种技术,概念图为了解学习者建构知识的方式提供了一个独特的窗口,提供了一个机会评估命题的有效性和知识基础结构的复杂性。概念图允许教育者获得视野进入学生学习的这些方面,提供给每个教师一个有价值的附加评估技术。”^③“利用概念图评估知识结构,能够使学生重视知识间内在联系的学习方法,以便更好地形成知识结构,而知识结构的完善有利于提高学科能力,提高解决综合问题的能力,使教学和评估成为促进学生认知的有机统一。”^④

(2) 概念图评价的局限

该方面的相关论述不多,主要有以下几点: Ruiz-Primo 等^⑤认为,概念图不适用于知识结构层次不强的主题,以及了解水平的知识。杜伟宇等^⑥认为,概念图更直接地用于事实和观念性知识的测评,而在程序性知识表征上有一定局限。王立君^⑦认为,概念图可能存在学科内容、年龄、性别等方面的适用性问题,它可能对于中性学科(文理之间的学科)和文科课程更有利,而对于非常抽象的学科内容也许并不适用。另外,研究者普遍认为,概念图评分标准不统一,带有一定的主观性,不同研究者对同一份概念图的评分标准会有差异,影响研究结果。这或许是概念图评价的最大局限。因此,目前概念图评价的应用还不成熟,还需作进一步的深入研究。

(3) 相关的实证研究

-
- ① McClure, J.R., Sonak, B., & Suen, H.K. Concept map assessment of classroom learning: reliability, validity, and logistical practicality. *Journal of Research in Science Teaching*, 1999, 36(4): 475-492.
 - ② Wallace, J.D., & Mintzes, J.J. The concept map as a research tool: Exploring conceptual change in biology. *Journal of Research in Science Teaching*, 1990, 27(10): 1033-1052.
 - ③ 王立君. 概念图在促进认知和评估知识结构方面的理论与实证研究. 成都: 四川大学出版社, 2008. 8: 63.
 - ④ 王立君. 概念图在促进认知和评估知识结构方面的理论与实证研究. 成都: 四川大学出版社, 2008. 8: 252.
 - ⑤ Ruiz-Primo, M.A., Schultz, S.E., Li, M., et al. Comparison of the reliability and validity of scores from two concept-mapping techniques. *Journal of Research in Science Teaching*, 2001, 38(2): 260-278.
 - ⑥ 杜伟宇, 季春阳, 梁红. 概念图在测评中的应用——一种现代认知心理学的测评方法. *宁波大学学报(教育科学版)*, 2004, 26(1): 26-30.
 - ⑦ 王立君. 概念图在促进认知和评估知识结构方面的理论与实证研究. 成都: 四川大学出版社, 2008. 8: 250.

Siew Lian^①研究了概念构图中的知识组织和思维过程。被试是48位来自两所教师教育学院主修初等科学课程的职前教师。结果表明,概念图总分和概念图的5个特征得分间的相关系数显示了概念图总分同有效连接数量、每组块中有效概念的平均数和被试概念图的等级分数之间具有显著正相关,同无效连接数量和每组块中无效概念的平均数之间具有显著负相关。经过访谈,研究者发现高分组和低分组被试的构图思维过程有所不同。高分组被试对知识进行认知的过程较低分组彻底;低分组被试常需花费一定的时间对概念进行集中、分类再分组,确定概念间的恰当连接后进行分层排列;而高分组积极的认知活动较这一过程更为复杂,他们对已学知识所形成的认知结构更具整合性。

牛拥、李广洲^②从节点数、层级数、命题数三个方面对“有机物概念图”进行了量化评定。他们认为,节点数的多少反映了问题解决者认知结构中对相关内容的陈述性知识的“量”的多少,层级数反映了对其相互之间关系的有序性、清晰性,命题数的多少反映了概念之间联系的紧密程度。他们将16名被试根据平时成绩分成学优生组和学困生组,采取让学生“独立画一个概念图”的测试方法对被试做个别测试。最后通过对两组学生的有机概念图的分析得出结论:学优生陈述性知识即概念的结构化程度大大高于学困生陈述性知识即概念的结构化程度。陈述性知识结构化程度的高低可以通过结构中的命题数来衡量,概念结构中层级质量的高低直接决定了命题数的多少,而影响概念结构中层级质量高低的最本质的因素是学生对概念内涵与外延的理解是否清晰。

王立君^③利用概念图评估了专家和新手的物理知识结构。研究者要求14名物理教育硕士和125名非物理专业的大一新生各自制作运动学概念图,前者被认定为专家组,后者被认定为新手组,然后从两组中各抽取12份概念图作品,采用定量与定性研究的方式进行比较后发现:概念图可以用来区分专家和新手的知识结构,两者能力的不同源于其知识结构的不同,概念图显示出两者知识结构在呈现知识的数量和质量方面都存在差异。专家知识结构内容更深、更广、更准确,有利于综合应用;新手知识量少、错误多、比较肤浅,不利于应用;专家的知识结构呈现水平层次分布,知识分类清晰;而新手的知识结构呈现多种形式。

张丽萍等人^④认为概念图是一种以图表的形式反映概念和概念之间关系的空间网络知识结构图,它能全面地评价学生的知识结构。他们用平均分、茎叶图、命题构建

① Siew Lian, M. W. An investigation into high-achiever and low-achiever knowledge organisation and knowledge processing in concept mapping: A case study. *Research in Science Education*, 1998, 28(3): 337-352.

② 牛拥, 李广洲. 学优生与学困生陈述性知识结构化程度差异的探讨. *中学化学教学参考*, 2004(8、9): 4-7.

③ 王立君. 概念图在促进认知和评估知识结构方面的理论与实证研究. 成都: 四川大学出版社, 2008. 8: 210-222.

④ 张丽萍, 王嫣, 董博清等. 中美中学生学科知识结构的比较研究——基于概念图评价技术的实验研究. *比较教育研究*, 2008(2): 12-16.

和构图结构四个变量对中美中学生的学科知识结构进行了定量和定性的比较实验研究。实验表明,中美中学生的学科知识结构有显著差异。相对于美国中学生,中国中学生的应试能力强,平均分高,但分数分布不均匀;虽然中国学生的基础知识扎实,学科知识的掌握及运用较好,但在常识性知识和知识创新上有待提高。

0.2.4 对概念图评价研究的评述

综观已有研究,可以说,概念图评价研究在国外开展得较为成熟,多年的理论积淀有力地支撑着实证研究的开展,而从大量实证研究中获得的结论又滋养着理论的生长。与之相比,国内的概念图评价研究还显得颇为平静,虽然从上文介绍的一些国内学者的有价值的研究成果来看,在亦步亦趋地追赶国外研究水平的过程中,在转述他人研究成果与模仿他人开展实证研究的过程中,我们也取得了一点成绩,但是,从整体来看,我们的研究还存在着明显的缺陷。

(1) 理论研究难成体系

一直以来,但凡涉及概念图的评价问题,我们往往简单移植国外现成的理论,顶多再加入一些个人的评论,而鲜有自己的理论建构。众所周知,理论的移植有一个适切性问题,东西方不同文化环境下的授课方式和评价形式必然塑造了学习者不同的认知特点,显然,国外的概念图评价理论未必能完全适用于我国的教育环境。譬如,国外的部分概念图题型,很可能因构图难度的偏差而无法为我们的学生所接受。因此,我们须摒弃不加思考、拿来即用的态度,应结合我国的教育实际,努力构建自己的概念图评价的理论体系。

(2) 实证研究比较匮乏

在概念图的相关实证研究中,概念图评价方面的研究是最为匮乏的,这从近几年来呈猛增之势的硕士学位论文中即可窥见一斑。当然,概念图评价理论研究的水平也束缚了实证研究的开展。因此,在加强理论研究的同时,我们还应重视实证研究的开展,做到理论与实践相结合。不同概念图题型的特点与构图结果的比较研究、不同评分方法的特征和效果的比较研究、概念图在测查学生的认知结构中的功能与局限等,都是有价值的实证研究课题。

(3) 研究阵容过于单薄

翻阅国内为数不多的一些专门探讨概念图评价的文章,我们不难发现,从事概念图评价研究的就是那么区区几个人。研究者们多将关注的目光聚焦于概念图作为辅助教学和促进认知的工具的角色定位上,而甚少关注其作为评价工具的研究。研究阵容的单薄,严重制约了概念图评价的本土化研究的进展。譬如,有研究者提出了比较等级评定法、成分加注代码法等新的评分方法,但可能缘于实践研究队伍的缺失而缺乏后续的实证研究,从而使得这些较有价值的理论不得不沦为摆设。此外,已有的一些

实证研究，大多出自研究生之手，受研究者的时间、自身阅历等因素的制约，其中的很多结果尚需考证和再研究。

总之，一个新生事物是在实践中不断发展的，概念图评价也不例外，它的发展壮大绝非一朝一夕之功。在今后的研究中，我们应着力于以下几项工作：①建立与完善一个切合我国教育实际的较为可行的概念图评价的理论体系；②大力开展实证研究，使概念图评价的理论与实践相得益彰；③建设一支由学者、教研人员和富有经验的一线教师等众多人员参与的多样化的研究者队伍。

0.3 研究问题、方法与设计

本研究将在如上文献述评和后文对概念图基本理论及相关研究状况简述的基础上，提出数学概念图评价的理论构想，进而对几类构想进行实证研究，最后得出研究结论并作出反思与展望。

研究的主要内容分为如下4个部分：

第1部分：评述关于概念图评价的研究，包括概念图题型、概念图评分方法、概念图评价的功能与局限三部分；简述概念图的基本理论、概念图研究现状和数学概念图研究概况，为本课题的研究作理论铺垫。

第2部分：提出关于数学概念图评价的理论构想，包括数学概念图的题型、评分方法及其与数学学习的关系三个方面。

第3部分：对上述三方面的理论构想进行相应的实证研究。

上述三个部分，从研究顺序上看，它们是前后相继的三项研究，后一项以前一项为基础；从研究内容上看，它们由三条平行主线贯穿其间，即概念图评价理论的三个主要部分——概念图题型、概念图评分方法、概念图评价的功能与局限。

第4部分：结合实证研究的主要结论、概念构图调查问卷的结果及学生的构图情况，得出本课题的研究结论并作出反思与展望。

本研究将采用文献研究、问卷测试、问卷调查、理论分析等研究方法。其中理论分析将注重定量分析与定性分析相结合。

本研究的总体设计示意图如图0.1所示。

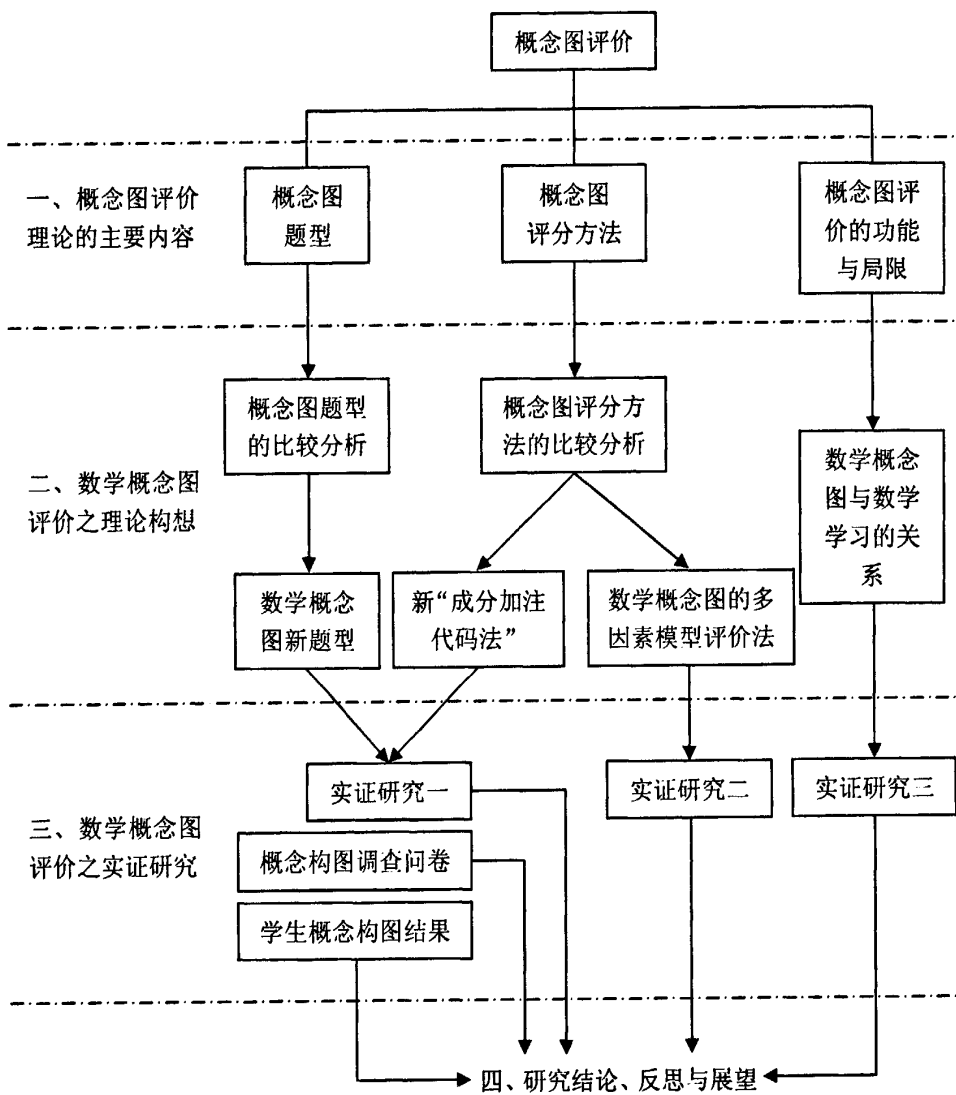


图 0.1 数学概念图评价的理论构想与实证研究总体设计图

第1章 概念图理论及其研究概述

1.1 概念图简介

1.1.1 概念图的起源

1971年,美国康奈尔大学的诺瓦克(Joseph D. Novak)教授和他的同事们开始了一项为期12年的纵向研究,研究对象包括241名儿童,其中一些孩子在一、二年级通过音频材料来学习基本科学概念,另外一些通过常规的学校教育方式学习。在研究的第一年,他们发现,仅仅通过对学生的访谈记录进行研究,进而观察儿童在概念理解方面所发生的具体变化是很困难的。这促使他们再次研究了奥苏贝尔的同化学习理论,以寻找一种更好的跟踪概念理解变化的办法。后来,他们想到用一种分层排列的概念和命题结构来表示访谈中涉及到的知识,发现这是一种观察每个学生对基本科学概念理解的具体变化的好办法。于是在1972年,概念图就诞生了^①。最初的概念图并没有连接语,但是后来的研究发现,评分者对同一个连接的理解存在很大的差异,甚至完全不是绘图者的意思。因此,研究者又作了改进,要求绘图者在概念图的连线上作标注,这就是我们今天所说的概念图^②。

1.1.2 概念图的涵义

1984年,Novak在其著作《学会学习》(Learning How to Learn)中,认为概念图是一种用于表征知识结构中一系列概念的示意图^③。之后国外不少教育心理学研究者给出了多种不同定义,虽然表述不一,但对概念图本质的认识是一致的。综合各家之言,可将概念图的涵义表述如下:一种以知识的基本单位——概念作为节点,用恰当的连接语将两个节点相连以构成命题,以“节点—连接—节点”三合一的结构为独特表达方式的关于某一主题的知识结构的一种图式表征形式。

需要指出的是,对于该图式表征形式中作为节点的概念,应对其作宽泛的理解,宽泛意含着概念可以是认识论、现象学以及心理表象等意义下的,也可以是符号学以及学校课程等意义下的。按照Novak的说法,它被定义为“事件或事件中可观察到的规律性或模式,或者事件或事物的记录,它由一个符号来指定,通常是一个词。”

① 希建华,赵国庆.“概念图”解读:背景、理论、实践及发展——访教育心理学国际著名专家约瑟夫·D·诺瓦克教授.开放教育研究,2006,12(1):4-8.

② 伍新春,张爱芹.试论概念图及其对科学教育的启示.心理发展与教育,2006(3):116-119.

③ Novak,J.D., & Gowin,D.B. Learning How to Learn. New York: Cambridge University Press, 1984:1-56.

①两个或更多的概念通过适当的连接语连接形成一个“命题”，或者对某个事件或事物的一句陈述。这样一来，命题成为其真正的意义单元，“节点—连接—节点”这种三合一的结构是概念图的独特表达方式。因此可以说，概念图的本质是以命题的形式表征概念间的意义关系。连接两个概念的连线往往是一条有向线段，它限定了连接的方向，其指向也表示着命题的表述方向。

如图 1.1 是两个“节点—连接—节点”三合一结构示例。左图中，“熊猫”和“哺乳动物”这两个概念由带有连接语“是”的有向线段构成了“熊猫是哺乳动物”这一有效命题；右图中，根据箭头所示方向，易提取出“邻边相等的平行四边形是菱形”、“菱形属于平行四边形”两个有效命题。

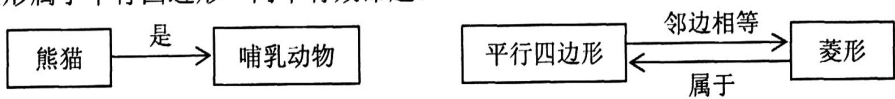


图 1.1 “节点—连接—节点”三合一结构示例

此外，作为舶来品的概念图 (Concept Map) 一词的另两个常见表达是概念构图 (Concept Mapping) 与概念地图 (Concept Maps)，前者注重构图过程，后者注重构图结果，还有人称其为概念关系图，但在实际使用过程中，一般不加严格区分，而用“概念图”笼而统之。

1.1.3 概念图的结构

Novak 认为概念图应是等级结构的，但遭到不少研究者的反驳，他们认为，并不是所有内容都有一个等级结构，也无需非要强加一个等级结构，对于不同类型的内容应该施行不同的图结构^②。有研究者定义了概念图的 5 种结构类型：线形、环形、轮辐形、树形和网络形 (如图 1.2)^③。

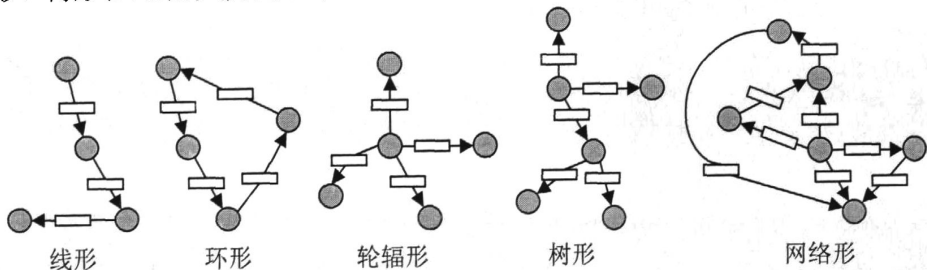


图 1.2 概念图的 5 种结构类型

① 希建华, 赵国庆. “概念图”解读: 背景、理论、实践及发展——访教育心理学国际著名专家约瑟夫·D·诺瓦克教授. 开放教育研究, 2006, 12(1): 4-8.

② 王立君. 概念图在促进认知和评估知识结构方面的理论与实证研究. 成都: 四川大学出版社, 2008. 8: 38-39.

③ Yin, Y., Vanides, J., Ruiz-Primo, M.A., et al. Comparison of two concept-mapping techniques: implications for scoring, interpretation, and use. Journal of Research in Science Teaching, 2005, 42(2): 166-184.

本文支持对于概念图有5种结构类型的看法,后文将出现的众多数学概念图都将以其中一种为基础或综合几种结构类型而构建。

1.1.4 概念图的类型

按照概念之间的关系及范围,可将概念图分为对比概念图、节(章)概念图、专题概念图三种类型。

对比概念图是用对比的手段将易混淆的概念用图示的方法予以展示,以清晰地展现不同概念之间的关系,帮助学习者理解概念间的区别与联系。

节(章)概念图是反映教材中某一节(章)知识要点的概念图。在总结整节(章)所学内容的基础上,根据其知识板块进行构建,有助于增强学习者对概念之间关系的理解。

专题概念图以某专题的具体概念知识进行整理制作,帮助学习者全面把握某专题相关概念之间的联系,增强知识迁移能力。

需要说明的是,以上三种类型都将在本文出现的数学概念图中涉及到。

1.1.5 对相近概念的厘清与界定

(1) 概念图与思维导图

思维导图是世界“记忆大师”托尼·巴赞(Tony Buzan)于1971年发明的一种记笔记的方法,其与概念图类似的构图方式和作用使得人们往往将两者混为一谈,或认为两者等同,或认为思维导图是概念图的一个下位概念。在这里,笔者要对两者作一个必要的区分。

思维导图与概念图是两个不同的概念。思维导图的结构较概念图来得单一,它只允许层次关系(即树形结构),一个思维导图只有一个中心概念,而概念图则往往有多个主要概念;概念图主要是刻画概念与概念间的相互关系,刻画的大多是陈述性知识,因此它是静态的,而思维导图意在反映思维活动的过程,刻画的大多是生成性知识,因此它是动态的;思维导图的连接语比较单调,常常用“有”、“可以是”等语词表示,有时甚至无须使用,而表征概念间意义关系的概念图的连接语则要丰富得多。

(2) 概念图与知识图/知识网络图/知识结构图

前文在叙述概念图的涵义中提到,“节点—连接—节点”这种三合一的结构是概念图的独特表达方式,这就是概念图与我们通常所见的知识图(或称知识网络图、知识结构图等)的本质区别。虽然刻画的内容相近,但以命题的形式表征概念间的意义关系是概念图独有的贡献,知识图只是将相关的知识点用一定的结构糅合在一块,缺乏连接语的特点使得它的共享性较弱,每个人对知识的理解不一,个人构建的知识图并不一定能为他人所理解。

(3) 概念图与语义网络、认知地图、心智图^①

语义网络(Semantic Networks)是一个心理学定义,它表示的是一些语义相似或相关的高频语词或概念的联结,是一个使节点和连线充分相互连接的网络结构,并且连线上也可有连接语,但它没有严格的层次结构。

认知地图(Cognitive Maps)是由一些作为节点的思想观点经相互连接构成的网络结构。这些思想观点与概念的不同之处在于它们可能是一些典型的句子或段落,它们之间由不含连接语的有向线段相连,线段的方向表示其中的因果关系。

心智图(Mind Maps)是由一个中心话题向四周辐射所形成的一种网状图表。它可能具有层次结构和水平分支,主要根据作为节点的思维和话题间的相关性进行连接,因此,连线上缺乏连接语,但这一缺乏也代表了个体思想观念间连接的不确定。

(4) 概念图与认知结构

认知结构是陈述性知识和程序性知识的表征系统,是一种心理组织。它是个体对客观知识的内化,表现出一种主观性,这种主观性制约着人的意识和行为,使不同的个体表现出对客观事物表征的差异性,从而形成不尽相同的认知结构^②。调查个体的认知结构可以利用概念图、卡片排列和词语联想法等,而概念图则被认为是最直接、最便于施测的一种方法^③。

1.2 概念图研究现状

关于概念图的研究现状,前文研究缘起已略有论及,此处再作适当补充。

发端于奥苏贝尔有意义学习理论的概念图理论,因其具备深厚的认识论、心理学和教育学理论根基而在30多年的发展历程中广受国外教育心理学研究者的青睐,无论是作为辅助教学的工具、促进认知的工具抑或是评价的工具,相关的理论与实践研究均开展得较为成熟。国外学术界研制了不少概念构图的软件,出版了概念图的专刊,并从04年起,开始举办两年一届的国际概念构图大会。

反观国内的研究情况,我国大陆地区还基本处于蹒跚学步状态,理论研究不深入,难成体系,实践研究又因理论贫乏往往导致结果缺乏一定的说服力,见诸各类期刊的相关文章其学术价值大部分偏低。此外,研究常以概念图作为辅助教学与促进认知的工具的角度切入,对其作为评价工具的研究,一直鲜有人涉足。因此,目前我国大陆地区的概念图研究水平与国外相比尚存较大差距。当然,近年来,我们也欣喜地看到了一些良好势头的显现,如浙江师范大学的王立君老师,在概念图促进认知和评估知识结构方面作了较为系统的研究,她的《概念图在促进认知和评估知识结构方面的理

① 此三者定义及解释根据喻平教授“数学教育心理研究专题”之“概念图理论”专题的英文讲稿翻译而得。

② 喻平. 数学教育心理学. 南宁: 广西教育出版社, 2004. 8: 161.

③ 张建伟, 陈琦. 认知结构的测查方法. 教育研究与实验, 2001(1): 46-49.

论与实证研究》一书，是我国大陆地区的第一本概念图专著。

由于本课题的研究将以概念图作为评价工具的角度切入，且前文已对概念图评价的研究作了较为详细的介绍，所以此处对概念图研究现状的介绍只求点到为止。

1.3 数学概念图研究概况

数学概念图，即以数学学科为依托，由某一主题的数学知识构建的概念图。对于数学概念图中的“概念”，同样应作宽泛的理解，它不仅指代数学课程中的形式化定义，也可以指代心理表象。这样一来，数学概念可以通过不同的符号加以表示，如图形、语词、数学符号等等^①。

客观而言，数学概念图方面的研究成果与概念图在科学课程中的应用研究所得成果相比尚显单薄，这在国内外是一普遍情况，但国内尤甚。下表 1.2 是笔者根据搜集到的 47 篇大陆地区 01~08 年的相关硕士学位论文所做的统计。由表中数据可看出，在近 50 篇论文中，依托于数学学科开展的研究只有区区 1 篇，可见，数学概念图尚未引起研究者的重视，还基本处于一个被人遗忘的角落之中。

表 1.2 概念图学位论文所属学科类别数量统计

文章所属 学科类别	无学科背景	物理	化学	生物	地理	信息技术	文科阅 读、写作	数学
数量	11	11	11	4	2	4	3	1

下文对目前我国大陆地区已有的相关研究作一简单介绍，国外的相关研究情况则不再赘述。

王兄^②分析了数学概念图中的关联类型，同一表征水平和多个表征水平上的概念间均有直接、间接、交叉三种关联类型，并用相应的数学例子作了说明。

康玥媛、王光明^③认为孤立、零散的数学概念的教学不能帮助学生建立良好的数学认知结构，概念图作为一种有效的能够促进概念间知识联系、加强概念间理解的教学工具，引导学生建构“好”的概念图，能够在很大程度上帮助学生梳理和理清各个知识间的关系，防止以偏概全或有所遗漏，形成一种数学概念和命题的整体性知识网络，从而有助于帮助学生形成良好的数学认知结构。他们提出数学教学中运用概念图应注意制图严谨、建立概念图不是目的和“自主”不等于“放任”，还分析了概念图在平面几何教学、立体几何教学和函数教学中可能存在的局限。

王兄、汤服成^④在谈及概念图在数学学习中的现实意义时，认为概念图有助于学

① 王兄. 数学概念图：一种可能的评价框架. 现代教育论丛, 2006(5): 9-11.

② 王兄. 数学概念图：一种可能的评价框架. 现代教育论丛, 2006(5): 9-11.

③ 康玥媛, 王光明. 概念图及其在数学教学中的应用. 中学数学教学参考, 2007(4): 13-15.

④ 王兄, 汤服成. 概念图及其在数学学习中的现实意义. 数学教育学报, 2004, 13(3): 16-18.

习者强调个人解释、为参与逻辑推理提供契机、促进对话以体现数学学习的交往过程、实践代数表示法、提供一种有效的评价工具等。

曹学良、郑洁^①描述了概率统计概念图的3个特征：层次性、综合性和关联性，举例分析了概率统计概念图的习得经过图式的获得以及图式的精制两个阶段，其功能体现在概念图对输入刺激的解释功能、评判功能和概念图的迁移功能三个方面。

张轶^②研究了数学交流对丰富师范生函数概念图的影响。该研究通过对苏南地区一所中等师范学校三年级学生开展的数学概念图教学，来探索数学交流对丰富师范生函数概念图的影响以及概念图教学在师范学校中实施的可能性和有效性。研究认为，概念图教学为数学课堂提供了与常规数学教学不同的交流方式，学生对此教学方式还是非常认同的。数学交流对丰富学生的概念图起到了积极的作用，反过来，制作概念图也能促进数学交流，同时它也是一种良好的数学评价方式。

另外值得一提的是，广西师范大学出版社于2007年出版了一套“中学概念地图丛书”，其中包括了《初中数学概念地图》与《高中数学概念地图》两本书。它按照概念地图的构图原理，梳理学科概念和双基知识，以图解方式直观地呈现各知识要点之间的联系，使之成为一本以图为主、文图并存、重视概念回归的新型工具书^③。这是众多优秀的一线教师与教研员们在概念图领域多年探索的成果，更是概念图用于数学学习实践的一个直接反映。

① 曹学良, 郑洁. 关于概念图在概率统计教学中应用的一些思考. 数学教育学报, 2007, 16(1): 37-39.

② 张轶. 数学交流对丰富师范生函数概念图的影响: [硕士学位论文]. 华东师范大学, 2007

③ 贺双桂. 高中数学概念地图. 桂林: 广西师范大学出版社, 2007. 1: 1-2.

第 2 章 数学概念图评价之理论构想

2.1 理论构想一：数学概念图的题型

2.1.1 对已有概念图题型的比较分析

目前国内外研究者各自提出了 4 种典型的概念图题型，对此前文已简要论及，为便于下文的比较分析，对其进行如下编号：

- I .创造连接语构建概念图 (C 技术)
 - II .选择连接语构建概念图 (S 技术)
 - III (1) .节点填空型 (Fill-in-the-nodes)
 - III (2) .连接语填空型 (Fill-in-the-lines)
 - IV .填空型
 - V .结构型
 - VI .半结构型
 - VII .无结构型
- (上述 8 种题型中， I ～III (2) 为国外题型， IV ～VII 为国内题型)

2.1.1.1 对概念图题型各因素涵盖水平的分析

概念图题型由框架、节点、连线和连接语 4 个因素构成，每个因素在构图难度方面可分为若干种水平，则经各因素的不同水平的组合就形成了不同的概念图题型。仔细分析 8 种概念图题型各自的任务要求，得到下表所示每个因素所涵盖的各种水平。

表 2.1 概念图题型各因素的涵盖水平

a	框架	a ₁ : 有
		a ₂ : 无
b	节点	b ₁ : 全部提供并已确定位置
		b ₂ : 在给定的概念图框架中，部分提供，部分由构图者从提供的概念列中选择提取
		b ₃ : 在给定的概念图框架中，部分提供，部分由构图者自主创建
		b ₄ : 全部提供但需构图者确定位置
		b ₅ : 只提供一个核心概念，其余全部由构图者自主创建并确定位置
c	连线	c ₁ : 有
		c ₂ : 无

表 2.1 (续)

d	连接语	d ₁ : 全部提供并已确定位置
		d ₂ : 在给定的概念图框架中, 部分提供, 部分由构图者从提供的连接语列中选择提取
		d ₃ : 在给定的概念图框架中, 部分提供, 部分由构图者自主创建
		d ₄ : 全部提供但需构图者确定位置
		d ₅ : 不提供任何连接语, 全部由构图者自主创建并确定位置

2.1.1.2 对概念图题型各因素所属水平的界定

下面对每种题型在各因素上的水平进行界定, 得到下表所示结果(“√”表示该题型在各因素上的所属水平):

表 2.2 概念图题型各因素所属水平的界定

	a		b					c		d				
	a ₁	a ₂	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	c ₁	c ₂	d ₁	d ₂	d ₃	d ₄	d ₅
I		√				√			√					√
II		√				√			√				√	
III(1)	√			√				√		√				
III(2)	√		√					√			√			
IV	√				√			√				√		
V	√					√		√					√	
VI		√				√			√				√	
VII		√					√		√					√

分析上述结果, 编号为 II 和 VI 的题型在各因素上的水平完全相同, 即国外的 S 技术与国内的半结构型任务是等价的。因此, 国内外所提的共 8 种题型事实上代表了目前概念图研究中较为典型的 7 种题型。其中每一种在 a、c 两个因素上的水平等价, 即有框架必有连线, 无框架必无连线。这一点易于理解, 用连线将所有空白节点串起来之后, 就为构图者搭建了概念图的框架, 而不提供任何连线的话, 呈现给构图者的就是一片空白。但在因素 b、d 上, 7 种题型所涵盖的水平则要丰富得多。

理论上, 在现有各种水平下, 由于每种题型在 a、c 因素上的水平等价, 若任定其中一个水平, 即有框架/连线或无框架/连线, 再在 b、d 因素下的 5 个水平中分别任取其一, 这样三种水平任意组合共可形成 $C_2^1 C_3^1 C_5^1 = 50$ 种题型。所以, 目前的 7 种题型只是其中的一小部分, 或许是因构图操作性强和评分方便等缘由, 使得这 7 种题型成为了典型。现在的问题是, 对这典型的 7 种题型的难度及其关系如何予以界定?

国内外的概念图题型有何异同,它们的特征又如何刻画?是否在某些因素上还存在其它水平,以供开发新的题型?

2.1.1.3 对概念图题型各因素涵盖水平的难度界定

为了回答上述问题,下文将引入一个多因素模型进行分析。在引入该模型之前,先对各因素的水平作出难度界定。需要说明的是,这里的难度非统计学意义上的难度,而应对其作特定的理解,理解为每种水平对应下的构图任务的繁琐程度。当然,下文将出现的难度分值也只是对特定任务的一项人为赋值,不具有一般统计学意义。

为构图者提供框架/连线的构图任务相比于不提供框架/连线的构图任务自然来得容易,这一点不言而喻。那么,对于另两个因素上的5个水平,它们的难度关系如何呢?

比较节点和连接语各自的5个水平,它们的区别主要在于如下三个方面:①构图者是否需要自主创建节点/连接语;②构图者是否需要从提供的概念列/连接语列中进行选择提取;③构图者是否需要确定节点/连接语的位置。

若对上述每项赋予0~1的分值,具体地,“全部是”记1分,“部分是”记0.5分,“否”记0分,则可粗略算得 $b_1 \sim b_5$ 5个水平的初步构图难度分别为:0, 0.5, 0.5, 1, 2(见表2.3第4列)。

表2.3 节点因素上多个水平的难度界定

	①	②	③	初步难度	修正后难度
b_1	0	0	0	0	0
b_2	0	0.5	0	0.5	0.5
b_3	0.5	0	0	0.5	0.5 ⁺
b_4	0	0	1	1	1
b_5	1	0	1	2	2 ⁺

下面,再对这一初步难度进行必要的修正。

虽然 b_2 、 b_3 水平的初步难度值都为0.5,但要求构图者从提供的概念列中进行选择提取与要求其自主创建相比,两项任务的难度显然是不等的,因为后者还隐含着构图者从自己大脑的概念列中选择提取合适内容的过程,因此, b_3 水平的实际难度应大于0.5,不妨将其记为0.5⁺。

此外,对于 b_5 水平,构图者在自主创建除核心概念外的其余所有概念时,同样隐含着对这些概念在大脑中进行选择提取的过程,所以 b_5 水平的实际难度应大于2,仿照上例记为2⁺。

于是,得到5个水平的修正后难度(见表2.3第6列)。

同理，可得 $d_1 \sim d_5$ 5 个水平的修正后难度分别为：0，0.5，0.5⁺，1，2⁺。

则表 2.1 中 4 个因素的水平排列均遵循了从低到高的难度顺序，不同因素的水平相互组合就构成了概念图题型的一个综合难度。

2.1.1.4 对概念图题型各因素难度水平的等级赋值

为了对这个综合难度有一个整体的把握，在上述因素分析的基础上，对每个因素的难度水平先进行等级变量的自然赋值（即从低到高按自然数 1，2，3，…进行赋值）。同时，为了能对 b、d 因素上 5 个水平难度的疏密程度有所反映，则在自然赋值的基础上结合 5 个水平修正后难度间的大小关系作一定的数学处理。具体地，先对带“+”的难度值赋予该水平在表 2.3 中①上得分的 50%作为附加难度值，即对 b_3 、 d_3 和 b_5 、 d_5 的修正后难度认定为 0.75 和 2.5。于是，若对 b_1 水平赋值为 1， b_2 水平赋值为 2，则根据修正和数学处理后的难度值间的大小关系：0、0.5、0.75、1 和 2.5，对 b_3 、 b_4 、 b_5 水平分别赋值 2.5、3、6^①。同理，再对 $d_1 \sim d_5$ 进行等级赋值。

另外，因为因素个数恰好是 4，所以可直接借助平面直角坐标系进行刻画，将水平等价的 a、c 因素置于横轴的正、负半轴，代表节点、连接语的 b、d 因素置于纵轴的正、负半轴，于是 4 个因素所有水平的难度及其分布均可用一个二维坐标来刻画。

综合表 2.2、2.3 的结果，得到下表所示每种题型各因素的等级坐标值：

表 2.4 概念图题型在各因素上的等级坐标值

	a	b	c	d
I	(2, 0)	(0, 3)	(-2, 0)	(0, -6)
II	(2, 0)	(0, 3)	(-2, 0)	(0, -3)
III(1)	(1, 0)	(0, 2)	(-1, 0)	(0, -1)
III(2)	(1, 0)	(0, 1)	(-1, 0)	(0, -2)
IV	(1, 0)	(0, 2.5)	(-1, 0)	(0, -2.5)
V	(1, 0)	(0, 3)	(-1, 0)	(0, -3)
VI	(2, 0)	(0, 3)	(-2, 0)	(0, -3)
VII	(2, 0)	(0, 6)	(-2, 0)	(0, -6)

2.1.1.5 概念图题型的四因素模型及其比较结果

根据表 2.4 的结果，在平面直角坐标系中描出每种题型的 4 个等级坐标值，再顺

① 注： b_1 、 b_2 之间的难度间距 0.5 代表两者等级赋值间的跨度 1，对难度为 1 的 b_4 水平进行等级赋值，在难度是 0.5 的 b_2 水平的等级赋值 2 的基础上增加 1 个跨度，得 3；介于 b_2 、 b_4 难度中间位置的 b_3 水平的等级赋值，取 b_2 、 b_4 所赋值 1、3 的平均值 2；而难度为 2.5 的 b_5 水平，则在 b_4 所赋值 3 的基础上增加 3 个跨度，赋值为 6。

次连接 4 个点，即可画出反映概念图题型综合难度的一个直观的四边形模型^①(图 2.1)。

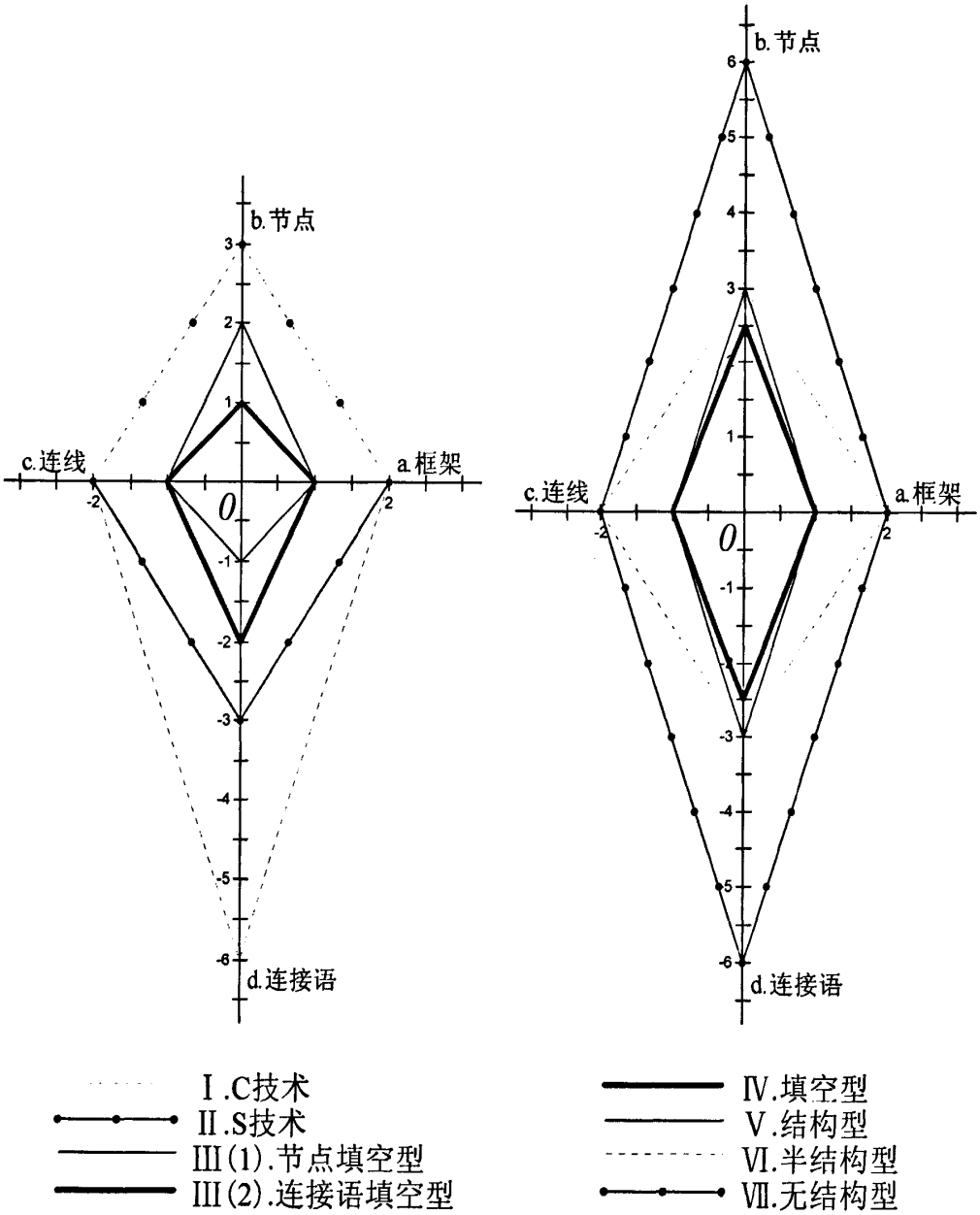


图 2.1 概念图题型的四因素模型

观察以上两图，可得如下一些结论：

①国外的 S 技术与国内的半结构型任务的四边形模型形状、位置完全相同，两种

① 该模型参考了鲍建生的博士学位论文“中英两国初中数学课程综合难度的比较研究”(华东师范大学，2002)中的数学题的综合难度模型。

题型等价。

②7个不同的四边形模型中,无结构型任务的直观模型呈现为一个最大的瘦长状菱形,因此其构图难度最大,而国外研究者所提的节点填空型和连接语填空型的直观模型则为两个成中心对称的不规则小四边形,两者属最为简单的构图任务。

③国内研究者所提的4种构图任务与国外的4种典型题型相比,虽然两者在a、c因素上的难度分布情况相同,两个水平上各有一半题型,但在b、d两因素上的难度分布则差别较大。譬如,国内的4种构图任务在节点因素上的难度均高于2,更有无结构型任务达到了难度6,而国外的4种题型中有两种难度为3,另两种难度在2以内。同样地,两者在连接语因素上的难度分布差异也较为显著。

④总体而言,国内的构图任务的难度普遍高于国外的题型,其在节点、连接语的难度要求上比较平衡,所有模型均呈现为规则的菱形。而国外的4种题型,除S技术外,其余3种的直观模型均呈现为不规则四边形,说明其并不注重节点、连接语因素上难度的平衡,题型的设计侧重于考察二者之一。

下文笔者将基于以上的模型和比较结果,设计一种利于施测的数学概念图新题型。

2.1.2 数学概念图的新题型——提示节点的无结构型

2.1.2.1 新题型的设计思路

首先,笔者认同这样一种看法:在概念图的几种题型中,填空型任务虽然具有答案相对固定,试题篇幅小,答题时间短,评分的可操作性较强等优点,但此类题型仍然保留过多传统试题的元素,侧重零散概念的考查,不能很好地体现学生对知识结构的理解和掌握情况,未能充分突出概念图评价的优势^①。因此,要获得理想的概念图评价效果,我们应尽量选用构建型任务作为主要题型,而将填图型任务的作用定位于帮助学生回忆基础知识、熟悉试题特点更为合适。基于这一认识,在新题型a、c因素的水平设定上,笔者选择第2级水平,使其成为一种不提供框架和连线的构建型任务。

其次,由于概念图的本质是以命题的形式表征概念间的意义关系,因此在概念图试题中突出对连接语的考查是自然不过的。这一点也便于我们理解为何国外的4种题型中,有题型的连接语水平达到了难度6,而节点的难度水平均在3以内。突出对连接语的考查即是重视对学生思维的发散性、深刻度等的考查。鉴于此,对新题型中连接语因素的水平,笔者将其设定为最高一级的难度—— d_5 水平。

最后,考虑节点因素的难度水平。根据已有7种不同题型的四因素模型及其比较结果,我们发现节点因素的难度水平呈现了两极分化的现象,6种题型的难度在3以

① 胡玺丹,陆建身,卞慧芳.概念图评价在生物学教学中的运用.生物学教学,2007,32(3):10-12.

内(包括 3)，而惟独无结构型任务达到了难度 6。这一不尽合理的节点难度分布状况启发我们，能否在 3~6 的难度间找寻一个适中水平？从节点因素的 5 种涵盖水平方面分析，适合于构建型任务的只有 b_4 、 b_5 两种水平，而我们的目的即是在此两者间寻找一个合适的中间水平。 b_4 水平提供全部节点但需构图者确定位置， b_5 水平只提供一个核心概念，其余全部由构图者自主创建并确定位置，那么若对两者均稍作改动，可使它们趋向一个共同的新水平，即：提供部分节点由构图者确定位置，另外的部分节点由构图者自主创建并确定位置。我们将这一新水平记为 b_6 ，至于它的难度是否如我们所愿的介于 b_4 、 b_5 水平难度之间，这将在下文予以验证。

综上，得到数学概念图的一种新题型，其各因素的水平设定如表 2.5 所示。由于这一新题型与无结构型构图任务的区别在于其为构图者提供了部分节点，除此之外并无差异，因此我们不妨将其命名为“提示节点的无结构型”。

表 2.5 “提示节点的无结构型”各因素的水平设定

a	框架	a_2 : 无
b	节点	b_6 : 提供部分节点由构图者确定位置，另外的部分节点由构图者自主创建并确定位置
c	连线	c_2 : 无
d	连接语	d_3 : 不提供任何连接语，全部由构图者自主创建并确定位置

2.1.2.2 新题型的特征分析

下面沿用之前的方法，界定“提示节点的无结构型”构图任务的各因素水平。因为其在 a、c、d 三因素上的水平已为我们熟悉，所以这儿只需界定 b 因素上的新水平。

按照前文对节点/连接语的几个水平的区别所作的归纳，即：①构图者是否需要自主创建节点/连接语，②构图者是否需要从提供的概念列/连接语列中进行选择提取，③构图者是否需要确定节点/连接语的位置，分析 b_6 水平的构图任务，进而进行人为赋值，于是得到如下表所示的对 b_6 水平的难度界定。

表 2.6 对 b_6 水平的难度界定

	①	②	③	初步难度	修正后难度
b_6	0.5	0	1	1.5	1.5 ⁺

仿照前文，对 b_6 水平的初步难度进行修正。因为有部分的节点需构图者自主创建，这当然隐含着构图者从自己大脑的概念列中选择提取合适内容的过程，因此， b_6 水平的实际难度应大于 1.5，于是记为 1.5⁺。

接着对 b_6 水平进行等级赋值。同样按照之前的规定先作一定的数学处理，即对

带“+”的难度值赋予该水平在上表中①上得分的50%作为附加难度值，那么，对 b_6 水平的修正后难度具体认定为 1.75。于是，根据前面对 $b_1 \sim b_5$ 的等级赋值，修正后难度为 1.75 的 b_6 水平的等级赋值应为 4.5^①。这一数值正好是 b_4 、 b_5 水平的等级赋值 3、6 的平均值，正是我们理想中的节点因素的难度水平。同时这也验证了之前对 b_6 水平所处难度位置的猜测。

于是得到下表所示的新题型各因素的等级坐标值。

表 2.7 “提示节点的无结构型”各因素的等级坐标值

a	b	c	d
(2, 0)	(0, 4.5)	(-2, 0)	(0, -6)

根据上表结果，得到反映“提示节点的无结构型”这一数学概念图新题型的四因素模型(图 2.2)。

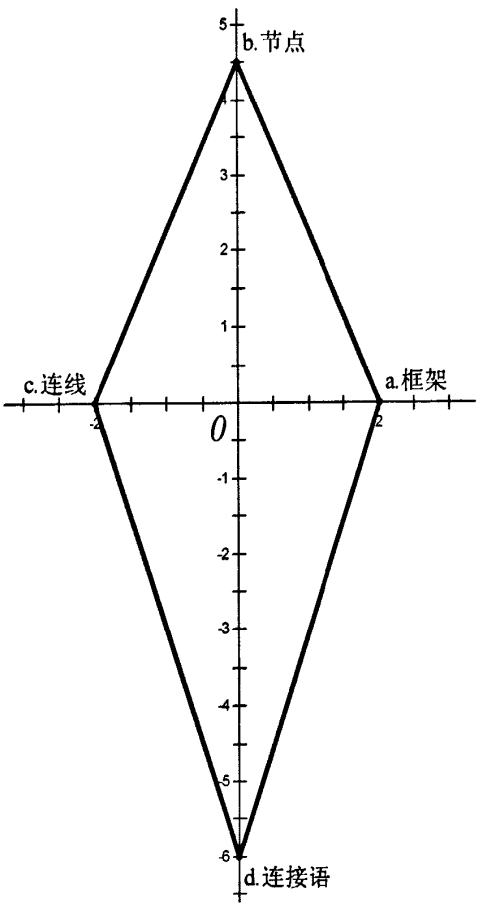


图 2.2 “提示节点的无结构型”的四因素模型

① 注： b_1 、 b_2 之间的难度间距 0.5 代表两者等级赋值间的跨度 1，由对难度为 1 的 b_4 水平赋值为 3 可知，难度为 1.75 的 b_6 水平的赋值应在 3 的基础上增加 1.5 个跨度，所以赋值为 4.5。

以上的模型,打破了国内的概念图题型注重节点、连接语因素上难度的平衡,使得四因素模型均呈现为规则的菱形这一常规。与无结构型任务相比,它在保持对连接语考查方面的高要求外,稍稍降低了对节点内容考查的难度。一方面,为构图者提供的部分节点,或是与核心概念联系紧密的重要概念,或是易为学习者忽略的重要概念,这无疑为构图者创建另一部分节点起到了一定程度的提示作用;另一方面,不论是选择提取还是创建的节点,都由构图者确定位置并创建相互间的连接语,这又不失构建型任务重在考查学习者知识结构的特质。

2.1.2.3 新题型示例

基于上文的论述,笔者设计了如下一项符合要求的“提示节点的无结构型”构图任务:

亲爱的同学,请你以“数列”为核心概念,联想相关内容,自主构建一幅完整的数列概念图。下面的10个节点是与“数列”相关的一些概念,供你构图时全部或部分地使用,请积极联想其余的相关概念,完成你的概念图。

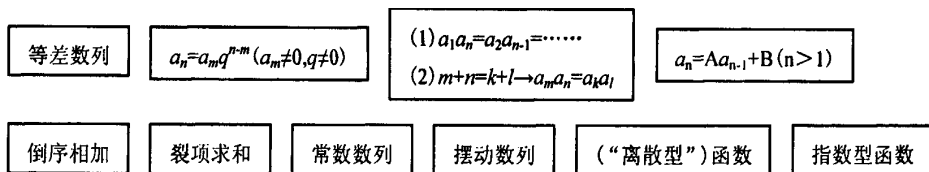


图 2.3 “数列”概念图构建任务中提示的节点

以上10个节点中,等差数列是一个与“数列”密切相关的概念,笔者希望学生能由此自然联想起另一种重要数列——等比数列,再由提示的等比数列的性质和通项公式的变形形式,联想这两种数列的定义、通项、求和、中项、性质等一系列知识点;常数数列、摆动数列是另两个重要的相关概念,笔者用此启发学生联想数列还可能存在的另两种形式——递增与递减;倒序相加、裂项求和这两个节点,意在启发学生联想学过的其它数列求和方法,并与等差、等比数列求和公式的推导相联系; (“离散型”)函数、指数型函数这两个节点,用意是考查学生是否明晰数列的本质这一易被忽视的知识点;而公式 $a_n = A a_{n-1} + B (n > 1)$ 的呈现,目的在于考查学生对知识本质的领会及融会贯通的能力。笔者认为,学生若能对任务中所提示的这部分节点充分利用并在此基础上展开积极联想,则完全有可能画出一幅结构合理、内容丰满的“数列”概念图。

至于这一“提示节点的无结构型”是否较无结构型构图任务来得优越,是否具备更为理想的测试效果,笔者将在后文的实证研究中设计单因素完全随机实验予以分析。

2.2 理论构想二：数学概念图的评分方法

2.2.1 对已有概念图评分方法的比较分析

概念图的 7 种评分方法，笔者已在前文概念图评价研究述评中作了介绍。下文将对这 7 种方法作一比较分析，同样地，先予以编号：

- i . Novak、Gowin 的结构评分法
- ii . Markham 的结构评分法
- iii. Austin 的关系评分法
- iv (1).按知识编码数记分
- iv (2).按知识编码的质量记分
- v .比较等级评定法
- vi.成分加注代码法

2.2.1.1 对概念图评分方法记分性质的分析

概念图评分方法的记分性质可分为以下四种：A. 按量记分；B. 主要按量记分，适当顾及到“质”；C. 按质记分；D. 量、质并重记分。按量记分是对学生概念图中出现的节点、连接语、实例等，只要有效，就按规定记分，而不考虑其质量高低；按质记分是根据学生创建的节点、连接语、实例等的质量高低赋予不同的分值，记分时，往往需逐个考查每个可能的得分点，所以按质记分中包含了按量记分的特点(但因该方法更多地突出对“质”的考查，而将对“量”的考查隐含于对“质”的考查中，所以仍将其认定为按质记分)。上述 7 种评分方法各自的记分性质见表 2.8。

表 2.8 概念图评分方法的记分性质

	A	B	C	D
i	√			
ii		√		
iii			√	
iv (1)	√			
iv (2)				√
v				√
vi				√

2.2.1.2 对概念图评分方法优劣性的比较

分析了 7 种评分方法的记分性质后，再结合每种方法的具体操作规定，比较它们各自的优劣性，结果见表 2.9。

表 2.9 概念图评分方法各自的优劣性

	优	劣
i	记分容易	①限定于等级结构的概念图, 适用性狭窄; ②对权重分值的分配缺乏说服力; ③完全按量记分, 忽视概念图的“质”
ii	①记分容易; ②与 i 相比增加考查了概念的有效性和分支的精确性	①限定于等级结构的概念图, 适用性狭窄; ②对权重分值的分配缺乏说服力
iii	突出了对命题质量的考查	只注重命题质量, 考查较片面
iv (1)	记分容易	①完全按量记分, 忽视概念图的“质”; ②对照标准图记分, 忽视概念图的创新性
iv (2)	量、质并重, 可信度较高	①记分较繁琐; ②对照标准图记分, 忽视概念图的创新性
v	简单明了, 利于操作	①记分较粗糙, 可信度易受影响; ②对照标准图记分, 忽视概念图的创新性
vi	①准确度较高; ②适用性广; ③虽以标准图参照, 但额外分值的设置顾及了概念图的创新性	记分较繁琐

2.2.1.3 对概念图评分方法的简评

基于以上的比较分析, 下文对概念图的几种评分方法作一简评。

首先, 按量记分的方法操作时相对容易, 但因忽视了对概念图的“质”的考查而降低了评分的精准性, 易使可信度受到影响。但若单一地按质记分, 对概念图的考查则显得颇为片面, 因为它过于关注学生思维的准确性和深刻性而忽视了思维的广阔性。因此, 优良的评分方法应做到量、质并重。在这一点上, 较晚出现的后三种方法做得是较为理想的。

其次, 不论是 Novak、Gowin 所提的结构评分法还是经 Markham 改良后的方法, 由于被限定于等级结构的概念图, 所以其在应用中的缺点显而易见。另外, 结构评分法一直未受到广泛认可。一方面, 不管是认知心理学理论还是已有文献都支持概念图应具有多种结构; 另一方面, 认知心理学、发生认识论和已有文献都有证据证明 Novak 等人给出的评分标准存在诸多不合理性^①。鉴于此, 笔者认为一种好的评分方法应脱离等级结构的束缚, 而具有普适性。

① 王立君. 概念图在促进认知和评估知识结构方面的理论与实证研究. 成都: 四川大学出版社, 2008. 8: 94-107.

再次，对照标准图记分时，评分者可将学生的概念图与标准图逐项进行比对，方便评分。但此法易忽视学生概念图中的一些创新成分，因此效仿成分加注代码法对学生概念图中存在的标准图中没有却又符合题意的内容，酌情添加一个额外的分值，是一项合理并值得提倡的做法。

最后，用间断型的等级分数来刻画概念图的成绩虽然利于操作，但评分的可信度易受到影响。如果要使概念图测试的分数具备较高的可信度和较强的说服力，那么还是选用连续型的数值分数进行刻画为好。但这又会带来一些值得深思的问题，如组成总分的各部分分数之间是否应有一个相应的权重设置？该权重如何分配比较合理？等。在评定概念图的最终分数之前，评分者应尽量把这些问题考虑周全。

2.2.1.4 对理想的概念图评分方法的设想

根据以上对评分方法的简要评述，笔者认为，评分者在设计概念图的评分方法时需确定记分性质、适用范围、有无标准图作参照和分数形式这四项基本要素。其中每一项均有若干个选择项目(见表 2.10)。

表 2.10 概念图评分方法的构成要素

① 记分性质	按量记分；
	主要按量记分，适当顾及到“质”；
	按质记分；
	量、质并重记分
② 适用范围	只适用于特定的结构或题型(如等级结构或填图型试题)；
	普遍适用
③ 有无标准图作参照	有；
	无
④ 分数形式	等级分数；
	数值分数

下面，笔者提出一个设想：理想的概念图评分方法应是一种以数值分数准确表示的适用于各种概念图结构的量、质并重的方法，若以标准图作为评分参照，则能对学生概念图中的创新成分进行额外赋分。

下文笔者将基于这一设想设计数学概念图的评分方法。

2.2.2 数学概念图的“成分加注代码法”

由前文的比较分析结果可知，“成分加注代码法”满足了对理想的概念图评分方法设想中的四项要求，应是目前较为优越的一种方法。若能对其记分繁琐这一缺

陷作些改进,则应不失为一种值得推广的好方法。下文笔者将结合“提示节点的无结构型”构图任务的要求,对其进行必要的修正,使其成为适合数学概念图新题型的新“成分加注代码法”。

2.2.2.1 原方法应用的困难及存在的不合理性

其一,原“成分加注代码法”对每个知识点(包括概念、连接语和实例)的质量均划分为2分、1分、0分三个等级,评分时,评分者需对这三项中的每一个知识点逐一地评定等级、加注代码,工作量无疑是繁重的,且可能因知识点数量较多、概念图结构复杂等因素造成疏漏,导致分数产生一定的误差。另外,三个等级间的划分标准是什么,这一点未作交代。

其二,原方法用一个看似不复杂实则复杂的数学公式刻画了评分过程。学生概念图的总分 S 是其概念图与标准图吻合的得分 S_0 与额外分值 E 这两项分数的组合,这一设计从表面上看合情合理,但从教育测量学的角度看是站不住脚的。 S_0 由学生概念图与标准图吻合的比例乘以标准图的总分 Z 所得(Z 的具体数值可以由评分者根据常理或个人需要设定,如将标准图的总分设为10分、100分等),它表征的是学生的概念图相对于标准图的一个得分,其必然在标准图的总分所掌控的一个范围内。而 E 这一酌情添加的额外分值,构成它的每一分该如何确定呢?难道由评分者想当然地对学生概念图中的每一个创新点赋予1分、2分抑或是5分?如果 E 不必与 S_0 进行整合,那么不论赋分多少都无可厚非,但现在将这两项分数相加,就是件令人费解的事了。因为从测量学的角度说, S_0 和 E 是两个单位不等的分值, S_0 中的“1”分不等于

E 中的“1”分,它们是无法进行加减运算的。现在公式“ $S = S_0 + E = \frac{\sum_{i=1}^M X_i}{2N} \cdot Z + E$ ”硬是把两个不相关联的分数相加,这一记分过程缺乏测量学依据,不能不说是“成分加注代码法”的一大缺憾。

其三,原方法未对额外分值 E 的具体操作作出明确规定,这难免留给评分者一系列含糊的问题。如:所谓“标准图中没有却又符合题意的内容”,是概念、连接语和实例三项都包括其中吗?所谓“酌情添加”,是单纯地按量记分还是同样要加注代码?倘若加注代码,那么这些没有出现在标准图中的知识点的等级标准该如何确定?

2.2.2.2 原方法中的困难及不合理性的解决对策

第一,简化原方法中繁琐的评定等级、加注代码的过程。具体操作如下:

①对学生概念图中的连接语评定等级,加注代码。我们将标准图中的连接语个数记为 N_1 ,学生概念图中的连接语个数记为 M_1 ,按连接语的质量高低划分三个等级 X : 2分、1分、0分,评分时,对 M_1 个连接语逐一地评定等级并加注代码 X ,然后将这

M_1 个连接语的评分代码相加, 即 $\sum_{i=1}^{M_1} X_i$, 除以 $2N_1$, 得到学生概念图中的连接语和标准图中的连接语吻合的比例, 再用这个比例乘以标准图的总分 F (为区别于下文的标准分数 Z , 此处我们用“ F ”来表示标准图总分), 得到学生概念图中的连接语与标准图

中的连接语吻合的得分 S_1 , 即 $S_1 = \frac{\sum_{i=1}^{M_1} X_i}{2N_1} \cdot F$ 。需要说明的是, 由于我们将学生概念

图中出现的标准图中没有的连接语一并计算在内, 所以 $\frac{\sum_{i=1}^{M_1} X_i}{2N_1}$ 这一比例可能大于 1。

对于连接语等级质量的划分, 我们规定: 正确、有效地刻画了概念之间关系的记 2 分, 正确但表述不够清楚或刻画的关系较为片面的记 1 分, 缺少连接语或表述错误的记 0 分。

②对学生概念图中的节点进行按量记分。我们将标准图中的节点个数记为 N_2 , 学生概念图中的节点个数记为 M_2 , $\frac{M_2}{N_2}$ 即是学生概念图中的节点和标准图中的节点吻合的比例, 乘以标准图的总分 F , 得到学生概念图中的节点与标准图中的节点吻合的得分 S_2 , 即 $S_2 = \frac{M_2}{N_2} \cdot F$ 。可以预计, 学生在进行“提示节点的无结构型”构图时, 或许不会用光所提供的节点, 但在自主创建另外的部分节点时可能创建出新的节点, 即那些标准图中没有但与概念图主题有联系的节点。于是我们规定: 凡是存在于学生概念图中的非孤立的节点, 一律计入 M_2 中, 所以此处的 $\frac{M_2}{N_2}$ 也可能大于 1。

③在重在考查数学认知结构的构图任务中, 我们不严格要求学生在每一处可能的节点上都给出相应的实例。因此, 对于学生概念图中实例的记分, 我们不再参照标准图, 而依据质量高低 (X : 2 分、1 分、0 分) 逐项赋分。我们规定: 若实例正确, 记 2 分; 部分正确, 记 1 分; 错误或没有实例则不记分, 如果学生概念图中的实例个数为 M_3 , 则这一额外分值 E 可表示为 $E = \sum_{i=1}^{M_3} X_i$ 。

第二, 通过将原始分数转化成标准分数的方式解决学生概念图与标准图的吻合得分和额外分值单位不等、无法相加的问题。标准分数是较常用的一种导出分数, 它是

将原始分数与其平均数之差除以标准差所得的商数, 其计算公式为: $Z = \frac{X - \bar{X}}{S}$ ①。

标准分数是以标准差为单位度量原始分数离开其平均数的量数, 表示一个原始分数在团体中所处的相对位置, 它是一个不带单位的抽象值, 不受原始分数单位的影响, 是一个等距变量, 可接受加减运算的处理。因此, 我们将学生概念图中的连接语、节点、

① 胡中峰. 教育测量与评价. 广州: 广东高等教育出版社, 2006. 3: 155.

实例三项所对应的得分 S_1 、 S_2 、 E 分别转化为标准分数，记为 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 ，则总分 $Z = Z_1 + Z_2 + Z_3$ ，我们可用这一公式来刻画学生概念构图的总体得分。但是由于标准分数存在负数和小数，不便于统计分析，所以最后将标准分数进一步转化为 T 分数，代入公式 $T = 10Z + 50$ ^①，用“ T ”这个在 10~90 范围内的比较接近百分制的分数来表示概念构图的最终得分。

2.2.2.3 数学概念图的“成分加注代码法”

梳理并归纳上述的几步操作，得到这一新“成分加注代码法”的具体记分流程，如图 2.4。

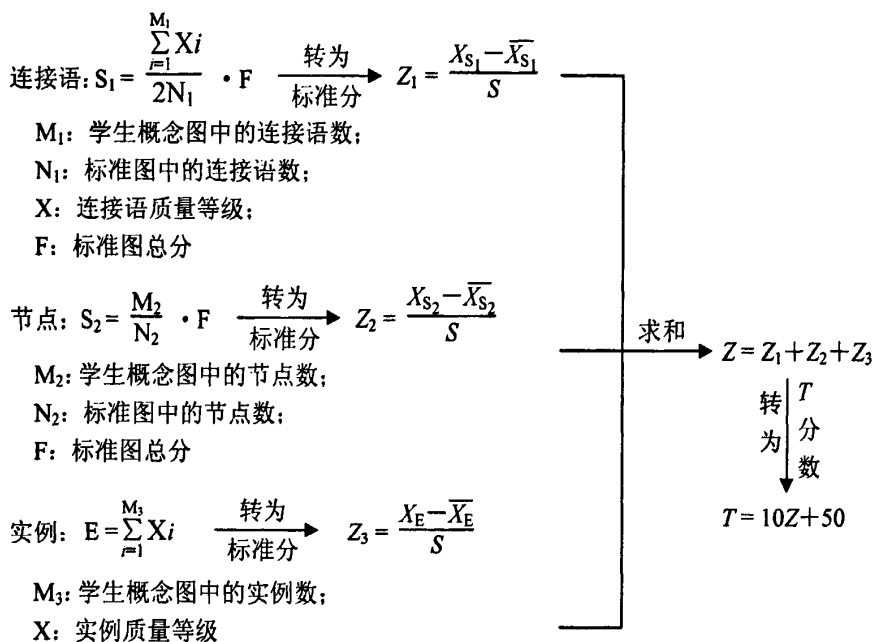


图 2.4 新“成分加注代码法”的记分流程

这一记分流程，看似繁琐，实则不仅明显简化了原方法的操作，且更符合数学概念图新题型的特点。由于“提示节点的无结构型”构图任务突出了对连接语的考查力度，所以新“成分加注代码法”依旧重视学生创建的连接语质量，坚持对每一个连接语评定等级并加注代码；对节点采用按量记分的方式，一方面是因为节点的质量好坏并无严格的区分标准，一方面也为了突出对学生思维广度的考查；对实例采用加注代码的额外赋分方式，则是重视学生思维精致度的体现；最后，通过转化成标准分数的形式有效地整合了这三项得分，使最终呈现的分数具备一定的说服力。需要说明的是，这一新评分方法不仅适用于“提示节点的无结构型”构图任务，它对无结构型构图任务也是完全适用的。

① 胡中锋. 教育测量与评价. 广州: 广东高等教育出版社, 2006. 3: 156.

下一章,我们将用新“成分加注代码法”为施测后的“提示节点的无结构型”构图任务评分,分析数学概念图的新题型和新评分方法在评价实践中的可行性问题。

2.2.3 数学概念图的“多因素模型评价法”

如果说数学概念图的“成分加注代码法”可能使评分者的思维囿于标准图的围栏,导致其易忽视学生概念图中的一些创新性成分,又或许会在遇到与标准图的结构框架差别较大的概念图时产生一定的抵触情绪,影响评分,那么下面提出一种同样适用于构建型任务的无需参照标准图的新方法。

2.2.3.1 “多因素模型评价法”的评分要素

我们定义如下4项概念图评分要素:

(1) 广度

节点数量的多少反映构图者认知结构中相应知识点的“量”的大小,因此我们用概念图中节点数量的总和表征构图者思维的广度。当然,被计数的节点必然是概念图中的非孤立节点,如果一个节点上没有一条连线与其余节点相连,该节点就不计入总数。

(2) 连通度

概念图利用连接语将不同节点相连以构成有意义的命题,连接语数量的多少反映了构图者认知结构中知识点之间的连通性,因此我们用概念图中的有效连接语数表征构图者思维的连通度。

(3) 密度

某些概念图中节点很多但连线很少,而某些概念图中虽节点不多,但连线却是密密麻麻,这种连接语数与节点数的不同的比体现了构图者认知结构中知识点之间联系的紧密程度,我们将此命名为构图者思维的密度,用公式“密度 = $\frac{\text{连通度}}{\text{广度}}$ ”来表示。

(4) 精致度

构图者若能在构造节点时联想并正确呈现相应的实例,这说明其思维是比较细致深入的,因此我们用概念图中的实例个数表征构图者思维的精致度。

2.2.3.2 数学概念图的“多因素模型评价法”

下面,我们再次引入多因素模型^①。我们将上述4项评分要素作为模型的4个因素,由于广度和连通度刻画的是概念图“量”的方面的特性,密度和精致度刻画的是概念图“质”的方面的特性,因此将广度和连通度置于横向维度上,将密度和精致度

^① 该模型参考了鲍建生的博士学位论文“中英两国初中数学课程综合难度的比较研究”(华东师范大学,2002)中的数学题的综合难度模型。

置于纵向维度上,得到如图 2.5 排列的“多因素模型评价法”中的 4 个因素:

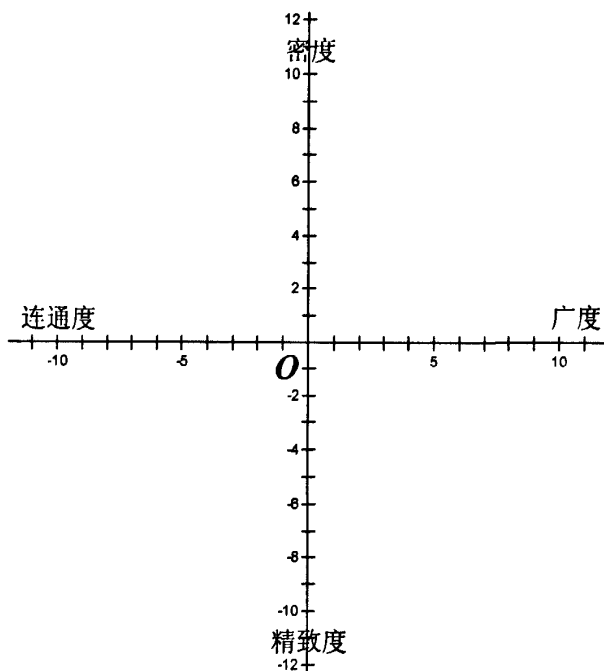


图 2.5 “多因素模型评价法”的 4 个因素

评分时,我们将构图者在 4 项要素上的得分分别对应到该要素所处维度的射线上进行描点,再依次连接 4 个点,即得到一个反映概念构图情况的直观的四边形模型。借助这一模型,我们可对不同构图者的构图水平进行多方位的比较,了解同一群体的构图者的多个方面的水平差异,由此得到的细致入微的反馈结果是套用数学公式来描绘整个构图结果的“成分加注代码法”所无法企及的。需要说明的是,由于密度是连通度与广度的一个比值,精致度是实例的数量,两者在数值上可能与广度和连通度差别很大,为构图的顺利与方便,我们同样可以仿照“成分加注代码法”中的处理,将四个数值分别转为标准分数,用四个标准分数来描点并构造四边形模型。

下一章,我们同样将在实证研究中检验这一数学概念图的“多因素模型评价法”的应用效果。

2.3 理论构想三: 数学概念图与数学学习的关系

2.3.1 数学概念图与 CPFS 结构

(1) CPFS 结构简介^①

概念域(concept field)、概念系(concept system)、命题域(proposition field)、命题

^① 喻平,单增. 数学学习心理的 CPFS 结构理论. 数学教育学报, 2003, 12(1): 12-16.

系(proposition system)形成的心理结构称为 CPFS 结构。

CPFS 结构的涵义是:①个体头脑中内化的数学知识网络。各知识点(概念、命题)在这个网络中处于一定位置,知识点之间具有等值抽象关系、或强抽象关系、或弱抽象关系、或广义抽象关系。②由于网络中知识点之间具有某种抽象关系,而这些抽象关系本身就蕴含着思维方法,因而网络中各知识点之间的连结包含着数学方法,即“连线集”为一个“方法系统”。

(2) CPFS 结构与数学认知结构的关系^①

从CPFS结构看,概念域是某一概念的等价定义的图式,反映了从不同侧面对同一概念的描述,揭示了概念之间的等值抽象关系;概念系则刻画了一组数学概念之间由数学抽象关系组成的知识网络在头脑中的贮存方式。同样,命题域是一组等价命题的图式;命题系是一个半等价命题网络的图式,二者精确地描绘了数学命题及其关系在头脑中的组织形式。数学概念、命题作为存在的事实是陈述性知识;作为解决数学问题的基础和依据,它们又是可操作的程序性知识,CPFS 结构使这些知识得以整合,形成一种数学学习特有的认知结构。

CPFS 结构是数学知识理解的基础,并且凸显认知结构的可辨别性和稳定性。CPFS 结构是一种结点之间具有逻辑意义、联系紧密的层次网络结构,有助于知识的贮存和提取。CPFS 结构是知识与方法的复合体,它以命题网络表征陈述性知识,以产生式表征程序性知识,而网络中各知识结点之间的数学关系本身又蕴含着数学思维方法。因此,CPFS 结构是一种优良的数学认知结构。

(3) CPFS 结构与数学概念图的关系探讨

前文谈到,概念图被认为是测查个体认知结构的一种直接、有效的方法。CPFS 结构是一种数学认知结构,那么数学概念图能否成为反映学习者的 CPFS 结构形成情况的良好工具呢?

CPFS 结构用逻辑上的等价、强抽象、弱抽象、广义抽象等数学概念、命题之间特有的关系准确地刻画了数学知识在个体头脑中的组织形式,而数学概念图中的连接语所体现的概念间的关系也不外乎是等价、强抽象、弱抽象、广义抽象这四者之一。在这一意义上,可以说,CPFS 结构与数学概念图二者所刻画的同一内容的数学对象之间的内在联系是一致的。

CPFS 结构所描绘的数学概念及其关系、数学命题及其关系,正是数学概念图相应内容和结构的体现。而“以命题的形式表征概念间的意义关系”这一概念图的本质告诉我们,构图的过程即是个体将头脑中的概念系外显化,同时在概念系的基础上通过选择或创建连接语的方式建构个人的命题系的过程。在这一意义上,又可以说,数

① 喻平. 数学教育心理学. 南宁: 广西教育出版社, 2004. 8: 76-77.

学概念图是 CPFS 结构的一定程度的外显化反映(由于数学概念图着重于体现概念系和命题系,对概念域和命题域的体现并不是很明显、很到位,所以不能将之视为完全外显化),CPFS 结构是数学概念图建构的心理根基。

那么,以上的猜测是否合理?CPFS 结构与数学概念图二者是否具有正相关性?如果这一答案肯定,那么这是一个多大程度的相关?二者又如何相互影响呢?对于这一串疑问,笔者将在下一章用实证研究的手段予以解答。

2.3.2 数学概念图与数学能力

(1) 数学能力及其成分

数学能力是指在数学学习活动中,直接影响活动效率,使活动得以顺利完成的个体的稳定心理特征^①。数学能力包括哪些成分?前苏联心理学家克鲁捷茨基提出了关于数学能力结构成分的假定模式^②:

①把数学材料形式化、把形式从内容中分离出来、从具体的数值关系和空间形式中抽象出它们、以及用形式的结构(即关系和联系的结构)来进行运算的能力。

②概括数学材料、使自己摆脱无关的内容而找出最重要的东西、以及在外表不同的对象中发现共同点的能力。

③用数字和其他符号来进行运算的能力。

④进行“连贯而适当分段的逻辑推理”的能力,这种推理是证明、形式化和演绎所必需的。

⑤缩短推理过程、用简缩的结构来进行思维的能力。

⑥逆转心理过程(从顺向的思维系列转到逆向的思维系列)的能力。

⑦思维的灵活性,即从一种心理运算转到另一种心理运算的能力;从陈规俗套的约束中解脱出来。思维的这一特性对一个数学家的创造性工作来说是重要的。

⑧数学记忆力。可以这样假定,它的特征也是从数学科学的特定的特征中产生的,是一种对于概括、形式化结构和逻辑模式的记忆力。

⑨形成空间概念的能力,它与数学的一个分支如几何学(特别是立体几何学)的存在直接有关。

克鲁捷茨基在实验基础上提炼的这九种成分比较准确地刻画了数学学习中特有的能力特征,比较全面地涵盖了数学能力的外延。笔者认同克氏的这一理论,相应的实证研究将以此为参照编制高中生数学能力试题。

(2) 数学能力与数学概念图的关系猜想

喻平教授指出,数学能力与数学认知结构的关系是数学能力客观性研究中的一个

① 喻平. 数学教育心理学. 南宁: 广西教育出版社, 2004. 8: 275.

② [苏]克鲁捷茨基. 李伯黍等译. 中小学生学习能力心理学. 上海: 上海教育出版社, 1983. 12: 111-112.

基本课题类型^①。那么作为测查数学认知结构工具的数学概念图,它与数学能力之间是否存在一定的关系?笔者认为这应是数学概念图评价研究中的一个有价值的课题。

喻平教授对数学能力系统进行了重构。他将数学能力分为三大类,第一类是数学元能力,即自我监控能力;第二类是共通任务的能力,包括数学阅读、概括、变换、逻辑思维和空间思维能力;第三类是特定任务的能力,包括数学发现、解题、应用和交流能力^②。这一重构是对传统数学能力体系的梳理和延拓。以此为视角审视学生概念构图的过程,不难发现这是一个有诸数学能力参与其中的过程,譬如,对概念图各种题型的解读要求学生充分地发挥数学阅读能力,合作构建概念图任务是对学生的数学交流能力的有效考查,从无到有地构建概念图的过程需不断地运用发现、概括、变换的能力,而自我意识的监控则贯穿着整个数学认知活动。

由此,笔者猜想,数学能力测试得分与数学概念图测试得分之间可能具有一定的正相关,具备较高数学能力的学生在概念图试题的考查中将显示出一定的优势,学生的概念图得分有助于较准确地判断其数学能力的高低。这一猜想是否合理?笔者同样将在下一章用实证研究的手段予以验证。

2.3.3 数学概念图与数学学业成绩

上文猜测了数学概念图与 CPFS 结构、数学能力之间可能存在的关系,那么它与数学学业成绩之间是否也可能存在一定的关系呢?

先从 CPFS 结构和数学能力对数学学业成绩的影响谈起。

喻平教授研究了中学生自我监控能力和 CPFS 结构对数学学业成绩的影响。结果表明,个体是否形成完善的 CPFS 结构对其数学学业成绩有显著的影响;个体的 CPFS 结构直接影响问题的表征和知识、方法的迁移,这是 CPFS 结构影响数学学业成绩的重要原因^③。

至于数学能力对数学学业成绩的影响,这应是不证自明的。学习者数学能力的高低必然影响其学习数学的认知水平的发展,数学素养的积累和数学智力的开发等,而这几项显然是决定数学学业水平高低的主要因素。

肯定了 CPFS 结构和数学能力各自对数学学业成绩的影响之后,若能证实上文对数学概念图与 CPFS 结构、数学能力之间的关系的猜测,那么我们就可确信数学概念图与数学学业成绩之间存在着一定的相互影响。倘若概念图测试得分较高的学生的数学学业成绩普遍较高,而数学学业成绩较高的学生在概念构图过程中也显示出较明显的优势的话,我们是否可认为概念图测试得分对学生的数学学业成绩具有一定的预测作用?

① 喻平. 数学教育心理学. 南宁: 广西教育出版社, 2004. 8: 318-319.

② 喻平. 数学教育心理学. 南宁: 广西教育出版社, 2004. 8: 291-296.

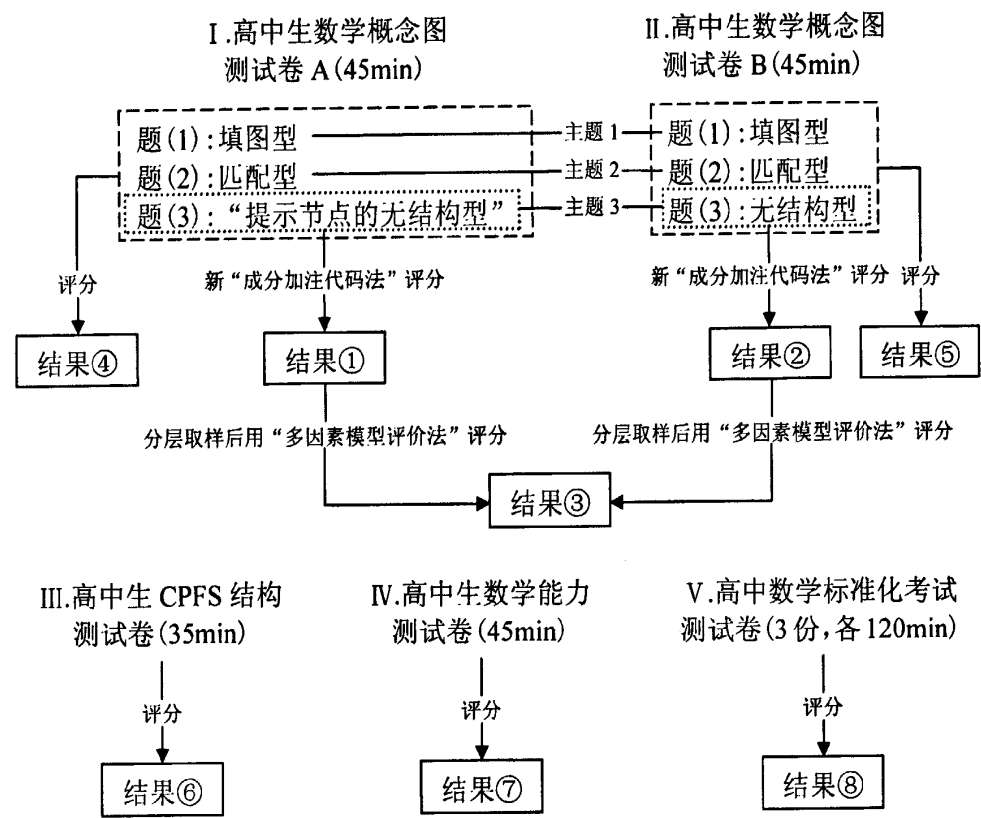
③ 喻平. 中学生自我监控能力和 CPFS 结构对数学学业成绩的影响. 数学教育学报, 2004, 13(1): 23-26, 35.

事实上,已有研究者以物理学科知识为依托,采用回归分析的方法证实了物理概念图填图试题的得分与传统测验题型的得分呈显著正相关,对传统测验题型的得分有显著的预测力^①。这一结论能否迁移到数学学科之中?数学概念图测试能否成为判断学生数学学业水平的一种辅助形式?下一章,笔者将采用自编的数学概念图试题施测,用此得分与学生在标准化考试中的得分进行回归分析,根据实证研究的结果做出回答。

① 王立君,顾海根,沐守宽.对物理概念图填图试题的应用研究.心理科学,2006,29(4):941-943.

第3章 数学概念图评价之实证研究

本章,笔者将围绕上一章节所提的数学概念图评价的三个理论构想设计相应的实证研究。由于几项研究相互交错,结果较多,因此在开始分门别类的具体阐述前,先将实证研究的整体设计图呈现如下,以作一番必要的交代。



综合分析结果①, 对比分析结果①和② ——→ 实证研究一

综合分析结果③ ——→ 实证研究二

结果②和⑥作相关分析 ——→ 实证研究三之第一部分

结果①和⑦作相关分析 ——→ 实证研究三之第二部分

结果③和⑧、④和⑧、⑤和⑧作回归分析 ——→ 实证研究三之第三部分

图 3.1 数学概念图评价之实证研究整体设计图

如上图所示, 整个的研究由五类共七份测试卷构成, 经不同方法评分后, 得到八项结果, 对结果①~⑧进行或单独或组合的各类分析, 对应着实证研究的各个部分。

下面再作两点补充:

(1) 一方面,考虑到本研究中的概念图、CPFS 结构和数学能力三项测试都有别于传统测试,对学生而言颇具新意,那么,重点中学学生无论在态度、情感还是能力上都应较普通中学学生易于接受和领会;另一方面,与高一、高二年级学生相比,高三年级学生知识基础相对扎实,体系相对完整,显然更适宜成为 CPFS 结构和概念构图能力测试的对象。因此,本研究中的所有被试均在某重点中学高三年级学生中选取。

(2) 之所以组合结果②和⑥、结果①和⑦进行相关分析,而非结果①和⑥、结果②和⑦,是因为两份概念图测试的前两题完全相同,但测试 B 中的无结构型构图任务的难度高于测试 A 中的提示节点的无结构型,而经预测发现,让一名重点中学的中等生完成一份 CPFS 结构测试大致需 35min,完成数学能力的测试则需 45min,由此我们认为,前者在任务量上较后者略为轻松。因此对结果①、②、⑥、⑦进行一难一易的组合,以保证水平相当的两个被试群体所接受的测试在任务量和任务难度方面都能大致相当。

3.1 实证研究一:提示节点的无结构型与新“成分加注代码法”的应用

3.1.1 研究目的

通过对“提示节点的无结构型”构图任务施测效果的综合分析和其与无结构型构图任务施测效果的对比分析,探讨这一概念图新题型及新“成分加注代码法”在评价实践中的可行性问题。

3.1.2 研究方法

(1) 被试

江苏省吴江市中学高三年级某两文科班学生共 96 人,其中男生 21 人,女生 75 人。两班学生的学习成绩在年级文科班中均处于中等水平。

(2) 材料

测试材料由五份测试卷组成。

编制高中生数学概念图测试卷 A 和测试卷 B。其中的第一、第二题,我们分别设计为一道填图型和匹配型试题,前者以“集合之间的关系”一词为核心概念,空缺了 5 个节点要求被试填写,后者以“基本初等函数”一词为核心概念,空缺了 10 个节点和 4 个连接语要求被试根据提供的选项进行匹配。我们将此作为概念图测试中的过渡题,旨在帮助学生在经过教师讲解初步熟悉数学概念图 and 如何进行概念构图的基础上通过练习加深理解,熟悉数学概念图的结构特征,为第三道构建型试题作铺垫。

在测试卷 A 中,我们以“数列”一词为核心概念设计“提示节点的无结构型”构图任务(见前文 2.1.2)作为第三题,与前两道过渡题构成高中生数学概念图测试卷

A(见附录 A)。

在测试卷 B 中,我们同样以“数列”一词为核心概念,但不给任何提示,要求学生完成一项无结构型构图任务,此题与前两道过渡题构成高中生数学概念图测试卷 B(见附录 B)。

数学学业成绩。我们分别取被试高二学年期末考试成绩与高三第一学期初的摸底考试成绩和月考成绩,共 3 次标准化测试成绩的平均分作为被试的数学学业成绩。

(3) 评分方法

两份概念图测试卷中,作为过渡题的填图型和匹配型试题不记得分,“提示节点的无结构型”和无结构型构图任务采用 2.2.2 中所提的数学概念图的“成分加注代码法”进行评分。在遵循其记分流程评分的同时,对学生概念图中可能出现的某些细节问题的处理秉持如下几条规则:

①连接两相关节点的连接语错误或缺乏,但两处节点位置正确,予以记分;

②两节点间的连接语正确,但某处节点有问题,则该处连接语记分但问题节点不予记分;

③节点处连接语正确,但举例错误,则该处连接语和实例均不予记分;

④连接多个同类节点的相同连接语不管数量多少,记为 1 个,但若一个连接语后本该出现的多个节点被构图者合并写入一个节点框中,节点数仍记为多个。

三次标准化测试的评分工作由任课教师参照相应的评分细则完成。

(4) 程序

测试前,要求两名主试以数学概念图知识讲稿为蓝本(见附录 C)进行学习,在自己充分理解之后用 15~20min 的时间向被试讲授数学概念图的相关知识,并以“直线”一词为核心概念示范如何构建关于“直线”的概念图。而后将概念图测试卷 A 和 B 随机分给两组被试,并安排其在同一时间内接受测试。测试形式为随堂闭卷,要求每个被试独立完成。

三次标准化测试由实验学校予以安排。

3.1.3 结果分析与讨论

利用 SPSS 16.0 统计软件进行分析,得到以下结果:

(1) 信度

由于采用新“成分加注代码法”对构建型任务进行评分时需从连接语、节点、实例三项上分别记分,每一项的得分均是从零到任意一个分数,因此采用 Cronbach α 系数公式计算两项构图任务的同质性系数,结果见表 3.1。

表 3.1 两项构图任务的信度比较

	α 系数	α 系数标准化值
“提示节点的无结构型”	0.752	0.800
无结构型	0.739	0.769

由表中数据可见，虽然两项任务的信度都未达到最佳要求，还有待进一步提高，但新题型的信度略显优势，其标准化值已达到比较理想的信度要求。

(2) 效度

首先进行单一样本的 K-S 检验，检验两组被试的构图得分及数学学业成绩是否服从正态分布，结果见表 3.2。

表 3.2 两组被试构图得分及数学学业成绩的正态分布检验

		Z	P
甲组	“提示节点的无结构型”	0.448	0.988
	数学学业成绩	0.944	0.335
乙组	无结构型	0.727	0.666
	数学学业成绩	0.590	0.877

(将接受概念图测试 A 的被试群体命名为甲组，接受概念图测试 B 的被试群体命名为乙组，下同。)

由表 3.2 中各项 P 值均大于 0.05 可知，两组被试的构图得分及数学学业成绩均服从正态分布，于是分别计算两组被试在两项得分上的 Pearson 积差相关系数，结果见表 3.3。

表 3.3 两组被试构图得分及数学学业成绩的相关性

	甲组	乙组
Pearson 积差相关系数	0.577**	0.168
P	0.000	0.263

表 3.3 中数据反映了甲组被试的构图得分与数学学业成绩之间存在 0.01 水平上的显著相关，“提示节点的无结构型”构图任务能有效地衡量被试的数学学业水平。然而，乙组被试的构图得分与数学学业成绩的相关系数偏低，说明该题型在衡量被试的数学学业水平方面与新题型相比存在一定的劣势，但这同时也反映出不受限制的无结构型构图任务的一大优势，即较之概念图的其它题型，它更容易测查到普通测试所不易测查的某些方面。当然，此表中的数据反映的只是两种不同题型在衡量被试学业水平上的作用大小，得到的两组数据仍是粗糙的，若需对这一较大的差异作出一个有力的解释，还有待日后的深入研究。

(3) 难度

概念构图属主观题测试, 因此利用极端分组计算论文题难度的方法推测两项构图任务的难度, 结果见表 3.4。

表 3.4 两项构图任务的难度比较

	X_H	X_L	n	H	L	$P=\frac{X_H+X_L-2nL}{2n(H-L)}$
“提示节点的无结构型”	1061	240	13	105	1	0.472
无结构型	971	265	12	137	13	0.314

(P 表示难度指数, X_H 表示高分组得分总和, X_L 表示低分组得分总和, n 表示总人数的 25%, 此处对其进行了四舍五入处理, H 为该构图任务的最高得分, L 为最低得分。)

由表中数据可见, 两项构图任务难度适中, 新题型相对于无结构型降低了难度, 并且其值已趋近于理想的 0.5, 这一结果符合新题型设计的初衷。

(4) 区分度

同样利用极端分组计算主观题区分度的方法推测两项构图任务的区分度, 结果见表 3.5。

表 3.5 两项构图任务的区分度比较

	X_H	X_L	n	H	L	$D=\frac{X_H-X_L}{n(H-L)}$
“提示节点的无结构型”	1061	240	13	105	1	0.602
无结构型	971	265	12	137	13	0.475

(D 表示区分度, X_H 表示高分组得分总和, X_L 表示低分组得分总和, n 表示总人数的 25%, 此处对其进行了四舍五入处理, H 为该构图任务的最高得分, L 为最低得分。)

由表中数据可见, 两项构图任务的区分度良好, 新题型的区分度高于无结构型, 具备更为理想的区分功能。

3.1.4 研究结论

“提示节点的无结构型”构图任务的施测效果符合预期目标, 除了在信度上还有待改进外, 难度和区分度均表现良好, 从衡量被试的数学学业水平方面看, 其效度远远优于无结构型构图任务。因此, 它是一种较之无结构型更优越、更适宜推广的构建型任务。

新“成分加注代码法”的应用实践表明, 该方法有效适用于构建型任务的评分, 使得呈现的构图得分具备较强的说服力和良好的解释性。虽与传统试题的评分工作相比仍有记分繁琐的痕迹, 但借助 Excel、SPSS 等现代统计软件可大大简化对分数的处理, 使得概念图的评分工作不再是沉重的负担。

3.2 实证研究二：数学概念图“多因素模型评价法”的应用

3.2.1 研究目的

通过综合分析由数学概念图的“多因素模型评价法”评分所得结果，探讨该方法在评价实践中的应用效果。

3.2.2 研究方法

(1) 被试

同 3.1 实证研究一。

(2) 材料

编制高中生数学概念图测试卷 A 和测试卷 B (编制说明见前文 3.1, 试卷见附录 A、2)。

(3) 评分方法

将按照“成分加注代码法”评分所得的两组被试的概念构图得分混合后分为高分组、中分组和低分组，再从三组被试中各随机抽取 6 名被试，对其完成的“提示节点的无结构型”或无结构型构图任务采用 2.2.3 中所提的数学概念图的“多因素模型评价法”进行评分。此处评分需注意一处细节，若节点处连接语正确，但举例错误，则该处连接语可记入概念图的连通度，但实例不予记入精致度。其余细节的处理则参照实证研究一中“成分加注代码法”的相关规则。

(4) 程序

同 3.1 实证研究一中概念图测试程序。

3.2.3 结果分析与讨论

首先，将实证研究一中两组被试的概念构图得分混合后求出均分 $\bar{x}$ (50.01) 及标准差 σ (24.98)，然后将被试分为三组，其中高分组 ($\geq \bar{x} + \sigma$): 75~144 分，共 13 人；中分组 (介于 $\bar{x} - \sigma$ 与 $\bar{x} + \sigma$ 之间): 26~74 分，共 66 人；低分组 ($\leq \bar{x} - \sigma$): 2~25 分，共 17 人。利用 SPSS 16.0 统计软件从三组被试中各随机抽取 6 个样本，数据筛选结果见表 3.6。

表 3.6 三组被试概念构图得分的数据筛选结果

高分组	1005	1030	1015	1332	1001	1349
中分组	1036	1303	1319	1329	1006	1305
低分组	1306	1327	1338	1314	1028	1350

(表中数据前两位表示班级，后两位表示被试的学号。)

其次，按照“多因素模型评价法”的评分方法，对随机抽取的 18 个构图样本分别从广度(a)、密度(b)、连通度(c)、精致度(d)4 项评分要素上逐一评定分数。为了便于在平面直角坐标系中构造四因素模型，我们求出 18 个样本各要素得分的均分和标准差，将被试的 4 项分数分别转化为相应的标准分 Z_i ，最后利用公式 $T_i = Z_i + 5$ ，用“ T_i ”这个在 1~9 范围内的比较接近十分制的分数来表示被试的构图作品在第 i 个要素上的最终得分(样本数据见附录 D)。

最后，我们将每个被试在 4 项要素上的得分分别对应到该要素所处维度的射线上进行描点，依次连接 4 个点后，即得到反映被试概念构图情况的直观的四边形模型(图 3.2、3.3、3.4)。

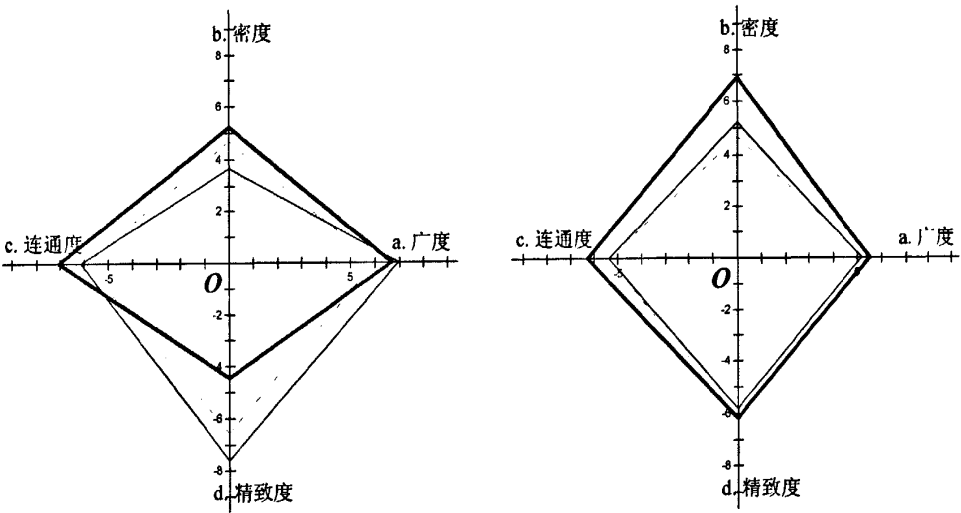


图 3.2 高分组被试构图作品的四因素模型

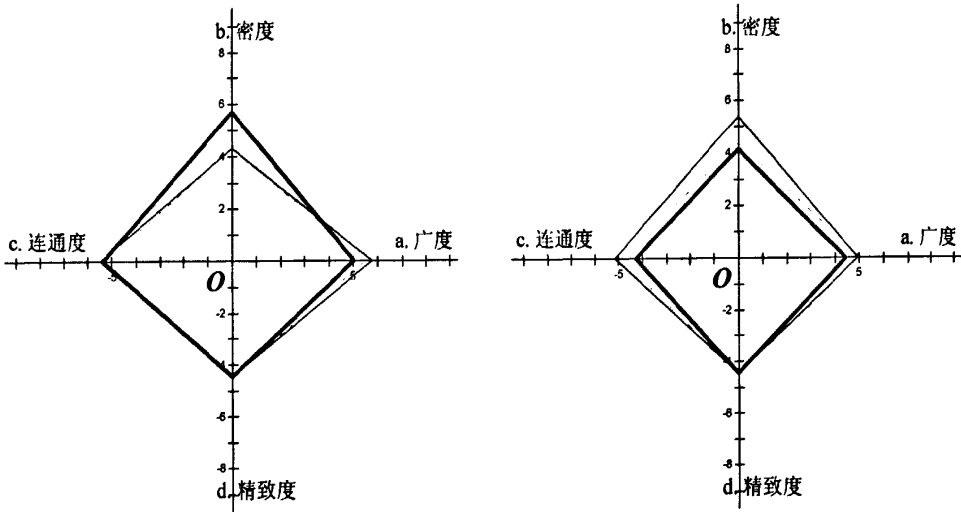


图 3.3 中分组被试构图作品的四因素模型

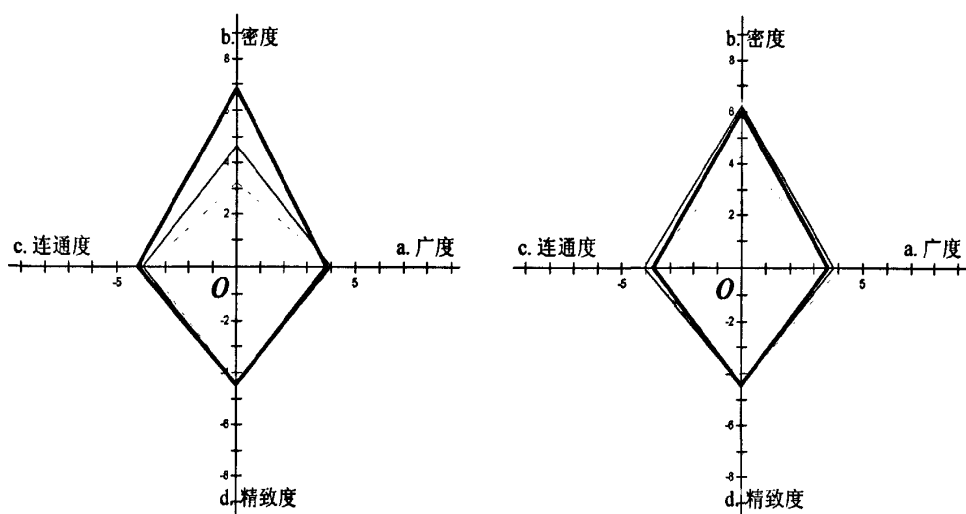


图 3.4 低分组被试构图作品的四因素模型

以上 18 个四边形模型向我们传达了如下一些信息:

①高分组被试的 6 个四边形模型形状差别较大,吻合度较低,说明构图水平较高的被试在思维品质各因素上存在较大差异。与此相反,中分组、低分组被试的模型组内吻合度较高,尤其是广度、连通度和精致度 3 个因素的组内差异很小,其中精致度更是完全一致,可见,无论构图水平中等或较低,处于同一水平的被试在思维品质各因素上表现比较接近。

②从高分组、中分组到低分组,三组被试在广度和连通度两因素上的得分依次递减,说明被试联想相关节点的能力和用恰当的连接语准确刻画节点间关系的能力与其整体的构图水平成正比。

③高分组、低分组被试的密度因素的组内差异较大,极差均大于 3,而中分组被试的密度得分较为均衡,组内差异小,极差仅为 1.5 左右。

④尽管三组被试的密度因素的组内差异有大小之别,但组间差异不显著,粗略观察可知三组的密度均值都处在 5 附近,说明构图者的思维密度与其构图能力之间的相关性不大。经计算得高、中、低三组被试的密度均值分别为 5.08、4.71、5.21,可见,低分组被试的密度反而占据了优势,高分组居中,而中分组最次,这进一步验证了由模型观察而得的结论。

⑤高分组被试在思维精致度上的优势表现明显,说明构图水平较高的被试其思维较构图水平中等或较低的被试要精致得多。此外,中分组和低分组被试在该因素上表现完全一致,说明构图水平中等或较低的被试在思维精致度上基本没有差异。

⑥就三组被试共 18 个模型的整体形状而言,中分组被试的模型最为接近正方形,说明构图水平中等的被试在思维品质各因素上发展得最为平衡,而高分组、低分组被

试在思维品质各因素上的表现存在强、弱之别。

3.2.4 研究结论

数学概念图的“多因素模型评价法”能够细致入微地反映被试的概念构图情况，既关注不同构图水平的被试在思维品质各因素上的发展态势，又兼顾处于同一构图水平的被试在思维品质各因素上的水平差异，它将被试的概念构图情况分解到多个因素上予以呈现，借助一个小小的四边形模型向评价者传达了丰富的信息，因此，不失为一种新颖有效的数学概念图评分方法。当然，由于从分数评定到处理，再到转化为直观的四边形模型这一过程有些繁琐与费时，所以，其目前只适用于容量较小的样本，论其推广应用还有一定的困难。

3.3 实证研究三：数学概念图与数学学习的关系验证

3.3.1 数学概念图与 CPFS 结构的相关性

3.3.1.1 研究目的

探讨数学概念图与 CPFS 结构的相关关系，以及个体的 CPFS 结构对其进行概念构图的影响。

3.3.1.2 研究方法

(1) 被试

江苏省吴江市中学高三年级某文科班学生共 46 人，其中男生 8 人，女生 38 人。该班学生的学习成绩在年级文科班中处于中等水平。

(2) 材料

测试材料由两份测试卷组成。

一份是自编的高中生数学概念图测试卷 B(编制说明见前文 3.1，试卷见附录 B)。

另一份是高中生 CPFS 结构测试卷(见附录 E)。该卷改编自喻平教授编制的个体 CPFS 结构测试问题(高中组)^①，笔者保留了其中的 9 道测试题，并对部分问题的表述和解题要求作了些微改动。

(3) 评分方法

高中生数学概念图测试卷 B 中的无结构型构图任务，评分方法参见实证研究一。

高中生 CPFS 结构测试卷中，题 1~5 每给出一个正确答案记 2 分，各题分数不封顶；题 6、题 7 回答正确各得 4 分，题 8 每小题回答正确各得 2 分，满分 8 分，此三题答案若部分正确或回答不够完整则酌情给分；题 9 共有 20 个端点上的推出或无法推出的情况需要学生作出判断，画对一个端点记 1 分。

① 喻平. 数学问题解决认知模式及教学理论研究: [博士学位论文]. 南京师范大学, 2002: 110.

(4) 程序

主试在一周内安排两次测试，使被试先接受高中生 CPFS 结构测试，时间为 35min，在被试接受数学概念图相关知识的辅导后要求其完成概念图测试卷 B，时间为 45min。在具体测试时，将高中生 CPFS 结构测试卷标题改为“学习问卷 A”，以排除无关因素的干扰。两次测试均为随堂闭卷测试，要求每个被试独立完成。

3.3.1.3 结果分析与讨论

被试 CPFS 结构测试和概念构图得分的相关系数见表 3.7。

表 3.7 CPFS 结构与概念构图及其三个维度上的相关性

	概念构图	连接语	节点	实例
相关系数	0.455**	0.435**	0.472**	0.222
<i>P</i>	0.001	0.003	0.001	0.137

从表 3.7 中可以看到，被试在 CPFS 结构测试中的得分与其在概念构图中的总分及连接语、节点、实例三个维度上的得分均存在较高的相关性，而且除 CPFS 结构测试得分与实例得分的相关系数为 0.222 外，其余相关系数的显著性均达到 0.01 水平。由此说明，个体形成的 CPFS 结构与其概念构图能力之间存在较为密切的联系，换言之，CPFS 结构对概念构图能力有较大的影响。

那么，有较好 CPFS 结构的被试是否具备更加娴熟的概念构图能力？为了考查这个问题，我们求出 46 名被试在 CPFS 结构测试中的均分 $\bar{x}$ (28.89) 及标准差 σ (8.49)，然后将被试分为三组，其中高分组 ($\geq \bar{x} + \sigma$)：38~47 分，共 6 人；中分组 (介于 $\bar{x} - \sigma$ 与 $\bar{x} + \sigma$ 之间)：21~37 分，共 33 人；低分组 ($\leq \bar{x} - \sigma$)：8~20 分，共 7 人。

求出三组被试概念构图得分的平均值：高分组 56.95 分，中分组 54.34 分，低分组 23.62 分。对三组被试的概念构图得分作方差分析，并进行多重检验，结果见表 3.8、3.9。

表 3.8 三组被试概念构图得分的方差分析

	平方和	自由度	均方	<i>F</i>	<i>P</i>
组间	5783.676	2	2891.838	5.669	0.007
组内	21935.970	43	510.139		
总和	27719.646	45			

表 3.9 三组被试概念构图得分的多重检验

类型		平均值的差	标准误	显著性水平	95%置信区间	
(I)	(J)				下限	上限
高	中	2.614	10.024	0.796	-17.60	22.83
	低	33.336*	12.566	0.011	7.99	58.68
中	高	-2.614	10.024	0.796	-22.83	17.60
	低	30.722**	9.399	0.002	11.77	49.68
低	高	-33.336*	12.566	0.011	-58.68	-7.99
	中	-30.722**	9.399	0.002	-49.68	-11.77

从表 3.8、3.9 中可以看出，三组被试概念构图的得分存在显著差异，差异主要体现在高分组和低分组、中分组和低分组之间，高分组和中分组之间差异不显著。根据最大 F 值检验法进行三组被试方差的齐性检验，经检验，保留三组被试方差齐性的假设。于是，我们可以作出一个比较可靠的结论，具备优良 CPFS 结构的学生，较之不具备优良 CPFS 结构的学生，有较强的概念构图能力，但 CPFS 结构是优抑或是良的程度则不足以成为评判概念构图能力高低的依据。另外，表 3.9 所反映出来的中分组和低分组的差异较高分组和低分组的差异更为显著，这一现象似乎有些许反常，究其原因，暂时还难以作出一个合理的解释。

同样，我们再求出 46 名被试概念构图得分的均分 $\bar{x}$ (50.01) 及标准差 σ (24.82)，然后将被试分为三组，其中高分组 ($\geq \bar{x} + \sigma$)：75~137 分，共 6 人；中分组 (介于 $\bar{x} - \sigma$ 与 $\bar{x} + \sigma$ 之间)：26~74 分，共 32 人；低分组 ($\leq \bar{x} - \sigma$)：13~25 分，共 8 人。

求出三组被试分别在 CPFS 结构测试中的平均值：高分组 32.83 分，中分组 30.81 分，低分组 18.25 分。对三组被试在 CPFS 结构测试中的得分作方差分析，并进行多重检验，结果见表 3.10、3.11。

表 3.10 三组被试 CPFS 结构测试得分的方差分析

	平方和	自由度	均方	F	P
组间	1117.248	2	558.624	11.313	0.000
组内	2123.208	43	49.377		
总和	3240.457	45			

表 3.11 三组被试 CPFS 结构测试得分的多重检验

类型		平均值的差	标准误	显著性水平	95%置信区间	
(I)	(J)				下限	上限
高	中	2.021	2.074	0.720	-3.58	7.62
	低	14.583**	2.418	0.000	7.88	21.28
中	高	-2.021	2.074	0.720	-7.62	3.58
	低	12.562**	2.301	0.000	6.42	18.71
低	高	-14.583**	2.418	0.000	-21.28	-7.88
	中	-12.562**	2.301	0.000	-18.71	-6.42

从表 3.10、3.11 中可以看出,高分组和低分组、中分组和低分组的 CPFS 结构测试得分存在 0.01 水平上的显著差异,但高分组和中分组之间差异不显著。根据最大 F 值检验法进行三组被试方差的齐性检验,经检验,在 0.01 显著性水平上拒绝三组被试方差齐性的假设。可见,平均数差异显著可能有部分原因是各种处理的方差不同所致。因此,我们只能得到如下的初步结论,概念构图能力较高或中等的学生,可能具备优良的 CPFS 结构,概念构图能力较低的学生,很可能未形成良好的 CPFS 结构,但概念构图能力的高水平抑或中等水平还不足以作为区分 CPFS 结构好坏的标准。

3.3.1.4 研究结论

个体的 CPFS 结构与其概念构图能力之间存在较为密切的联系。具备优良 CPFS 结构的学生,同时具备较强的概念构图能力,而具备较强概念构图能力的学生,可能具备优良的 CPFS 结构。CPFS 结构与概念构图能力的不同水平中,一方的低水平与中、高两水平的区别对另一方水平影响显著,但中、高两水平的区别对另一方水平无明显的影响。

3.3.2 数学概念图与数学能力的相关性

3.3.2.1 研究目的

探讨数学概念图与数学能力的相关关系,以及个体的数学能力对其进行概念构图的影响。

3.3.2.2 研究方法

(1) 被试

江苏省吴江市中学高三年级某文科班学生共 50 人,其中男生 13 人,女生 37 人。该班学生的学习成绩在年级文科班中处于中等水平。

(2) 材料

测试材料由两份测试卷组成。

一份是自编的高中生数学概念图测试卷 A(编制说明见前文 3.1, 试卷见附录 A)。

另一份是自编的高中生数学能力测试卷(见附录 F)。喻平教授指出, 克鲁捷茨基提出的九种数学能力成分, 缺陷是没有考虑数学发现能力成分^①。因此, 笔者将数学发现能力纳入考查的能力成分之一, 加上克氏的九种能力成分作为编制数学能力测试卷的基准。在测试题的选择上, 为避免无关因素的干扰, 尽可能测得真实的数学能力水平, 在参考克氏的中小学生学习数学能力的实验题目系统的基础上, 笔者尽量撇开高中数学课程内容, 以大量中小学生学习数学竞赛试题为题源, 从中选取立意新颖、知识起点较低、能力考查特点突出的试题。在征求专家和多位一线教师意见并进行小范围预测的基础上, 最终确定 11 道正式施测试题。

(3) 评分方法

高中生数学概念图测试卷 A 中的“提示节点的无结构型”构图任务, 评分方法参见实证研究一。

高中生数学能力测试卷中, 每小题回答正确得 6 分, 满分 66 分, 若某些题目答案部分正确或回答不够完整则酌情给分。

(4) 程序

主试在一周内安排两次测试, 使被试先接受高中生数学能力测试, 在被试接受数学概念图相关知识的辅导后要求其完成概念图测试卷 A, 测试时间均为 45min。在具体测试时, 将高中生数学能力测试卷标题改为“学习问卷 B”, 以排除无关因素的干扰。两次测试均为随堂闭卷测试, 要求每个被试独立完成。

3.3.2.3 结果分析与讨论

被试数学能力测试和概念构图得分的相关系数见表 3.12。

表 3.12 数学能力与概念构图及其三个维度上的相关性

	概念构图	连接语	节点	实例
相关系数	0.411**	0.445**	0.439**	0.157
<i>P</i>	0.003	0.001	0.001	0.277

从表 3.12 中可以看到, 除数学能力测试得分与实例得分的相关系数为 0.157 外, 被试在数学能力测试中的得分与概念构图总分及连接语、节点的得分均存在 0.01 水平上的显著相关。由此说明, 个体的数学能力与其概念构图能力之间存在较为密切的联系。

为了验证这一问题, 我们对 50 名被试按数学能力测试得分进行分组, 以均分 $\bar{x}$ (29.10) 为基准, 上下浮动 $\sigma(12.26) - 5$ 分, 取近似值, 则高于或等于 37 分的被试为

① 喻平. 数学教育心理学. 南宁: 广西教育出版社, 2004. 8: 295.

数学能力高水平组, 低于或等于 21 分的被试为数学能力低水平组, 两组人数分别为 8 人、14 人。对两组被试在概念构图及连接语、节点、实例三个维度上的均分作 t 检验, 结果见表 3.13。

表 3.13 数学能力高、低水平组的概念构图得分差异比较

	概念构图	连接语	节点	实例
高水平组 (8 人)	63.50 (17.316)	40.12 (10.453)	29.62 (6.391)	3.00 (3.024)
低水平组 (14 人)	33.12 (20.230)	24.00 (10.175)	18.36 (7.334)	1.43 (2.533)
P	0.002	0.002	0.002	0.206

(括号中的数据为标准差。)

从表 3.13 中可以看到, 两组被试在概念构图总分及连接语、节点维度上得分的平均成绩均存在 0.01 水平上的显著差异, 但在实例维度上的平均得分不存在显著差异。由此说明, 数学能力水平较高的被试相对于水平较低的被试具备较强的概念构图能力, 他们能够联想更为丰富的节点并用准确的连接语对节点间的关系加以刻画。因此, 数学能力水平较高的被试在思维的连通度及广度上都占据了明显的优势, 但在我们所定义的体现思维精致度的实例上并无突显的优势。这一点或许可以这么解释, 要求被试在某些较为具体的节点上举例本身难度不高, 面对一项与传统试题风格迥异的构图任务时, 能力较高的被试往往将精力集中于构建概念图的框架结构方面而相对地忽视举例这一细小任务, 但能力较低的被试困于如何构建概念图时倒相对地关注对那些能够联想到的节点进行举例。

同样, 我们再对 50 名被试按概念构图得分进行分组, 以均分 $\bar{x}$ (50.00) 为基准, 上下浮动 σ (25.34) -5 分, 取近似值, 则高于或等于 71 分的被试为概念构图高水平组, 低于或等于 29 分的被试为概念构图低水平组, 两组人数分别为 9 人、10 人。对两组被试在数学能力测试中的均分作 t 检验, 结果见表 3.14。

表 3.14 概念构图高、低水平组的数学能力测试得分差异比较

	高水平组	低水平组	P
数学能力	41.11 (10.006)	20.20 (8.509)	0.000

(括号中的数据为标准差。)

从表 3.14 中可以看到, 概念构图高水平组与低水平组在数学能力测试中的平均成绩存在 0.01 水平上的显著差异, 具备较高概念构图能力的被试在我们的数学能力测试中表现较为优秀。但是, 该份数学能力测试卷还比较粗糙, 受测试时间的限制测题偏少, 也未对数学能力的多个维度作严格细致的区分, 所选测题对施测对象而言是否合适或合适的程度几何, 这也缘于初次实验而无从论证, 所以, 我们只能说, 就目

前所得结果来看,个体的概念构图得分可以作为衡量其数学能力水平高低的一项参考因素。

3.3.2.4 研究结论

个体的数学能力水平对其概念构图能力有较大的影响,能力较高的学生构图时在思维的连通度及广度上表现优秀。个体的概念构图能力可以初步地反映其数学能力水平的高低。

3.3.3 数学概念图对数学学业成绩的预测能力

3.3.3.1 研究目的

探讨数学概念图与数学学业成绩的相关关系,以及个体的概念构图结果对数学学业成绩的预测作用。

3.3.3.2 研究方法

(1) 被试

同 3.1 实证研究一。

(2) 材料

同 3.1 实证研究一。

(3) 评分方法

高中生数学概念图测试卷 A、B 中,对第一、第二道填图型和匹配型试题,做对一个空格得 1 分,对“提示节点的无结构型”和无结构型构图任务采用数学概念图的“成分加注代码法”进行评分,并遵循实证研究一中的评分规则。求出 96 名被试三项得分的均值和标准差,将每个被试的三项得分分别转化为标准分 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 后代入公式 $T_i = 10Z_i + 50$,算得被试在概念图测试中的三部分得分。

另外,保留按照实证研究二中的评分方法所得的 18 名被试的构图结果,以供与数学学业成绩作回归分析(样本数据见附录 D)。

三次标准化测试的评分工作由任课教师参照相应的评分细则完成。

(4) 程序

同 3.1 实证研究一。

3.3.3.3 结果分析与讨论

首先,计算被试的数学学业成绩和概念图测试三项任务得分的相关系数,结果见表 3.15。

表 3.15 数学学业成绩与概念图测试三项任务的相关性

	填图型	匹配型	构建型
相关系数	0.141	0.412**	0.343**
<i>P</i>	0.172	0.000	0.001

从表 3.15 中可以看到，除测试中的填图型任务与被试的数学学业成绩相关性偏低外，匹配型和构建型任务与数学学业成绩均存在 0.01 水平上的显著相关，表明这两种任务具有衡量被试数学学业成绩的良好效度。

其次，采用回归分析方法检验概念图测试对数学学业成绩的预测效度，结果见表 3.16、3.17、3.18。

表 3.16 概念图测试三项任务预测学业成绩模型的拟合优度情况

模型	R	R ²	R ² 修正值	估计值的标准误	DW
1	0.412	0.170	0.161	22.207	
2	0.465	0.217	0.200	21.689	1.713

表 3.17 概念图测试三项任务预测学业成绩模型 2 的方差分析

	平方和	自由度	均方	<i>F</i>	<i>P</i>
回归	12094.690	2	6047.345	12.855	0.000
残差	43750.115	93	470.431		
总和	55844.805	95			

表 3.18 概念图测试对数学学业成绩的预测回归分析

	非标准化系数		标准化系数	<i>t</i>	<i>P</i>
	B	标准误	Beta		
常数项	34.691	12.902		2.689	0.008
匹配型	0.918	0.267	0.335	3.431	0.001
构建型	0.223	0.095	0.230	2.354	0.021

由表 3.16 中 DW 统计量为 1.713，比较接近 2，可以认为残差之间相互独立。根据模型 2 的 R² 大于模型 1，选择模型 2 作为拟合模型。再由表 3.17 反映的 *P* 值为 0.000，可以认为该模型具有统计意义。于是对其回归系数作 *t* 检验，表 3.18 中的 *P* 值均小于 0.05，表明模型 2 的截距和回归系数均有统计意义。

以上回归分析结果表明，概念图测试中的匹配型和构建型任务对数学学业成绩分别具有极其显著和显著的预测能力，这两种题型在测试学生的数学学业成绩中具有良

好的预测效度。而测试中的填图型任务与学业成绩相关性偏低，并且在建立回归模型的过程中该项变量被排除在外，究其原因，可能是因为本测试中的填图型任务选取了“集合之间的关系”这样一个不受重视，易被遗忘的知识点，要求被试自主创建的节点内容偏于零碎，数量较少，所以直接影响了预测效度。

类似地，我们再利用实证研究二中的 18 个样本数据作回归分析。首先，计算被试的数学学业成绩和其构图思维品质四因素得分的相关系数，结果见表 3.19。

表 3.19 数学学业成绩与被试构图思维品质四因素得分的相关性

	广度	密度	连通度	精致度
相关系数	0.347	0.513 [*]	0.563 [*]	0.095
P	0.158	0.029	0.015	0.709

从表 3.19 中可以看到，被试构图思维的广度、密度和连通度与其数学学业成绩之间均存在较大的相关性，且后两者与学业成绩的相关性达到了 0.05 的显著性水平，但思维的精致度与学业成绩的相关性很弱，在此项研究中可忽略不计。

其次，采用回归分析方法检验被试的构图思维品质对数学学业成绩的预测效度，结果见表 3.20、3.21、3.22。

表 3.20 构图思维品质四因素预测学业成绩模型的拟合优度情况

模型	R	R ²	R ² 修正值	估计值的标准误	DW
1	0.563	0.317	0.274	19.993	
2	0.771	0.595	0.541	15.909	1.772

表 3.21 构图思维品质四因素预测学业成绩模型 2 的方差分析

	平方和	自由度	均方	F	P
回归	5567.658	2	2783.829	10.999	0.001
残差	3796.342	15	253.089		
总和	9364.000	17			

表 3.22 构图思维品质对数学学业成绩的预测回归分析

	非标准化系数		标准化系数		P
	B	标准误	Beta	t	
常数项	30.969	19.947		1.553	0.141
连通度	4.693	1.121	2.000	4.188	0.001
广度	-3.592	1.121	-1.531	-3.205	0.006

由表 3.20 中 DW 统计量为 1.772, 比较接近 2, 可以认为残差之间相互独立。根据模型 2 的 R^2 大于模型 1, 选择模型 2 作为拟合模型。再由表 3.21 反映的 P 值为 0.001, 可以认为该模型具有统计意义。于是对其回归系数作 t 检验, 表 3.22 中常数项的 P 值大于 0.05, 连通度和广度的 P 值小于 0.05, 表明模型 2 的截距的统计意义有所欠缺, 但两项回归系数均有统计意义。

以上回归分析结果表明, 被试构图思维的连通度和广度对数学学业成绩具有良好的预测能力, 被试在这两项思维品质上的表现能较有效地反映其数学学业成绩。但被试构图思维的密度和精致度对数学学业成绩不具有预测效度, 究其原因, 密度本身是一个相对量, 对含有丰富节点的概念图增大密度绝非易事, 而尽量地在数量较少的节点间增大连通性反而要容易一些, 因此构图思维的密度对数学学业成绩的预测作用不明显。另外, 思维的精致度该项变量也被排除在外, 这一点可套用前文 3.3.2 中的解释, 善于构建概念图框架结构的被试相对地容易忽视举例, 而困于如何构建概念图的被试倒相对地关注对能够联想到的节点进行举例, 这就导致本研究中所定义的思维的精致度与被试的学业成绩相关性过低, 于是, 也就不难理解为何该项因素无法参与到预测被试数学学业成绩的过程之中。

3.3.3.4 研究结论

匹配型和构建型任务在测试学生的数学学业成绩中具有良好的预测效度, 由此构成的概念图测试可以作为衡量学生数学学业成绩的一种有效工具。构建型任务所体现的构图思维的广度和连通度有助于预测构图者的数学学业成绩。

第4章 研究结论、反思与展望

4.1 研究结论

4.1.1 关于实证研究的主要结论

本研究基于数学概念图的题型、评分方法及其与数学学习的关系三方面的理论构想,共开展了五项实证研究,得到如下主要结论:

在数学概念图的题型方面,“提示节点的无结构型”构图任务的信度有待改进,难度、区分度和效度均表现良好,是一种较之无结构型更优越、更适宜推广的构建型任务。

在数学概念图的评分方法方面,新“成分加注代码法”有效适用于构建型任务的评分,使得呈现的构图得分具备较强的说服力和良好的解释性,而“多因素模型评价法”则细致入微地反映了被试的概念构图情况,组内、组间差异兼顾,不失为一种新颖有效的数学概念图评分方法。

在数学概念图与数学学习的关系方面,①个体的 CPFS 结构与其概念构图能力之间存在较为密切的联系。具备优良 CPFS 结构的学生,同时具备较强的概念构图能力,而具备较强概念构图能力的学生,可能具备优良的 CPFS 结构。CPFS 结构与概念构图能力的不同水平中,一方的低水平与中、高两水平的区别对另一方水平影响显著,但中、高两水平的区别对另一方水平无明显的影响。②个体的数学能力水平对其概念构图能力有较大的影响,能力较高的学生构图时在思维的连通度及广度上表现优秀。个体的概念构图能力可以初步地反映其数学能力水平的高低。③匹配型和构建型任务在测试学生的数学学业成绩中具有良好的预测效度,由此构成的概念图测试可以作为衡量学生数学学业成绩的一种有效工具。构建型任务所体现的构图思维的广度和连通度有助于预测构图者的数学学业成绩。

4.1.2 源于问卷调查的几点启示

本研究在问卷测试中开展了小型的问卷调查,我们将概念构图调查问卷(见附录 G)附于概念图测试卷中,要求被试完成概念图测试后回答问卷中的题目,包括 8 道选择题(第 8 题要求写明选择的理由)和 1 道问答题,以期从构图者的真实感受和建议中得到有助于数学概念图评价研究的信息。经仔细翻阅和初步统计,得到如下一些重要启示:

学生对概念图和概念图测试感觉陌生,超过半数的被试无法判别概念图试题与常规考试题的难度差别,几乎所有的被试对构建型任务缺乏足够的自信,对构图作品自

评为“画得不错”或“画得一般”的被试不足半数。可见,突击式地辅导概念图知识与如何构图还不足以保证评价工作的顺利开展,在长期的教学中为被试提供了解、熟悉和练习的机会应是必要的前提。

对我们提出的概念图测试的三大功能,75%左右的被试持认同态度,这为概念图评价工作的开展创造了有利条件。然而困难与优势并存。尽管约有2/3的被试坦言测试很新鲜或有点新意,愿意尝试,但问及能否接受将概念图题型引进数学考试之中,却有近54%的被试表示反对。其理由基本集中于以下几点:构图费时、难度大、对解题帮助不大、题型过于灵活无法适应、徒增学习压力等等,还有少数被试认为概念构图会使数学学习变得像文科一样需要死记硬背,这显然是对概念图本质及构图意义的曲解。因此,帮助学习者转变数学知识观、数学学习观及其学习方式,是使概念图评价真正为其认可与接受,从而保证评价顺利开展的必要途径。

此外,作为概念图评价研究者,需审慎对待学生的反馈意见(如问卷结果反映出学生普遍地偏爱匹配型试题,大部分人希望构建型任务能缩小知识范围并多一些提示等),充分照顾学生的构图感受,不断地对题型和评分方法作出改进。

4.1.3 基于构图结果的教学思考

研究中,笔者发现学生对数列本质的认识普遍较为薄弱;其构图作品基本呈现为轮辐形和树形结构,不同分支间的横向连接偏少;96名被试中,无一人能利用公式 $a_n = Aa_{n-1} + B (n > 1)$ 将等差、等比数列的定义表示相联系,即使作为提示的节点,也无人能将其正确地嵌入概念图结构之中……应该说,构图作品所反映的是学生数学认知结构中的一些不容忽视的问题,包括知识结构松散、连通度低、对概念的理解浮于表面等。由此反观我们的数学教学,以下两点或许是即可着手的改进措施。

其一,重视学科结构的塑造。布鲁纳说:“获得的知识,如果没有完满的结构把它联在一起,那是一种多半会被遗忘的知识。一串不连贯的论据在记忆中仅有短促得可怜的寿命”。^①波利亚则从解题的角度论述了掌握学科结构的重要性,他说:“货源充足和组织良好的知识仓库是一个解题者的重要资本。良好的组织使得所提供的知识易于用上,这甚至可能比知识的广泛更为重要。至少在有些情况下,知识太多可能反而成了累赘,它可能会妨碍解题者去看出一条简单的途径,而良好的组织则有利而无弊。”^②强调学科结构的良好教学,要求我们的教师相应地转变数学教学观及其教学方式,变“填鸭”式地灌输零散知识为以大观点和核心概念统帅数学教学过程,变教授学习新知识、新方法为教授学习如何建构新知识、新方法。

其二,重视“写数学”策略的运用。数学教学中,让学生构建概念图、在草稿上

① [美]布鲁纳.邵瑞珍译.教育过程.北京:文化教育出版社,1982.6:48.

② [美]乔治·波利亚.刘景麟,曹之江,邹清莲译.数学的发现(第二卷).呼和浩特:内蒙古人民出版社,1981:129.

演算或板演解题过程、徒手画图或借助多媒体软件进行操作等都是“写数学”策略的运用。“写数学”，是帮助教师在动态的教学过程中及时关照学习者认知结构的变化，知其然，想其所以然，以便随时改进教学。值得关注的是，目前人们对构建概念图这一策略所知甚少。其实概念图作为知识的一种视觉路径形式，能帮助构图者有效地激活原有编码，使之再次经历建构编码的过程，促使其将有关知识融会贯通、系统化与精致化，达到建构深层编码和整合码的最终目的。因此，教师在课堂内外不妨尽量运用概念构图策略或布置概念构图任务，以帮助学生塑造学科结构，稳固头脑中的数学认知结构。

4.2 研究反思与展望

4.2.1 理论体系亟待构建与完善

无论是研究中设计的“提示节点的无结构型”构图任务，提出的新“成分加注代码法”和“多因素模型评价法”，还是关于数学概念图与数学学习关系的三个猜想，均是笔者就数学概念图评价这一课题不断思考而得的创造。这些创造，我们目前只能称其为理论构想，至于最终能否为我们薄弱的概念图评价理论和几近空白的数学概念图评价理论添砖加瓦，还有待更广泛、更深入的实践检验。而另一方面，我们的概念图题型与评分方法要被普遍认可，顺利实施并收获实效，则离不开厚实、完整的理论体系的支撑。在利用新“成分加注代码法”对两组被试的构图作品进行评分时，笔者发现这样一个问题，其中一组在创建节点和连接语方面都优于另一组，但最后算得两组被试的构图均分基本持平，原因即在于每个被试的最后得分由节点、连接语和实例三项得分的标准分相加而得，于是节点和连接语表现较弱的一组由于实例表现突出而在均分上追平了另一组。这种将实例放置到与节点和连接语同等重要地位的评分方法似还不尽合理，因此对分数的处理仍值得斟酌。另外，在对数学概念图与数学学习可能存在的关系进行猜测时，笔者也深感相关理论的匮乏，难以对猜想进行深刻详尽的阐释。因此，变构想为理论，致力于数学概念图评价理论体系的逐步构建与完善，是一个需要长期努力的过程。

4.2.2 实证研究尚需改进并深入

围绕数学概念图评价这一主题，笔者总共开展了五项实证研究，虽然每一项从设计、实施到评分与数据处理都颇费了一番工夫，但受研究水平与客观因素所限，仍留下了几丝缺憾。首先，样本单一是个比较明显的问题，我们的被试均来自同一学校高三年级某两文科班，受班级性质的影响，被试男、女人数比为 7: 25，这一性别比例显然有所失调。其次，由于概念图评分工作的繁琐费时，使得样本容量也受到了一定程度的限制。以上两点都需在日后研究中加以改进。再次，虽然借助了多种统计手段

对数据予以分析,但笔者自感几项实证研究还是比较粗浅,对结果分析“是什么”较多而讨论“为什么”较少,这应是今后继续用心钻研的一个方向。最后,一时的研究提供的是暂时的结论,它的正确与否,还有待更多的实证研究来检验,因此,数学概念图评价的实证研究应成为一项长期性的工作。将其贯穿于动态的数学教学过程之中去寻求概念图评价的真谛,通过多因素实验结果的分析来甄选最合理的概念图测试形式与最有效的构建型任务,等等,都是值得深入开展的工作。

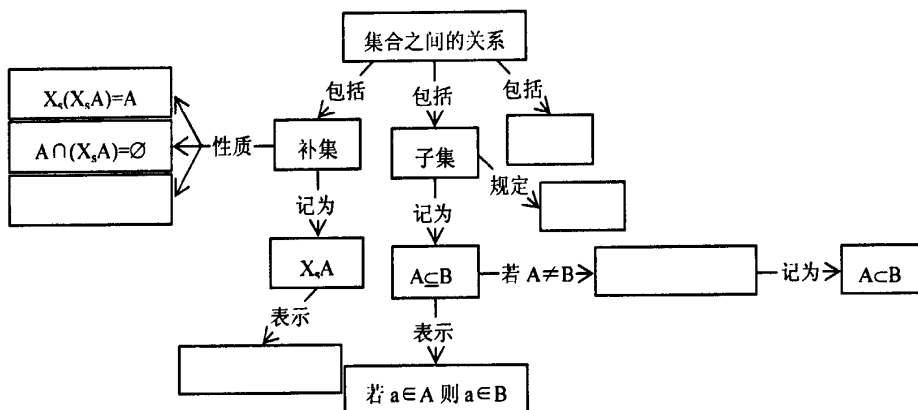
附录 A 高中生数学概念图测试卷 A

亲爱的同学：

听了老师的讲解，你是否已对数学概念图有了基本的了解？下面请你认真完成以下测试。本测试只作为科学研究之用，而非评价个人学习优劣的依据。我们会对你的一切资料保密，请放心作答。感谢你的配合，祝你学习快乐！

班级_____ 姓名_____ 学号_____ 性别_____

1. 阅读下列概念图，将其中的几处空白节点补充完整。



2. 右侧概念图中留存了部分空白节点和连接语，请仔细读图后将提供的选项分别填入概念图中相应的位置(填入序号即可)，直角矩形框①~⑩是 10 个节点选项，圆角矩形框 A、B、C、D 是 4 个连接语选项。

① $y = x^a (a \in \mathbb{R})$

② $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$

⑦

③ 定义域 $(0, +\infty)$, q 是偶数

④ 定义域 $[0, +\infty)$, q 是偶数

⑧

⑤ 定义域 $(-\infty, +\infty)$, q 是奇数

⑥ 定义域 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, q 是奇数

⑨ 定义域: $\mathbb{R}$
值域: $(0, +\infty)$
恒过点: $(0, 1)$
 $a > 1$ 时, 单调递增
 $0 < a < 1$ 时, 单调递减

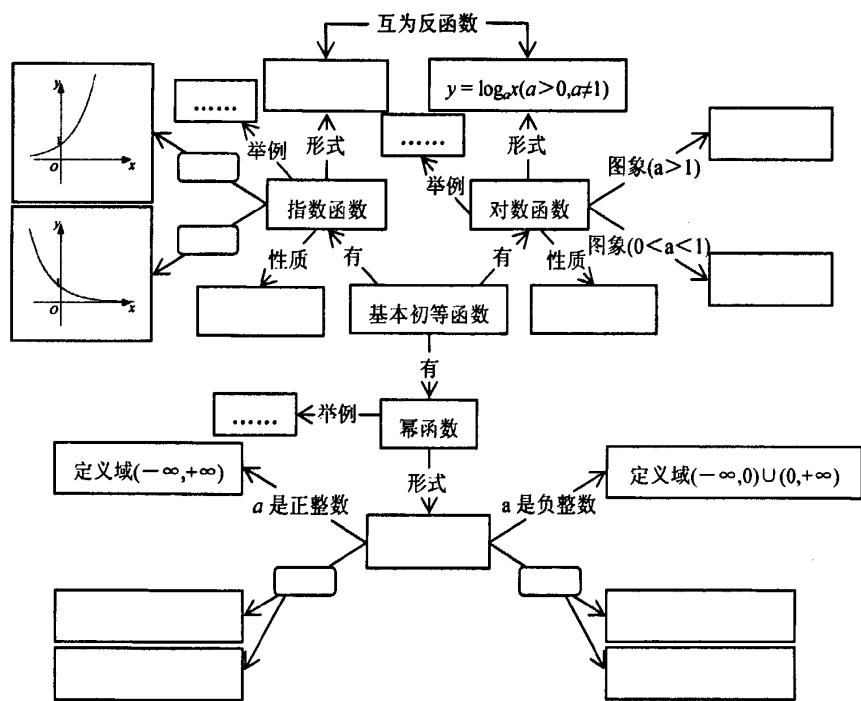
⑩ 定义域: $(0, +\infty)$
值域: $\mathbb{R}$
恒过点: $(1, 0)$
 $a > 1$ 时, 单调递增
 $0 < a < 1$ 时, 单调递减

A 图象($a > 1$)

B 图象($0 < a < 1$)

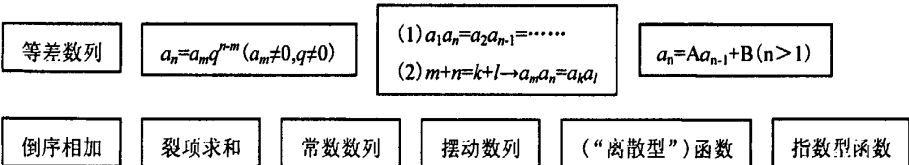
C a 是最简正分数 $\frac{p}{q}$

D a 是最简负分数 $\frac{p}{q}$



3. 亲爱的同学，以上两道题目是否帮助你加深了对数学概念图的理解？现在，请你以“数列”为核心概念，联想相关内容，自主构建一幅完整的数列概念图。

下面的 10 个节点是与“数列”相关的一些概念，供你构图时全部或部分地使用，请积极联想其余的相关概念，完成你的概念图(画在试卷第 3 页上)。



☺ 友情提醒：

- (1) 构图过程中，请不要遗漏连线上的连接语，因为这是表征概念之间意义关系的关键，也不要轻易放掉不同分支的节点间可能存在的连接。
- (2) 对一些比较具体的概念，请尽量给出实例，你可以用“一例如>”等连接予以呈现。
- (3) 如果你对所构建的概念图把握不准，那么你可以先在草稿纸上尝试着画画看，等思考得比较成熟后再画到试卷上，这样你的作品会更加整洁美观。

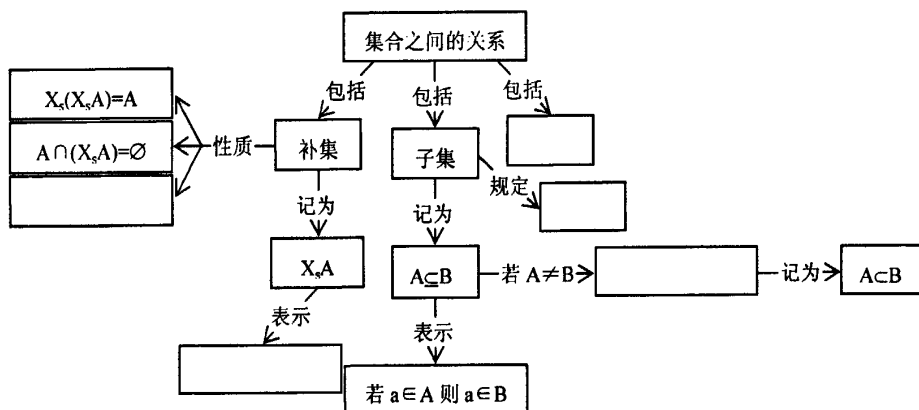
附录 B 高中生数学概念图测试卷 B

亲爱的同学：

听了老师的讲解，你是否已对数学概念图有了基本的了解？下面请你认真完成以下测试。本测试只作为科学研究之用，而非评价个人学习优劣的依据。我们会对你的一切资料保密，请放心作答。感谢你的配合，祝你学习快乐！

班级_____ 姓名_____ 学号_____ 性别_____

1. 阅读下列概念图，将其中的几处空白节点补充完整。



2. 右侧概念图中留存了部分空白节点和连接语，请仔细读图后将提供的选项分别填入概念图中相应的位置(填入序号即可)，直角矩形框①~⑩是 10 个节点选项，圆角矩形框 A、B、C、D 是 4 个连接语选项。

① $y = x^a (a \in \mathbb{R})$

② $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$

⑦

③ 定义域 $(0, +\infty)$, q 是偶数

④ 定义域 $[0, +\infty)$, q 是偶数

⑧

⑤ 定义域 $(-\infty, +\infty)$, q 是奇数

⑥ 定义域 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, q 是奇数

⑨

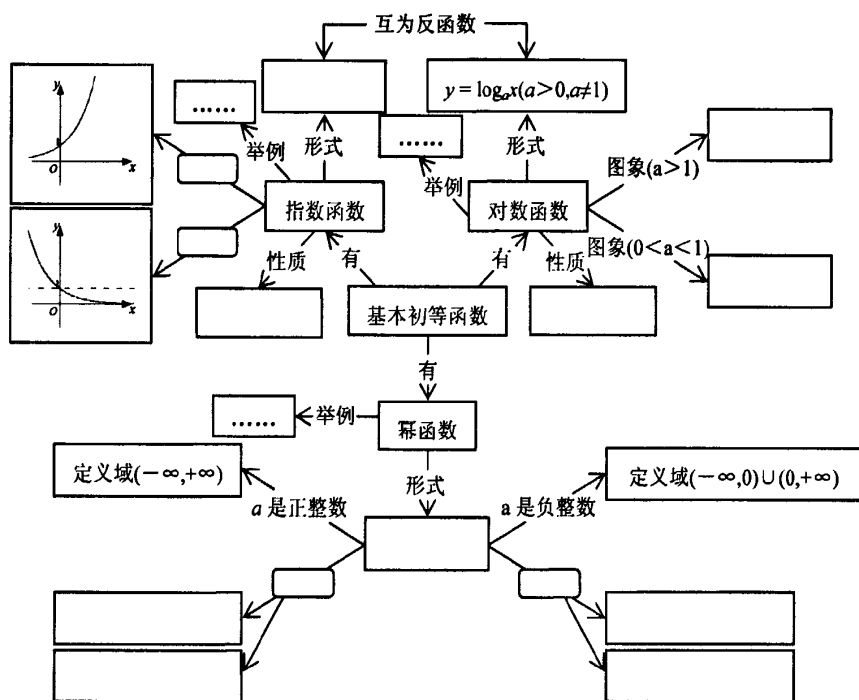
⑩

A 图象($a > 1$)

B 图象($0 < a < 1$)

C a 是最简正分数 $\frac{p}{q}$

D a 是最简负分数 $\frac{p}{q}$



3. 亲爱的同学，以上两道题目是否帮助你加深了对数学概念图的理解？现在，请你以“数列”为核心概念，联想相关内容，自主构建一幅完整的数列概念图（画在试卷第3页上）。

☺ 友情提醒：

(1) 构图过程中，请不要遗漏连线上的连接语，因为这是表征概念之间意义关系的关键，也不要轻易放掉不同分支的节点间可能存在的连接。

(2) 对一些比较具体的概念，请尽量给出实例，你可以用“一例如>”等连接予以呈现。

(3) 如果你对所构建的概念图把握不准，那么你可以先在草稿纸上尝试着画画看，等思考得比较成熟后再画到试卷上，这样你的作品会更加整洁美观。

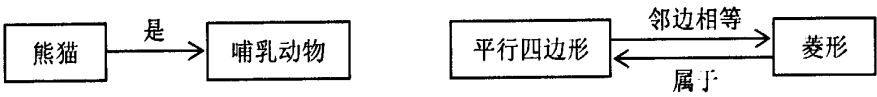
附录 C 数学概念图知识讲稿

C.1 概念图的涵义

概念图是一种以知识的基本单位——概念作为节点，用恰当的连接语将两个节点相连以构成命题，以“节点—连接—节点”三合一的结构为独特表达方式的关于某一主题的知识结构的一种图式表征形式。命题是概念图真正的意义单元，概念图的本质即是以命题的形式表征概念间的意义关系。

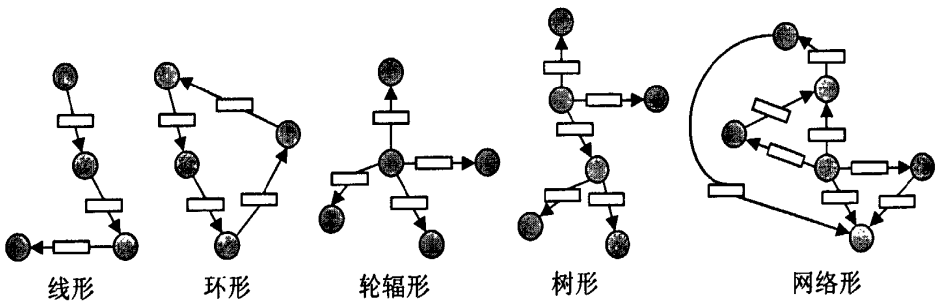
C.2 概念图的三合一结构

连接两个概念的连线往往是一条有向线段，它限定了连接的方向，其指向也表示着命题的表述方向。如下图是两个“节点—连接—节点”三合一结构示例。左图中，“熊猫”和“哺乳动物”这两个概念由带有连接语“是”的有向线段构成了“熊猫是哺乳动物”这一有效命题；右图中，根据箭头所示方向，易提取出“邻边相等的平行四边形是菱形”、“菱形属于平行四边形”两个有效命题。



C.3 概念图的形状

概念图有下图所示 5 种基本结构类型：线形、环形、轮辐形、树形和网络形。实际构图中，我们往往综合几种结构类型而构建。



C.4 概念图的类型

按照概念之间的关系及范围，可将概念图分为对比概念图、节(章)概念图、专题概念图三种类型。

对比概念图是用对比的手段将易混淆的概念用图示的方法予以展示，以清晰地展

现不同概念之间的关系，帮助学习者理解概念间的区别与联系。

节(章)概念图是反映教材中某一节(章)知识要点的概念图。在总结整节(章)所学内容的基础上，根据其知识板块进行构建，有助于增强学习者对概念之间关系的理解。

专题概念图以某专题的具体概念知识进行整理制作，帮助学习者全面把握某专题相关概念之间的联系，增强知识迁移能力。

C.5 关于数学概念图

数学概念图，即以数学学科为依托，由某一主题的数学知识构建的概念图。对于数学概念图中的“概念”，应作宽泛的理解，它不仅指代数学课程中的形式化定义，也可以指代心理表象。因此，节点处的概念可以通过不同的符号加以表示，如公式、定理、图形、语词、数学符号等等。

C.6 数学概念图构图示例

倘若我们以“直线”一词为核心概念，以高中所学数学知识为依托，联想与之相关的概念，我们首先会自然地回忆起平面解析几何中的内容——

想到直线在平面直角坐标系中的位置，于是得到“倾斜角”和“斜率”两个相关概念；

想到直线方程的表示，于是得到直线的“代数方程”和“参数方程”的概念；

由“代数方程”深入下去，就得到“点斜式”、“两点式”等 5 种不同的代数方程以及它们各自的形式，画出这些概念，接着思考它们之间的相互关系，各个方程之间能否互相推出，于是可编织成一张关于直线的代数方程的概念图；

直线是基本的平面几何图形，适当回忆学过的其它一些平面几何图形，点、圆等等，想到曾经学过的直线与点、直线与圆的位置关系，当然在解析几何中两直线的位置关系也是重点学习的内容，这样又产生三个相关的概念，把每一种位置关系所含情况、满足条件都刻画清楚，进一步丰富直线概念图；

再由平面联想到空间，我们在立体几何中还学习过直线与平面的位置关系，这自然又是一个相关的概念。

.....

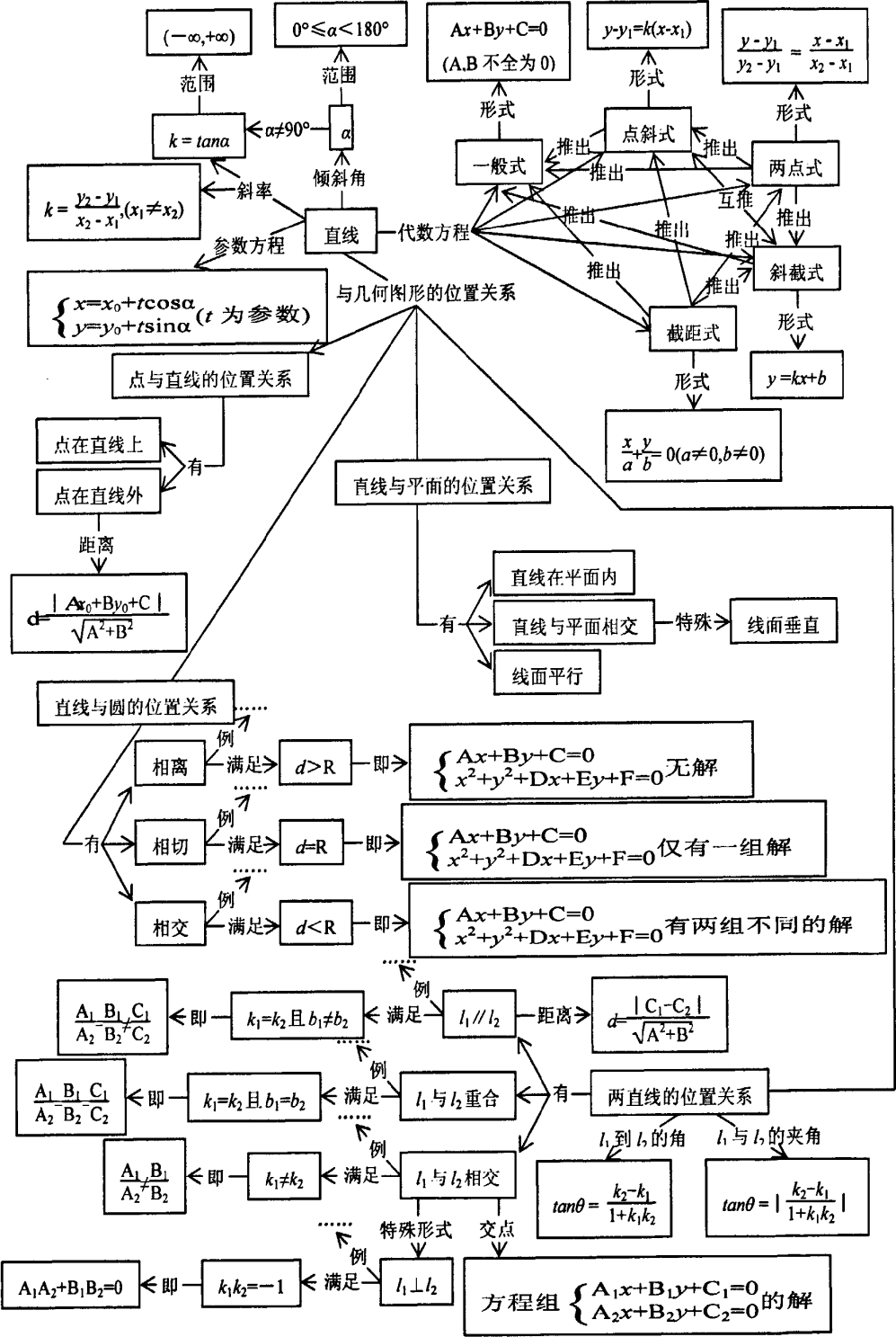
在构图过程中，每画一条连线，我们都要相应地写出其连接语，还应注意到不同分支的概念间可能存在的连接，在一些具体的概念上尽量给出实例。

于是，我们得到如下幅关于直线的概念图。

需要说明的是，每个人的头脑中都有一幅关于直线的概念图，每个人的概念图都不尽相同，我们不强求统一，不要求每个人都认同标准，只要能合理表征出头脑内部

的知识结构即可。

C.7 “直线”概念图



附录 D “多因素模型评价法”的样本数据

	a		b		c		d						
	广度	Z_a	T_a	密度	Z_b	T_b	连通度	Z_c	T_c	精致度	Z_d	T_d	
高分组	1005	51	1.96	6.96	0.59	-1.31	3.69	30	1.16	6.16	9	2.61	7.61
	1030	39	1.00	6.00	0.72	-0.31	4.69	28	0.94	5.94	6	1.55	6.55
	1015	48	1.72	6.72	0.79	0.23	5.23	38	2.07	7.07	0	-0.57	4.43
	1332	33	0.51	5.51	1.01	1.92	6.92	31	1.28	6.28	5	1.20	6.20
	1001	32	0.43	5.43	0.72	-0.31	4.69	23	0.38	5.38	5	1.20	6.20
	1349	29	0.19	5.19	0.79	0.23	5.23	23	0.38	5.38	4	0.84	5.84
中分组	1036	36	0.76	5.76	0.67	-0.69	4.31	24	0.49	5.49	0	-0.57	4.43
	1303	33	0.51	5.51	0.67	-0.69	4.31	22	0.26	5.26	0	-0.57	4.43
	1319	27	0.03	5.03	0.85	0.69	5.69	23	0.38	5.38	0	-0.57	4.43
	1329	26	-0.05	4.95	0.81	0.38	5.38	21	0.15	5.15	0	-0.57	4.43
	1006	28	0.11	5.11	0.68	-0.62	4.38	19	-0.08	4.92	0	-0.57	4.43
	1305	20	-0.53	4.47	0.65	-0.85	4.15	13	-0.75	4.25	0	-0.57	4.43
低分组	1306	14	-1.02	3.98	0.71	-0.38	4.62	10	-1.09	3.91	0	-0.57	4.43
	1327	15	-0.93	4.07	0.67	-0.69	4.31	10	-1.09	3.91	0	-0.57	4.43
	1338	12	-1.18	3.82	1.00	1.85	6.85	12	-0.86	4.14	0	-0.57	4.43
	1314	12	-1.18	3.82	0.92	1.23	6.23	11	-0.98	4.02	0	-0.57	4.43
	1028	15	-0.93	4.07	0.53	-1.77	3.23	8	-1.32	3.68	0	-0.57	4.43
	1350	9	-1.42	3.58	0.89	1.00	6.00	8	-1.32	3.68	0	-0.57	4.43
均分	26.61			0.76			19.67				1.61		
标准差	12.42			0.13			8.87				2.83		

附录 E 高中生 CPFS 结构测试卷^①

亲爱的同学:

你好! 请你认真阅读下面各题后对每个问题做出回答, 有的问题其答案不是唯一的, 请你给出尽量多的答案。本测试只作为科学研究之用, 而非评价个人学习优劣的依据。我们会对你的一切资料保密, 请放心作答。感谢你的配合, 祝你学习快乐!

班级_____ 姓名_____ 学号_____ 性别_____

1. 设函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$, 则命题“ $f(x) = 0$ 有两个不相等的实数根”的等价说法还有哪些?
2. 与不等式 $|x| \leq 1$ 等价的不等式有哪些?
3. 要证明空间中的两条直线相互垂直, 常使用哪些定理?
4. 要证明一个数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 可以用哪些方法?
5. 由 $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$ 出发, 你可以推出哪些公式? (请写出简单的推导过程)

^① 本测试卷改编自喻平的博士学位论文“数学问题解决认知模式及教学理论研究”(南京师范大学, 2002)中的“附录 7: 自我监控、CPFS 结构与数学成绩的相关性研究材料”中的个体 CPFS 结构测试问题(高中组)。

6. “求函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{x^2 - 4x + 13}$ 的最小值”这一问题的几何意义是_____。

7. 已知等差数列的递推式为: $a_n = a_{n-1} + d (n \geq 2)$, 等比数列的递推式为: $a_n = qa_{n-1} (q \neq 0, n \geq 2)$ 。你能否用一个公式将两者统一起来?

8. 已知圆台的侧面积公式为 $S = \frac{1}{2}(c_1 + c_2)L = \pi(r_1 + r_2)L$, 其中 r_1 、 r_2 表示圆台的上、下底面半径, c_1 、 c_2 表示上、下底面周长, L 表示侧面母线长。请你根据上述公式推导下列几种几何体或几何图形的侧面积或面积公式(写出推导过程, 注意区分 r_1 、 r_2 与 c_1 、 c_2)。

圆柱侧面积:

圆锥侧面积:

圆环面积:

圆面积:

9. 设 A: 直线的点斜式方程; B: 直线的两点式方程; C: 直线的斜截式方程; D: 直线的截距式方程; E: 直线的一般式方程。在下图中, 若一种方程能化为另一种方程, 则请用有向线段联结两点。例如, 如果点斜式方程能化为两点式方程, 则 $A \longrightarrow B$, 如果 B 也能化为 A, 则 $A \longleftrightarrow B$ 。

A

E

B

D

C

附录 F 高中生数学能力测试卷

亲爱的同学:

你好! 请你认真阅读下面各题后对每个问题进行解答。答题过程中, 请尽量在题目下方的空白处留下自己的思考痕迹。本测试只作为科学研究之用, 而非评价个人学习优劣的依据。我们会对你的一切资料保密, 请放心作答。感谢你的配合, 祝你学习快乐!

班级_____ 姓名_____ 学号_____ 性别_____

1. 若 $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$, 则 xyz 的值等于_____。

2. 一条鱼的鱼尾重 4 公斤, 鱼头的重量等于鱼尾的重量加上鱼身重量的一半, 而鱼身的重量等于头和尾的重量之和, 则鱼的重量为_____公斤。

3. 用 1, 4, 5, 6 和一些运算符号(加、减、乘、除和括号)组成一个结果是 24 的算式(每个数字只用一次)。写出你的计算过程:_____。

4. 规定: $a*b$ 表示 a 和 b 中较大的数除以较小的数所得的余数。已知 $(18*c)*18 = 4$, 并且 c 小于 30, 则 c 等于_____。

5. 现有如下 5 个乘积: 493×507 、 499×501 、 494×506 、 491×509 、 497×503 , 请不要计算它们具体的值, 只通过观察排出其大小顺序, 并写出你这样排序的理由。

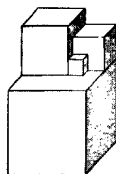
排序: _____ < _____ < _____ < _____ < _____

理由: _____

6. 某校下午 2 点整派车去某厂接劳模做报告, 往返需 1 小时。该劳模在下午 1 点整就离厂步行向学校走来, 途中遇到接他的车, 便坐上车去学校, 于下午 2 点 30 分到达。那么, 汽车的速度是劳模步行速度的_____倍。

7. 已知点 O 在 $\triangle ABC$ 内部, 且 $\vec{OA} + 2\vec{OB} + 2\vec{OC} = \vec{0}$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle OBC$ 的面积之比为_____。

8. 如图, 棱长分别为 1cm、2cm、3cm、5cm 的四个正方体紧贴在一起, 则所得到的多面体的表面积是_____ cm^2 。



9. 有八个球编号是①至⑧, 其中六个球一样重, 另外两个球都轻 1 克, 为了找出这两个轻球, 用天平称了三次, 结果如下:

第一次①+②比③+④重;

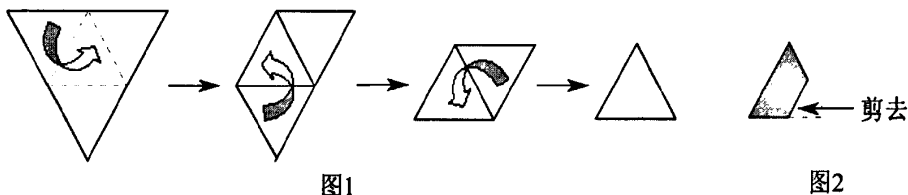
第二次⑤+⑥比⑦+⑧轻;

第三次①+③+⑤与②+④+⑧一样重。

那么, 两个轻球的编号是_____和_____。

10. 12 个人号码为 1~12, 排成一列, 然后 1、2、3 报数, 报到 3 的人立即排到排尾去, 报数继续进行, 直到报不到 3 才停止。按此规则, 如果开始时的顺序为: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12……(*), 那么停止时, 这 12 个人排成的顺序是: 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 3, 6, 12, 9。反过来, 如果报完数后, 排成的顺序恰好是(*), 那么开始时这 12 个人的顺序是_____。

11. 将等边三角形纸片按下图所示的步骤折叠 3 次(图 1 中的虚线是三边中点的连线), 然后沿两边中点的连线剪去一角(如图 2)。



将剩下的纸片铺平、展开后, 你能画出得到的图形吗?

附录 G 概念构图调查问卷

亲爱的同学：

感谢你辛苦完成了此次概念图测试，最后请认真阅读并完成此份调查问卷。答案无对错之分，请你就个人在测试过程中的真实感受如实回答。我们会对你的一切资料保密，请放心作答。再次感谢你的配合！

- 今天的数学概念图测试让你感觉()
A 很新鲜, 乐意尝试
B 有点新意, 愿意做做看
C 没感觉, 完成任务而已
D 太陌生, 没兴趣
 - 你觉得概念图测试题的难度与常规考试题的难度相比()
A 太难了
B 有点难
C 题目风格不一, 不好说
D 偏简单
 - 面对“构建型”概念图试题(构建数列概念图), 你最直接的感觉是()
A 我有信心画好它
B 我应该能画出个大概吧
C 试试看吧, 画出一点是点
D 太难了, 简直无从下手
 - 做完“构建型”概念图试题(构建数列概念图), 你的自我感觉是()
A 画得不错
B 画得一般
C 没把握
D 挺糟糕的
 - 你对“概念图测试能测查个人对数学知识间整体联系的理解”这一说法()
A 完全认同
B 基本认同
C 不确定
D 不太认同
 - 你对“概念图测试能测查个人对所学内容的重、难点和一些细节之处的掌握情况”这一说法()
A 完全认同
B 基本认同
C 不确定
D 不太认同
 - 你对“概念图测试能测查个人对数学知识的概括和组织能力”这一说法()
A 完全认同
B 基本认同
C 不确定
D 不太认同
 - 倘若把概念图题型引进数学考试中, 你会()
A 欣然接受
B 勉强接受
C 无所谓
D 反对
- 理由:

9. 在概念图测试过程中, 哪些环节令你感觉得心应手, 哪些环节又让你感觉有点困难? 请简要谈谈。此外, 你能否从学习者的角度为概念图测试提点建议?

附录 I 学生概念构图作品示例

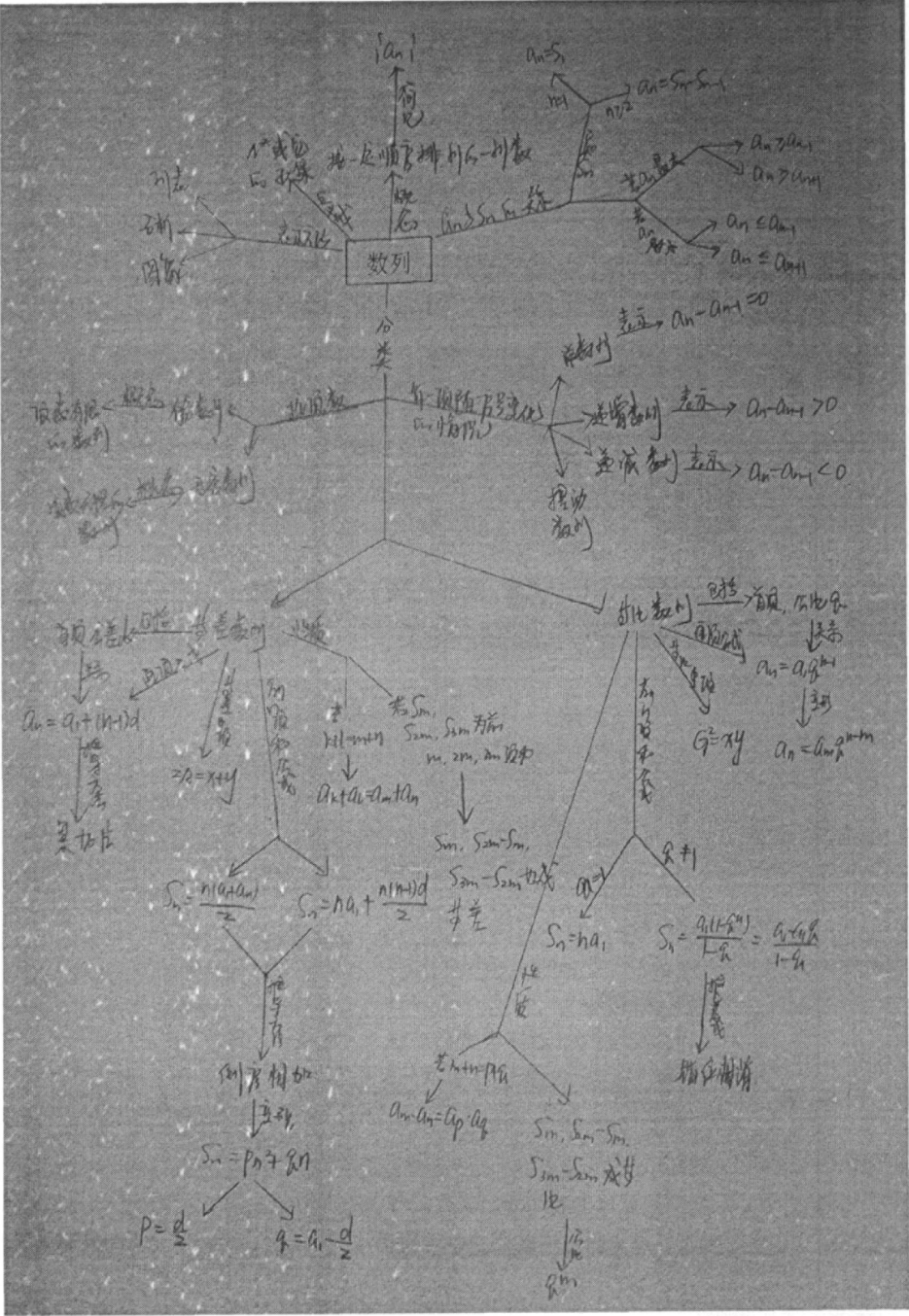


图 II 示例 1

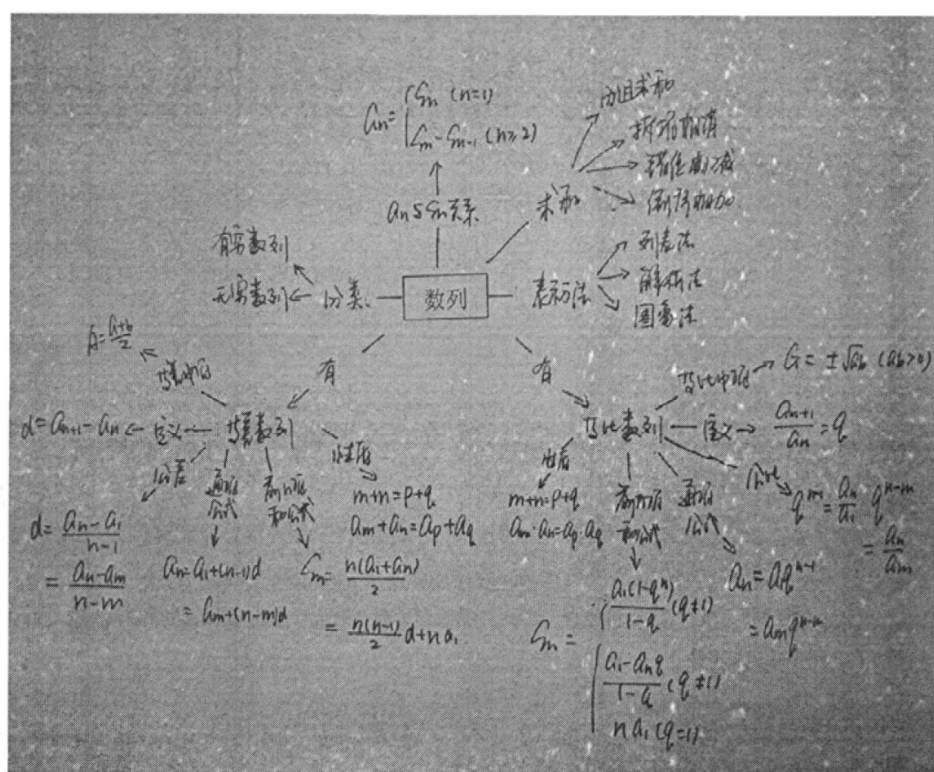


图 12 示例 2

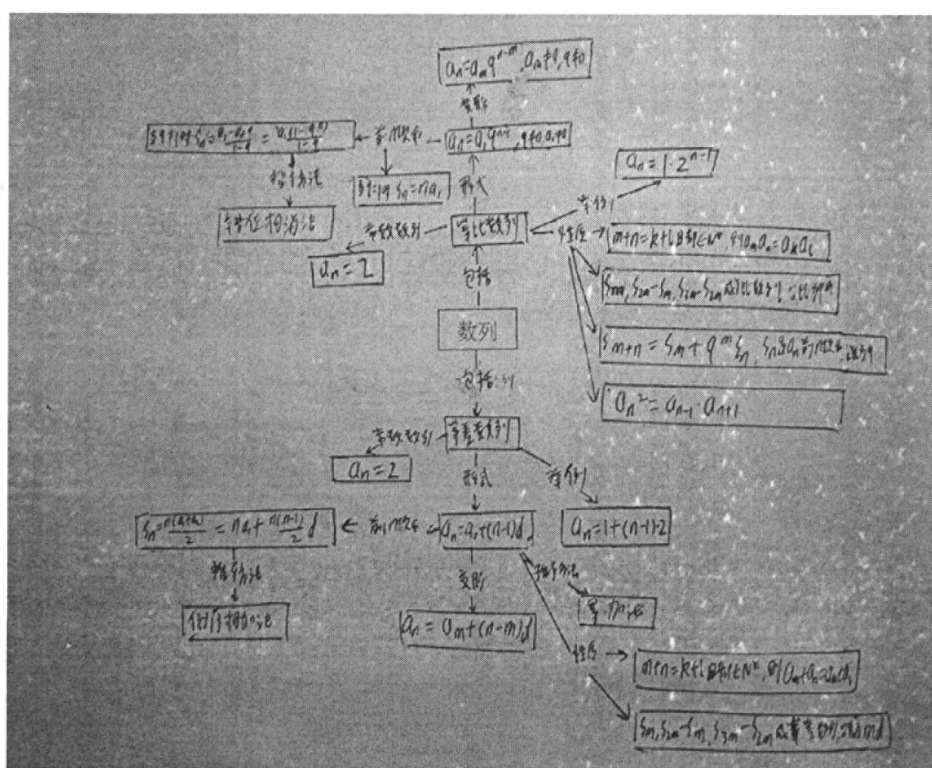


图 13 示例 3

参考文献

- [1] [美]布鲁纳. 邵瑞珍译. 教育过程. 北京: 文化教育出版社, 1982. 6
- [2] 黎加厚, 齐伟. 话题: 概念地图在中小学教学中的应用. 信息技术教育, 2003(9): 34-36.
- [3] Ruiz-Primo,M.A. & Shavelson,R.J. Problem and issues in the use of concept maps in science assessment. *Journal of Research in Science Teaching*, 1996,33(5):569-600.
- [4] [美]吉尔伯特·萨克斯. 王昌海等译. 教育和心理的测量与评价原理. 南京: 江苏教育出版社, 2002. 12
- [5] Yin,Y., Vanides,J., Ruiz-Primo,M.A., et al. Comparison of two concept-mapping techniques: implications for scoring, interpretation, and use. *Journal of Research in Science Teaching*, 2005,42(2):166-184.
- [6] Ruiz-Primo,M.A., Schultz,S.E., Li,M., et al. Comparison of the reliability and validity of scores from two concept-mapping techniques. *Journal of Research in Science Teaching*, 2001,38(2):260-278.
- [7] 徐屿, 季娴. 利用概念图进行学业评价的实践研究. 中学生物学, 2008, 24(4): 20-21.
- [8] 徐美仙. 课堂教学中概念图应用的策略探析. 中国现代教育装备, 2007(4): 127-128.
- [9] 王立君, 顾海根, 沐守宽. 对物理概念图填图试题的应用研究. 心理学, 2006, 29(4): 941-943.
- [10] Novak,J.D. & Gowin,D.B. *Learning How to Learn*. New York: Cambridge University Press, 1984:1-56.
- [11] Markham,K.M., Mintzes,J.J., & Jones,M.C. The concept map as a research and evaluation tool: Further evidence of validity. *Journal of Research in Science Teaching*, 1994,31(1):91-101.
- [12] Austin,L.B. & Shore,B.M. Using concept mapping for assessment in physics. *Physics Education*, 1995(1):41-45.
- [13] 王立君, 姚广珍. 物理概念图试题的评分方法. 心理发展与教育, 2004(4): 84-88.
- [14] 胡玺丹, 陆建身, 卞慧芳. 概念图评价在生物学教学中的运用. 生物学教学, 2007, 32(3): 10-12.
- [15] McClure,J.R., Sonak,B., & Suen,H.K. Concept map assessment of classroom learning: reliability, validity, and logistical practicality. *Journal of Research in*

- Science Teaching, 1999,36(4):475-492.
- [16] 安立静. 概念图评价及其信度和效度的研究: [硕士学位论文]. 河北师范大学, 2008
- [17] Novak,J.D. Learning science and the science of learning. Studies in Science Education, 1988(15):77-101.
- [18] Malone,J., & Dekkers,J. The concept map as an aid to instruction in science and mathematics. School Science and Mathematics, 1984(3):220-231.
- [19] Wallace,J.D., & Mintzes,J.J. The concept map as a research tool: Exploring conceptual change in biology. Journal of Research in Science Teaching, 1990,27(10):1033-1052.
- [20] 王立君. 概念图在促进认知和评估知识结构方面的理论与实证研究. 成都: 四川大学出版社, 2008. 8
- [21] 杜伟宇, 季春阳, 梁红. 概念图在测评中的应用——一种现代认知心理学的测评方法. 宁波大学学报(教育科学版), 2004, 26(1): 26-30.
- [22] Siew Lian,M.W. An investigation into high-achiever and low-achiever knowledge organisation and knowledge processing in concept mapping: a case study. Research in Science Education, 1998,28(3):337-352.
- [23] 牛拥, 李广洲. 学优生与学困生陈述性知识结构化程度差异的探讨. 中学化学教学参考, 2004(8、9): 4-7.
- [24] 张丽萍, 王嫣, 董博清等. 中美中学生学科知识结构的比较研究——基于概念图评价技术的实验研究. 比较教育研究, 2008(2): 12-16.
- [25] 希建华, 赵国庆. “概念图”解读: 背景、理论、实践及发展——访教育心理学国际著名专家约瑟夫·D·诺瓦克教授. 开放教育研究, 2006, 12(1): 4-8.
- [26] 伍新春, 张爱芹. 试论概念图及其对科学教育的启示. 心理发展与教育, 2006(3): 116-119.
- [27] 喻平. 数学教育心理学. 南宁: 广西教育出版社, 2004. 8
- [28] 张建伟, 陈琦. 认知结构的测查方法. 教育研究与实验, 2001(1): 46-49.
- [29] 王兄. 数学概念图: 一种可能的评价框架. 现代教育论丛, 2006(5): 9-11.
- [30] 康玥媛, 王光明. 概念图及其在数学教学中的应用. 中学数学教学参考, 2007(4): 13-15.
- [31] 王兄, 汤服成. 概念图及其在数学学习中的现实意义. 数学教育学报, 2004, 13(3): 16-18.
- [32] 曹学良, 郑洁. 关于概念图在概率统计教学中应用的一些思考. 数学教育学报, 2007, 16(1): 37-39.

- [33] 张轶. 数学交流对丰富师范生函数概念图的影响: [硕士学位论文]. 华东师范大学, 2007
- [34] 贺双桂. 高中数学概念地图. 桂林: 广西师范大学出版社, 2007. 1
- [35] 鲍建生. 中英两国初中数学课程综合难度的比较研究: [博士学位论文]. 华东师范大学, 2002
- [36] 胡中锋. 教育测量与评价. 广州: 广东高等教育出版社, 2006. 3
- [37] 喻平, 单增. 数学学习心理的 CPFS 结构理论. 数学教育学报, 2003, 12(1): 12-16.
- [38] [苏]克鲁捷茨基. 李伯黍等译. 中小学生数学能力心理学. 上海: 上海教育出版社, 1983. 12
- [39] 喻平. 中学生自我监控能力和 CPFS 结构对数学学业成绩的影响. 数学教育学报, 2004, 13(1): 23-26, 35.
- [40] 喻平. 数学问题解决认知模式及教学理论研究: [博士学位论文]. 南京师范大学, 2002
- [41] [美]乔治·波利亚. 刘景麟, 曹之江, 邹清莲译. 数学的发现(第二卷). 呼和浩特: 内蒙古人民出版社, 1981

在读期间发表的学术论文及研究成果

学术论文:

1. 陆珺. 践行新课程: 备课莫忘备自己. 教育探索, 2008, 28(12): 96-97.
2. 常春艳, 陆珺. 美国数学委员会终期报告介绍(6)——教师与教师教育. 中学数学教学参考, 2008, 37(12): 55-57.
3. 陆珺, 涂荣豹. 课堂教学结束阶段概括总结的研析——从两个教学案例出发. 中学数学教学参考, 2009, 38(1-2): 6-8.
4. 陆珺. 国内数感研究综述. 课程·教材·教法, 2009, 29(6): 46-50, 75. (CSSCI)
5. 陆珺. 践行新课程: 数学备课如何备学生. 数学之友, 2009, 23(24): 1-2, 4.
6. 陆珺, 喻平. 对我国数学认知结构研究的反思. 数学教育学报, 2010, 19(2): 19-22.
7. Lu, J., & Tu, R. Analysis of the Summary Step Used at the End of the Period in Classroom Teaching——From Two Teaching Cases. Journal of Mathematics Education, 已录用
8. 陆珺, 宁连华. 数列漫谈. 新高考, 已录用

研究成果:

参与全国教育科学“十一五”规划教育部重点课题: 中国数学教育研究 30 年(课题批准号: DAA080080)

致 谢

论文付梓、静候答辩时分，儿时美丽的梦想即将如花般绽放。在南师的三年，是生命中最绚烂的三年，亦是幸福快乐的三年，因为苦乐相伴的追梦路上，几多热情扶助，几多殷切期盼一路相随！

感谢导师喻平教授。从我于模仿中学习写作到多篇铅字的诞生，从我惶恐地接受任务到书稿的顺利完成，从我自主寻找研究课题到今天学位论文的写就……清晰地触摸到学术成长的时刻，我深深地感谢您三年来对我的严格要求和悉心栽培。

感谢单增教授。您开设的解题研究课，使我们有幸在与大师对话、看智者解题的经历中，领悟“简单、自然”的数学解题的真谛。

感谢涂荣豹教授。言谈中的谆谆教导，学术上的严谨传授，生活里的殷殷关怀，还有您的敬业精神与和蔼笑容，学生都将铭刻在心。

感谢宁连华副教授。您平易得似一位可亲的叔叔，遇到问题我总是直接来找您，而每每见面总少不了您的关切询问。三年里，我始终在您的鼓励和关心下成长！

感谢马复教授，您的宽和品格令我钦佩；感谢李明振博士后，您的肯定与赏识将激励我继续前行。

感谢杨红萍博士让我从您身上汲取到学习的精神和动力；感谢傅赢芳师姐热情并毫无保留地向我传授着学习经验；感谢龙启锦老师给予的关爱和友谊。和您们一同在600号楼办公室学习的时光，我将珍藏在心。

感谢“战友”孙孜。三年光阴，你我在讨论、争执和相互批评中携手向前。感谢宁宁、沈威、薛瑶瑶三位同窗，感谢一起走过的岁月赐予我们的点点滴滴。

感谢所有的师兄弟、师姐妹，感谢南师数学课程与教学论这个温暖大家庭赠予的珍贵记忆，我永远为自己曾是大家庭中的一员深感骄傲！

感谢热心协助我完成实证研究的江苏省吴江市中学的娄爱玉、沈瑜敏两位数学老师，感谢你们那群可爱的学生的积极配合。

感谢大学时期的学弟练远进，感谢你在测题编制中提出了不少中肯的建议，被公认为电脑高手的你还随时担任我的“技术顾问”。

感谢母校苏州科技学院，感谢母校老师的教诲，前行路上有您们一如既往的期盼、叮咛与相助，我好生幸福！

最后，我要将这部虽然稚嫩却凝聚着诸多心血的作品献给亲爱的父母，养育与教导之恩，无以为报，您的健康快乐是女儿最大的心愿！

陆珺

2010年3月于随园